

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

\*  
INIS - BR - - 2448 .

**CURVAS HOMÓLOGAS MONOFÁSICAS E BIFÁSICAS  
PARA BOMBAS DE REFRIGERAÇÃO DE REATORES  
NUCLEARES A ÁGUA LEVE PRESSURIZADA**

**GILBERTO ALVES DOS SANTOS**

Dissertação apresentada ao Instituto de  
Pesquisas Energéticas e Nucleares como  
parte dos requisitos para obtenção do grau  
de Mestre em Tecnologia Nuclear.

Orientador: *Prof. Dr. Roberto Longo Freitas.*

**SÃO PAULO**

**1990**

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

CURVAS HOMÓLOGAS MONOFÁSICAS E BIFÁSICAS  
PARA BOMBAS DE REFRIGERAÇÃO DE REATORES  
NUCLEARES A ÁGUA LEVE PRESSURIZADA

Gilberto Alves dos Santos

Dissertação apresentada ao Instituto  
de Pesquisas Energéticas e Nucleares  
como parte dos requisitos para  
obtenção do grau "Mestre em  
Tecnologia Nuclear".

Orientador: Prof. Dr. Roberto Longo Freitas

São Paulo

1990



"Sem a convicção de uma harmonia íntima do universo, não poderia haver ciência. Esta convicção é, e continuará a ser, a base de toda a criação científica. Em toda a extensão de nossos esforços, nas lutas dramáticas entre as velhas e novas concepções, entrevemos a ânsia eterna de compreensão, a intuição inabalável da harmonia universal, que se robustece na própria multiplicidade dos obstáculos que se oferecem ao nosso entendimento".

Albert Einstein

**A minha esposa KARENNE  
e nosso filho LUKAS.**

## AGRADECIMENTOS

A Coordenadoria para Projetos Especiais (COPESP) do Ministério da Marinha (MM) na pessoa de seu Presidente, Dr. Othon Luiz Pinheiro da Silva, pelo fornecimento das instalações, equipamentos e apoio financeiro.

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares da Comissão Nacional de Energia Nuclear (IPEN/CNEN-SP) na pessoa do seu Superintendente, Dr. Cláudio Rodrigues, pelas instalações e pelo curso de Pós-Graduação oferecido.

A Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pela bolsa de estudos concedida durante a fase inicial de realização deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Roberto Longo Freitas, meu orientador e amigo, pelo dedicado trabalho de assistência, estímulo e eficiente orientação dispensada durante o desenvolvimento desta dissertação, bem como o seu otimismo nas horas difíceis.

Ao Dr. Gilberto Gomes de Andrade, Chefe do Departamento de Desenvolvimento de Sistemas Nucleares da COPESP, pelo suporte concedido.

Aos companheiros de trabalho B.Sc. Almir Fernandes, B.Sc. Antônio Belchior, e B.Sc. Maurício Genta Maragni, pelo auxílio na instalação do editor de texto.

A Família Cotrim pela moradia, alimentação e transporte na fase inicial do curso de pós-graduação.

De maneira muito especial, à Karenne Byczyk, sem sua ajuda e compreensão não seria possível a realização deste trabalho.

A todos enfim, que direta ou indiretamente, contribuíram para a realização deste trabalho e cujos nomes injustamente omito.

Ao Prof. Dr. José Messias de Oliveira Neto, Chefe da Divisão de Engenharia de Segurança Nuclear da COPESP, pela oportunidade dada para a conclusão deste trabalho.

Ao Prof. Dr. Antonio Teixeira e Silva, Chefe da Seção de Análise de Acidentes da COPESP, pelo apoio na fase final desta dissertação.

Ao Prof. Dr. José Maria Saiz Jabardo pelas sugestões e pela participação como membro da banca examinadora.

Ao Prof. Dr. Daniel Kao Sun Ting pela ajuda e comentários, e por sua participação como membro da banca examinadora da defesa da dissertação e do exame de qualificação.

Ao Prof. Dr. Valdemir Gutierrez Rodrigues pelas sugestões e pela participação como membro da banca examinadora do exame de qualificação.

Ao B.Sc. Gelson Toshio Otani, Chefe da Divisão de Sistemas CDC e IBM da COPESP, pela ajuda e sugestões nos problemas computacionais encontrados ao longo deste trabalho.

De forma muito particular, ao meu compenheiro de trabalho e amigo M.Sc. Adriano Lobo de Souza, pela ajuda, troca de idéias, revisão do texto e cooperação durante o decorrer deste trabalho.

Ao colega B.Sc. Claudio Onodera pela ajuda computacional na elaboração do programa de gráficos para o presente trabalho.

**CURVAS HOMÓLOGAS MONOFÁSICAS E BIFÁSICAS PARA BOMBAS  
DE REFRIGERAÇÃO DE REATORES NUCLEARES  
A ÁGUA LEVE PRESSURIZADA**

**Gilberto Alves dos Santos**

**RESUMO**

O modelo bifásico das bombas de refrigeração do circuito primário de reatores nucleares a água leve pressurizada é um fator importante para a análise de um acidente por perda de refrigerante primário. A característica monofásica da bomba é essencial para o estudo dos transientes operacionais do circuito primário, como por exemplo, parada e partida da bomba. Estes parâmetros, em termos de curvas homólogas, estabelecem o desempenho completo do componente bomba, e são solicitados como dados de entrada para os códigos termoidráulicos aplicáveis à análise de transientes operacionais e acidentes. Este trabalho propõe um modelo matemático capaz de descrever as curvas homólogas monofásicas e bifásicas considerando as condições geométricas e operacionais da bomba. Os resultados deste modelo são comparados com dados experimentais da literatura, apresentando uma concordância bastante satisfatória.



ONE-PHASE AND TWO-PHASE HOMOLOGOUS CURVES FOR COOLANT PUMPS  
OF THE PRESSURIZED LIGHT WATER NUCLEAR REACTORS

Gilberto Alves dos Santos

ABSTRACT

The two-phase coolant pump model of pressurized light water nuclear reactors is an important point for the loss of primary coolant accident analysis. The single-phase pump characteristics are an essential feature for operational transients studies, for example, the shut-down and start-up of pump. These parameters, in terms of the homologous curves, set up the complete performance of the pump and are input for transients and accidents analysis thermal-hydraulic codes. This work propose a mathematical model able to predict the single-phase and two-phase homologous curves where it was incorporated geometric and operational pump condition. The results were compared with the experimental tests data from literature and it has showed a good agreement.

## LISTA DE FIGURAS

		Pág.
Figura 1	Características da bomba no plano $\nu - \alpha$ .	07
Figura 2	Exemplos de curvas das características da bomba.	07
Figura 3	Exemplo de curvas homólogas da altura manométrica.	11
Figura 4	Exemplo de curvas homólogas do torque hidráulico.	11
Figura 5	Diagrama de velocidade.	24
Figura 6	Triângulos de velocidades.	25
Figura 7	Volume de controle generalizado para impelidores.	25
Figura 8	Quadrante normal - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.	28
Figura 9	Quadrante normal - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento de vazão.	28
Figura 10	Quadrante dissipação - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.	34
Figura 11	Quadrante dissipação - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento de vazão.	34
Figura 12	Quadrante turbina - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.	38
Figura 13	Quadrante turbina - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento da vazão.	38
Figura 14	Modelo do volume de controle.	54
Figura 15	Forças na bolha de vapor.	54

Figura 16	Relações geométricas no ponto de interesse.	54
Figura 17	Matriz de teste obtida por Kastner e Seeberger [29].	61
Figura 18	Variação do coeficiente D com a fração de vazio.	65
Figura 19	Variação do coeficiente E com a fração de vazio.	66
Figura 20	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (monofásica).	79
Figura 21	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga dissipação (monofásica).	80
Figura 22	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (monofásica).	81
Figura 23	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (monofásico).	82
Figura 24	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo dissipação (monofásico).	83
Figura 25	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (monofásico).	84
Figura 26	Fração de vazio no interior do impelidor com $S=3,0$ e $Ni/Alfa=1,0$ (avante).	85
Figura 27	Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com $Ni/Alfa=1,0$ (avante).	86
Figura 28	Fração de vazio no interior do impelidor com $S=3,0$ e $Ni/Alfa=0,5$ (avante).	87
Figura 29	Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com $Ni/Alfa=0,5$ (avante).	88
Figura 30	Fração de vazio no interior do impelidor com $S=3,0$ e $Ni/Alfa=1,0$ (reverso).	89

Figura 31	Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com Ni/Alfa=1,0 (reverso).	90
Figura 32	Fração de vazio no interior do impelidor com S=3,0 e Ni/Alfa=0,5 (reverso).	91
Figura 33	Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com Ni/Alfa=0,5 (avante).	92
Figura 34	Desempenho de S no interior do impelidor com fração de vazio=0,40 e Ni/Alfa=1,0 (avante).	93
Figura 35	Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com Ni/Alfa=1,0 (avante).	94
Figura 36	Desempenho de S no interior do impelidor com fração de vazio=0,40 e Ni/Alfa=0,5 (avante).	95
Figura 37	Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com Ni/Alfa=0,5 (avante).	96
Figura 38	Desempenho de S no interior do impelidor com fração de vazio=0,40 e Ni/Alfa=1,0 (reverso).	97
Figura 39	Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com Ni/Alfa=1,0 (reverso).	98
Figura 40	Desempenho de S no interior do impelidor com fração de vazio=0,40 e Ni/Alfa=0,5 (reverso).	99
Figura 41	Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com Ni/Alfa=0,5 (reverso).	100
Figura 42	Influência da velocidade de deslizamento na degradação da altura manométrica homóloga normal com Ni/Alfa=1,0.	101
Figura 43	Distribuição teórica-experimental da altura manométrica homóloga bifásica normal com Ni/Alfa=1,0.	102

Figura 44	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazio=0,20).	103
Figura 45	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazio=0,40).	104
Figura 46	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazio=0,80).	105
Figura 47	Comparação teórica da degradação da altura manométrica homóloga normal.	106
Figura 48	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga dissipação (fração de vazio=0,20).	107
Figura 49	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga dissipação (fração de vazio=0,40).	108
Figura 50	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazio=0,20).	109
Figura 51	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazio=0,40).	110
Figura 52	Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazio=0,80).	111
Figura 53	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazio=0,20).	112
Figura 54	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazio=0,40).	113
Figura 55	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazio=0,80).	114
Figura 56	Comparação teórica da degradação do torque hidráulico homólogo normal.	115

Figura 57	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo dissipação (fração de vazio=0,20).	116
Figura 58	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo dissipação (fração de vazio=0,40).	117
Figura 59	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazio=0,20).	118
Figura 60	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazio=0,40).	119
Figura 61	Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazio=0,80).	120
Figura 62	Comparação teórica-experimental dos multiplicadores de degradação da altura manométrica e do torque hidráulico para $\frac{\alpha}{\nu} = 1$ .	121
Figura 63	Diagrama típico de reator a água pressurizada.	134
Figura 64	Esquema de bomba de motor encapsulado.	135
Figura 65	Esquema de bomba de vazamento controlado.	136
Figura 66	Comparação da vazão volumétrica sob o efeito de inércia em caso de perda de energia elétrica, entre as bombas de vazamento controlado e de motor encapsulado, ambas com mesma potência inicial.	138
Figura 67	Sistema primário do reator AP-600 da Westinghouse, empregando bombas de motor encapsulado integradas ao gerador de vapor.	139

## LISTA DE TABELAS

Tabela 1	Curvas homólogas monofásicas e bifásicas contidas n códigos computacionais termoidráulicos.	04
Tabela 2	Parâmetros em condições nominais de BRRs.	19
Tabela 3	Parâmetros de bombas modelo.	20
Tabela 4	Modelos de velocidade de deslizamento.	60
Tabela 5	Dados de entrada para a simulação da bomba Combustion-Engineering.	74

## LISTA DE SÍMBOLOS

### Latinos

$a_1$	constante
$a_2$	constante
$a_3$	constante
$A$	área de escoamento
$b$	profundidade da pá do impelidor
$C$	constante
$C_D$	coeficiente de Drag
$D$	constante
$D_E$	diâmetro equivalente
$D_I$	diâmetro do impelidor
$E$	constante
$E_0$	número de Eötvás
$F_B$	força de Basset
$F_{cf}$	força centrífuga
$F_D$	força de Drag
$F_{mv}$	força de massa virtual
$F_p$	força de pressão
$F_{cfL}$	projeção de $F_{cf}$ longitudinalmente na superfície
$F_{cfs}$	projeção de $F_{cf}$ na coordenada absoluta $s$
$F_s$	força atuante na coordenada absoluta $s$
$F_y$	força devido a diferença de massa específica entre as fases
$g$	aceleração da gravidade



$h$	altura manométrica normalizada
$H$	altura manométrica
$K$	constante
$\dot{m}$	vazão mássica
$M$	multiplicador bifásico
$N$	velocidade de rotação
$Q$	vazão volumétrica
$r$	raio do impelidor
$s$	coordenada absoluta
$S$	velocidade de deslizamento
$T$	torque hidráulico
$u$	velocidade circunferencial
$v$	velocidade absoluta
$V$	volume da bolha de vapor
$v_m$	componente meridiana de $\underline{v}$
$v_u$	componente periférica de $\underline{v}$
$w$	velocidade relativa
$x$	título mássico
$X$	coordenada homóloga independente
$Y$	coordenada homóloga dependente
$z$	número de pás do impelidor

### Gregos

$\alpha$	velocidade de rotação normalizada
$\alpha_f$	fração de vazio
$\alpha'$	ângulo entre $\underline{v}$ e $\underline{u}$
$\alpha'_3$	ângulo de inclinação do difusor

$\beta$	torque hidráulico normalizado
$\beta_{vol}$	título volumétrico
$\beta'$	ângulo entre $\underline{w}$ e $\underline{u}$
$\gamma$	pêso específico
$\gamma'$	ângulo meridiano de inclinação
$\eta$	rendimento hidráulico
$\lambda$	razão do número de Weber e o quadrado do número de Reynolds
$\mu_1$	viscosidade dinâmica do líquido
$\nu$	vazão volumétrica normalizada
$\pi$	3,1416
$\rho$	massa específica
$\sigma$	tensão superficial
$\tau$	momento das forças externas
$\phi_1$	coeficiente adimensional da vazão volumétrica
$\psi_1$	coeficiente adimensional da altura manométrica
$\psi_2$	coeficiente adimensional do torque hidráulico
$\omega$	velocidade angular do impelidor

### Subscritos

bif	condição bifásica
dis	quadrante dissipação
l	líquido
mon	condição monofásica
nor	quadrante normal
r	condição nominal
tur	quadrante turbina

- v vapor
- 1 lado de entrada do impelidor
- 2 lado de saída do impelidor

## SUMÁRIO

	Pág.
RESUMO . . . . .	vi
ABSTRACT . . . . .	vii
LISTA DE FIGURAS . . . . .	viii
LISTA DE TABELAS . . . . .	xiii
LISTA DE SÍMBOLOS . . . . .	xiv
CAPÍTULO 1 - INTRODUÇÃO . . . . .	1
1.1 Relevância do Problema . . . . .	1
1.2 Curvas Homólogas . . . . .	5
1.3 Revisão Bibliográfica . . . . .	15
CAPÍTULO 2 - DESENVOLVIMENTO DO MODELO TEÓRICO . . . . .	23
2.1 Equação de Euler para Bombas . . . . .	23
2.2 Modelo de Curvas Homólogas Monofásicas . . . . .	27
2.2.1 Quadrante Normal . . . . .	27
2.2.2 Quadrante Dissipação . . . . .	33
2.2.3 Quadrante Turbina . . . . .	37
2.3 Modelo de Curvas Homólogas Bifásicas . . . . .	41
2.3.1 Quadrante Normal . . . . .	41
2.3.2 Quadrante Dissipação . . . . .	46
2.3.3 Quadrante Turbina . . . . .	49
2.4 Fração de Vazio no Impelidor . . . . .	51
2.5 Velocidade de Deslizamento no Impelidor . . . . .	59
2.6 Modelo do Torque Hidráulico . . . . .	62
2.7 Condições Nominiais Bifásicas . . . . .	64

<b>CAPÍTULO 3 - APLICAÇÃO DO MODELO E AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS</b>	<b>67</b>
3.1 Programa Computacional CURVHOM	67
3.2 Aplicação do Modelo	71
3.3 Avaliação dos Resultados	73
<b>CAPÍTULO 4 - CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES</b>	<b>122</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>125</b>
<b>APÊNDICE A Bombas Centrífugas em Reatores Nucleares a Água Leve</b>	
Pressurizada	133
<b>APÊNDICE B Relações de Similaridade</b>	<b>141</b>

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

#### 1.1 - Relevância do Problema.

No projeto dos sistemas de segurança e durante o processo de licenciamento de reatores nucleares a água leve pressurizada é dado grande importância para a refrigeração do núcleo quando de um acidente postulado de perda de refrigerante primário. A análise deste acidente inclui estudos sobre a vazão no núcleo e a sobrevelocidade da bomba no circuito quebrado, ambos dependentes das características das Bombas de Refrigeração do Reator (BRRs). Outros eventos, como por exemplo, partida de circuito primário inativo e parada de uma ou mais BRRs, também necessitam destas características de desempenho. A utilização dessas e de outras bombas centrífugas em reatores nucleares é apresentada sucintamente no Apêndice A.

A simulação destes eventos é normalmente realizada através de códigos computacionais termohidráulicos [1], tais como: CATHARE [2], DRUFAN-01/MOD2 [3], THYDE/P2 [4], RELAP4/MOD5 [5], RELAP5/MOD1 [6], RETRAN/02 [7] e TRAC/PF1 [8]. Para a modelagem das BRRs, o usuário deve fornecer informações específicas do transiente operacional ou do acidente simulado, tais como, as condições nominais de operação e as curvas características das bombas. Estas curvas características representam o desempenho das BRRs e são expressas em termos de curvas homólogas e dos multiplicadores de degradação bifásicos, onde estes últimos são funções relacionando as curvas homólogas monofásicas e bifásicas.

Geralmente, os códigos computacionais termoidráulicos contém, intrinsecamente, informações sobre curvas homólogas conforme apresentado na tabela 1, de modo a possibilitar uma simulação preliminar do transiente operacional ou acidente simulado. Essas informações estão apoiadas no fato de que bombas centrífugas similares com respeito à velocidade específica apresentam comportamento termoidráulico semelhante, de acordo com as relações de similaridade apresentadas no Apêndice B.

Cada central nuclear possui BRRs com valores de velocidades específicas próprias e diferentes uma das outras centrais. A grande dificuldade está na indisponibilidade das curvas homólogas para determinados valores de velocidades específicas, uma vez que a maioria dos fabricantes das BRRs não divulgam totalmente os resultados obtidos em circuitos experimentais. Além disso, os dados publicados na literatura quase sempre contém informações inadequadas para serem utilizadas diretamente no cálculo de uma central nuclear específica. A parte experimental é muito importante neste estudo, pois a qualificação de programas de cálculo para a análise de acidentes de perda de refrigerante em reatores nucleares a água leve pressurizada requer, conforme Norma CNEN-NE-1.19 [9], que o modelo simulado de bomba para o regime de escoamento bifásico deve ser qualificado por dados experimentais aplicáveis e que satisfaçam a condição de similaridade com respeito à velocidade específica.

O objetivo deste trabalho consiste no desenvolvimento de um modelo matemático para obtenção de curvas homólogas monofásicas e bifásicas de bombas de refrigeração de reatores nucleares refrigerados a água leve pressurizada. O modelo é baseado na equação de Euler para bombas e tem como parâmetros básicos as

condições geométricas e operacionais das BRRs. Elaborou-se um programa computacional denominado CURVHOM (CURVas HOMólogas) capaz de fornecer para a altura manométrica e o torque hidráulico, as curvas homólogas monofásicas, as curvas homólogas bifásicas para um determinado valor de fração de vazão, a degradação bifásica e os multiplicadores de degradação bifásicos.



Tabela 1: Curvas homólogas monofásicas e bifásicas contidas em códigos computacionais termoidráulicos (o valor abaixo de cada bomba representa a velocidade específica em  $\text{rpm.gpm}^{1/2}.\text{ft}^{-3/4}$ ).

Códigos	Curvas homólogas							
	Monofásicas				Bifásicas			
	Semi	Loft	Bing	West	Semi	Loft	Bing	West
	926	3300	4200	5200	926	3300	4200	5200
RELAP4/MOD5			X	X	X			
RELAP5/MOD1			X	X	X			
RETRAN-02			X	X	X			
TRAC/PF 1	X	X			X	X		

Semi = Bomba Semiscale

Loft = Bomba Loss of Fluid Test

Bing = Bomba Bingham Williamette

West = Bomba Westinghouse

## 1.2 - Curvas Homólogas.

Normalmente, o desempenho completo do funcionamento das BRRs pode ser obtido relacionando a razão normalizada da vazão volumétrica  $\nu$  e a velocidade de rotação  $\alpha$ , para as diferentes zonas de operação, conforme mostrado na figura 1. Assim o plano  $\nu$ - $\alpha$  pode ser dividido em quatro quadrantes [10], a saber:

1° quadrante ( $\nu \geq 0$  e  $\alpha \geq 0$ ): Normal (N)

2° quadrante ( $\nu < 0$  e  $\alpha > 0$ ): Dissipação (D)

3° quadrante ( $\nu \leq 0$  e  $\alpha \leq 0$ ): Turbina (T)

4° quadrante ( $\nu > 0$  e  $\alpha < 0$ ): Reverso (R)

onde  $\nu$  e  $\alpha$  são definidos pelas seguintes expressões:

$$\nu = \frac{Q}{Q_r} \quad (1)$$

$$\alpha = \frac{N}{N_r} = \frac{\omega}{\omega_r} \quad (2)$$

sendo

Q vazão volumétrica

N velocidade de rotação

$\omega$  velocidade angular de rotação

subscrito r denomina a condição nominal

As curvas deste desempenho, no plano  $\nu - \alpha$ , são expressas pelas linhas constantes da altura manométrica normalizada  $h$  e do torque hidráulico normalizado  $\beta$ , conforme mostrado na figura 2 [10], onde  $h$  e  $\beta$  são definidos por:

$$h = \frac{H}{H_r} \quad (3)$$

$$\beta = \frac{T}{T_r} \quad (4)$$

ou

$$\beta = \frac{T \cdot \rho_r}{T_r \cdot \rho_m} \quad (5)$$

com

$\rho_r$  massa específica na condição nominal

$\rho_m$  massa específica média da mistura bifásica

$H$  altura manométrica

$T$  torque hidráulico

Para as curvas homólogas, os eixos da abscissa (X) e da ordenada (Y) são definidos da seguinte forma:

para  $|\nu/\alpha| \leq 1$ ,

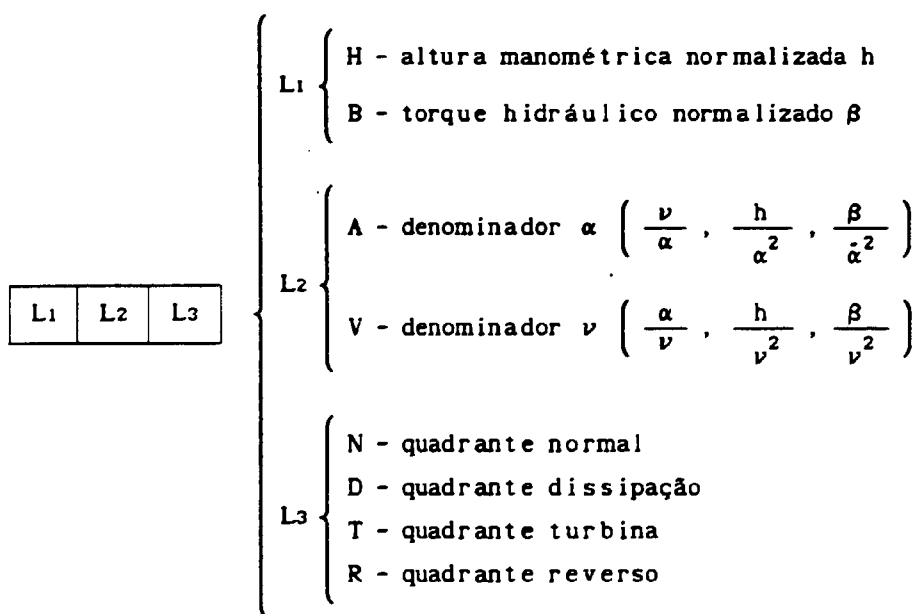
$$X = \frac{\nu}{\alpha} \quad Y = \frac{h}{\alpha^2} \quad Y = \frac{\beta}{\alpha^2} \quad (6)$$



para  $|\alpha/\nu| < 1$ ,

$$X = \frac{\alpha}{\nu} \quad Y = \frac{h}{\nu^2} \quad Y = \frac{\beta}{\nu^2} \quad (7)$$

As figuras 3 e 4 são exemplos [11] que descrevem as seguintes curvas homólogas, ressaltando que a sua nomenclatura é estabelecida pela identificação das três letras que compõe o seu título, da seguintes forma:



Deste modo, teremos:

Curva HAN:

$h/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante normal: a vazão volumétrica normalizada varia do valor nominal ( $\nu/\alpha=1$ ) até a altura manométrica de vazão nula ("shutoff",  $\nu/\alpha=0$ ).

Curva HVN:

$h/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante normal: a vazão volumétrica normalizada varia de

valores altos ( $\alpha/\nu=0$ ) até o valor nominal ( $\alpha/\nu=1$ ). A parte negativa da curva mostra uma queda de pressão na bomba na direção do escoamento.

Curva HAD:

$h/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante dissipação: a direção do escoamento é reversa enquanto que a rotação e a altura manométrica permanecem na direção normal.

Curva HVD:

$h/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante dissipação: o escoamento é reverso enquanto que a rotação e a altura manométrica permanecem na direção normal.

Curva HAT:

$h/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante turbina: diminuindo  $\nu/\alpha$  implica no aumento da velocidade de rotação.

Curva HVT:

$h/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante turbina: o escoamento e a rotação são reversos, enquanto a altura manométrica está na direção normal. O aumento de  $\alpha/\nu$  implica no aumento da velocidade de rotação.

Curva HAR:

$h/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante reverso: a rotação é reversa enquanto que a vazão volumétrica e a altura manométrica são positivas.

Curva HVR:

$h/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante reverso: vazão volumétrica positiva para rotação negativa.

Curva BAN:

$\beta/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante normal: o torque diminui do valor nominal ( $\nu/\alpha=1$ ) até valores de vazão volumétrica zero.

Curva BVN:

$\beta/\nu^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante normal: torque da transmissão aumenta de valores negativos das altas vazões volumétricas ( $\alpha/\nu=0$ ) até valores positivos de

forma a produzir uma elevação positiva da pressão.

Curva BAD:

$\beta/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante dissipação: torque e rotação são positivos contra uma vazão volumétrica negativa.

Curva BVD:

$\beta/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante dissipação: torque e rotação são positivos contra uma vazão volumétrica reversa. Em  $\nu/\alpha=0$ ,  $\beta/\nu^2$  fornece o torque de rotor travado com vazão volumétrica negativa.

Curva BAT:

$\beta/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante turbina: o torque na transmissão diminui com o aumento da rotação (diminuindo  $\nu/\alpha$ ), cruza a abscissa (na sobrevelocidade) e então reverte.

Curva BVT:

$\beta/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante turbina: rotação e vazão volumétrica são reversas; o torque da transmissão está no mesmo sentido que na operação normal.

Curva BAR:

$\beta/\alpha^2$  versus  $\nu/\alpha$  - Quadrante reverso: torque e rotação são negativos contra uma vazão volumétrica positiva.

Curva BVR:

$\beta/\nu^2$  versus  $\alpha/\nu$  - Quadrante reverso: Vazão volumétrica positiva com torque e rotação negativos.

Na simulação de um Acidente por Perda de Refrigerante Primário (APRP), pode-se postular a ruptura da tubulação na sucção ou na descarga das BRRs. A seqüência que a bomba percorre durante cada evento é a seguinte:

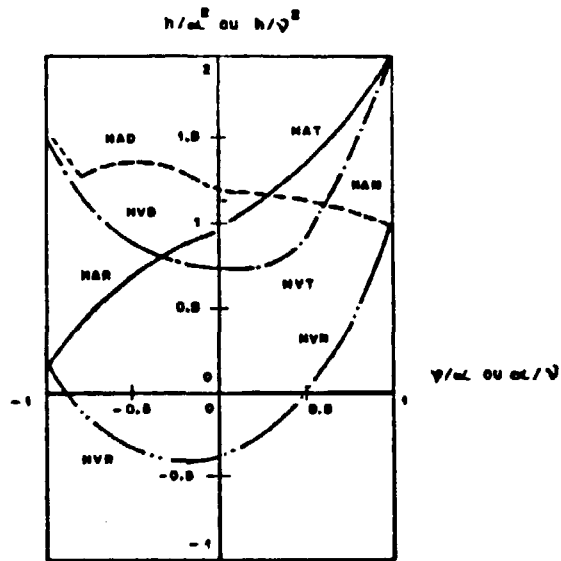


Figura 3 Exemplo de curvas homólogas da altura manométrica.

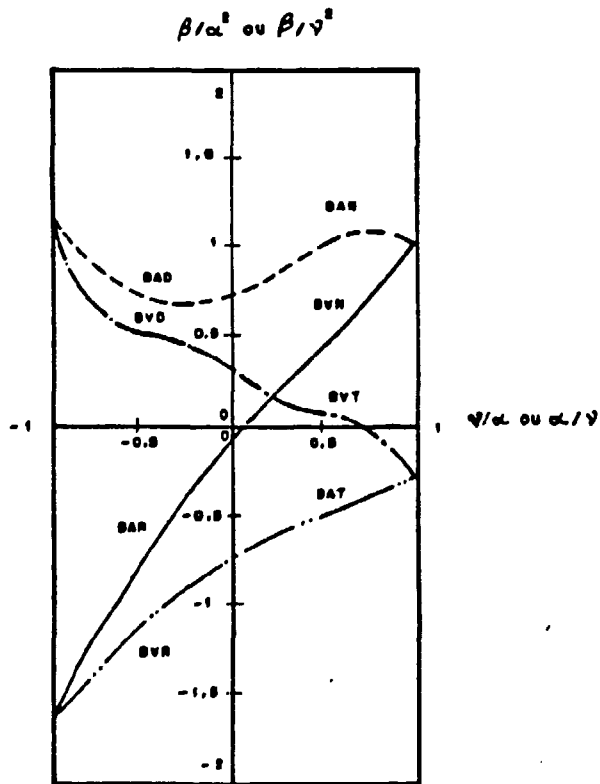


Figura 4 Exemplo de curvas homólogas do torque hidráulico.



Ruptura na sucção: A vazão reverterá rapidamente através da bomba, tal que, por um curto período de tempo a velocidade de rotação estará avante, ou seja, a bomba encontra-se no quadrante dissipação. Como é usual a colocação de travas de segurança nas BRRs para evitar rotações reversas, o impelidor não inverterá seu sentido de rotação. No caso de falha deste dispositivo durante um APRP, o torque reverterá e poderá ser maior que o torque máximo admissível para o motor.

Ruptura na descarga: O próprio fluido será forçado através da bomba no sentido avante por causa da violenta despressurização. A bomba alcançará uma sobrevelocidade no quadrante normal e, caso o fornecimento de energia elétrica seja interrompido, a bomba provavelmente permanecerá neste quadrante durante a despressurização.

Nos reatores nucleares a água leve pressurizada, podem existir outras BRRs e, dependendo do arranjo da planta, uma bomba pode estar conectada em paralela com a bomba do circuito quebrado. Estas bombas também estarão sujeitas ao escoamento avante e reverso, e necessitam da identificação das suas características nestas situações adversas. Devido a configuração dos projetos de reatores nucleares, torna-se difícil descrever as circunstâncias nas quais as BRRs seriam forçadas a operar no quarto quadrante, ou seja, vazão avante e velocidade de rotação reversa. Diante disso, o presente modelo não abrange o quadrante reverso.

Deve-se ressaltar que o conhecimento da fração de vazio dentro da bomba é uma medida importante a ser considerada, visto que o cálculo da altura manométrica bifásica normalizada  $h$ , pode ser feito através das medidas experimentais dos seguintes parâmetros:

$$h = \frac{\frac{\Delta P}{\rho_m \cdot g}}{\frac{\Delta P_r}{\rho_r \cdot g}} = \frac{\Delta P}{\rho_m \cdot g \cdot H_r} \quad (8)$$

sendo

$$\rho_m = \rho_l \cdot (1 - \alpha_f) + \rho_v \cdot \alpha_f \quad (9)$$

onde

$\Delta P$  diferença de pressão entre a sucção e a descarga

$\rho_l$  massa específica do líquido

$\rho_v$  massa específica do vapor

$\alpha_f$  fração de vazio

Logo, ao substituir as expressões (5) e (8) em (6) e (7), obtém-se experimentalmente os parâmetros homólogos de  $\frac{h}{\alpha^2}$ ,  $\frac{h}{v^2}$ ,  $\frac{\alpha}{v}$  ou  $\frac{v}{\alpha}$ , notando que eles variam em função da fração de vazio, ou seja, as curvas homólogas bifásicas têm valores diferentes para cada valor da fração de vazio.

Tendo em vista a dificuldade de se inserir as curvas homólogas bifásicas para cada valor de fração de vazio nos códigos computacionais, utiliza-se um multiplicador de degradação bifásico, que é uma função de ponderação, capaz de prever curvas homólogas com diferentes valores de fração de vazio. O termo degradação significa um excessivo declínio na eficiência da altura manométrica da bomba resultante do aparecimento da mistura bifásica.

O multiplicador de degradação  $M(\alpha_f)$  relaciona valores da curva homóloga de degradação  $Y(\alpha_f)$  para fração de vazão  $\alpha_f$ , a curva homóloga monofásica  $Y_{mon}(X)$  ( $X = \alpha/\nu$ ) e a curva homóloga bifásica  $Y_{min}^{bif}(X)$ , sendo dado por:

$$M(\alpha_f) = \frac{Y_{mon}(X) - Y_{\alpha_f}^{bif}}{Y_{min}^{bif}(X) - Y_{\alpha_f}^{bif}} \quad (10)$$

onde

$M(\alpha_f)$  multiplicador de degradação (H ou T);

$Y_{mon}(X)$  função homóloga monofásica  $\left(\frac{h}{\alpha^2}, \frac{h}{\nu^2}, \frac{\beta}{\alpha^2} \text{ ou } \frac{\beta}{\nu^2}\right)$ ;

$Y_{\alpha_f}^{bif}$  função homóloga bifásica em função da fração de vazão.

$Y_{min}^{bif}(X)$  função homóloga bifásica que fornece o menor valor dos parâmetros homólogos  $\left(\frac{h}{\alpha^2}, \frac{h}{\nu^2}, \frac{\beta}{\alpha^2} \text{ ou } \frac{\beta}{\nu^2}\right)$ . Esta função é a curva homóloga cuja fração de vazão produz a maior degradação na bomba;

X parâmetro homólogo independente  $\left(\frac{\alpha}{\nu} \text{ ou } \frac{\nu}{\alpha}\right)$ .

Neste modelo  $M(\alpha_f)$  dependerá dos valores assumidos para X. Uma vez estipulado este valor, podemos reproduzir  $Y_{\alpha_f}^{bif}$  para qualquer valor de  $\alpha_f$ . Ou seja:

$$Y_{\alpha_f}^{bif} = Y_{mon}(X) - M(\alpha_f) \cdot \left[ Y_{min}^{bif}(X) - Y_{\alpha_f}^{bif} \right] \quad (11)$$

Normalmente, os códigos computacionais termoidráulicos [1-8], têm apresentado tabelas dos multiplicadores de degradação para valores de  $X=1,0$  com  $\alpha=\nu=0,5$ , e aplicam estes valores para todos os quadrantes de qualquer bomba, independente do valor da velocidade específica.

### 1.3 - Revisão Bibliográfica.

A literatura apresenta diversos modelos teóricos, semi-empíricos e empíricos sobre o comportamento das bombas na condição bifásica. Os modelos em geral fornecem a diferença de pressão entre a entrada e saída da bomba, ou ainda, as curvas homólogas monofásicas e bifásicas da altura manométrica e do torque hidráulico.

O modelo desenvolvido por Grison e Lauro [12] considera a vazão crítica no interior da bomba, isto é, a máxima vazão que um fluido compressível (monofásico ou bifásico) pode atingir, escoando sob dadas condições iniciais. Este modelo incorpora as perdas de pressão por fricção, efeitos de descolamento do fluido na pá e de recirculação. Aplicou-se a teoria clássica de bombas apoiada na equação de Euler [13], e a hipótese geral de que o escoamento mantém a direção do elemento de saída (difusor ou impelidor), conforme o sentido positivo ou negativo da vazão. Construiu-se um circuito experimental chamado EPOPEE [12] para validação deste modelo e estudos de escoamento crítico em tubulações. Uma primeira comparação com os dados experimentais mostrou bons resultados para o escoamento crítico e altura manométrica. Contudo, os autores revelam em suas conclusões a limitação do modelo, e propõem um melhor conhecimento da representação do escoamento bifásico no interior da bomba e da troca de massa entre as fases líquida e vapor.

O modelo semi-empírico de Mikielewicz *et alii* [14] é baseado no conhecimento prévio do desempenho monofásico da bomba, relações empíricas de perda de pressão em tubos, razão de deslizamento entre as velocidades do líquido e vapor

fornecidas por testes em tubos, e condições geométricas do impelidor. Os autores comparam este modelo com dados experimentais da bomba Semiscale [15] e Babcock & Wilcox [16] nos quatro quadrantes, concluindo cautelosamente da necessidade de testes adicionais para generalizar este modelo com bombas de diferentes geometrias.

Schneider e Winkler [17] desenvolveram um modelo semi-empírico de bombas baseado em três efeitos importantes, a saber: separação perpendicular das fases no impelidor (alterando a velocidade circunferencial), compressibilidade da mistura bifásica e deslizamento entre fases. Na avaliação do desenvolvimento de cada termo dos efeitos de degradação, encontram-se alguns fatores que, segundo os autores, dependem da vazão, onde a determinação experimental destes parâmetros representa a contribuição empírica do modelo. Os autores compararam seus resultados com testes experimentais de uma bomba do tipo Andritz (bomba axial), onde várias discrepâncias foram observadas principalmente para valores de fração de vazio acima de 50%.

Sami e Tran [18] desenvolveram um modelo para determinar a resposta dinâmica da bomba utilizando o mesmo tratamento matemático do estado estacionário de Mikiekewicz *et alii* [14], equação termoidráulica de não equilíbrio de Grison e Lauro [12] e razão de deslizamento entre as fases, sendo que esta razão não varia no interior da bomba. A comparação teórica-experimental com os dados da Combustion-Engineering [19] e Semiscale [15] mostraram-se satisfatórios, ressaltando que algumas discrepâncias encontradas são atribuídas à falta de informação das perdas de pressão por fricção, deslizamento do fluido com a pá, e recirculação do fluido no interior da bomba, que não estão disponíveis nos dados experimentais.

O modelo termodinâmico desenvolvido por Zarechnak *et alii* [20] requer como conhecimento prévio do desempenho bifásico do torque hidráulico da bomba, a velocidade de rotação, as condições físicas de entrada do fluido e o rendimento hidráulico da bomba no escoamento monofásico. A variação de pressão é determinada pelo cálculo da mudança de entalpia e entropia através da bomba, supondo que não há transferência de calor no processo e desprezando os termos de velocidade e cotas de elevação. A comparação teórica-experimental fornece resultados satisfatórios para baixas frações de vazio. No entanto, este modelo apresenta o inconveniente do conhecimento prévio da curva homóloga bifásica do torque hidráulico.

Furuya [21] desenvolveu um modelo analítico para bombas em escoamento bifásico baseado na análise de acumulação de gás e na velocidade de deslizamento em impelidores do modelo de difusores realizado por Zakem [22], considerando escoamento unidimensional e tamanho constante das bolhas. Além disto, este modelo incorpora a geometria da bomba, a fração de vazio e o regime de escoamento, desprezando os efeitos de compressibilidade e condensação. Os resultados numéricos no quadrante normal para a degradação da altura manométrica e o torque obtiveram comparações favoráveis com os dados em condições bifásicas água-ar obtidos pela Babcock & Wilcox [16] e Creare [11]. O modelo não abrange os quadrantes dissipação e turbina.

Um outro modelo analítico é o de Wilson *et alii* [23] que utiliza a equação de Euler adotando, como primeira aproximação, que o ângulo do momento médio relativo ao rotor é o mesmo em escoamento monofásico e bifásico. Neste modelo as suposições usadas nos cálculos para o segundo quadrante são as mesmas para o terceiro, e não há extensão para o quarto quadrante.

Para a predição do torque hidráulico, Fujie [24] utilizou as velocidades do gás e do líquido na saída do impelidor obtidas pelas equações de conservação da quantidade de movimento de ambas as fases. Porém, este modelo ajusta-se satisfatoriamente aos dados experimentais da Combustion-Engineering [19] somente no quadrante normal.

Através dos dados experimentais da Combustion-Engineering [19], Creare [11] e Babcock & Wilcox [16], Bozoian [25,26] utilizou métodos de regressão para estabelecer polinômios de correlação para as curvas homólogas da altura manométrica, cujos coeficientes dependem da fração de vazio. Entretanto, estes polinômios não são adequados para bombas com velocidades específicas diferentes daquelas que geraram os mesmos.

Vários circuitos experimentais foram construídos para estudos de escoamento bifásico em bombas, incluindo visualização de fenômenos bifásicos em bombas transparentes [10]. Alguns destes circuitos produziram dados que atualmente são utilizados como curvas homólogas de referência em códigos termoidráulicos. As comparações dos principais parâmetros de BRRs e bombas modelo estão resumidas nas tabelas 2 e 3.

Tabela 2: Parâmetros em condições nominais de BRRs.

Parâmetro	BRR Bingham-Wil. (B-W) [11]	BRR Byron-Jack. (B-J) [11]	BRR Westinghouse (W) [27,28]	BRR Kraf. Union (KWU) [29,30]
Pressão (bar)	1 - 155	1 - 155	1 - 155	1 - 155
Altura mano- métrica (m)	121	77	85	92
Vazão volumé- trica (m <sup>3</sup> /s)	6,57	5,49	5,58	6,46
Velocidade de rotação (rpm)	1190	900	1189	1490
Velocidade específica rpm.gpm.ft <sup>3/4</sup>	4319	4200	5167	6583



Tabela 3: Parâmetros de bombas modelo.

Parâmetro	Semiscale [15,31] 1974	Wemd 93A [27,28] 1974	Babcock & Wilcox [16,32] 1977	Epopee [33] 1977
Escala	sem escala	1:2,6 da Westinghouse	1:3 da Bingham- Will.	1:10 de BRR típica
Pressão (bar)	14 - 62	não disponível	0,34 - 6,5	120
Altura mano- métrica (m)	59	152	119	71 - 214
Vazão volumé- trica (m <sup>3</sup> /s)	0,011	0,018	0,707	0,224
Velocidade de rotação (rpm)	3560	3560	3580	15000
Velocidade específica rpm.gpm.ft <sup>3/4</sup>	926	550	4317	172
Fração de vazio	0,0 - 1,0	não disponível	0,0 - 0,9	0,0 - 1,0
Fluido	água-vapor	água-ar	água-ar	água-vapor

Tabela 3: Parâmetros de bombas modelo. (cont.)

Parâmetro	Combustion-Engineering [19,34] 1977	Creare [35] 1978	Fast [36] 1980	Model [37] 1980
Escala	1:5 da Byron-Jackson	1:20 da Byron-Jackson	não disponível	1:5 de BRR para reator tipo CANDU
Pressão (bar)	34,5 - 68,9	6,9 34,5	55	55
Altura manométrica (m)	77	77	69	48
Vazão volumétrica (m <sup>3</sup> /s)	0,221	0,011	0,284	0,016
Velocidade de rotação (rpm)	4500	18000	3600	1180
Velocidade específica rpm.gpm.ft <sup>3/4</sup>	4209	4200	4150	2370
Fração de vazio	0,0 - 1,0	0,0 - 1,0	0,0 - 0,35	0,0 - 0,4
Fluido	água-vapor	água-ar água-freon água-vapor	água-N <sub>2</sub>	água-vapor

Tabela 3: Parâmetros de bombas modelo. (cont.)

Parâmetro	PWR da KWU RS 111 [29,30] 1982	EPRI-Davis [38] 1985	PLR (BWR) [10] 1986	Torino [39] 1986
Escala	1:4	não disponível	1:6	não disponível
	1:5		1:12	
			1:20	
Pressão (bar)	20 - 70	não disponível	70	não disponível
Altura manométrica (m)	93	4,6	222,5	28,5
	90		222,5	
			25,0	
Vazão volumétrica (m <sup>3</sup> /s)	0,35	0,011	0,0744	0,0011
	0,20		0,0186	
			0,0650	
Velocidade de rotação (rpm)	6360	1000	16680	2850
	8480		8400	
			1398	
Velocidade específica rpm.gpm. <sup>1/2</sup> .ft <sup>3/4</sup>	6472	1727	3000	387
	6730		2000	
			500	
Fração de vazio	0,0 - 1,0	0,0 - 0,8	0,0 - 1,0	0,0 - 0,8
Fluido	água-vapor	água-ar	água-vapor	água-ar

## CAPÍTULO 2

### DESENVOLVIMENTO DO MODELO TEÓRICO

#### 2.1 - Equação de Euler para Bombas.

Um estudo do escoamento do fluido através do impelidor, conforme figura 5, pode ser feito pelos chamados triângulos de velocidade [13,40,41]. Estes triângulos, figura 6, podem ser obtidos em qualquer ponto do percurso do escoamento entre as pás, mas freqüentemente é dada atenção especial aos pontos de sucção e descarga da bomba.

Para um volume de controle generalizado [40] de um impelidor, figura 7, com o fluido entrando em  $r_1$  com velocidade  $v_{u1}$  e saindo em  $r_2$  com velocidade  $v_{u2}$ , teremos que o momento das forças externas  $\tau$ , para o escoamento estacionário unidimensional pode ser dado por:

$$\tau = \frac{dm}{dt} \cdot (r_2 \cdot v_{u2} - r_1 \cdot v_{u1}) \quad (12)$$

O termo  $\frac{dm}{dt}$ , quando extendido para todo o impelidor, representa a taxa de massa através da bomba, sendo dado por:

$$\frac{dm}{dt} = Q \cdot \rho \quad (13)$$

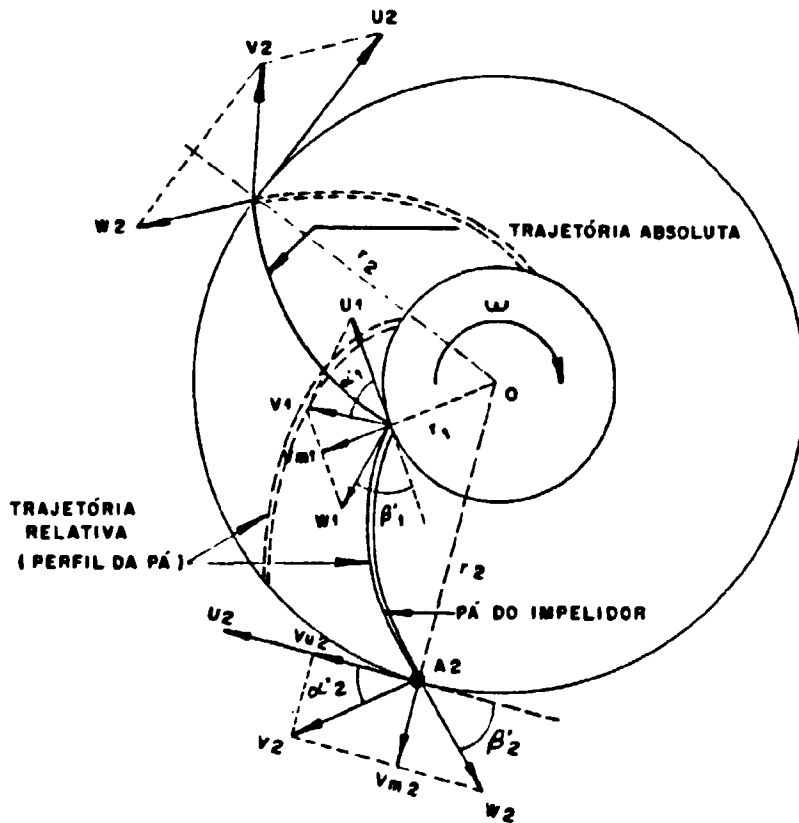


Figura 5 Diagrama de velocidade.

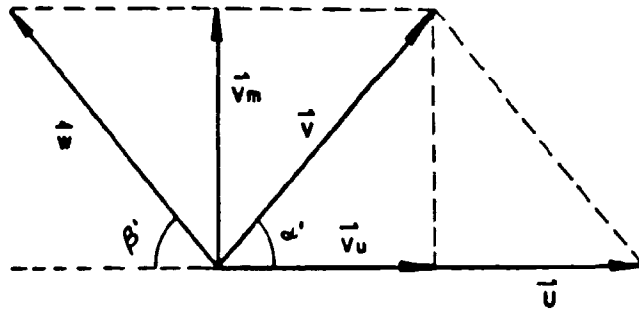


Figura 6 Triângulos de velocidades.

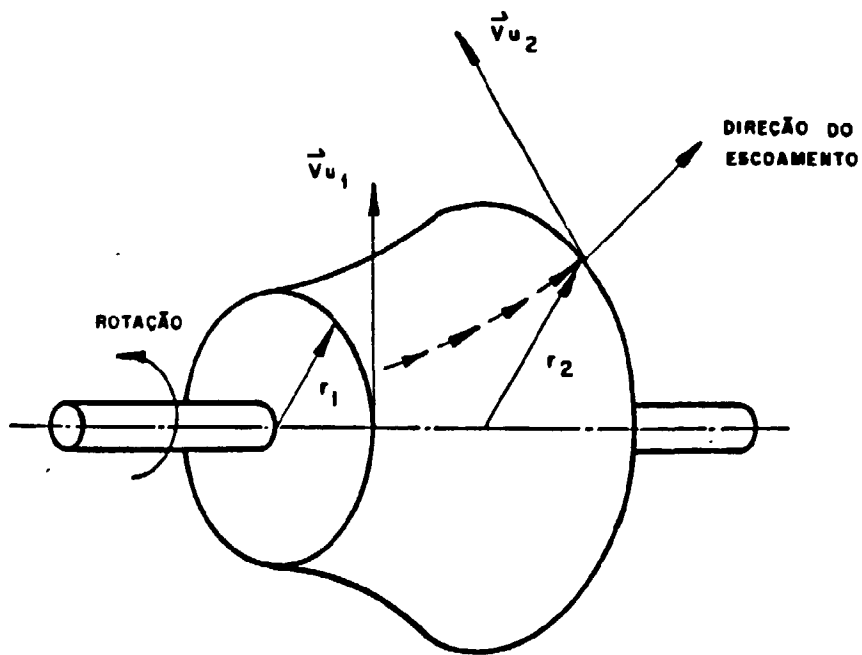


Figura 7 Volume de controle generalizado para impelidores.

Substituindo a taxa de massa na equação (12) e multiplicando ambos os lados pela velocidade angular  $\omega$  do impelidor, teremos:

$$\tau \cdot \omega = Q \cdot \rho \cdot \omega \cdot (r_2 \cdot v_{u2} - r_1 \cdot v_{u1}) \quad (14)$$

O termo esquerdo da equação (14) representa a potência de entrada aplicada ao líquido pelas pás do impelidor. Assumindo que não existem perdas entre o impelidor e o ponto onde a altura manométrica total é medida, teremos:

$$\tau \cdot \omega = Q \cdot \rho \cdot g \cdot H \quad (15)$$

Portanto, de (15) em (14), teremos:

$$H \cdot g = u_2 \cdot v_{u2} - u_1 \cdot v_{u1} \quad (16)$$

sendo

$$u = \omega \cdot r \quad (17)$$

A equação (16) é conhecida como a equação de Euler para bombas, a qual servirá de base para o desenvolvimento do presente modelo para curvas homólogas.

## 2.2 - Modelo de Curvas Homólogas Monofásicas.

### 2.2.1 - Quadrante Normal.

O quadrante normal é caracterizado por  $\nu \geq 0$  e  $\alpha \geq 0$ , de acordo com a figura 8, com  $\nu$  e  $\alpha$  definidos pelas equações (1) e (2), respectivamente. Admite-se que os triângulos de velocidades são aqueles dados na figura 9, onde no lado de entrada supõe-se que o escoamento flui radialmente, ou seja, não se considera pré-rotação do fluido na entrada ( $\alpha' = 90^\circ$ ). Assim,

$$v_{u1} = 0 \quad (\text{escoamento radial}) \quad (18)$$

$$v_{u2} = u_2 - \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \beta'_2} \quad (19)$$

Aplicando (18) e (19) em (16), teremos:

$$H \cdot g = u_2 \cdot \left( u_2 - \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \beta'_2} \right) \quad (20)$$

A componente meridiana de  $\underline{v}$  e a velocidade circunferencial  $\underline{u}$  podem ser dadas por:

$$v_{m1} = \frac{Q}{2 \cdot \pi \cdot r_1 \cdot b_1} \quad i=1,2 \quad (21)$$

$$u_i = \omega \cdot r_i \quad i=1,2 \quad (22)$$



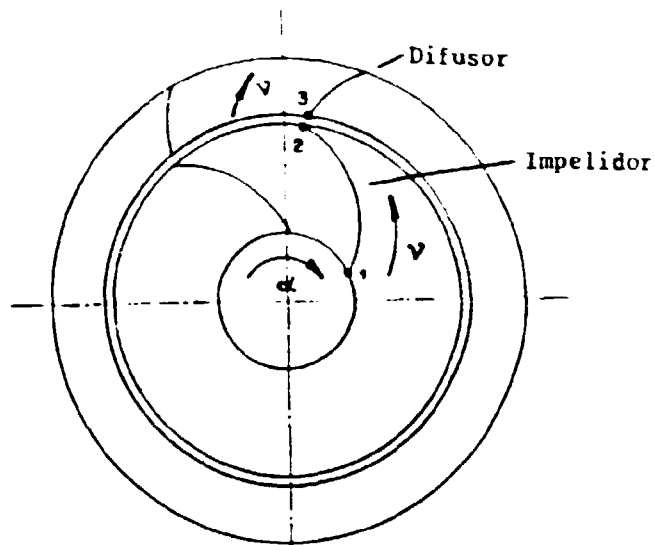


Figura 8 Quadrante normal - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.

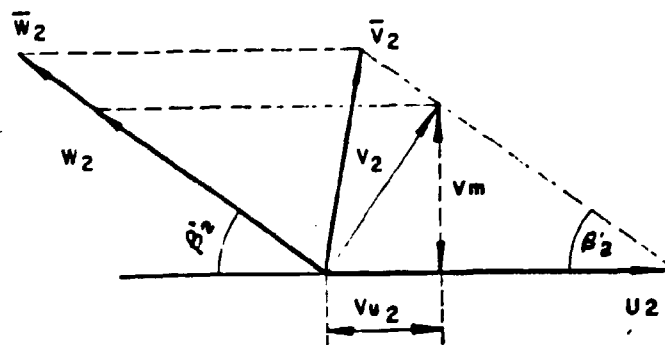
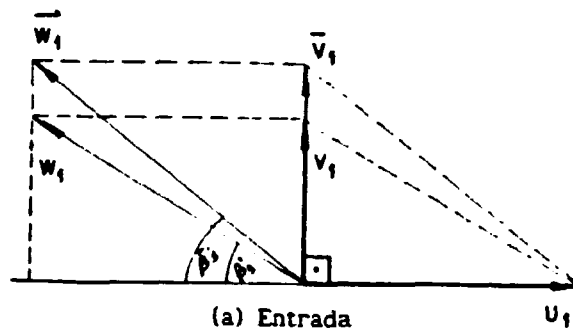


Figura 9 Quadrante normal - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento de vazão.

onde

b profundidade da pá do impelidor

$\omega$  velocidade angular do impelidor

r raio do impelidor

Q vazão volumétrica

sendo o subscrito  $i$  representando o ponto de sucção ( $i=1$ ) e o ponto de descarga ( $i=2$ ).

De (21) e (22) em (20), teremos:

$$H = \frac{r^2}{g} \cdot \omega^2 - \frac{1}{2\pi} \cdot \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg}\beta'_2 \cdot g} \cdot \omega \cdot Q \quad (23)$$

Substituindo na expressão (23) os parâmetros homólogos definidos pelas expressões (1) a (3), teremos:

$$h = C_1 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot \alpha \cdot \nu \quad (24)$$

com

$$C_1 = \frac{\omega_r^2 \cdot r^2}{H_r \cdot g} \quad (25)$$

$$C_2 = \frac{\omega_r \cdot Q_r}{2\pi \cdot H_r \cdot g} \quad (26)$$

$$C_3 = \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg}\beta'_2} \quad (27)$$

Sabe-se que experimentalmente a curva de  $h$  pode ser aproximada por um parabolóide hiperbólico [41], do tipo:

$$h = c_1 \cdot \alpha^2 + c_2 \cdot \alpha \cdot \nu - c_3 \cdot \nu^2 \quad (28)$$

enquanto que a equação de  $h$  em relação a  $\nu$  obtida na expressão (24) é uma reta.

É importante ressaltar que a equação (28) resulta das influências das seguintes causas [41]:

- a) O número de pás é finito, as quais possuem espessura; há um desvio de trajetória na saída das pás e uma variação nas componentes meridianas das velocidades.
- b) Atrito do líquido no impelidor causando alteração no seu percurso original; transformação de elevada parcela de energia cinética em energia potencial de pressão.
- c) Choques, ou seja, mudanças bruscas na direção do escoamento na entrada e saída do impelidor.
- d) Fugas (não é vazamento) do líquido nos intertícios, labirintos e espaços entre o impelidor, difusor e voluta.

Assim, tendo em vista a diferença na forma da curva de  $h$  versus  $\nu$  na expressão (24), relativamente à equação (28), considerou-se neste modelo, as perdas devidas aos atritos e turbulência no impelidor, mudanças bruscas de direção e transformação de velocidade em pressão. Supõe-se que essas perdas são proporcionais ao quadrado da velocidade do escoamento e, portanto, ao parâmetro  $\nu$ . Assim, admitiu-se um fator resistivo  $K_1 \nu^2$ , na expressão (24), ou seja:

$$h = C_1 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot \alpha \cdot \nu - K_1 \cdot \nu^2 \quad (29)$$

sendo que na condição nominal, teremos:

$$h = \alpha = v = 1 \quad (30)$$

Logo, de (30) em (29) obtém-se

$$K_1 = C_1 - C_2 \cdot C_3 - 1 \quad (31)$$

Assim, de (31) e (29) as equações básicas homólogas para o quadrante normal pode ser dadas por:

Curva HAN:

$$\frac{h}{\alpha^2} = C_1 - C_2 \cdot C_3 \cdot \left(\frac{v}{\alpha}\right) - (C_1 - C_2 \cdot C_3 - 1) \cdot \left(\frac{v}{\alpha}\right)^2 \quad (32)$$

Curva HVN:

$$\frac{h}{v^2} = C_1 \cdot \left(\frac{\alpha}{v}\right)^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot \left(\frac{\alpha}{v}\right) - (C_1 - C_2 \cdot C_3 - 1) \quad (33)$$

Para as perdas por choques devidas a não concordância das direções das velocidades relativas às pás, considerou-se que a correção pode ser feita supondo um rendimento global, mas diferenciada, para HAN e HVN.

Na curva HAN esta correção é feita pelo fator obtido por Stepanoff [13], onde a eficiência hidráulica no ponto de descarga nula tem valor 0,585 e é constante para todas as velocidades específicas e todos os ângulos  $\beta'_2$ .

Assim, a expressão (32) é corrigida por aquele fator, resultando

em:

Curva HAN:

$$\frac{h}{\alpha^2} = 0,585 \cdot \left[ C_1 - C_2 \cdot C_3 \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) - \left( C_1 - C_2 \cdot C_3 - \frac{1}{0,585} \right) \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right)^2 \right] \quad (34)$$

Por outro lado, para a curva HVN, adotou-se um rendimento hidráulico  $\eta$  definido por:

$$\eta = \frac{\rho_r \cdot g \cdot Q_r \cdot H_r}{\omega_r \cdot T_r} \quad (35)$$

sendo a expressão (33) dada por:

Curva HVN:

$$\frac{h}{\nu^2} = \eta \cdot \left[ C_1 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right)^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right) - \left( C_1 - C_2 \cdot C_3 - \frac{1}{\eta} \right) \right] \quad (36)$$

### 2.2.2 - Quadrante Dissipação.

O quadrante dissipação é caracterizado por  $v < 0$  e  $\alpha > 0$ , conforme mostrado na figura 10 enquanto que os triângulos de velocidades podem ser visualizados na figura 11. Considera-se que o escoamento sai pelo lado de sucção do impelidor fazendo um percurso paralelo ao ângulo  $\beta'_1$  e entra pelo lado de descarga, onde o fluido percorre paralelamente ao ângulo  $\alpha'_3$  do difusor. Assim, a equação de Euler (16) pode ser expressa por:

$$H \cdot g = u_1 \cdot v_{u1} - u_2 \cdot v_{u2} \quad (37)$$

onde

$$v_{u1} = u_1 + \frac{v_{m1}}{\operatorname{tg} \beta'_1} \quad (38)$$

$$v_{u2} = \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \alpha'_3} \quad (39)$$

De (38) e (39) em (37) teremos:

$$H \cdot g = u_1 \cdot \left( u_1 + \frac{v_{m1}}{\operatorname{tg} \beta'_1} \right) - u_2 \cdot \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \alpha'_3} \quad (40)$$

Das expressões (21) e (22) em (40) obtemos:

$$H = \frac{r_1^2}{g} \cdot \omega^2 + \frac{1}{2\pi g} \cdot \frac{1}{b_1 \cdot \operatorname{tg} \beta'_1} \cdot \omega \cdot Q - \frac{1}{2\pi g} \cdot \frac{1}{b_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha'_3} \cdot \omega \cdot Q \quad (41)$$

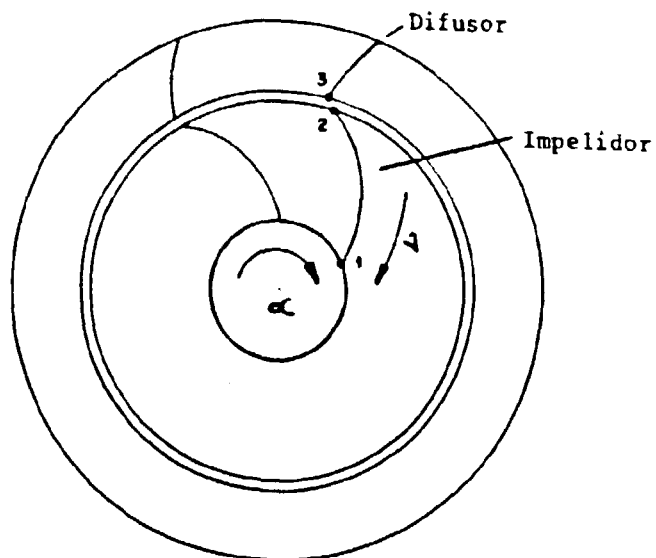
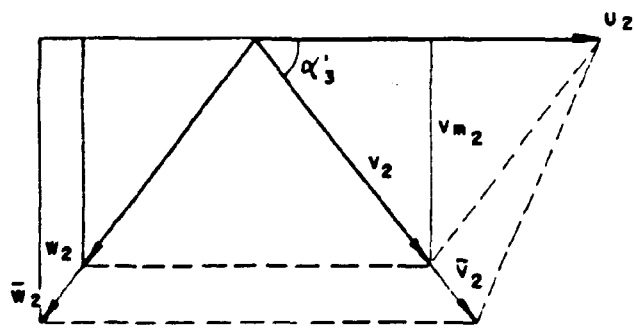
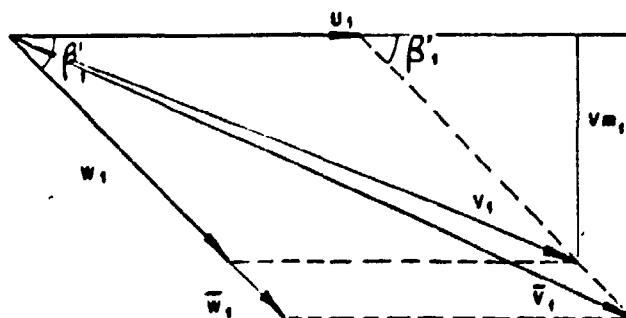


Figura 10 Quadrante dissipação - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.



(a) Entrada



(b) Saída

Figura 11 Quadrante dissipação - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento de vazão.

Substituindo na expressão (41) os parâmetros homólogos definidos nas expressões (1) a (3), teremos:

$$h = C_4 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_5 \cdot \alpha \cdot \nu \quad (42)$$

sendo:

$$C_4 = \frac{\omega_r^2 \cdot r_1^2}{H_r \cdot g} \quad (43)$$

$$C_5 = \left( \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg}\alpha'_3} - \frac{1}{b_1 \cdot \text{tg}\beta'_1} \right) \quad (44)$$

Analogamente ao caso do quadrante normal, admite-se um fator resistivo do tipo  $K_2 \nu^2$ , que substituindo em (42), fornece:

$$h = C_4 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_5 \cdot \alpha \cdot \nu - K_2 \cdot \nu^2 \quad (45)$$

Assim, para o quadrante dissipação é suposto que na condição nominal os parâmetros normalizados terão os seguintes valores, segundo Stepanoff [13]:

$$\nu = \alpha = 1 \quad (46)$$

$$h = 2 \quad (47)$$

Logo, de (45) a (47), vem:

$$K_2 = C_4 - C_2 \cdot C_5 - 2 \quad (48)$$



Portanto, a equação básica para o quadrante dissipação pode ser dada por:

Curva HAD:

$$\frac{h}{\alpha^2} = C_4 - C_2 \cdot C_5 \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha}\right) - (C_4 - C_2 \cdot C_5 - 2) \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^2 \quad (49)$$

Curva HVD:

$$\frac{h}{\nu^2} = C_4 \cdot \left(\frac{\alpha}{\nu}\right)^2 - C_2 \cdot C_5 \cdot \left(\frac{\alpha}{\nu}\right) - (C_4 - C_2 \cdot C_5 - 2) \quad (50)$$

Conforme mostrado na figura 3, o ponto  $\frac{\nu}{\alpha} = 0$  fornece valores iguais para as curvas HAD e HAN, sendo possível corrigir a curva HAD, no ponto zero, ou seja:

Curva HAD:

$$\frac{h}{\alpha^2} = HAN(0) - C_2 \cdot C_5 \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha}\right) - (C_4 - C_2 \cdot C_5 - 2) \cdot \left(\frac{\nu}{\alpha}\right)^2 \quad (51)$$

Para a curva HVD, podemos utilizar dois pontos, conforme figura 3, ou seja:

$$HVD(1) = HAD(1) \quad (52)$$

$$HVD(0) = HVT(0) \quad (53)$$

Essas correções resultam na seguinte expressão:

Curva HVD:

$$\frac{h}{\nu^2} = \left[ \frac{HAD(1) + HVT(0)}{C_4 - C_2 \cdot C_5} \right] \cdot \left[ C_4 \cdot \left(\frac{\alpha}{\nu}\right)^2 - C_2 \cdot C_5 \cdot \left(\frac{\alpha}{\nu}\right) \right] - HVT(0) \quad (54)$$

### 2.2.3 - Quadrante Turbina.

O quadrante turbina é caracterizado por  $v \leq 0$  e  $\alpha \leq 0$ , conforme mostrado na figura 12, onde os triângulos de velocidade são aqueles apresentados na figura 13. Neste quadrante são feitas as mesmas considerações sobre os ângulos do escoamento realizadas para o quadrante dissipação (ítem 2.2.2), obtendo-se:

$$v_{u1} = u_1 - \frac{v_{m1}}{\operatorname{tg} \beta'_1} \quad (55)$$

$$v_{u2} = \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \alpha'_3} \quad (39)$$

Para o quadrante turbina, a equação de Euler (16) tem a mesma forma da expressão (37) uma vez que o escoamento é reverso ( $v \leq 0$ ) para este quadrante. Logo, substituindo as expressões (55) e (39) em (37), teremos:

$$H \cdot g = u_1 \cdot \left( u_1 - \frac{v_{m1}}{\operatorname{tg} \beta'_1} \right) - u_2 \cdot \frac{v_{m2}}{\operatorname{tg} \alpha'_3} \quad (56)$$

e das expressões (21) e (22) em (56) obtemos:

$$H = \frac{r_1^2}{g} \cdot \omega^2 - \frac{1}{2\pi g} \cdot \frac{1}{b_1 \cdot \operatorname{tg} \beta'_1} \cdot \omega \cdot Q - \frac{1}{2\pi g} \cdot \frac{1}{b_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha'_3} \cdot \omega \cdot Q \quad (57)$$

Substituindo na expressão (57) os parâmetros homólogos definidos nas expressões (1) a (3), teremos:

$$h = C_4 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_6 \cdot \alpha \cdot v \quad (58)$$

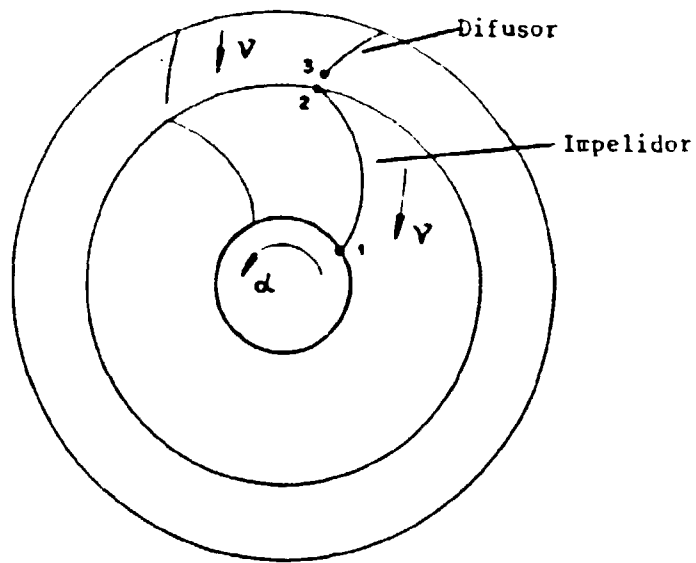


Figura 12 Quadrante turbina - vazão volumétrica normalizada e velocidade de rotação normalizada no impelidor e difusor.

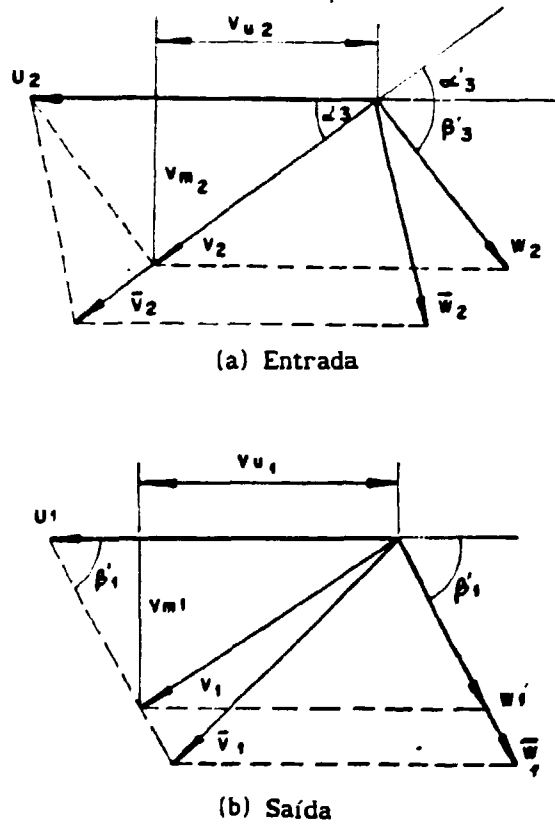


Figura 13 Quadrante turbina - triângulos de velocidade na entrada e saída do impelidor. O símbolo com barra representa o estado após aumento da vazão.

onde

$$C_6 = \left( \frac{1}{b_1 \cdot \operatorname{tg} \beta'_1} - \frac{1}{b_2 \cdot \operatorname{tg} \alpha'_3} \right) \quad (55)$$

Analogamente aos outros quadrantes, admitiu-se um fator resistivo  $K_3 \nu^2$ , que substituindo na equação (58), fornece:

$$h = C_4 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_6 \cdot \alpha \cdot \nu - K_3 \cdot \nu^2 \quad (60)$$

Para encontrar o valor de  $K_3$  deve-se conhecer as relações existentes entre os pontos nominais do quadrante normal com o quadrante turbina. Segundo Stepanoff [13], para uma mesma velocidade de rotação tem-se as seguintes igualdades:

$$H_{\text{tur}} = \frac{H_{\text{nor}}}{\eta_{\text{nor}}^2} \quad (61)$$

$$Q_{\text{tur}} = \frac{Q_{\text{nor}}}{\eta_{\text{nor}}} \quad (62)$$

sendo  $\eta_{\text{nor}}$  o rendimento hidráulico dado pela expressão (35) e onde os subscritos  $\text{nor}$  e  $\text{tur}$  referem-se aos quadrantes normal e turbina, respectivamente.

Desta forma, podemos estabelecer as seguintes condições nominais:

$$\alpha = 1 \quad h = \frac{1}{\eta^2} \quad \nu = \frac{1}{\eta} \quad (63)$$

que substituindo em (60) obtemos:

$$K_3 = \eta^2 \cdot C_4 - \eta \cdot C_2 \cdot C_6 - 1 \quad (64)$$

Assim, a equação homóloga para o quadrante turbina, considerando os mesmos fatores de correção para perdas por choques aplicados ao quadrante normal, pode ser dada por:

Curva HAT:

$$\frac{h}{\alpha^2} = 0,585 \cdot \left[ C_4 - C_2 \cdot C_6 \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) - \left( \eta^2 \cdot C_4 - \eta \cdot C_2 \cdot C_6 - \frac{1}{0,585} \right) \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right)^2 \right] \quad (65)$$

Curva HVT:

$$\frac{h}{\nu^2} = \eta \cdot \left[ C_4 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right)^2 - C_2 \cdot C_6 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right) - \left( \eta^2 \cdot C_4 - \eta \cdot C_2 \cdot C_6 - \frac{1}{\eta} \right) \right] \quad (66)$$

## 2.3 - Modelo de Curvas Homólogas Bifásicas.

### 2.3.1 - Quadrante Normal.

Para o escoamento bifásico, admitiu-se que a altura manométrica é caracterizada pela ponderação do título mássico  $x$  nas alturas manométricas das fases líquida e vapor. Assim:

$$H^{bif} = (1 - x) \cdot H^l + x \cdot H^v \quad (67)$$

com

$$H^k \cdot g = u_2^k \cdot v_{u2}^k - u_1^k \cdot v_{u1}^k \quad k = l, v \quad (68)$$

sendo

$H^{bif}$  altura manométrica bifásica

subscrito  $k$  representando a fase líquida (l) ou vapor (v).

Admite-se que os triângulos de velocidades são os mesmos em escoamento monofásico, figura 9, a saber:

$$v_{u1}^k = 0 \quad (69)$$

$$v_{u2}^k = u_2^k - \frac{v_m^k}{\text{tg}\beta'_2} \quad (70)$$

e que a componente meridiana  $v_m$  pode ser dada por:

$$v_m^i = \frac{\dot{m}_i}{(1-\alpha_{f1}) \cdot A_1 \cdot \rho_1} = \frac{(1-x) \cdot \dot{m}_{bif}}{(1-\alpha_{f1}) \cdot A_1 \cdot \rho_1} = \frac{(1-x) \cdot \rho_{bif} \cdot Q_{bif}}{(1-\alpha_{f1}) \cdot A_1 \cdot \rho_1} \quad i=1,2 \quad (71)$$

$$v_m^v = \frac{\dot{m}_v}{\alpha_{f1} \cdot A_1 \cdot \rho_v} = \frac{x \cdot \dot{m}_{bif}}{\alpha_{f1} \cdot A_1 \cdot \rho_v} = \frac{x \cdot \rho_{bif} \cdot Q_{bif}}{\alpha_{f1} \cdot A_1 \cdot \rho_v} \quad i=1,2 \quad (72)$$

sendo

$A_1$  área de escoamento

$\dot{m}_{bif}$  vazão mássica bifásica

$\alpha_f$  fração de vazio

subscrito  $i$  representando a sucção (1) ou a descarga (2).

A massa específica bifásica  $\rho_{bif_i}$  pode ser dada por:

$$\rho_{bif_i} = (1 - \alpha_{f1}) \cdot \rho_1 + \alpha_{f1} \cdot \rho_v \quad (73)$$

Estabelecendo um parâmetro  $a_1$  dado por:

$$a_1 = \frac{\rho_v}{\rho_1} \cdot \frac{\alpha_{f1}}{1 - \alpha_{f1}} \quad (74)$$

podemos obter de (74), as seguintes expressões:

$$\frac{1}{1 + a_1} = \frac{(1 - \alpha_{f1}) \cdot \rho_1}{\rho_{bif_i}} \quad (75)$$

$$\frac{a_1}{1 + a_1} = \frac{\alpha_{f1} \cdot \rho_v}{\rho_{bif_i}} \quad (76)$$

Como o título mássico pode ser dado por:

$$x = \frac{1}{1 + \frac{\rho_l}{\rho_v} \cdot \frac{1 - \alpha_{fl}}{\alpha_{fl}} \cdot \frac{1}{S_l}} \quad (77)$$

onde  $S_l$  é a velocidade de deslizamento entre fases, definida por:

$$S_l = \frac{v_{mi}^v}{v_{mi}^l} \quad (78)$$

obtém-se de (74) a (78) uma equação simplificada para o título mássico dada por:

$$x = \frac{a_l \cdot S_l}{a_l \cdot S_l + 1} \quad (79)$$

Substituindo as equações (73) e (79) em (71) obtemos:

$$v_{mi}^l = \frac{1 + a_l}{1 + a_l \cdot S_l} \cdot \frac{Q_{bif}}{A_l} \quad (80)$$

e a equação (78) em (80) fornece:

$$v_{mi}^v = S_l \cdot \left( \frac{1 + a_l}{1 + a_l \cdot S_l} \right) \cdot \frac{Q_{bif}}{A_l} \quad (81)$$

Supondo que a velocidade circunferencial entregue a cada fase da mistura na entrada ou saída do impelidor seja dada por:

$$u_l = \frac{(1 - \alpha_l) \cdot \rho_l}{\rho_{bif}} \cdot u_i \quad (82)$$



$$u_i^v = \frac{\alpha_1 \cdot \rho_v}{\rho_{bif}} \cdot u_1 \quad (83)$$

e substituindo as equações (68) a (83) em (67), teremos:

$$H^{bif} = \left[ \frac{1 + a_2^3 \cdot S_2}{(1 + a_2 \cdot S_2) \cdot (1 + a_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega^2 \cdot r_2^2}{g} - \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega \cdot Q^{bif}}{2\pi g \cdot b_2 \cdot \text{tg}\beta_2'} \quad (84)$$

Assumindo os seguintes parâmetros adimensionais generalizados:

$$\alpha = \frac{\omega^{bif}}{\omega_r} ; \quad \nu = \frac{Q^{bif}}{Q_r} ; \quad h^{bif} = \frac{H^{bif}}{H_r} \quad (85)$$

teremos para o quadrante normal:

$$h_{nor}^{bif} = \left[ \frac{1 + a_2^3 \cdot S_2}{(1 + a_2 \cdot S_2) \cdot (1 + a_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega_r^2 \cdot r_2^2}{H_r \cdot g} \cdot \alpha^2 - \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega_r \cdot Q_r}{2\pi g H_r} \cdot \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg}\beta_2'} \cdot \alpha \cdot \nu \quad (86)$$

Similarmente ao caso monofásico, admite-se um coeficiente de perda proporcional a  $\nu^2$  resultando em:

$$h^{bif} = C_1 \cdot D_2 \cdot \alpha^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 \cdot \alpha \cdot \nu - K_4 \cdot \nu^2 \quad (87)$$

com

$$D_2 = \frac{1 + a_2^3 \cdot S_2}{(1 + a_2 \cdot S_2) \cdot (1 + a_2)^2} \quad (88)$$

$$E_2 = \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \quad (89)$$

Para a condição nominal  $\alpha = \nu = 1$ , a altura manométrica  $h_{\text{nor}}^{\text{bif}}$  é uma função da fração de vazio  $\alpha_f$ , ou seja:

$$h_{\text{r}}^{\text{nor}}(\alpha_f) = C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 - K_4 \quad (90)$$

portanto:

$$K_4 = C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 - h_{\text{r}}^{\text{nor}}(\alpha_f) \quad (91)$$

A escolha de  $h_{\text{r}}^{\text{nor}}(\alpha_f)$  será realizada através de análise do comportamento dos coeficientes  $D_2$  e  $E_2$ . Deste modo, e admitindo os mesmos coeficientes de correção para perdas por choques assumidos para o caso monofásico, as curvas homólogas bifásicas para o quadrante normal são obtidas pelas seguintes expressões:

curva HAN:

$$\frac{h}{\alpha^2} = 0,585 \cdot \left\{ C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) - \left[ C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 - \frac{h_{\text{r}}^{\text{nor}}(\alpha_f)}{0,585} \right] \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right)^2 \right\} \quad (92)$$

curva HVN:

$$\frac{h}{\nu^2} = \eta \cdot \left\{ C_1 \cdot D_2 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right)^2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 \cdot \left( \frac{\alpha}{\nu} \right) - \left[ C_1 \cdot D_2 - C_2 \cdot C_3 \cdot E_2 - \frac{h_{\text{r}}^{\text{nor}}(\alpha_f)}{\eta} \right] \right\} \quad (93)$$

### 2.3.2 - Quadrante Dissipação.

Admite-se a mesma equação básica para o caso monofásico, equação (37), considerando a equação das fases (68) com inversão de fluido. Assim, teremos:

$$H^k \cdot g = u_1^k \cdot v_{u1}^k - u_2^k \cdot v_{u2}^k \quad k=1,v \quad (94)$$

As componentes periféricas de  $\underline{v}$  são obtidas caseadas nos triângulos de velocidade do modo monofásico, conforme apresentado na figura 11. Logo:

$$v_{u1}^k = u_1^k + \frac{v_{m1}^k}{\operatorname{tg}\beta'_1} \quad (95)$$

$$v_{u2}^k = \frac{v_{m2}^k}{\operatorname{tg}\alpha'_3} \quad (96)$$

De (79) a (83), (95) e (96) em (94), teremos:

$$H_{dis}^{bif} = \left[ \frac{1 + a_1^3 \cdot S_1}{(1 + a_1 \cdot S_1) \cdot (1 + a_1)^2} \right] \cdot \frac{\omega^2 \cdot r_1^2}{g} + \left[ \frac{1 + a_1^2 \cdot S_1^2}{(1 + a_1 \cdot S_1)^2} \right] \cdot \frac{\omega \cdot Q^{bif}}{2\pi g \cdot b_1 \cdot \operatorname{tg}\beta'_1} +$$

$$- \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega \cdot Q^{bif}}{2\pi g \cdot b_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha'_3} \quad (97)$$

Substituindo os parâmetros adimensionais das expressões de (85) em (97), teremos:

$$h_{dis}^{bif} = \left[ \frac{1 + a_1^3 \cdot S_1}{(1 + a_1 \cdot S_1) \cdot (1 + a_1)^2} \right] \cdot \left( \frac{\omega_r^2 \cdot r_1^2}{H_r \cdot g} \right) \alpha^2 + \left\{ \left[ \frac{1 + a_1^2 \cdot S_1^2}{(1 + a_1 \cdot S_1)^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{b_1 \cdot \text{tg} \beta'_1} \right) + \right. \\ \left. - \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg} \alpha'_3} \right) \right\} \cdot \left( \frac{\omega_r \cdot Q_r}{2\pi g H_r} \right) \cdot \alpha \cdot \nu \quad (98)$$

Como no caso do quadrante normal, admite-se um coeficiente de perda proporcional a  $\nu^2$ . Logo:

$$h_{dis}^{bif} = D_1 \cdot C_4 \cdot \alpha^2 + \left( E_1 \cdot C_7 - E_2 \cdot C_8 \right) \cdot C_2 \cdot \alpha \cdot \nu - K_5 \cdot \nu^2 \quad (99)$$

com

$$C_7 = \frac{1}{b_1 \cdot \text{tg} \beta'_1} \quad (100)$$

$$C_8 = \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg} \alpha'_3} \quad (101)$$

$$D_1 = \frac{1 + a_1^3 \cdot S_1}{(1 + a_1 \cdot S_1) \cdot (1 + a_1)^2} \quad (102)$$

$$E_1 = \frac{1 + a_1^2 \cdot S_1^2}{(1 + a_1 \cdot S_1)^2} \quad (103)$$

Do mesmo modo que para o caso do quadrante normal, a altura manométrica é uma função da fração de vazio  $\alpha_r$  nas condições nominais  $\alpha = \nu = 1$ . Logo:

$$h_r^{dis}(\alpha_r) = C_4 \cdot D_1 - \left( E_1 \cdot C_7 - E_2 \cdot C_8 \right) \cdot C_2 - K_5 \quad (104)$$

portanto,

$$K_5 = C_4 \cdot D_1 - (E_1 \cdot C_7 - E_2 \cdot C_8) \cdot C_2 - h_r(\alpha_f) \quad (105)$$

Como no caso do quadrante normal,  $h_r(\alpha_f)$  será escolhido pela análise do comportamento dos coeficientes  $D_1$ ,  $E_1$  e  $E_2$ . Logo, as curvas homólogas bifásicas para o quadrante dissipação são dadas por:

Curva HAD:

$$\frac{h}{\alpha^2} = C_4 D_1 - (C_7 E_1 - C_8 E_2) C_2 \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) - \left[ C_4 D_1 - (C_7 E_1 - C_8 E_2) \cdot C_2 h_r(\alpha_f) \right] \left( \frac{\nu}{\alpha} \right)^2 \quad (106)$$

Curva HVD:

$$\frac{h}{\nu^2} = C_4 D_1 \left( \frac{\alpha}{\nu} \right)^2 - (C_7 E_1 - C_8 E_2) C_2 \left( \frac{\alpha}{\nu} \right) - \left[ C_4 D_1 - (C_7 E_1 - C_8 E_2) \cdot C_2 h_r(\alpha_f) \right] \quad (107)$$

Para aplicações práticas, as curvas HAD e HVD bifásicas terão as mesmas correções dadas para as curvas homólogas monofásicas.

### 2.3.3 - Quadrante Turbina.

Baseado no fato de que o escoamento é reverso no segundo e terceiro quadrantes, para o quadrante turbina supõe-se a equação básica (68) e a mesma equação das fases (94) do quadrante dissipação. As componentes periféricas de  $\underline{v}$  são baseadas nos triângulos de velocidades do modo monofásico, conforme figura 13.

Assim:

$$v_{u1}^k = u_1^k - \frac{v_{m1}^k}{\operatorname{tg}\beta'_1} \quad k=1,v \quad (108)$$

e  $v_{u2}^k$  é dado pela equação (96).

De (79) a (83) e (94), (96) e (108) em (68),

teremos:

$$H^{\text{bif}} = \left[ \frac{1 + a_1^3 \cdot S_1}{(1 + a_1 \cdot S_1) \cdot (1 + a_1)^2} \right] \cdot \frac{\omega^2 \cdot r_1^2}{g} - \left[ \frac{1 + a_1^2 \cdot S_1^2}{(1 + a_1 \cdot S_1)^2} \right] \cdot \frac{\omega \cdot Q^{\text{bif}}}{2\pi g \cdot b_1 \cdot \operatorname{tg}\beta'_1} +$$

$$- \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \frac{\omega \cdot Q^{\text{bif}}}{2\pi g \cdot b_2 \cdot \operatorname{tg}\alpha'_3} \quad (109)$$

Substituindo os parâmetros adimensionais das expressões de (85) em (109), teremos:

$$h_{\text{tur}}^{\text{bif}} = \left[ \frac{1 + a_1^3 \cdot S_1}{(1 + a_1 \cdot S_1) \cdot (1 + a_1)^2} \right] \cdot \left( \frac{\omega_r^2 \cdot r_1^2}{H_r \cdot g} \right) \cdot \alpha^2 - \left\{ \left[ \frac{1 + a_1^2 \cdot S_1^2}{(1 + a_1 \cdot S_1)^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{b_1 \cdot \operatorname{tg}\beta'_1} \right) + \right.$$

$$+ \left[ \frac{1 + a_2^2 \cdot S_2^2}{(1 + a_2 \cdot S_2)^2} \right] \cdot \left( \frac{1}{b_2 \cdot \text{tg} \alpha_3'} \right) \left\{ \left( \frac{\omega_r \cdot O_r}{2\pi g H_r} \right) \cdot \alpha \cdot v \right. \quad (110)$$

Como no caso do quadrante dissipação, admite-se um coeficiente de perda proporcional a  $v^2$ . Logo:

$$h_{\text{tur}}^{\text{bif}} = D_1 \cdot C_4 \cdot \alpha^2 - \left( E_1 \cdot C_7 + E_2 \cdot C_8 \right) \cdot C_2 \cdot \alpha \cdot v - K_6 \cdot v^2 \quad (111)$$

Com as condições nominais das expressões de (63), teremos:

$$K_6 = \eta^2 \cdot C_4 \cdot D_1 - \eta \cdot \left( E_1 \cdot C_7 + E_2 \cdot C_8 \right) \cdot C_2 - h_r^{\text{tur}}(\alpha_f) \quad (112)$$

A função  $h_r^{\text{tur}}(\alpha_f)$  segue o mesmo tratamento dado aos quadrantes normal e dissipação, ou seja, sua definição dependerá de análise do comportamento dos coeficientes  $D_1$ ,  $E_1$  e  $E_2$ . Assim, as curvas homólogas bifásicas para o quadrante turbina podem ser dadas por:

Curva HAT:

$$\frac{h}{\alpha^2} = C_4 D_1 (C_7 E_1 + C_8 E_2) C_2 \left( \frac{v}{\alpha} \right) - \left[ \eta^2 \cdot C_4 D_1 - \eta \cdot (C_7 E_1 + C_8 E_2) \cdot C_2 h_r^{\text{tur}}(\alpha_f) \right] \left( \frac{v}{\alpha} \right)^2 \quad (113)$$

Curva HVT:

$$\frac{h}{v^2} = C_4 D_1 \left( \frac{\alpha}{v} \right)^2 - (C_7 E_1 + C_8 E_2) C_2 \left( \frac{\alpha}{v} \right) - \left[ \eta^2 \cdot C_4 D_1 - \eta \cdot (C_7 E_1 + C_8 E_2) \cdot C_2 h_r^{\text{tur}}(\alpha_f) \right] \quad (114)$$

Do mesmo modo que para o quadrante dissipação, as curvas bifásicas do quadrante turbina serão corrigidas com os mesmos fatores adotados para as curvas homólogas monofásicas.

#### 2.4 - Fração de Vazio no Impelidor.

Para a resolução das curvas homólogas bifásicas, verificou-se a necessidade do conhecimento da fração de vazio na saída (vazão avante) ou entrada (vazão reversa) do impelidor. O modelo adotado neste trabalho segue o mesmo tratamento que Hench e Johnston [42] utilizaram para resolver o problema de escoamento bifásico com bolhas em difusores e, em linhas gerais acompanha a filosofia desenvolvida por Furuya [21] e Zakem [22].

Adotando o volume de controle ilustrado na figura 14, e supondo escoamento a bolhas no interior da bomba, a somatória das forças envolvidas pode ser expressa da seguinte forma:

$$\rho_v \cdot V_v \cdot \frac{dv}{dt} = \sum F_s \quad (115)$$

sendo

$V_v$  volume da bolha de vapor.

$\sum F_s$  força de pressão ( $F_p$ ) + força centrífuga ( $F_{cf}$ ) + força de Drag ( $F_D$ ) + força de massa virtual ( $F_{mv}$ ) + força devido a diferença de massa específica entre as fases ( $F_y$ ) + força de Basset ( $F_B$ ).

De acordo com os estudos experimentais e teóricos realizados por Minemura e Murakami [43] em bombas centrífugas com escoamento bifásico, os termos  $F_y$  e  $F_B$  são muito pequenos comparados aos demais, podendo assim, serem desprezados na somatória das forças governantes, conforme figura 15.



Fazendo-se um balanço de forças na bolha, identifica-se que:

$$F_p = - \frac{\partial p}{\partial s} \cdot V_v \quad (116)$$

$$F_{cf} = \rho_v \cdot V_v \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' \quad (117)$$

$$F_D = C_D \cdot \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot (w_l - w_v) \cdot |w_l - w_v| \cdot \pi \cdot r_b^2 \quad (118)$$

$$F_{mv} = - \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot V_v \cdot (a_v - a_l) \quad (119)$$

sendo

$C_D$  coeficiente de Drag

$R_B$  raio da bolha

$$a_k = \frac{dw_k}{dt} = \frac{\partial w_k}{\partial t} + w_k \cdot \frac{\partial w_k}{\partial s} \quad \text{com } k=l,v \quad (120)$$

e que no estado estacionário a equação (120) passa a ter a seguinte forma:

$$a_k = w_k \cdot \frac{\partial w_k}{\partial s} \quad k=l,v \quad (121)$$

onde  $s$  é a coordenada absoluta.

Substituindo as equações (116) a (119) e (121) em (115), obtém-se:

$$\begin{aligned} & \rho_v \cdot w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} + \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot \left( w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} - w_l \cdot \frac{\partial w_l}{\partial s} \right) = \\ & = - \frac{\partial p}{\partial s} + \rho_v \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' + \frac{3}{8} \cdot \frac{C_D}{R_B} \cdot \rho_l \cdot (w_l - w_v) \cdot |w_l - w_v| \end{aligned} \quad (122)$$

Para o cálculo de  $\frac{\partial r}{\partial s}$ , podemos utilizar o balanço da quantidade de movimento no volume de controle, conforme figura 14, ou seja:

$$\frac{d}{dt} (dm_l \cdot w_l + dm_v \cdot w_v) = F_E \quad (123)$$

sendo

$$dm_l = (1 - \alpha_f) \cdot dA \cdot ds \cdot \rho_l \quad (124)$$

$$dm_v = \alpha_f \cdot dA \cdot ds \cdot \rho_s \quad (125)$$

$$F_E = dF_{cf_s} - dP_s \quad (126)$$

$$dF_{cf_s} = dm \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' \quad (\text{força centrífuga}) \quad (127)$$

$$dP_s = \frac{\partial p}{\partial s} \cdot ds \cdot dA \quad (\text{força de pressão}) \quad (128)$$

$$dm = dm_l + dm_v \quad (\text{incremento de massa}) \quad (129)$$

dA incremento infinitesimal da área do escoamento

ds incremento infinitesimal da coordenada absoluta

Substituindo as equações (126) a (129) em (123), e considerando que a massa de cada fase no volume de controle é estacionária, tem-se que:

$$dm_l \cdot \frac{dw_l}{dt} + dm_v \cdot \frac{dw_v}{dt} = (dm_l + dm_v) \cdot r \cdot \omega^2 \cdot \frac{dr}{ds} - \frac{\partial P}{\partial s} \cdot dA \cdot ds \quad (130)$$

e de acordo com a figura 16, temos:

$$\frac{dr}{ds} = \sin\beta' \cdot \cos\gamma' \quad (131)$$

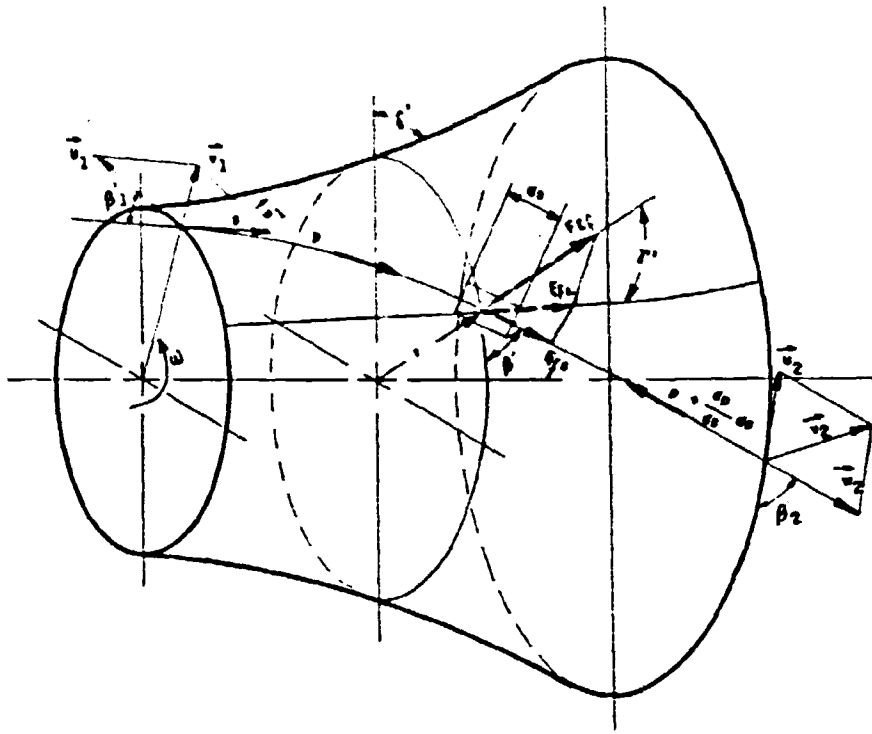


Figura 14 Modelo do volume de controle.

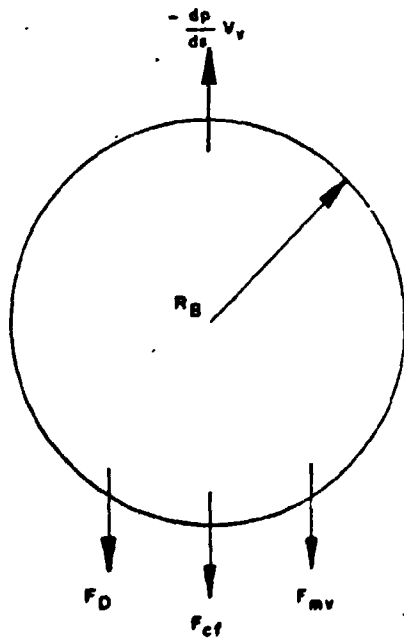


Figura 15 Forças na bolha de vapor.

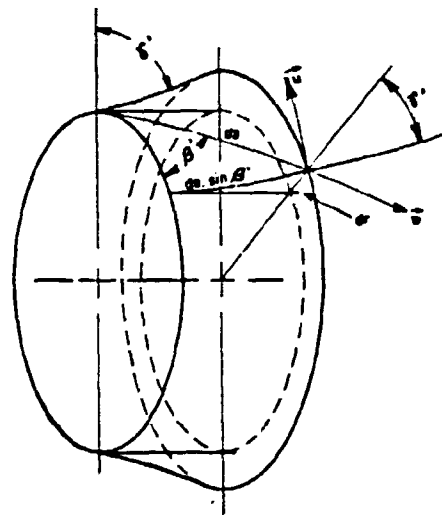


Figura 16 Relações geométricas no ponto de interesse.

De (124) e (125) em (130) obtém-se:

$$\begin{aligned} (1-\alpha_f) \cdot \rho_l \cdot w_l \cdot \frac{dw_l}{ds} + \alpha_f \cdot \rho_v \cdot w_v \cdot \frac{dw_v}{ds} = \\ = \left[ (1-\alpha_f) \cdot \rho_l + \alpha_f \cdot \rho_v \right] \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \frac{dr}{ds} - \frac{\partial P}{\partial s} \end{aligned} \quad (132)$$

Utilizando a equação (132) para eliminar  $\frac{\partial P}{\partial s}$  na expressão (122), vem:

$$\begin{aligned} \rho_v \cdot w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} + \frac{1}{2} \cdot \rho_l \cdot \left( w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} - w_l \cdot \frac{\partial w_l}{\partial s} \right) = \\ = (1-\alpha_f) \cdot \rho_l \cdot w_l \cdot \frac{\partial w_l}{\partial s} + \alpha_f \cdot \rho_v \cdot w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} + \\ - \left[ (1-\alpha_f) \cdot \rho_l + \alpha_f \cdot \rho_v \right] \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' + \rho_v \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' + \\ + \frac{C_D}{R_B} \cdot \frac{3}{8} \cdot \rho_l \cdot (w_l - w_v) \cdot |w_l - w_v| \end{aligned} \quad (133)$$

As vazões mássicas do líquido e vapor podem ser dadas por:

$$\dot{m}_l = A \cdot (1-\alpha_f) \cdot w_l \cdot \rho_l \quad (134)$$

$$\dot{m}_v = A \cdot \alpha_f \cdot w_v \cdot \rho_v \quad (135)$$

Das expressões (134) e (135) tem-se que:

$$w_l \cdot \frac{\partial w_l}{\partial s} = \frac{\dot{m}_l^2}{A^2 \cdot (1-\alpha_f)^2 \cdot \rho_l^2} \cdot \left[ \frac{1}{(1-\alpha_f)} \cdot \frac{d\alpha_f}{ds} - \frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{ds} \right] \quad (136)$$

$$w_v \cdot \frac{\partial w_v}{\partial s} = - \frac{\dot{m}_v^2}{A \cdot \alpha_f^2 \cdot \rho_v^2} \cdot \left[ \frac{1}{\alpha_f} \cdot \frac{d\alpha_f}{ds} + \frac{1}{A} \cdot \frac{dA}{ds} \right] \quad (137)$$

Aplicando as expressões (136) e (137) em (133), teremos:

$$\begin{aligned} & \left\{ \frac{\dot{m}_1^2}{\rho_1 \cdot A^2} \cdot \frac{1}{(1-\alpha_f)^2} + \frac{\dot{m}_v^2}{\rho_v \cdot A^2} \cdot \frac{(1-\alpha_f)}{\alpha_f^3} + \right. \\ & \left. + \frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot \left[ \left( \frac{\dot{m}_v}{\rho_v \cdot A \cdot \alpha_f} \right)^2 \cdot \frac{1}{\alpha_f} + \left( \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 \cdot A \cdot (1-\alpha_f)} \right)^2 \cdot \frac{1}{1-\alpha_f} \right] \right\} \cdot \frac{d\alpha_f}{ds} = \\ & = \left\{ \frac{\dot{m}_1^2}{\rho_1 \cdot A^2} \cdot \frac{1}{(1-\alpha_f)} \cdot \frac{1}{A} - \frac{\dot{m}_v^2}{\rho_v \cdot A^2} \cdot \frac{(1-\alpha_f)}{\alpha_f^2} \cdot \frac{1}{A} + \right. \\ & \left. - \frac{1}{2} \cdot \rho_1 \cdot \left[ \left( \frac{\dot{m}_v}{\rho_v \cdot A \cdot \alpha_f} \right)^2 \cdot \frac{1}{A} - \left( \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 \cdot A \cdot (1-\alpha_f)} \right)^2 \cdot \frac{1}{A} \right] \right\} \cdot \frac{dA}{ds} + \\ & \quad + (1-\alpha_f) \cdot (\rho_1 - \rho_v) \cdot \omega^2 \cdot r \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' + \\ & - \frac{3}{8} \cdot \frac{C_D}{R_B} \cdot \rho_1 \cdot \left[ \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 \cdot A \cdot (1-\alpha_f)} - \frac{\dot{m}_v}{\rho_v \cdot A \cdot \alpha_f} \right] \cdot \left| \frac{\dot{m}_1}{\rho_1 \cdot A \cdot (1-\alpha_f)} - \frac{\dot{m}_v}{\rho_v \cdot A \cdot \alpha_f} \right| \quad (138) \end{aligned}$$

sendo que conforme Hench e Johnston [42],  $\frac{C_D}{R_B}$  pode ser dado por:

$$\frac{C_D}{R_B} = \begin{cases} 109,843 \cdot (1-\alpha_f)^3 \text{ m}^{-1} & \text{para } \alpha_f > 0,3 \\ 339,623 \text{ m}^{-1} & \text{para } \alpha_f \leq 0,3 \end{cases} \quad (139)$$

e para  $\alpha_f > 0,3$  o termo de massa virtual da equação (138) pode ser desprezado.

Adotando a vazão mássica em função do título volumétrico  $\beta_{vol}$ , teremos:

$$\dot{m}_l = \rho_l \cdot Q_l = \rho_l \cdot (1 - \beta_{vol}) \cdot Q = \rho_l \cdot (1 - \beta_{vol}) \cdot v \cdot Q_r \quad (140)$$

$$\dot{m}_v = \rho_v \cdot Q_v = \rho_v \cdot \beta_{vol} \cdot Q = \rho_v \cdot \beta_{vol} \cdot v \cdot Q_r \quad (141)$$

Além disto, podemos admitir que a velocidade de deslizamento  $S$ , pode ser dada como:

$$S = \frac{\beta_{vol}}{(1 - \beta_{vol})} \cdot \frac{(1 - \alpha_f)}{\alpha_f} \quad (142)$$

logo,

$$\beta_{vol} = \frac{S \cdot \alpha_f}{1 - (1 - S) \cdot \alpha_f} \quad (143)$$

$$1 - \beta_{vol} = \frac{1 - \alpha_f}{1 - (1 - S) \cdot \alpha_f} \quad (144)$$

Substituindo as equações (140), (141), (143) e (144) em (138), teremos:

$$\begin{aligned}
& \frac{F_1}{[1-(1-S)\alpha_f]^2} \left\{ 1 + \frac{1}{2(1-\alpha_f)} + \frac{S^2}{\alpha_f} \left[ \frac{\rho_v}{\rho_1} (1-\alpha_f) + \frac{1}{2} \right] \right\} \frac{d\alpha_f}{ds} = \\
& = \frac{\rho_1}{A \cdot [1-(1-S)\alpha_f]^2} \left\{ \frac{3}{2} + \alpha_f S^2 \left[ \frac{\rho_v}{\rho_1} (1-\alpha_f) + \frac{1}{2} \right] \right\} \frac{dA}{ds} + \\
& + (1-\alpha_f) \cdot (\rho_1 - \rho_v) \cdot r \cdot \sin\beta' \cdot \cos\gamma' \cdot \left( \frac{A \cdot \omega_r}{Q_r} \right)^2 \cdot \left( \frac{\alpha}{v} \right)^2 + \\
& - \frac{3}{8} \cdot \frac{C_D}{R_B} \cdot \rho_1 \cdot \left[ \frac{1-S}{1-(1-S)\alpha_f} \right] \cdot \left| \frac{1-S}{1-(1-S)\alpha_f} \right| \tag{145}
\end{aligned}$$

Portanto, conhecendo as condições geométricas do impelidor, ou seja,  $A_1$ ,  $A_2$ ,  $r_1$ ,  $r_2$ ,  $\beta'_1$ ,  $\beta'_2$ ,  $\gamma'_1$ ,  $\gamma'_2$ , as funções de  $A(s)$ ,  $r(s)$ ,  $\beta'(s)$ ,  $\gamma'(s)$  e  $S(s)$ , as condições nominais  $\omega_r$  e  $Q_r$ , e admitindo valores de pressão e de  $\frac{\alpha}{v}$ , podemos considerar que a expressão (145) é uma equação diferencial ordinária, tendo como variável dependente a fração de vazio  $\alpha_f$ . Resolvendo-se esta equação, pode-se inferir a variação de  $\alpha_f$  ao longo de  $\underline{s}$  e calcular as curvas homólogas bifásicas nos diferentes quadrantes.

## 2.5 - Velocidade de Deslizamento no Impelidor.

A resolução da equação (145) dependerá do modelo adotado para a velocidade de deslizamento  $\underline{S}$  no interior do impelidor. Alguns modelos de  $\underline{S}$  para escoamento bifásico em tubos, encontrados na literatura [44-47], dependem em geral dos valores de pressão e fração de vazio. Aplicando estes modelos às condições encontradas nas BRRs, obtém-se valores pequenos ( $S < 3$ ), conforme demonstra a tabela 4, onde os valores calculados foram realizados baseados com pressão de 70 bar. Este valor considerado para a pressão foi escolhido baseado nas investigações de Kastner e Seeberger [29], sendo que os autores estabelecem uma matriz de testes bifásicos em BRRs, onde o intervalo de fração de vazio de 0 a 100% pode ser encontrado na condição de 70 bar, conforme figura 17.

Por outro lado, testes realizados por Wilson et alii [23] em um circuito com gás freon, demonstraram que podem ocorrer, na entrada da bomba, valores de  $\underline{S}$  compreendido entre 0,02 e 10,0.

Diante disto, e da não disponibilidade de modelos de  $\underline{S}$  específicos para o interior de bombas, adotou-se o seguinte método para estabelecer a variação de  $\underline{S}$ :

- a) adoção de um valor inicial para  $\underline{S}$ ;
- b) escolha de  $\alpha_f$  para a elaboração da curva homóloga bifásica;
- c) através da equação (143) e com os valores estabelecidos em a) e b), calcular o valor de  $\beta_{vol}$  inicial;
- d) com o resultado de c), considerar  $\beta_{vol}$  constante ao longo de  $\underline{s}$ , e através da expressão (142) estabelecer o modelo de  $\underline{S}$  em função de  $\alpha_f$ , que por sua vez varia com  $\underline{s}$ .



Tabela 4. Modelos de velocidade de deslizamento.

Autor	Expressão	Valor máximo calculado
Thom [44]	$\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{-0,11} \cdot \left(\frac{\mu_l}{\mu_v}\right)^{0,18}$	1,855
Bankoff [45]	$\frac{1 - \alpha_f}{0,71 + 0,00145 \cdot p(\text{bar}) - \alpha_f}$	diverge no ponto 0,8115 para p=70 bar
Yamazaki e Yamaguchi [46]	$\frac{1}{1 - R \cdot \alpha_f}$ $R \begin{cases} 1,00 & E_o \cdot \lambda \geq 2 \cdot 10^{-6} \\ 0,57 & E_o \cdot \lambda < 2 \cdot 10^{-6} \end{cases}$	2,326
Zivi apud Butterworth [47]	$\left(\frac{\rho_l}{\rho_v}\right)^{-1/3}$	2,726

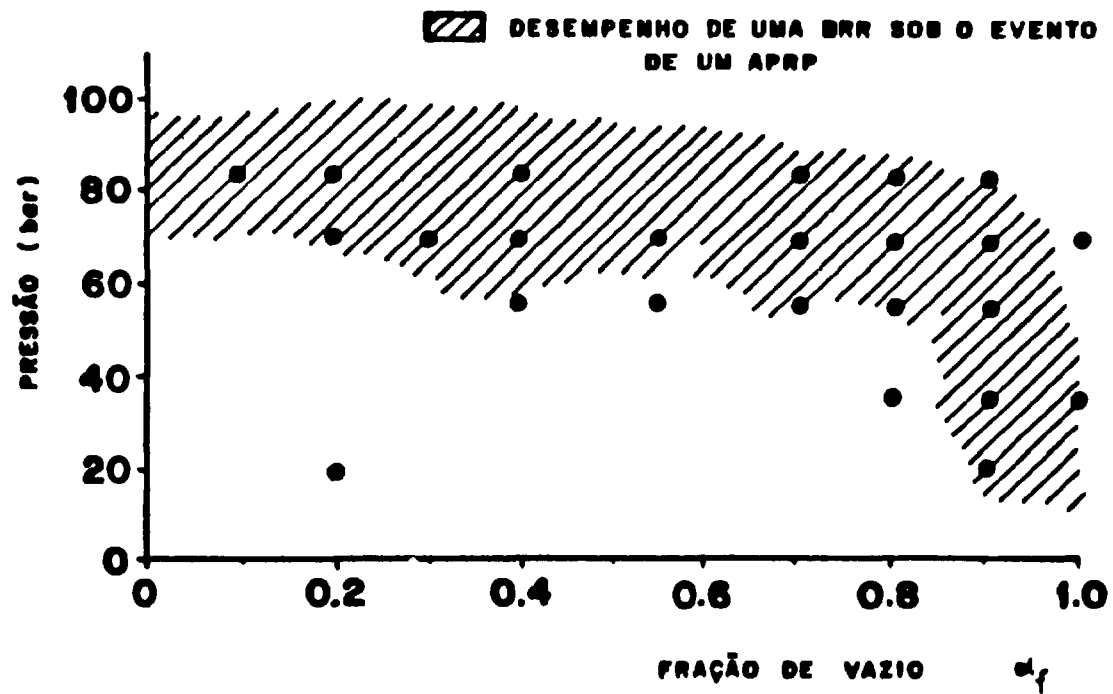


Figura 17 Matriz de teste obtida por Kastner e Seeberger [29].

## 2.6 - Modelo do Torque Hidráulico.

Para o cálculo do torque hidráulico adotou-se um modelo simplificado, conforme equação (15), onde está sendo considerado a existência de perdas entre a entrada e saída da bomba, ou seja:

$$T \cdot \omega = \rho \cdot g \cdot Q \cdot H \quad (146)$$

Substituindo-se os parâmetros homólogos dados pelas expressões (1) a (4), teremos:

$$\beta = h \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) \cdot \rho \cdot g \cdot \frac{Q_r \cdot H_r}{T_r \cdot \omega_r} \quad (147)$$

Assumindo que as perdas monofásicas e bifásicas são iguais, podemos substituir o rendimento hidráulico dado na expressão (35), resultando em:

$$\beta = \eta \cdot h \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) \quad (148)$$

A equação (148) é uma reta em relação a  $\nu$  passando pela origem. Conforme Macyntire [41], mesmo com descarga nula ( $\nu=0$ ), o motor é capaz de fornecer torque hidráulico ao líquido e segundo Stepanoff [13], segue uma função parabolóide com relação a velocidade. Deste modo, podemos corrigir a equação (148) da seguinte forma:

$$\beta = C_9 \cdot \eta \cdot h \cdot \left( \frac{\nu}{\alpha} \right) + C_{10} \cdot \alpha^2 \quad (149)$$

Para o quadrante normal, podemos utilizar a condição nominal  $\alpha=\nu=\beta=1$  e, segundo Stepanoff [13], na condição  $\nu=0$ ,  $\beta$  assume valores entre 0,50 e 1,0. Para o cálculo de  $C_9$  e  $C_{10}$  será adotado o valor intermediário de  $\beta=0,75$ . Os quadrantes dissipação e turbina têm valores para  $\beta$  de 0,50 e  $-0,50$ , respectivamente. Deste modo, foram adotados os seguintes valores, respectivamente para  $C_9$  e  $C_{10}$ : quadrante normal, 0,25 e 0,75; quadrante dissipação, 0,50 e 0,50; quadrante turbina, 1,50 e  $-0,50$ .

## 2.7 - Condições Nominais Bifásicas.

Para o estabelecimento das condições nominais bifásicas  $h_r^{nor}(\alpha_f)$ ,  $h_r^{dis}(\alpha_f)$  e  $h_r^{tur}(\alpha_f)$  encontrados nas expressões (90), (104) e (111), respectivamente, admite-se que estes parâmetros têm o mesmo comportamento dos coeficientes  $D_2$  e  $E_2$  definidos pelas equações (88) e (89), que, em expressões generalizadas, tornam-se:

$$D = \frac{1 + a^3 \cdot S}{(1 + a \cdot S) \cdot (1 + a)^2} \quad (150)$$

$$E = \frac{1 + a^2 \cdot S^2}{(1 + a \cdot S)^2} \quad (151)$$

onde as variações de D e E para determinados valores de  $\alpha_f$  e S são apresentadas pelas figuras 18 e 19, sendo que o parâmetro a, definido pela expressão (74), foi estabelecido para a pressão de 70 bar, conforme descrito na Seção 2.5.

Para a representação das condições nominais bifásicas escolheu-se o coeficiente D (figura 18) como fator ponderado devido a sua maior degradação com relação à fração de vazio quando comparado ao coeficiente E (figura 19).

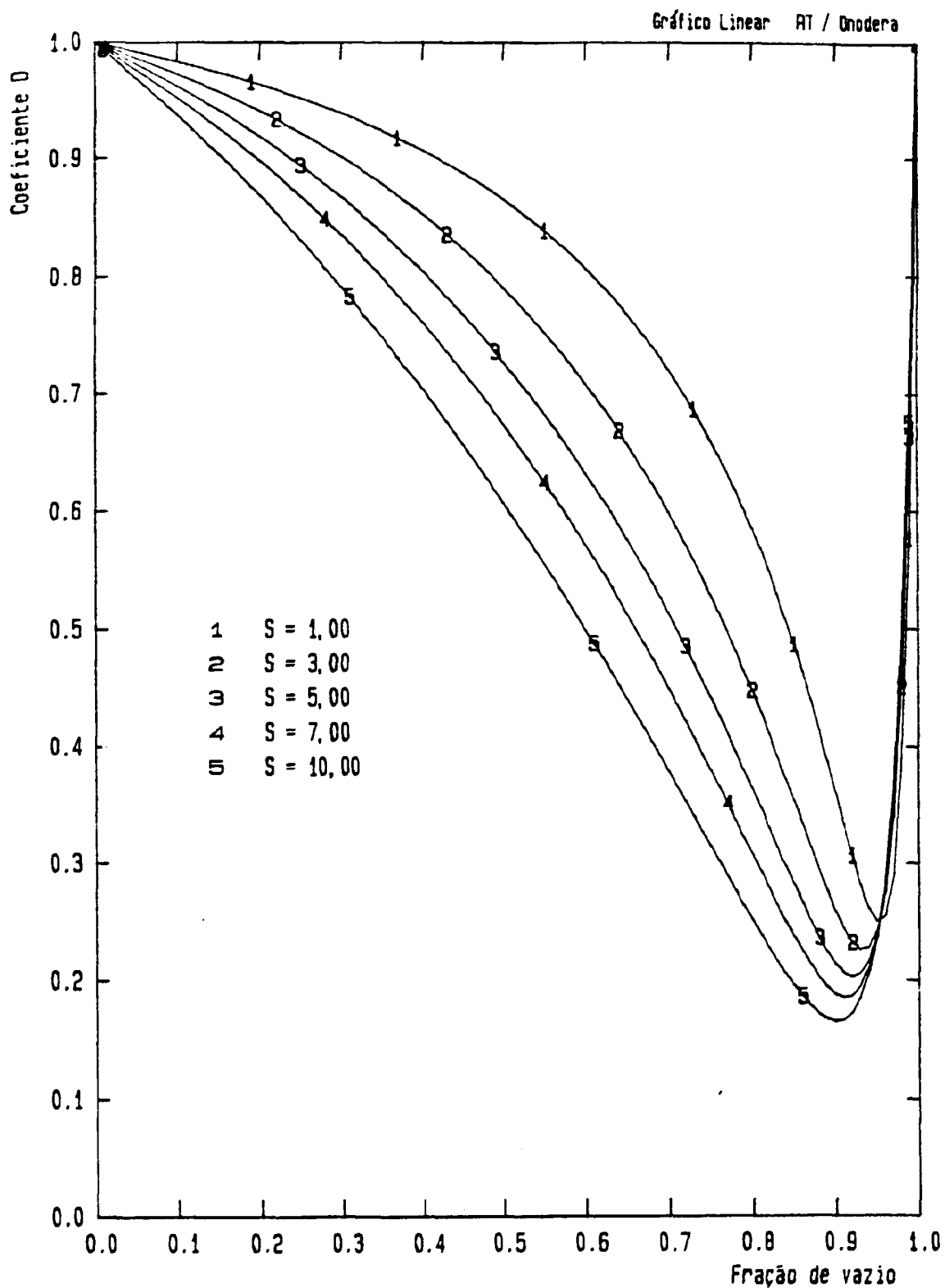


Figura 18 Variação do coeficiente D com a fração de vazio.

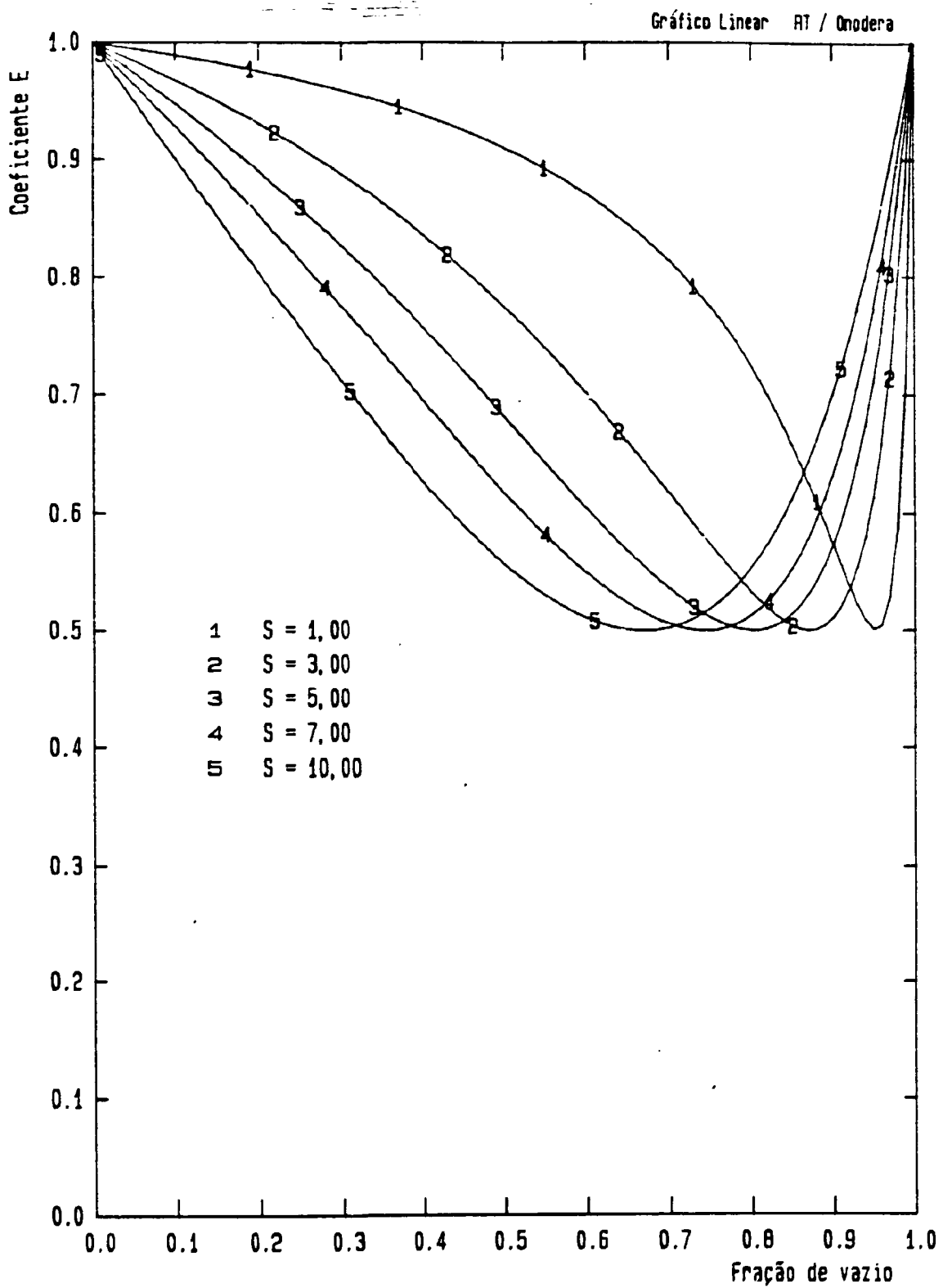


Figura 19 Variação do coeficiente E com a fração de vazio.

## CAPÍTULO 3

### APLICAÇÃO DO MODELO E AVALIAÇÃO DOS RESULTADOS

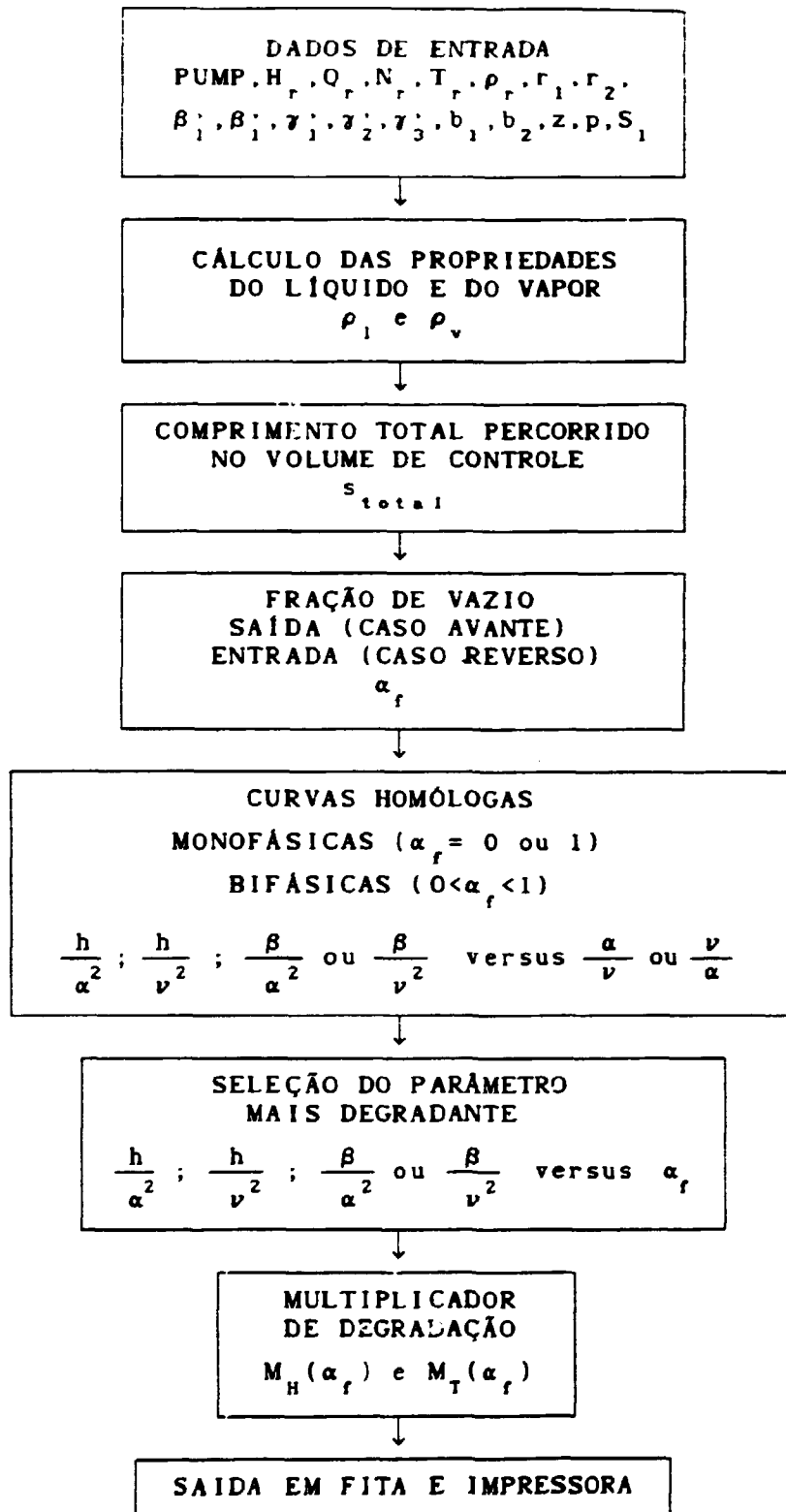
#### 3.1 - Programa Computacional CURVHOM.

O cálculo do desempenho monofásico e bifásico, na forma de parâmetros homólogos, da altura manométrica e do torque hidráulico de bombas de refrigeração de reatores nucleares a água leve pressurizada está desenvolvido no programa computacional CURVHOM (CURVas HOMólogas). Este programa, desenvolvido em linguagem FORTRAN 5 e implantado no computador Control Data, modelo CYBER 180/830 da Coordenadoria para Projetos Especiais, incorpora subrotinas elaboradas por Freitas [48] para o cálculo das propriedades de água e vapor, e utiliza o método de Runge-Kutta de quarta ordem descrito por Carnahan [49] para o cálculo das equações diferenciais da fração de vazio e do raio do impelidor. As equações básicas utilizadas pelo CURVHOM são:

- . multiplicador de degradação - equação (10);
- . diferencial do raio - equação (131);
- . diferencial da fração de vazio - equação (145);
- . curvas homólogas monofásicas da altura manométrica - equações (34), (36), (51), (54), (65) e (66);
- . curvas homólogas bifásicas da altura manométrica - equações (92), (93), (106), (107), (113) e (114);
- . curva homóloga monofásica e bifásica do torque hidráulico - equação (149).

Deste modo, um fluxograma simplificado do programa CURVHOM pode ser elaborado da seguinte forma:





Para a utilização do programa CURVHOM é necessário que o usuário forneça os dados de entrada na seguinte ordem:

PUMP nome da bomba (até 30 caracteres);  
 $H_r$  altura manométrica nominal (m);  
 $Q_r$  vazão volumétrica nominal ( $m^3/s$ );  
 $N_r$  velocidade de rotação (rpm);  
 $T_r$  torque hidráulico nominal (N.m);  
 $\rho_r$  massa específica nominal do fluido ( $kg/m^3$ );  
 $r_1$  raio interno do impelidor (m);  
 $r_2$  raio externo do impelidor (m);  
 $\beta'_1$  ângulo de entrada - vista normal (graus);  
 $\beta'_2$  ângulo de saída - vista normal (graus);  
 $\gamma'_1$  ângulo de entrada - vista meridional (graus);  
 $\gamma'_2$  ângulo de saída - vista meridional (graus);  
 $\gamma'_3$  ângulo de inclinação do difusor (graus);  
 $b_1$  profundidade de entrada da pá (m);  
 $b_2$  profundidade de saída da pá (m);  
 $z$  número de pás do impelidor (-);  
 $p$  pressão para cálculo das curvas homólogas (bar);  
 $S_1$  velocidade de deslizamento inicial (-).

O programa CURVHOM fornece como saída final:

- a) via impressora para consulta:
- a.1 todos os dados de entrada discriminados;
  - a.2 velocidade específica em  $rpm.(gpm)^{1/2}.(ft)^{-3/4}$ ;
  - a.3 área do canal de sucção e descarga da bomba;

- a.4 comprimento total percorrido pelo fluido no interior do impelidor;
- a.5 fração de vazio e velocidade de deslizamento na saída (caso avante) e entrada (caso reverso) do impelidor para uma determinada fração de vazio inicial e velocidade de deslizamento inicial, respectivamente;
- a.6 curvas homólogas monofásicas da altura manométrica e do torque hidráulico para os quadrantes normal, dissipação e turbina;
- a.7 curvas homólogas bifásicas da altura manométrica e do torque hidráulico para os quadrantes normal, dissipação e turbina, considerando uma determinada fração de vazio inicial;
- a.8 multiplicadores de degradação bifásicos da altura manométrica e do torque hidráulico para os quadrantes normal, dissipação e turbina, considerando uma determinada razão da velocidade de rotação normalizada pela vazão volumétrica normalizada (ou o inverso desta razão);
- a.9 degradação homóloga da altura manométrica e do torque hidráulico para os quadrantes normal, dissipação e turbina, considerando uma determinada razão da velocidade de rotação normalizada pela vazão volumétrica normalizada (ou o inverso desta razão);
- b) vía fita para elaboração de gráficos:
  - b.1 evolução espacial da fração de vazio e da velocidade de deslizamento no interior do impelidor, considerando uma determinada razão da velocidade de rotação normalizada pela vazão volumétrica normalizada (ou o inverso desta razão);
  - b.2 os itens de a.6 a a.9.

### 3.2 - Aplicação do Modelo.

O modelo matemático desenvolvido pelo presente trabalho requer dados geométricos e condições nominais das bombas de refrigeração de reatores. A revisão bibliográfica apresentada no Capítulo 1 [10,15,28-33,36-39] revelou que alguns destes parâmetros não estão disponíveis, e que as curvas homólogas experimentais para comparações e validação do modelo, em alguns casos, são pobres em detalhamento e escassos em número de pontos aproveitáveis. Como exemplo extremo de abstenção de informações, pode ser citado um documento elaborado por Howland e Lamers [28], sobre uma avaliação experimental realizada pela Westinghouse Electric Corporation, onde foram censuradas todas as curvas homólogas bifásicas e as informações de dados operacionais da bomba modelo.

Também foi observado que outros modelos bifásicos para bombas [17,18,20,21,23] contem em suas referências bibliográficas, várias citações de comunicação pessoal e relatórios internos com os autores do respectivo experimento. Este procedimento, ou seja, obtenção de informação através de comunicação pessoal e solicitação de cópia de relatórios internos, foi empreendido para o presente trabalho. No entanto, as respostas foram vagas e sem contribuição substancial, sendo que os pesquisadores alegaram a confidencialidade de seus dados devido aos mesmos serem de propriedade da instituição realizadora do experimento.

Todavia, o *Electric Power Research Institute (EPRI)*, empreendeu um projeto com caráter teórico-experimental sobre o desempenho das bombas de refrigeração de reatores nucleares durante um acidente por perda de refrigerante primário. O projeto do EPRI inclui os principais objetivos, a saber:

**COMBUSTION-ENGINEERING [19]:**

Dados bifásicos e monofásicos em estado estacionário e transientes utilizando uma bomba modelo de escala 1:5 com mistura água-vapor (70 bar);

**CREARE [35]:**

Dados bifásicos e monofásicos em estado estacionário e transientes utilizando uma bomba em escala 1:20 com mistura água-ar (6 bar) e água-vapor (35 bar);

**MASSACHUSETTS INSTITUTE OF TECHNOLOGY [23]:**

Modelagem teórica baseada em modelos e dados experimentais existentes.

**BABCOCK & WILCOX [16,32]:**

Dados bifásicos e monofásicos em estado estacionário utilizando uma bomba modelo de escala 1:3 com mistura água-ar (6 bar).

Dentro deste contexto e para a aplicação e verificação do modelo matemático proposto, utilizou-se os dados experimentais da bomba testada pela Combustion-Engineering (C-E) [19], onde vários tipos de mistura de água-vapor podiam ser fornecidos passivamente ou através de bombas de circulação. Os testes foram realizados com pressão de até 70 bar e fração de vazio variando entre 0 e 100%, ressaltando-se que o impelidor poderia ser travado ou ter rotação reversa durante o transiente.

Deste modo, o modelo do programa CURVHOM foi utilizado para calcular o desempenho monofásico e bifásico da altura manométrica e do torque hidráulico da bomba modelo testada pela C-E, em virtude da disponibilidade dos dados de entrada necessários ao modelo proposto.

### 3.3 - Avaliação dos Resultados.

Os dados de entrada e parâmetros calculados para a simulação da bomba C-E pelo programa CURVHOM são apresentados na tabela 5, sendo esta, a forma original de saída em papel pela impressora, fornecida pelo programa.

As curvas homólogas monofásicas da altura manométrica e torque hidráulico, calculadas pelo presente modelo, em comparação com os testes da bomba C-E são apresentados nas figuras 20-25. Para a altura manométrica encontramos resultados satisfatórios para os quadrantes normal (figura 20) e turbina (figura 22). No quadrante dissipação, uma pequena diferença ocorre principalmente próximo às condições nominais, ressalvando que mesmo assim, o resultado teórico mostra-se conservativo. Deve-se citar que naquelas condições nominais, existem dúvidas sobre a confiabilidade dos dados experimentais obtidos pela C-E.

As comparações monofásicas para o torque hidráulico apresentam bons resultados para o quadrante normal (figura 23). Os quadrantes dissipação (figura 24) e turbina (figura 25) mostram sérias discrepâncias nas curvas BVD e BVT, enquanto que as curvas BAD e BAT apresentam bons resultados.

Estes resultados das curvas homólogas monofásicas demonstram que o modelo para a altura manométrica apresenta um desempenho bastante satisfatório e conservativo nas diferenças encontradas. Para o torque hidráulico, o modelo representa corretamente as curvas BAN, BVN, BAD e BAT, mas não simula satisfatoriamente as curvas BVD e BVT, resultando em valores super dimensionados para estas duas curvas. Como o modelo para o torque hidráulico nos quadrantes dissipação e turbina não considera efeitos com relação às vazões negativas,

a discordância dos resultados teóricos com os experimentais pode ser atribuída a este fato.

Tabela 5. Dados de entrada para a simulação da bomba  
Combustion-Engineering.

CURVAS HOMOLOGAS DA BOMBA COMBUSTION-ENGINEERING	
DADOS OPERACIONAIS DA BOMBA	
ALTURA MANOMETRICA (M)	.76810E+02
VAZAO VOLUMETRICA (M <sup>3</sup> /S)	.22000E+00
VELOCIDADE DE ROTACAO (RPM)	.45000E+04
TORQUE HIDRAULICO NOMINAL (N.M)	.41750E+03
MASSA ESPECIFICA NOMINAL DO FLUIDO (KG/M <sup>3</sup> )	.99795E+03
PRESSAO PARA CALCULO DAS CH BIFASICAS (BAR)	.70000E+02
DADOS GEOMETRICOS DA BOMBA	
RAIO INTERNO DO IMPELIDOR (M)	.51200E-01
RAIO EXTERNO DO IMPELIDOR (M)	.10240E+00
ANGULO DE ENTRADA - VISTA NORMAL (GR)	.15000E+02
ANGULO DE SAIDA - VISTA NORMAL (GR)	.23000E+02
ANGULO DE ENTRADA - VISTA MERIDIONAL (GR)	.60000E+02
ANGULO DE SAIDA - VISTA MERIDIONAL (GR)	.20000E+02
ANGULO DO DIFUSOR (GR)	.51000E+02
PROFUNDIDADE DE ENTRADA DA PA DO IMPELIDOR (M)	.69200E-01
PROFUNDIDADE DE SAIDA DA PA DO IMPELIDOR (M)	.53300E-01
NUMERO DE PAS DO IMPELIDOR	.50000E+01
PARAMETRES ASSUMIDOS E/OU CALCULADOS	
VELOCIDADE ESPECIFICA (RPM.GPM <sup>0.5</sup> /FT <sup>0.75</sup> ) =	.42000E+04
AREA DO CANAL DE SUCCAO (M <sup>2</sup> ) =	.44501E-02
AREA DO CANAL DE DESCARGA (M <sup>2</sup> ) =	.68506E-02
COMPRIMENTO DO CAMINHO PERCORRIDO (M) =	.22446E+00
VELOCIDADE DE DESLIZAMENTO INICIAL =	.30000E+01

As evoluções espaciais dos parâmetros de fração de vazio, figuras 26-33, e velocidade de deslizamento, figuras 34-41, que formam os mecanismos básicos para o cálculo das curvas homólogas bifásicas, são apresentados detalhadamente em função da coordenada absoluta  $s$  normalizada. Estas figuras representam o resultado teórico de um estudo paramétrico da fração de vazio, velocidade de deslizamento e  $\frac{v}{\alpha}$ , adotados para o modelo de degradação bifásica na BRR nos quadrantes normal, dissipação e turbina.

Para o caso avante (quadrante normal), a fração de vazio aumenta rapidamente na entrada do impelidor (figura 26) e tem forte influência do valor de  $S$  inicial (figura 27), onde para um intervalo de  $S$  entre 1 e 10 obtém-se percentuais de fração de vazio na saída pela entrada entre 55 e 130%, respectivamente. Ao diminuir o valor de  $\frac{v}{\alpha}$  de 1,0 para 0,5 (figura 28),  $\alpha_f$  aumenta com maior intensidade e a influência de  $S$  diminui (figura 29).

No caso reverso (quadrante dissipação ou turbina), a fração de vazio tem desempenho diferenciado e dependente do seu valor inicial (figura 30). Observa-se que para  $\alpha_f=0,30$  ocorre uma mudança brusca na curva devido ao fato de ter sido desprezado o termo de massa virtual na equação (138). Em  $\alpha_f=0,80$  ocorre um decréscimo até um mínimo e deste ponto em diante começa a aumentar, mas na saída do impelidor o valor de  $\alpha_f$  é igual ao inicial, ou seja, para este caso não ocorreu, globalmente, variação de  $\alpha_f$  entre a entrada e saída do impelidor. A influência de  $S$  para o caso reverso (figura 31) é forte o suficiente para no caso  $S=1$  tornar  $\alpha_f$  na saída menor que na entrada, produzindo uma variação percentual de  $\alpha_f$  na saída pela entrada de -22 a 73%, considerando um intervalo de  $S$  entre 1 e 7. Com a diminuição de  $\frac{v}{\alpha}$  para 0,5 (figura 32 e 33), os valores de  $\alpha_f$  alteram-se com grande rapidez mas resultam em valores finais menores que o caso  $\frac{v}{\alpha} = 1,0$ .



A evolução espacial da velocidade de deslizamento no interior do impelidor tem desempenho bastante comum no caso avante, conforme figuras 34-37. Para os valores de S inicial entre 1 e 10, com  $\frac{\nu}{\alpha} = 1,0$  (figura 34) e  $\frac{\nu}{\alpha} = 0,5$  (figura 36), o valor de S final resulta em torno de 0,5 e este comportamento não varia quando  $\alpha_f$  inicial tem valores de 0,2, 0,4 e 0,8 (figuras 35 e 37). Ressalta-se que para o caso avante a velocidade do líquido é maior que a do vapor. Isto pode ser consequência da atuação da força centrífuga nas diferentes massas específicas do líquido e do vapor.

O desempenho de S para o caso reverso (figuras 38-41) revela-se mais dependente da influência de  $\alpha_f$  inicial e  $\frac{\nu}{\alpha}$  do que o caso avante. No entanto, mesmo considerando as grandes variações quando  $\alpha_f$  inicial tem valor 0,80 (figuras 39 e 41) no interior do impelidor, os resultados de S podem ser admitidos como bastante próximos.

A degradação da altura manométrica homóloga modelada para a bomba C-E é mostrada na figura 42, onde variou-se a velocidade de deslizamento entre 1,0 e 10,0. A distribuição teórica-experimental desta degradação é mostrada pela figura 43, onde dentro de uma variação de 20%, os valores de S=3 e 5 são os mais freqüentes. Deste modo, escolheu-se estes valores para simular as curvas homólogas bifásicas.

As curvas homólogas bifásicas da altura manométrica e do torque hidráulico calculadas para a bomba C-E são apresentadas nas figuras 44-61. Para o quadrante normal (figuras 44-47 e 53-56) nas regiões próximas às condições de projeto, a comparação é bastante satisfatória. Os quadrantes dissipação (figuras 48,49 e 57,58) e turbina (figuras 50-52 e 59-61) mostram certas discrepâncias entre o modelo e os dados experimentais.

Deve ser mencionado que os dados experimentais obtidos foram classificados pela C-E [19] com margem de incerteza de 10 a 15% em relação a fração de vazio. Além disto, foi observado que alguns dados parecem que não degradaram com a fração de vazio, deduzindo-se então que ocorreu erro nas medidas experimentais. A evolução teórica da degradação bifásica para a altura manométrica e torque hidráulico é mostrada nas figuras 47 e 56, respectivamente, onde o modelo prevê uma forte degradação para pequenos valores de  $\frac{\alpha}{\nu}$  ou  $\frac{\nu}{\alpha}$ .

Para os casos com  $\frac{\alpha}{\nu}$  e  $\frac{\nu}{\alpha}$  menores que 0,4, a discrepância entre valores calculados e experimentais é grande. No entanto, não se pode encontrar valores satisfatórios para essa região, uma vez que o modelo prevê comportamento indiferente do caminho percorrido pela mistura bifásica em condições de projeto e fora de projeto. Ressalta-se que neste modelo, a coordenada absoluta  $\underline{s}$  mantém-se inalterada para qualquer valor de  $\frac{\alpha}{\nu}$  ou  $\frac{\nu}{\alpha}$ , devido ao fato da não incorporação de fenômenos como: acúmulos de bolhas, estratificação do escoamento bifásico no interior da bomba e outros que possam alterar o percurso do fluido.

Os resultados das curvas homólogas bifásicas da altura manométrica demonstram que o modelo proposto apresenta concordância satisfatória para o quadrante normal (figuras 44-46). Com relação aos quadrantes dissipação (figuras 48 e 49) e turbina (figuras 50-52), os resultados apresentam discrepâncias, porém com desempenho bastante conservativo. Para o torque hidráulico bifásico, o modelo tem bons resultados para o quadrante normal (figuras 53-56); enquanto que para os quadrantes dissipação (figuras 57 e 58) e turbina (figuras 59-61), apresenta os mesmos problemas de concordância identificados quando da análise do caso monofásico.

Os multiplicadores de degradação bifásicos da altura manométrica e do torque hidráulico, figura 62, são comparados com as curvas do quadrante normal elaboradas pela C-E para o valor de  $\frac{\alpha}{\nu} = 1$ . Conforme apresentado na Seção 1.2, os códigos computacionais que utilizam estes multiplicadores para reproduzir as curvas homólogas bifásicas com qualquer fração de vazio, tem como principal hipótese que esta degradação ocorre igualmente para todos os quadrantes. Através da figura 62, podemos perceber que o modelo prevê desempenho distinto para cada quadrante, e é mais degradante para o normal. Ressalta-se que a C-E não apresenta este tipo de comparação por causa do número insuficiente de dados para elaborar estas curvas, e que os pontos experimentais apresentados nesta figura, são na verdade ajustes realizados pela C-E com vários valores de pressão (5-70 bar) [19]. As curvas teóricas dos multiplicadores da altura manométrica e do torque hidráulico são idênticas uma vez que as respectivas curvas homólogas diferem apenas por um fator multiplicativo.

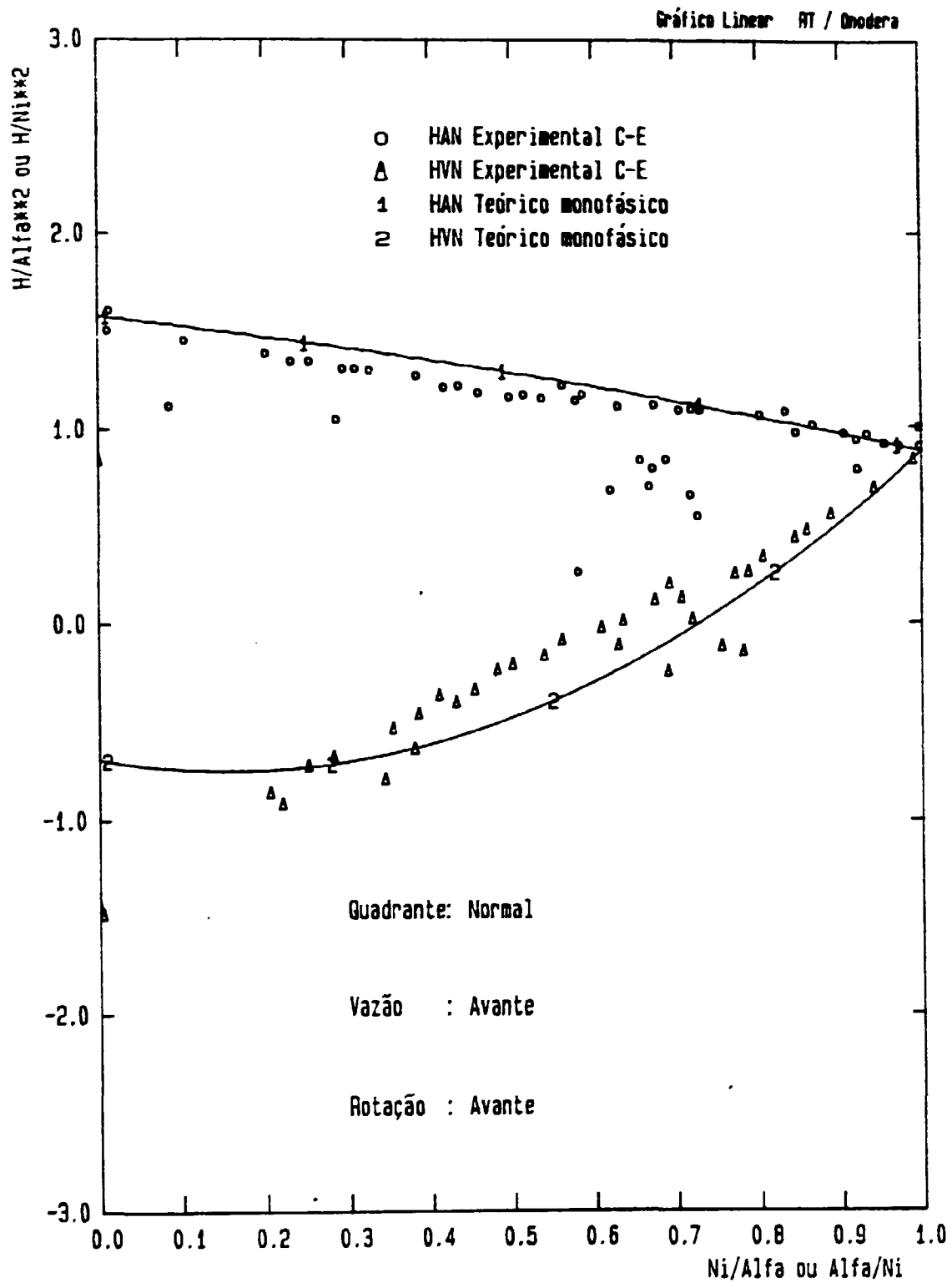


Figura 20 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homogênea normal (monofásica).

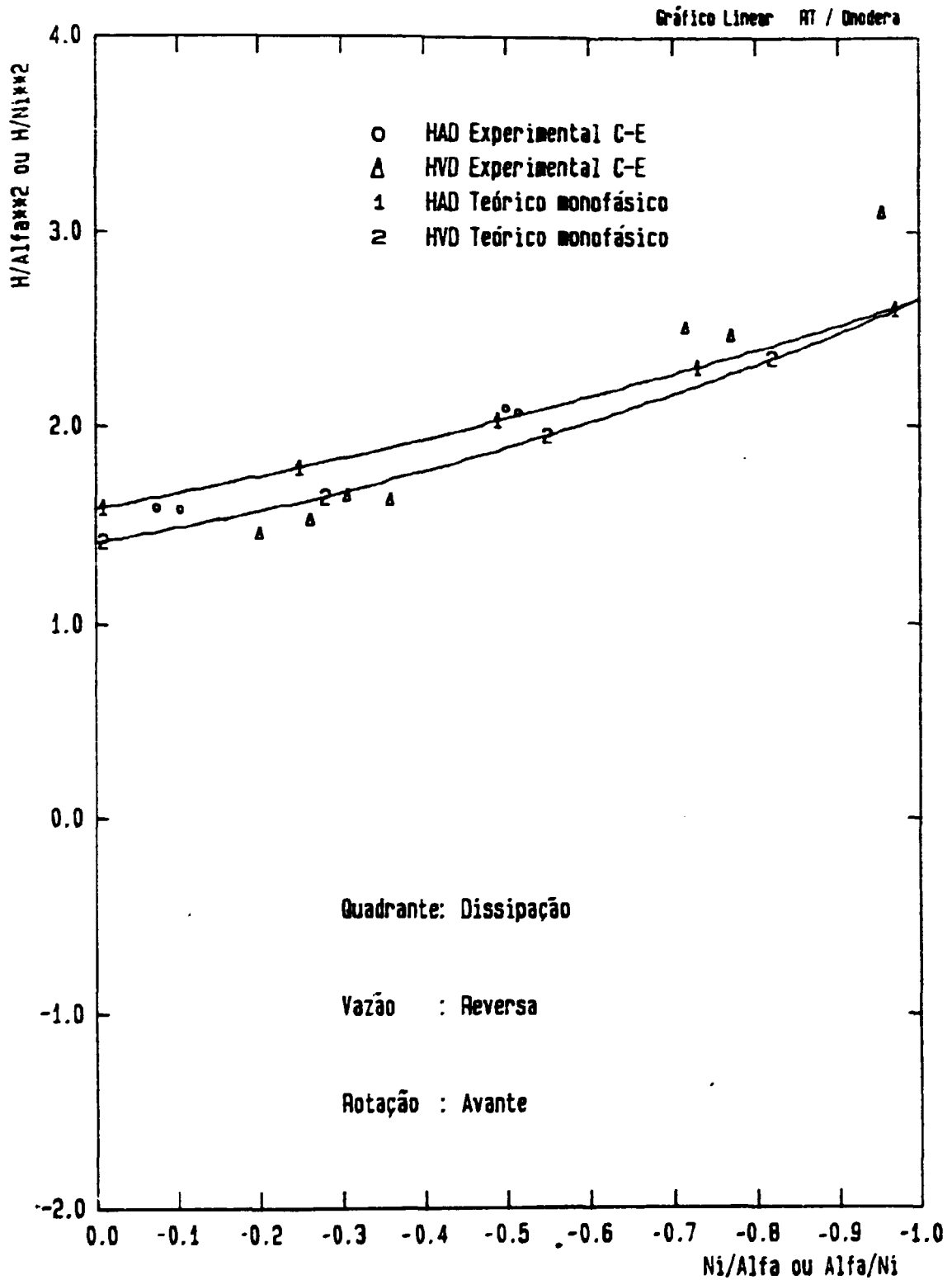


Figura 21 Comparação teórica-experimental da altura manometrica homóloga dissipação (monofásica).

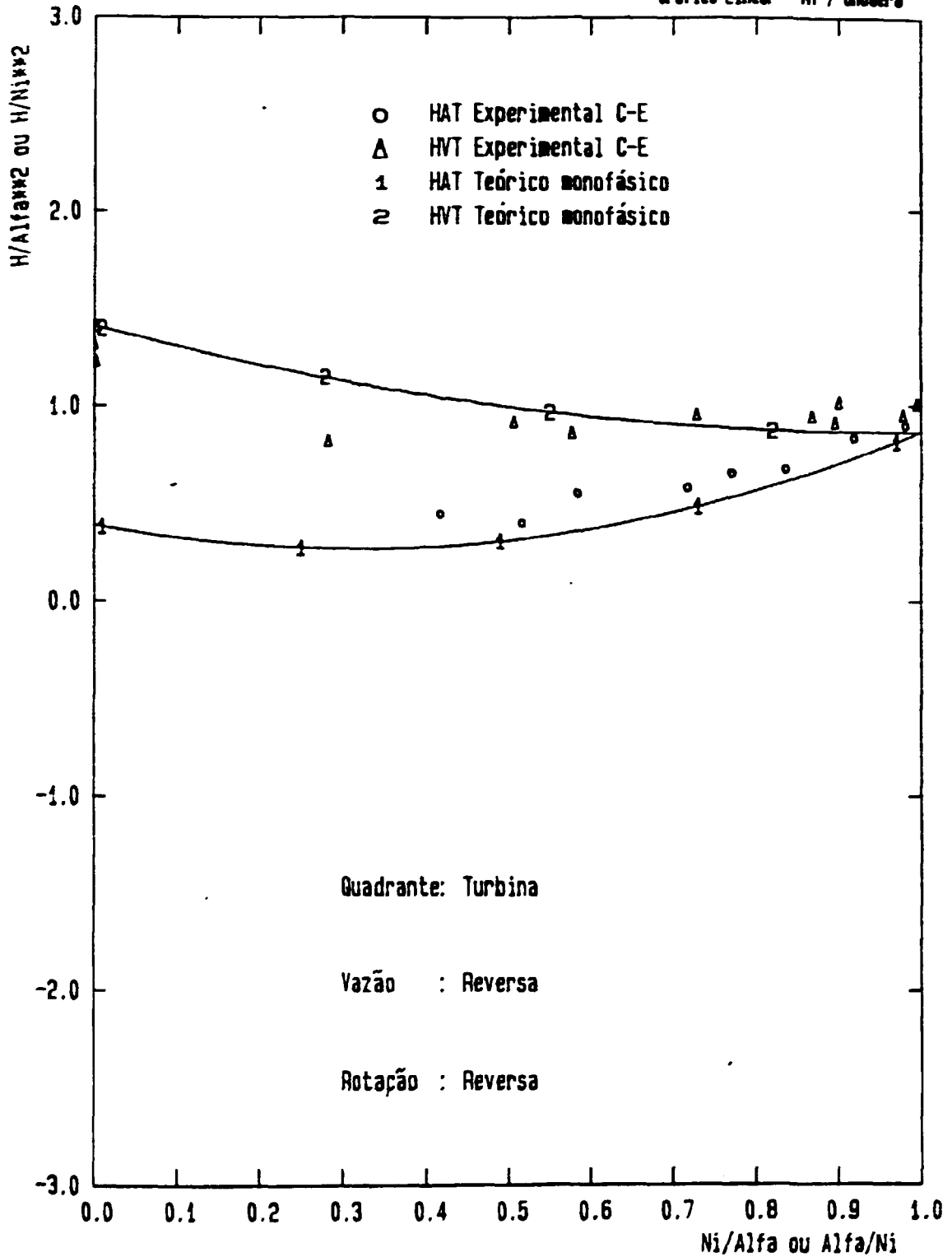


Figura 22 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (monofásica).

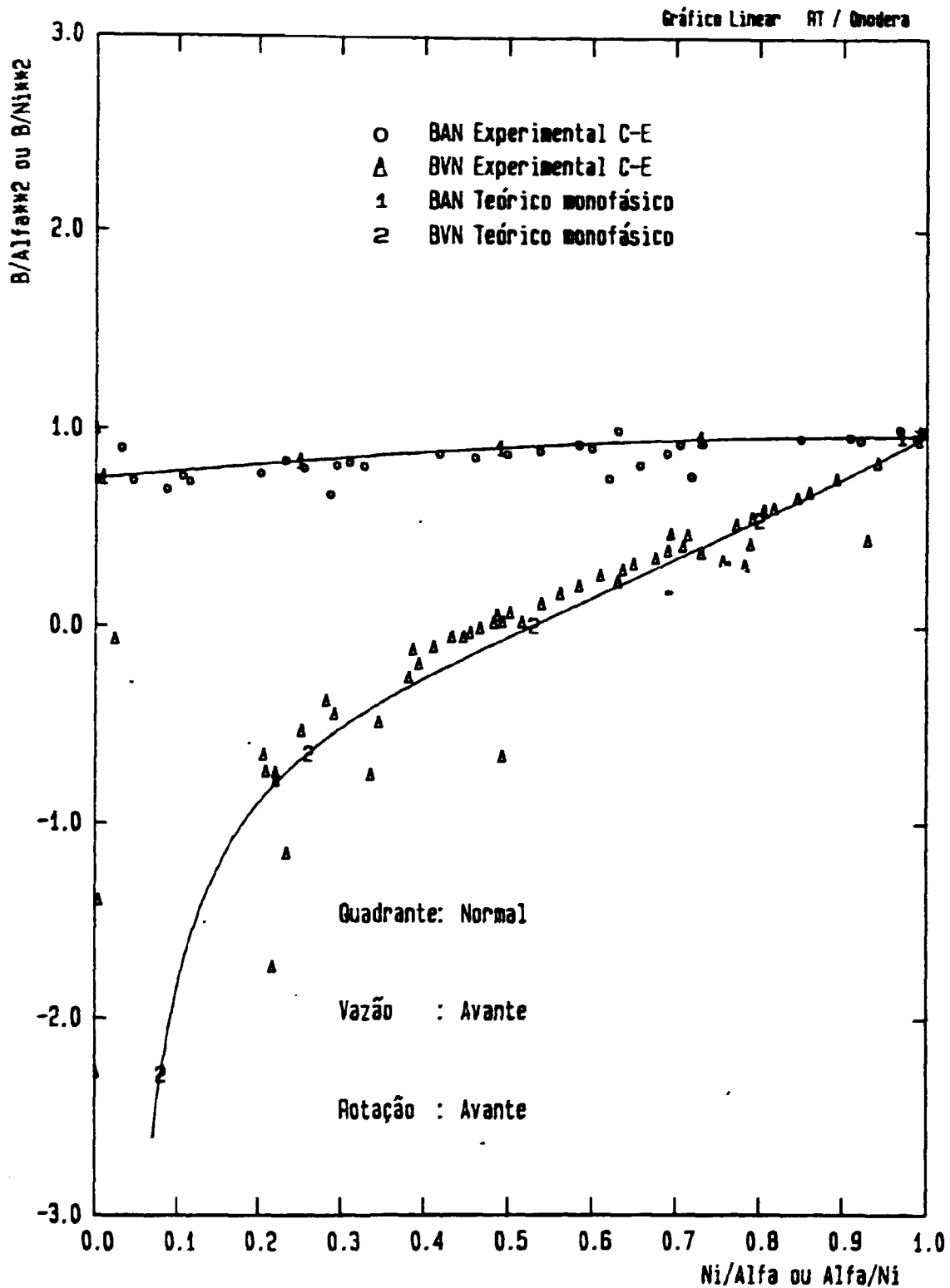


Figura 23 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (monofásico).

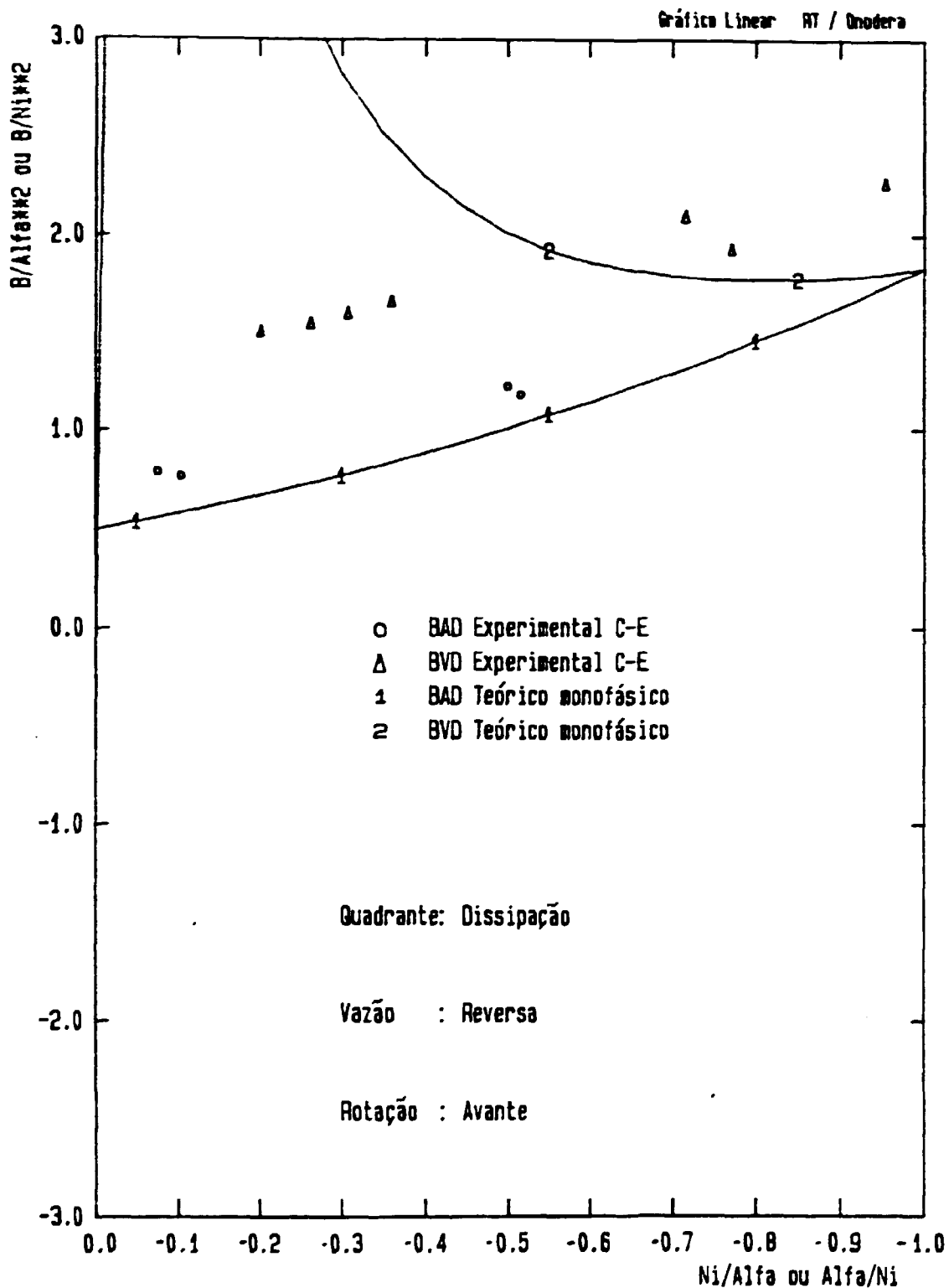


Figura 24 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo dissipação (monofásico).



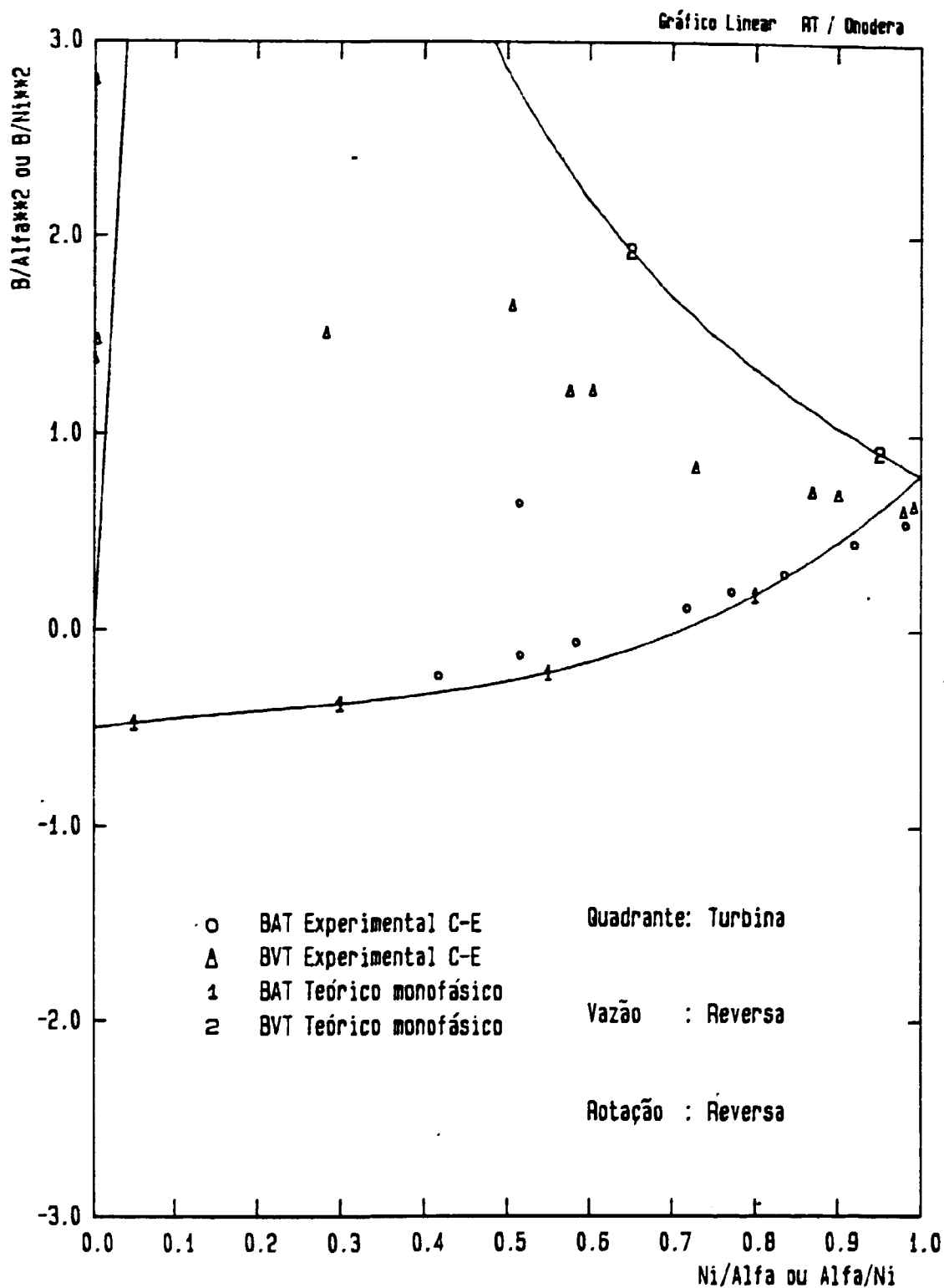


Figura 25 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (monofásico).

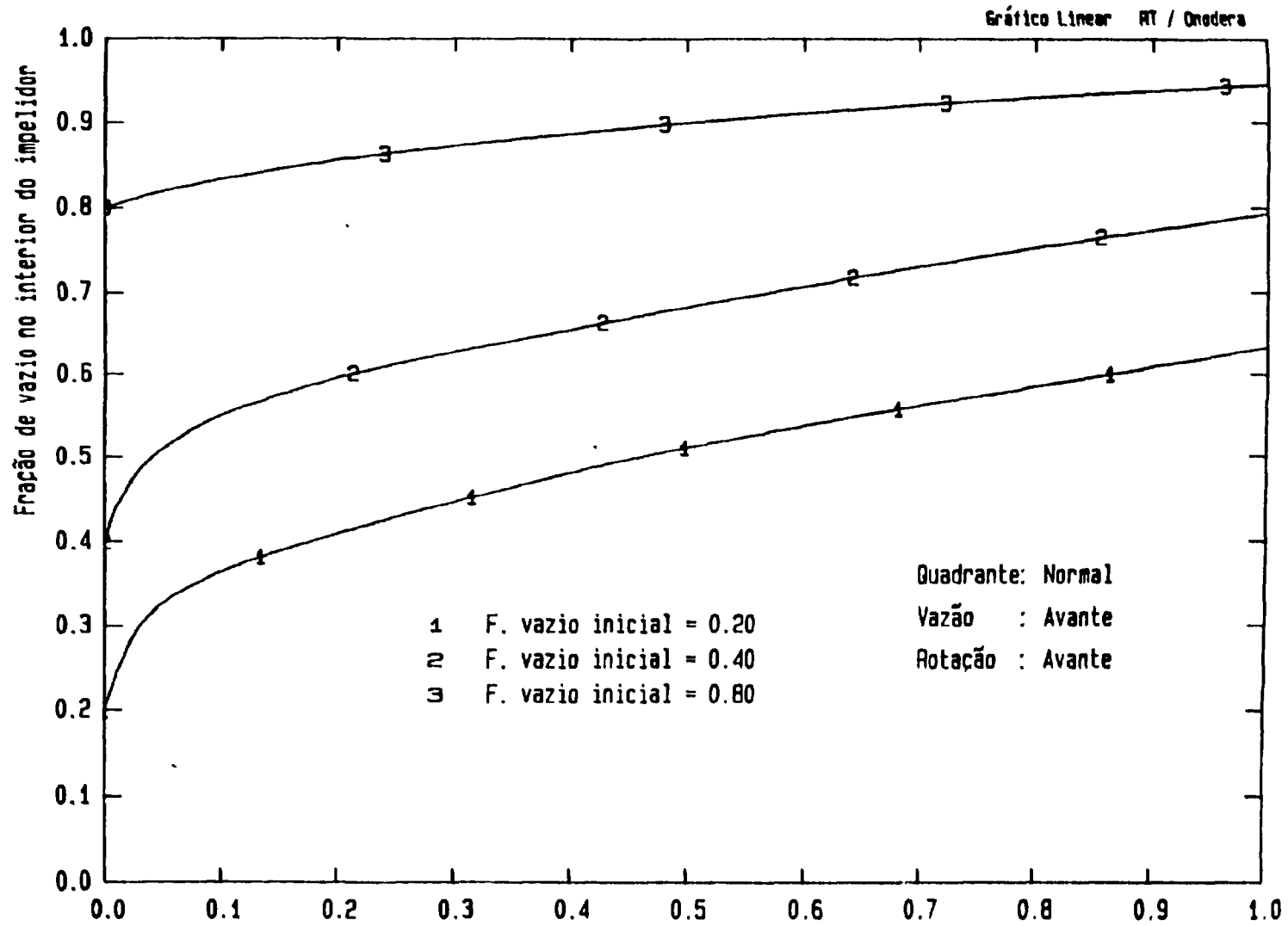


Figura 26 Fração de vazio no interior do impelidor com  $S=3,0$  e  $Ni/Alfa=1,0$  (avante).

$s/s_{total}$

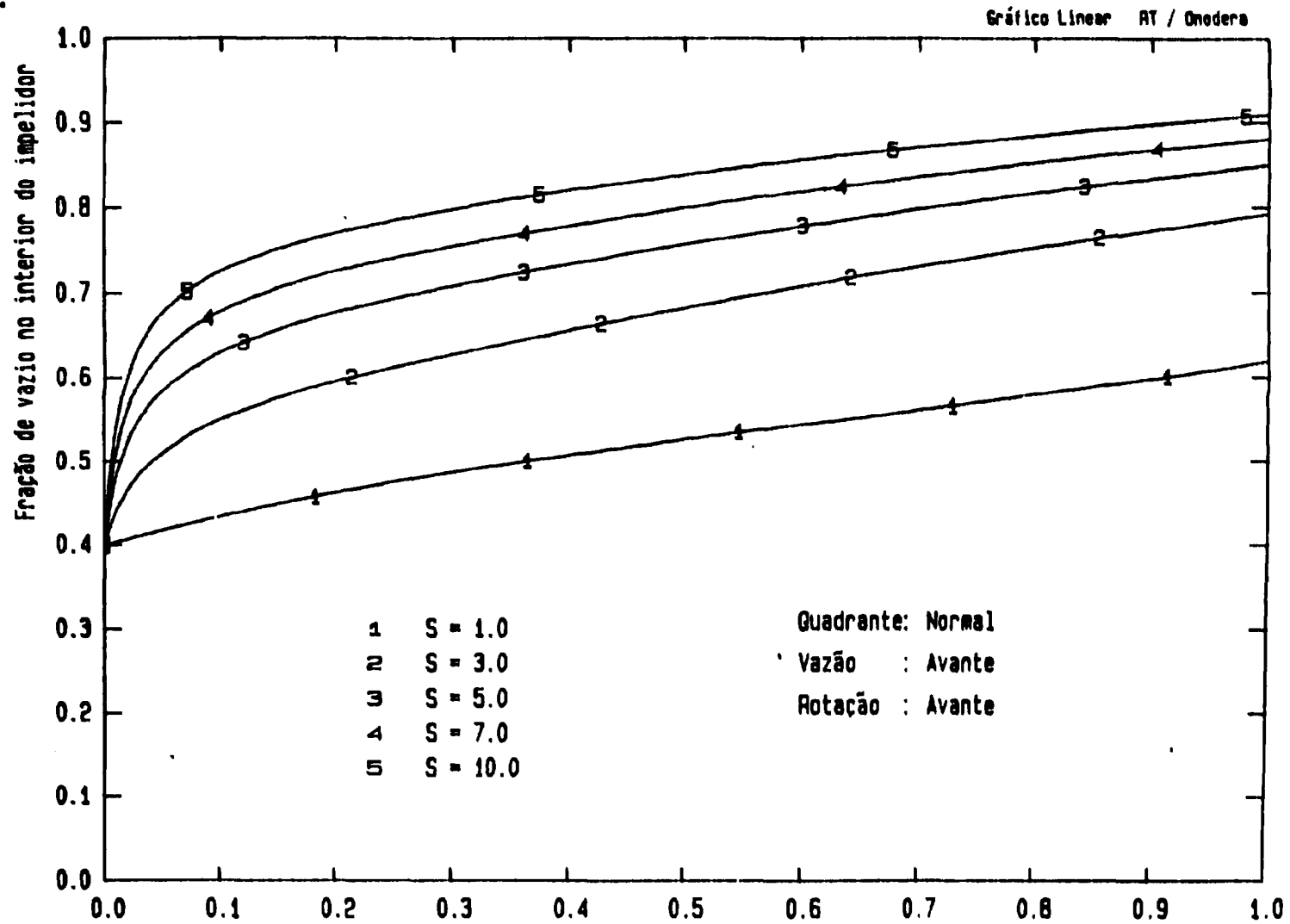
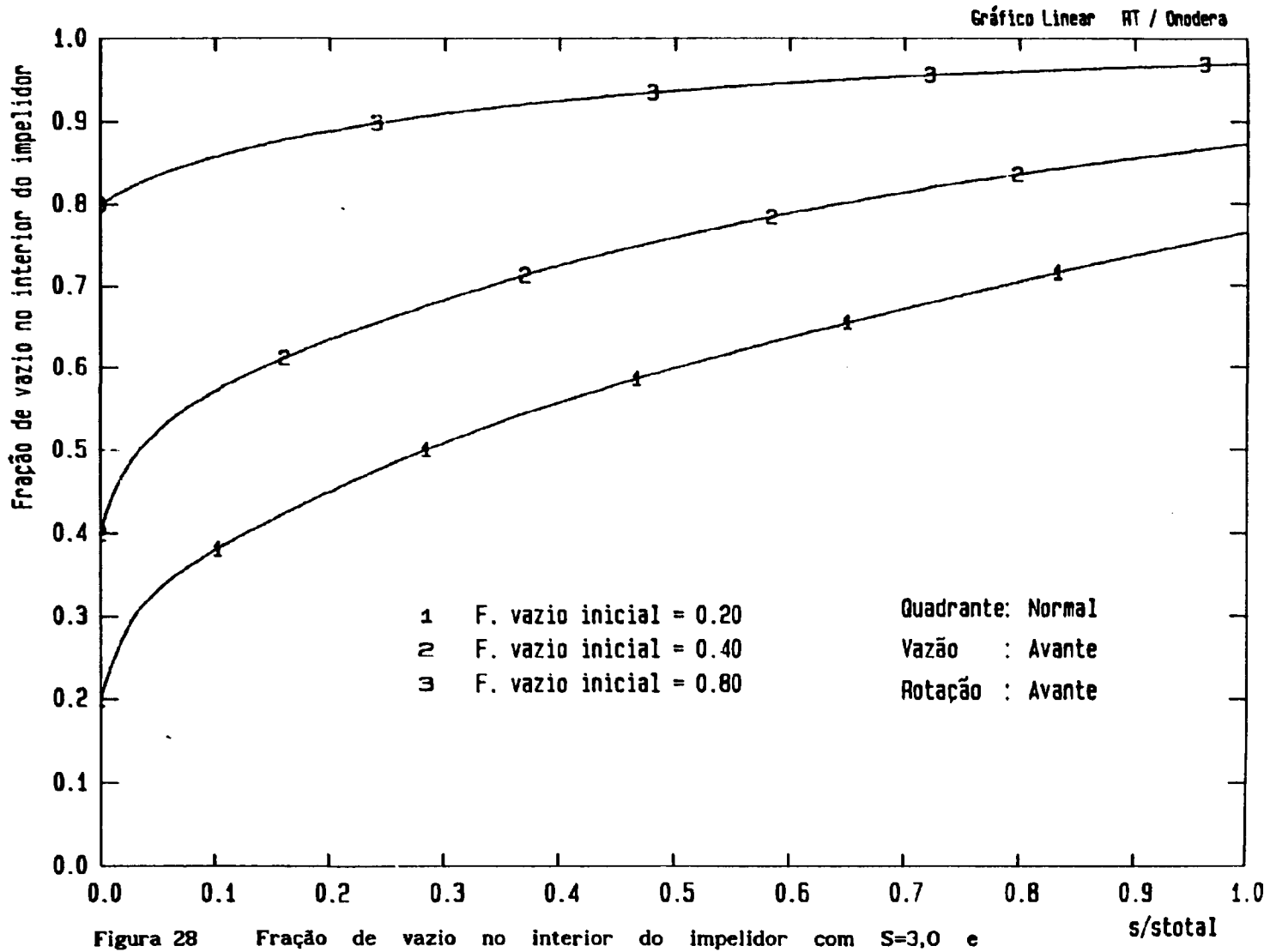


Figura 27 Influência de S na variação da fração de vazão 0,40 com

s/stotal

Ni/Alfa=1,0 (avante).



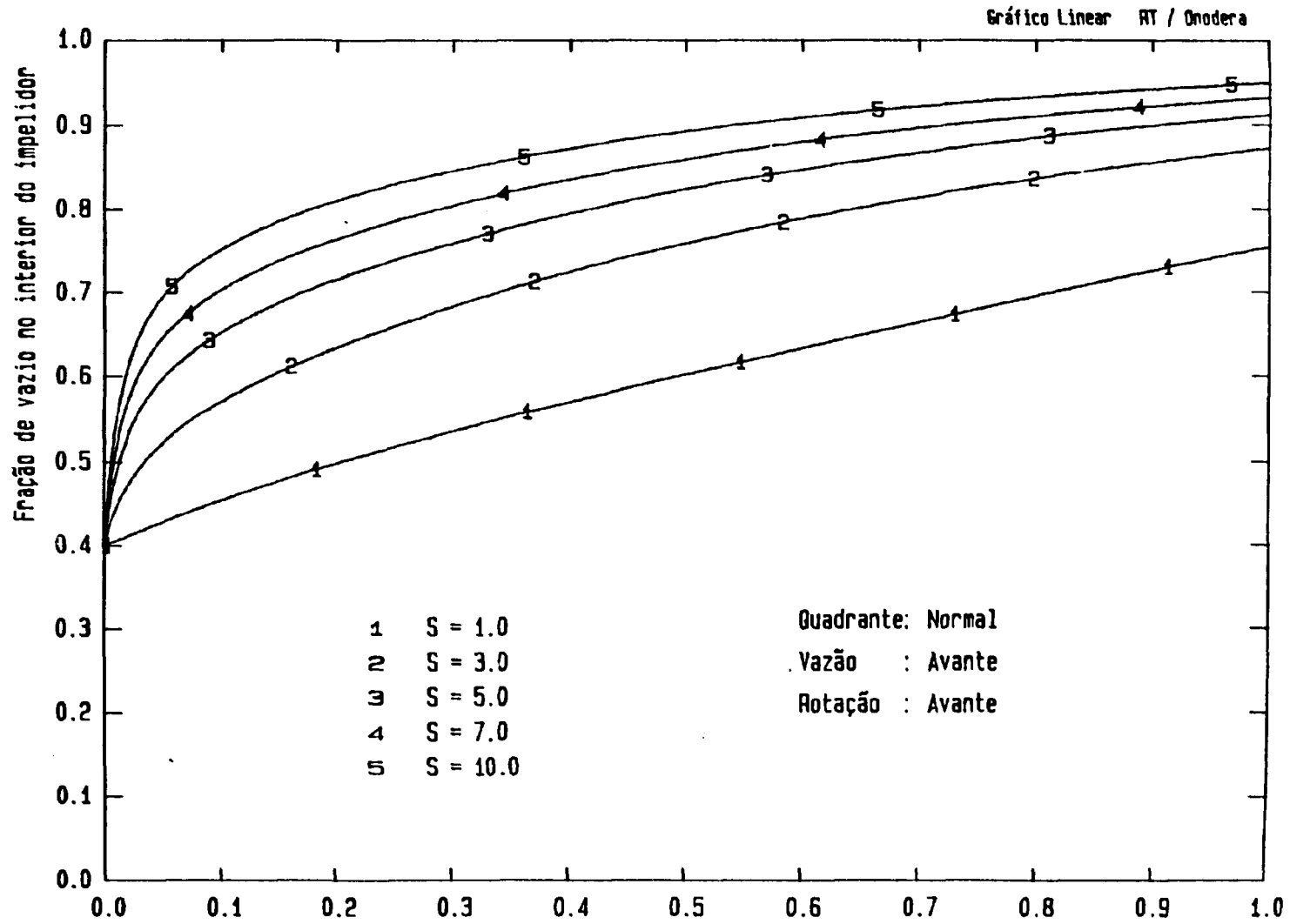


Figura 29 Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com

Ni/Alfa=0,5 (avante).

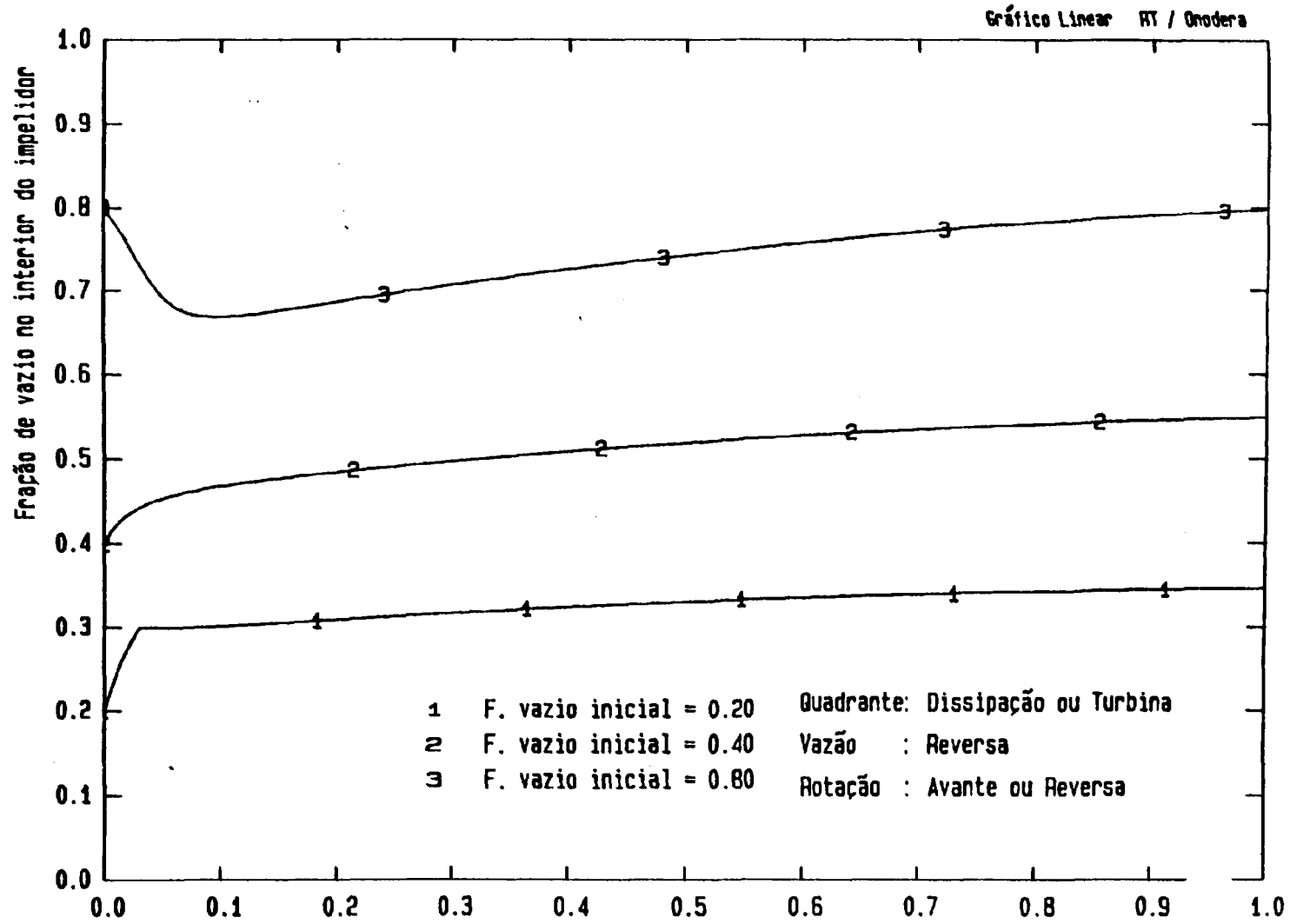


Figura 30 Fração de vazio no Interior do impelidor com  $S=3,0$  e  $s/total$   
 $Ni/Alfa=1,0$  (reverso).

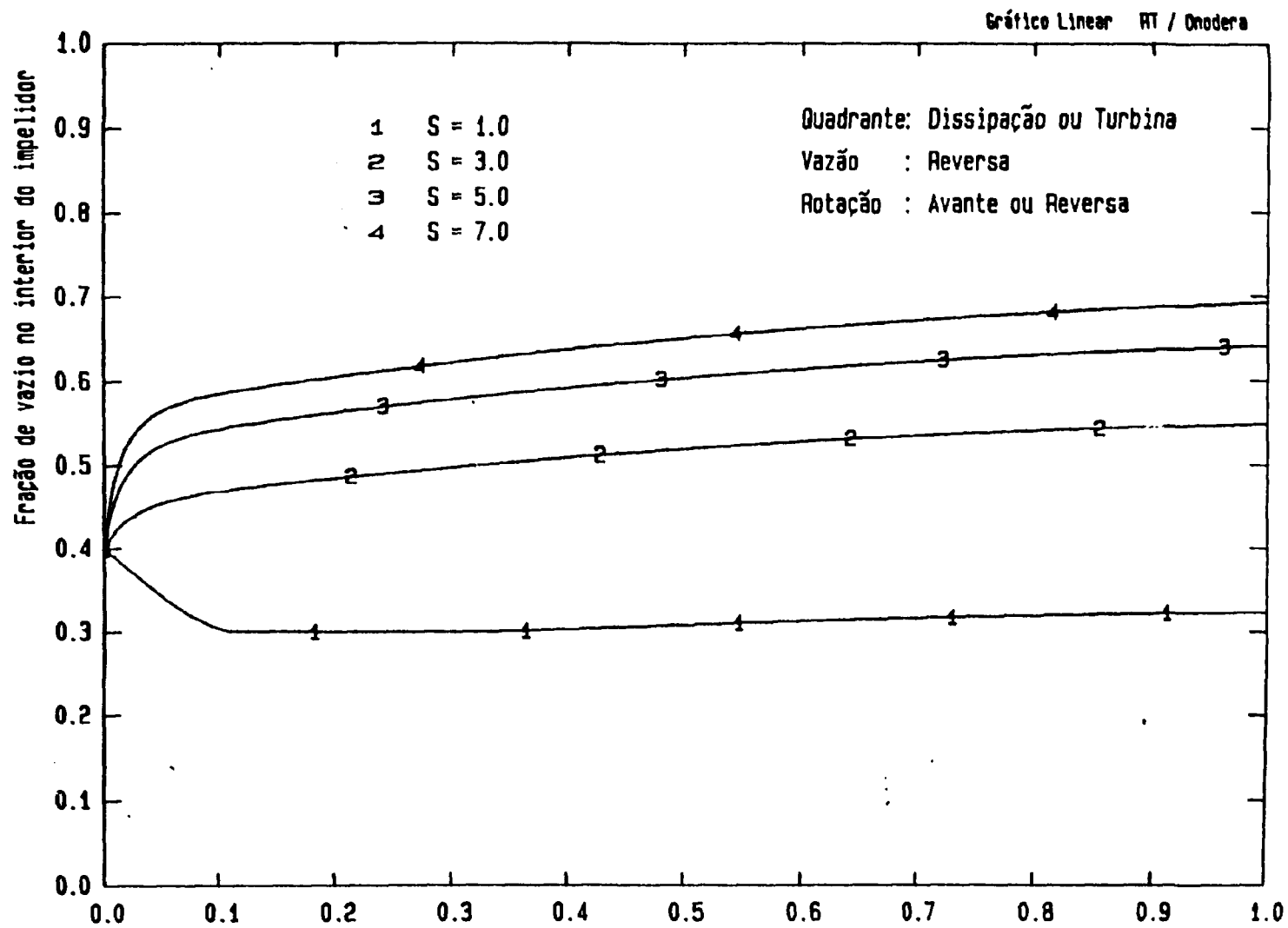


Figura 31 Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com

s/total

Ni/Alfa=1,0 (reverso).

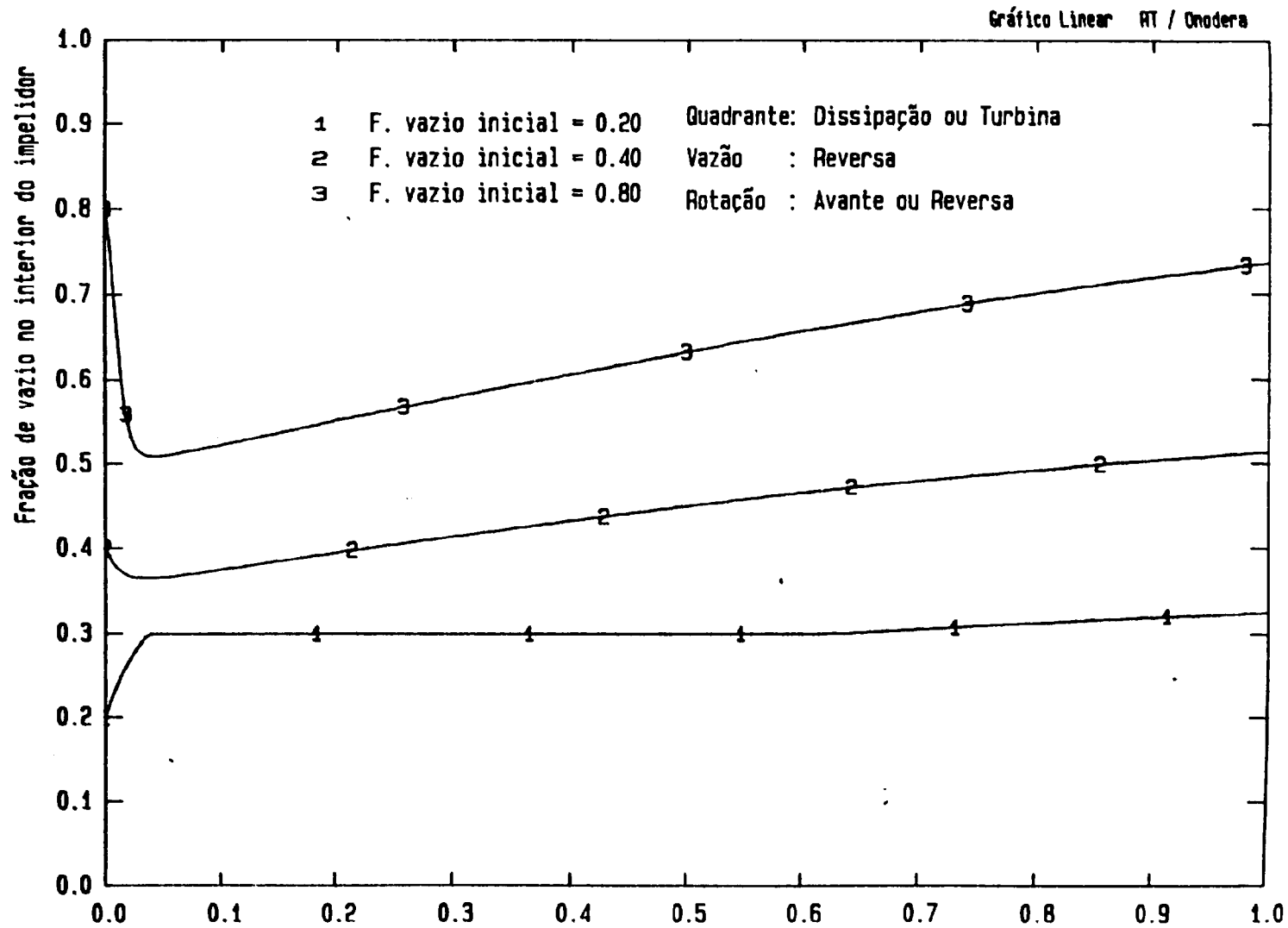


Figura 32 Fração de vazio no interior do impelidor com  $S=3,0$  e  $s/stotal$



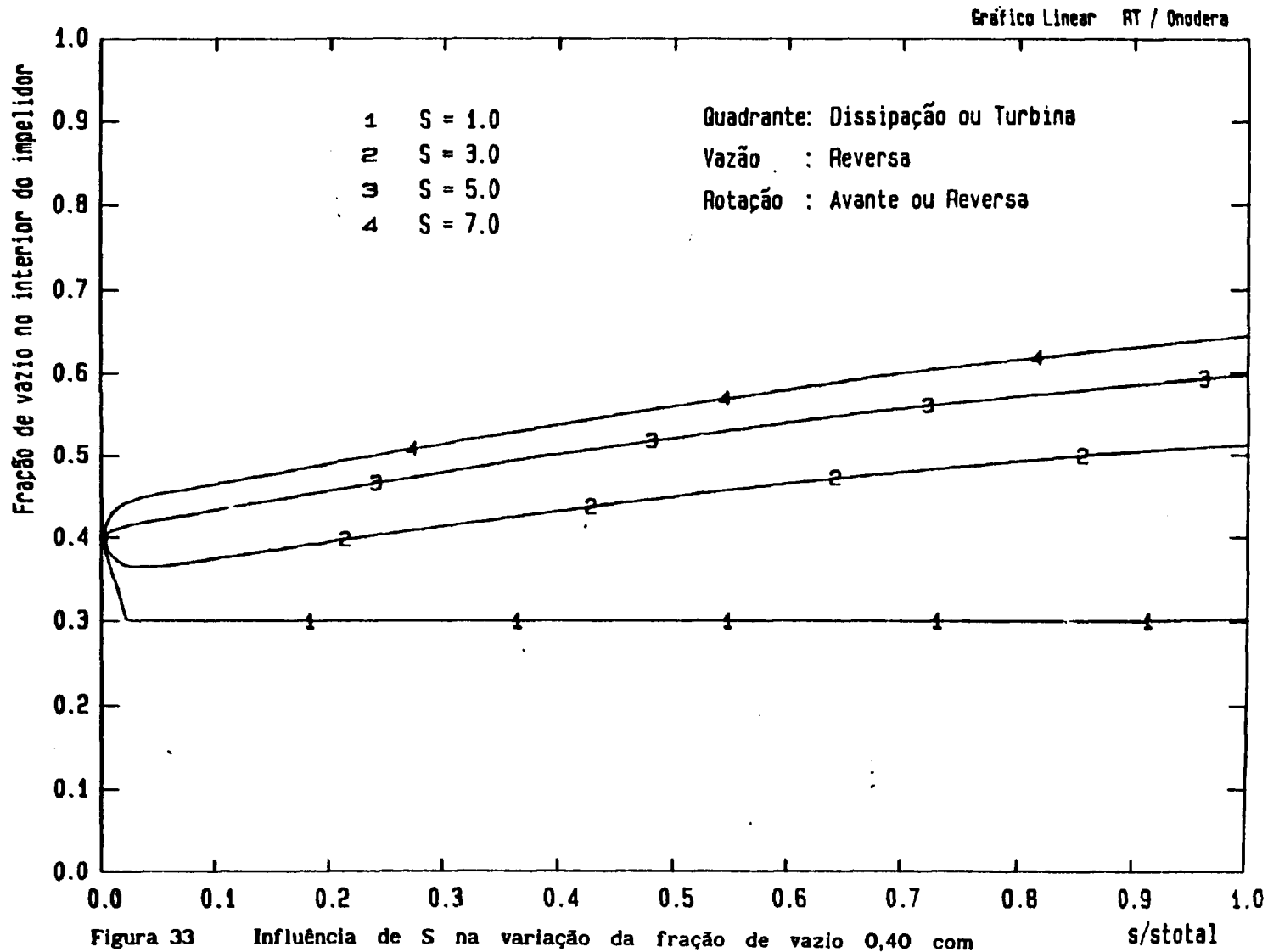


Figura 33 Influência de S na variação da fração de vazio 0,40 com

Ni/Alfa=0,5 (avante).

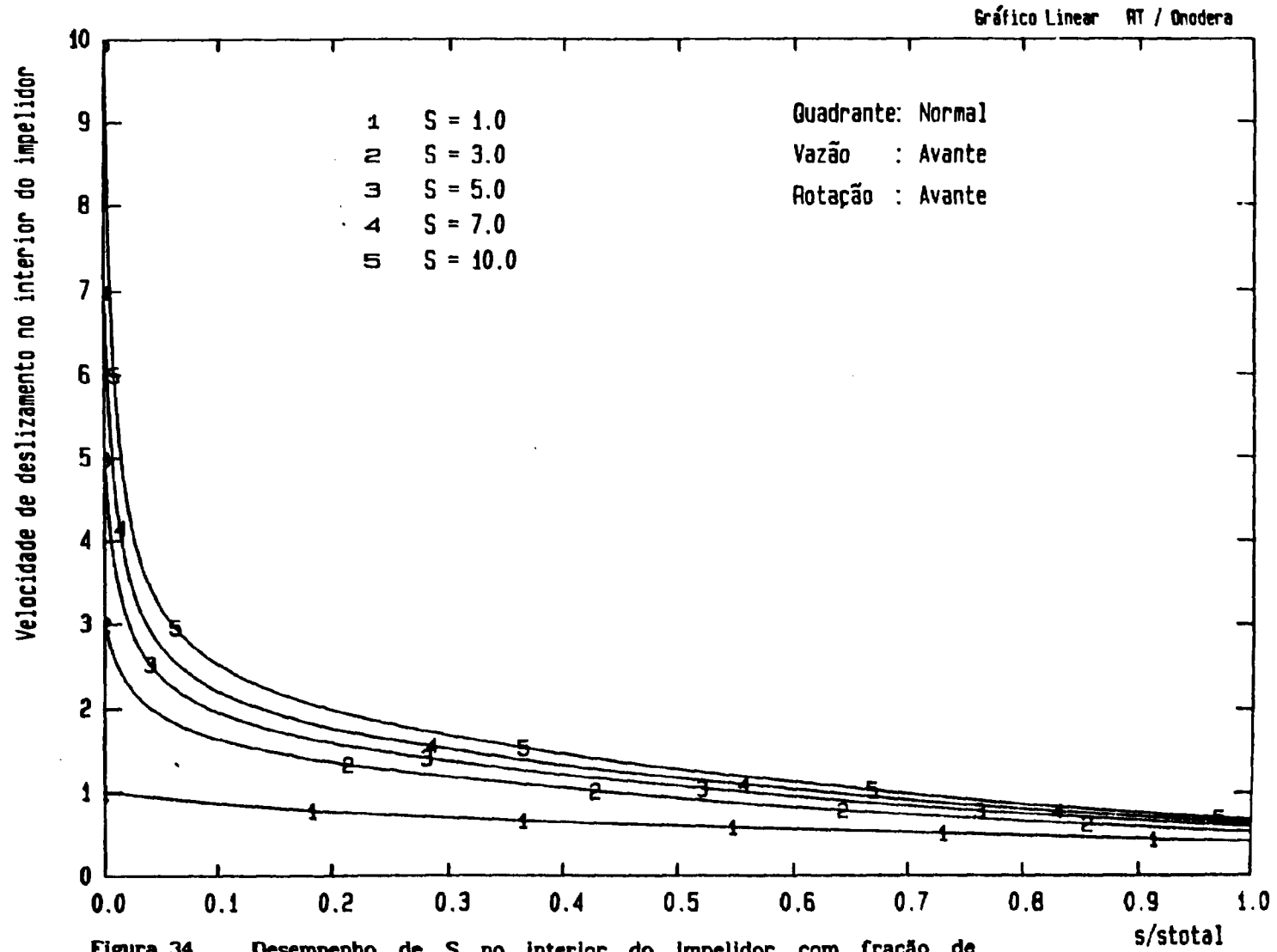
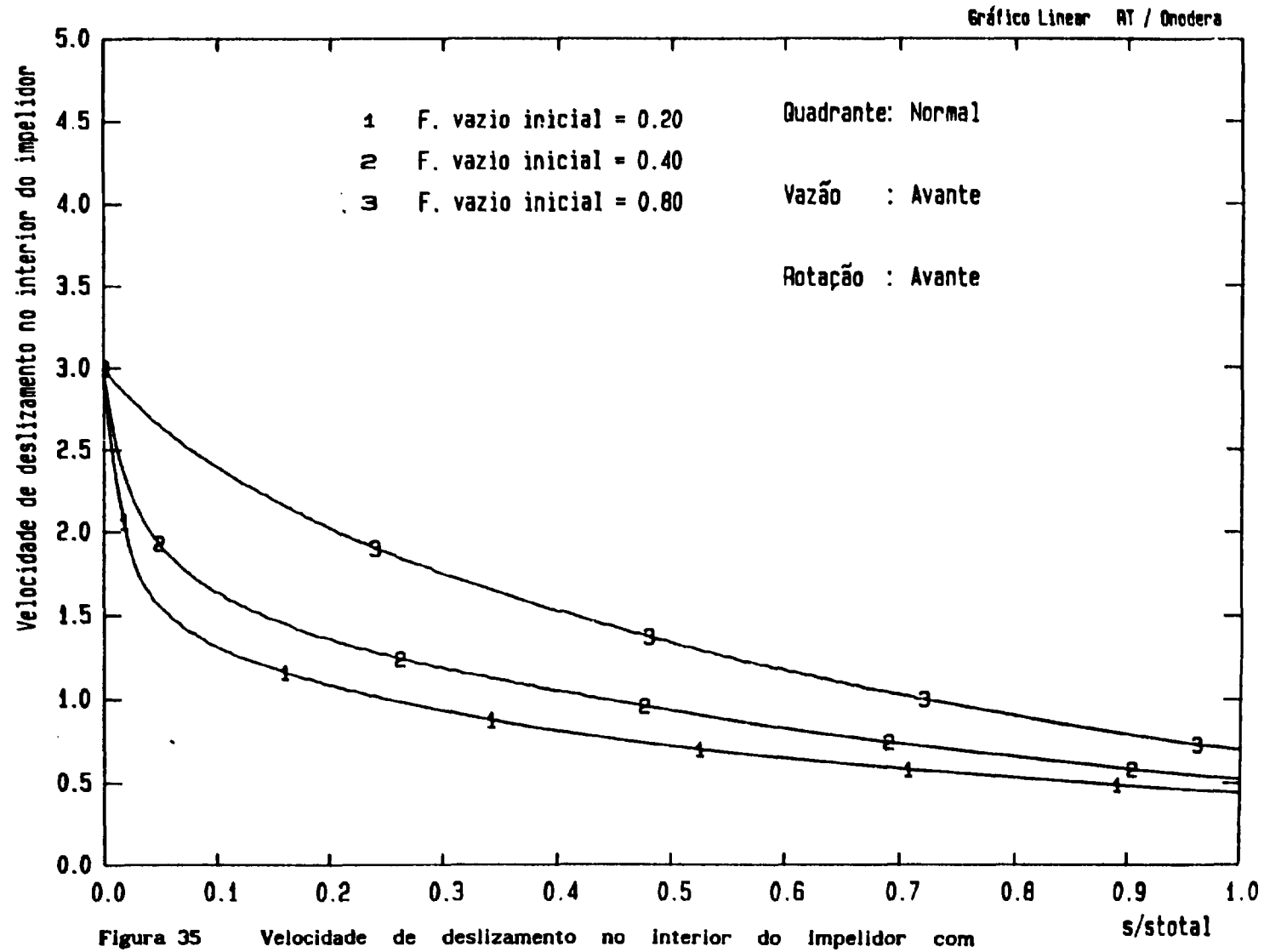
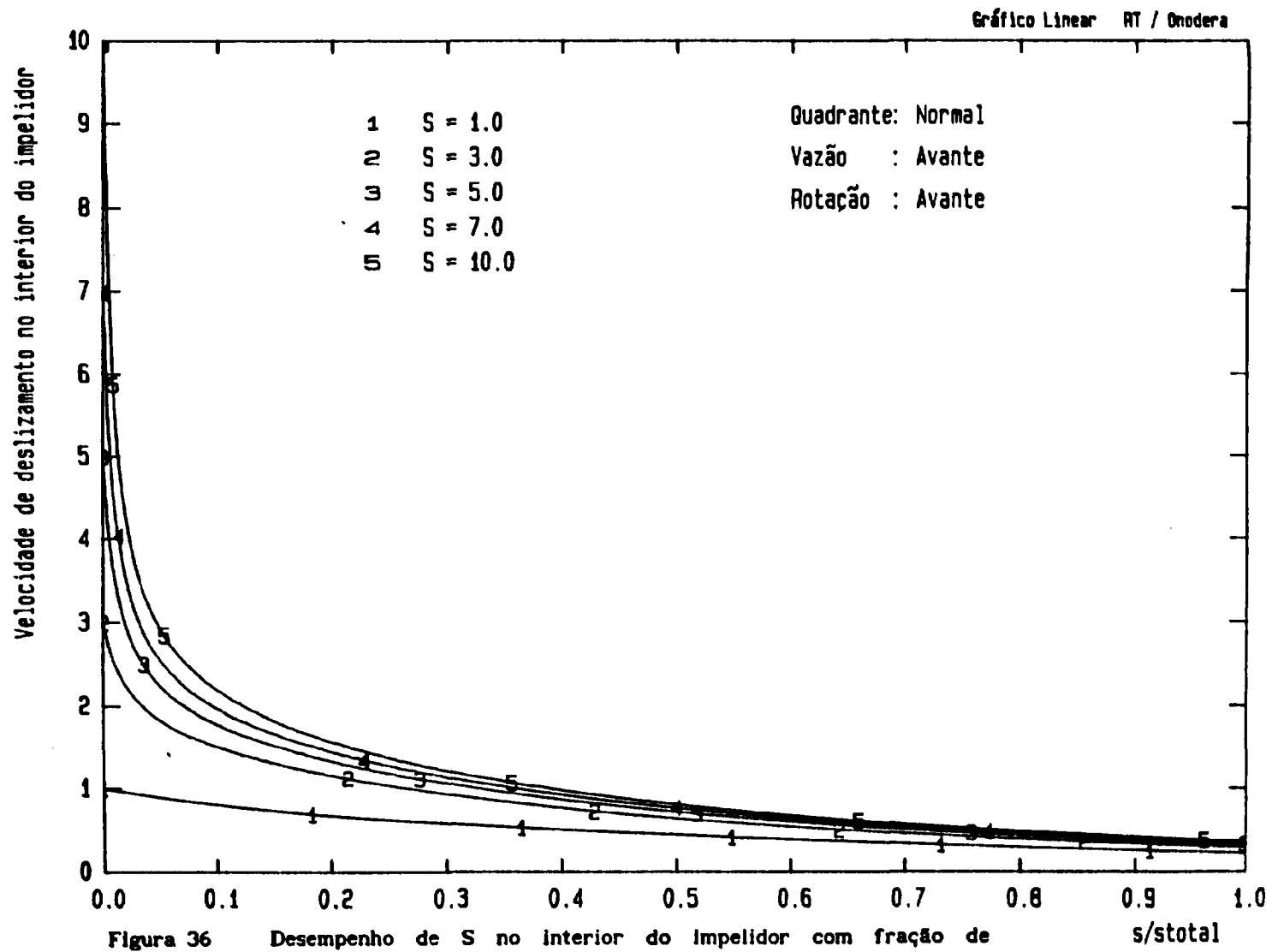


Figura 34 Desempenho de S no interior do impelidor com fração de vazão=0,40 e  $Ni/\alpha=1,0$  (avante).





vazio=0.40 e  $Ni/\alpha=0.5$  (avante).

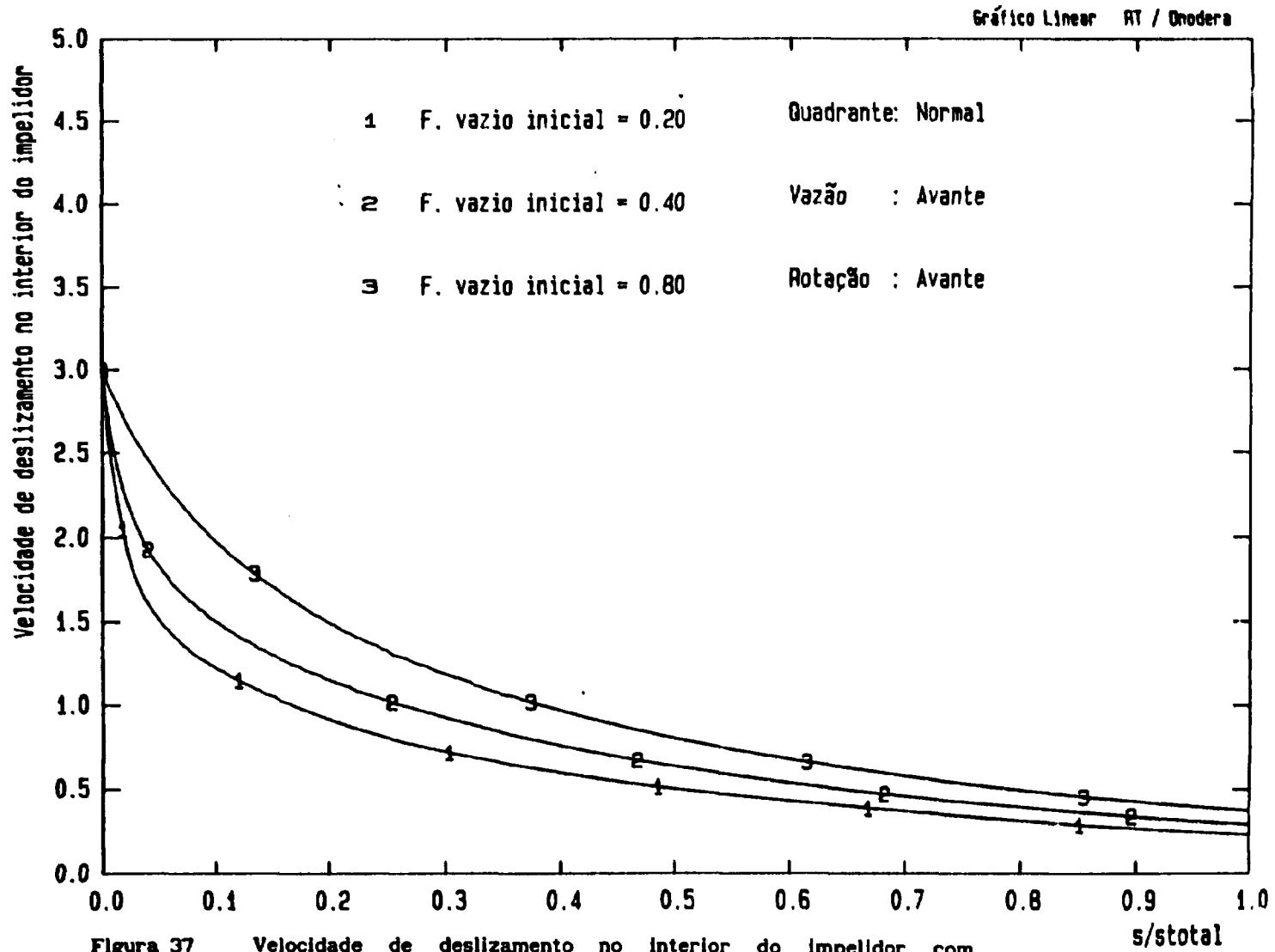


Figura 37 Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com

$Ni/Alfa=0,5$  (avante).

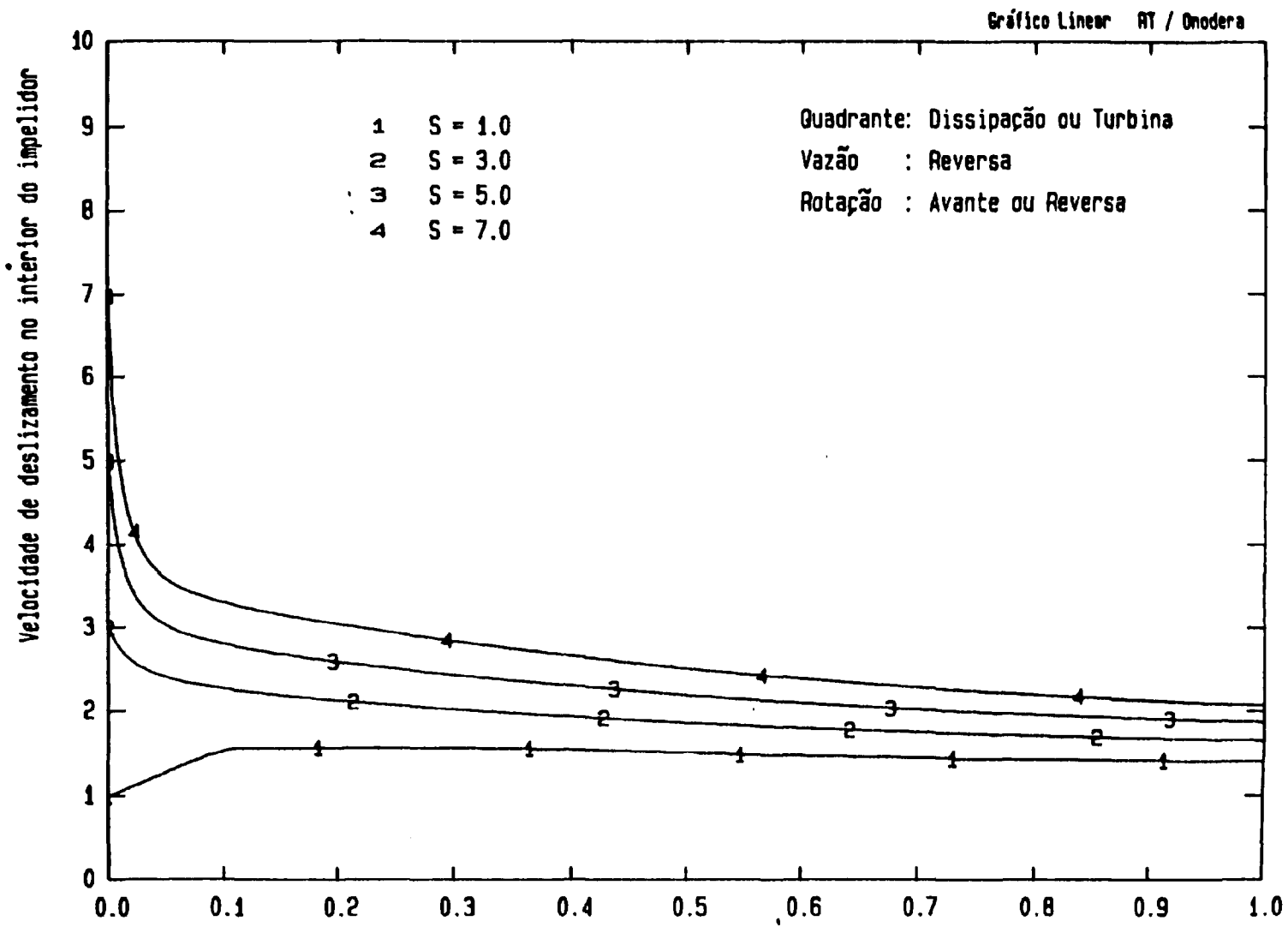


Figura 38 Desempenho de S no interior do impelidor com fração de  $s/total$  vazio=0,40 e  $Ni/Alfa=1,0$  (reverso).

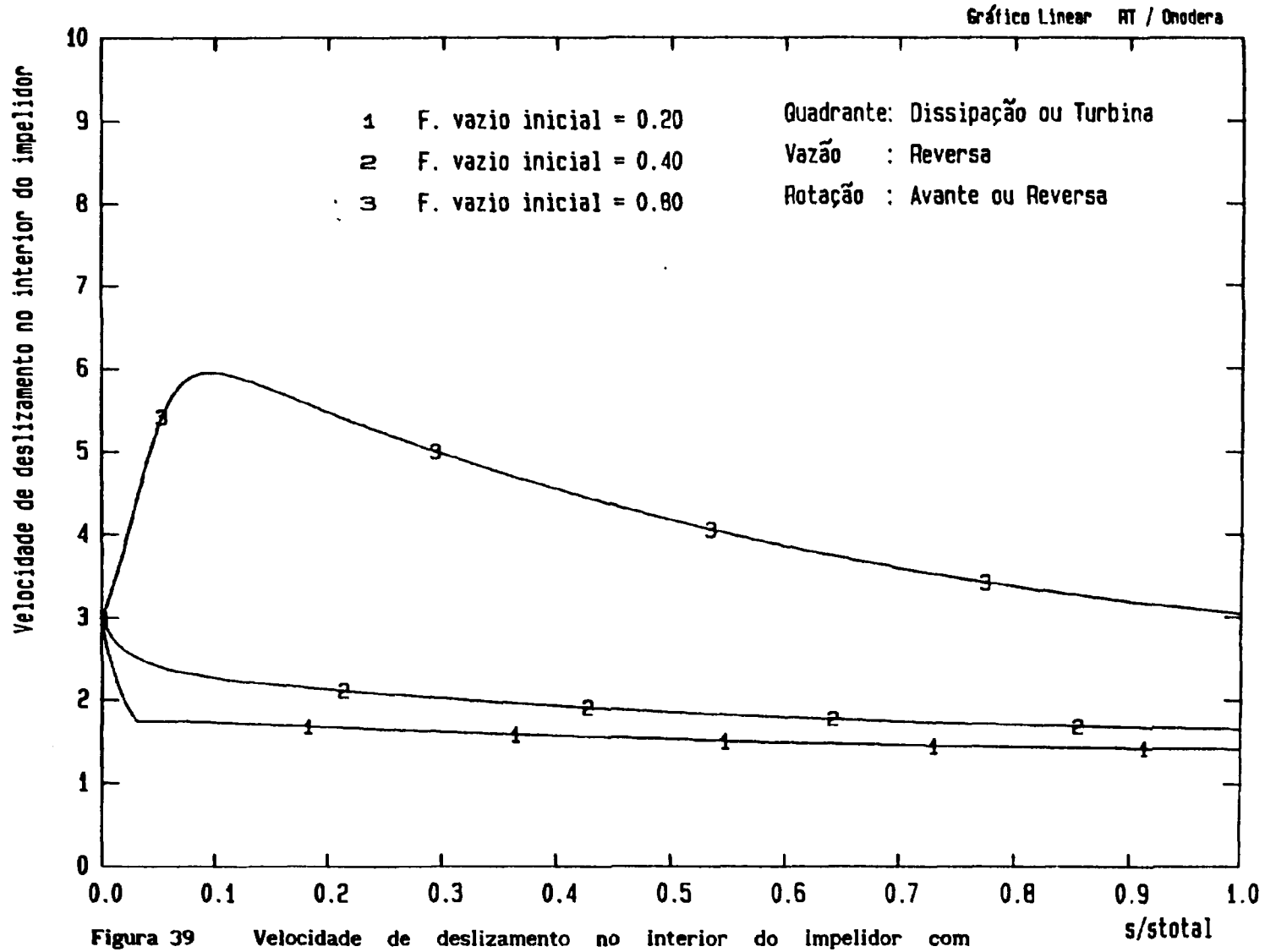


Figura 39 Velocidade de deslizamento no interior do impelidor com

$Ni/Alfa=1,0$  (reverso).

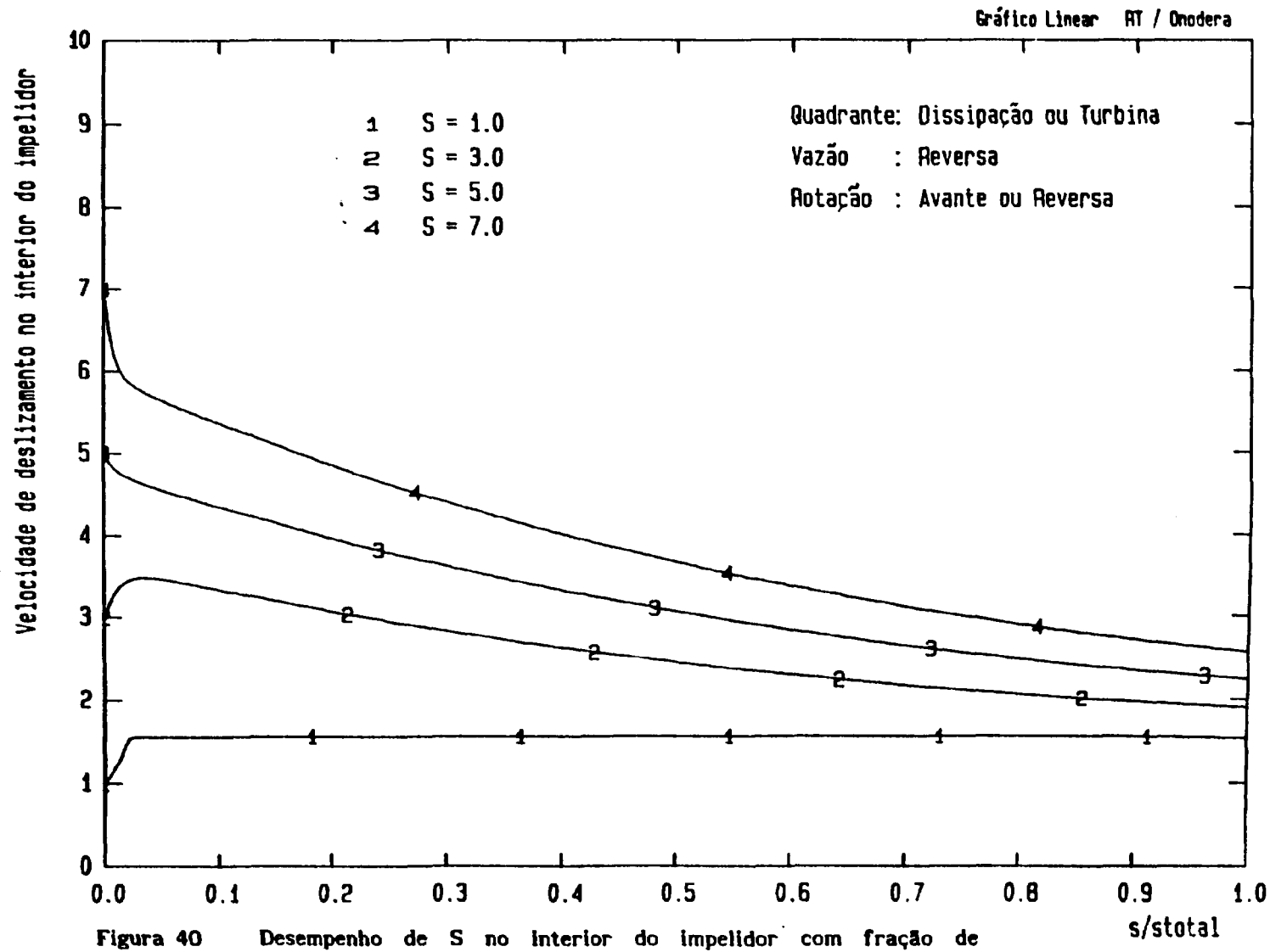
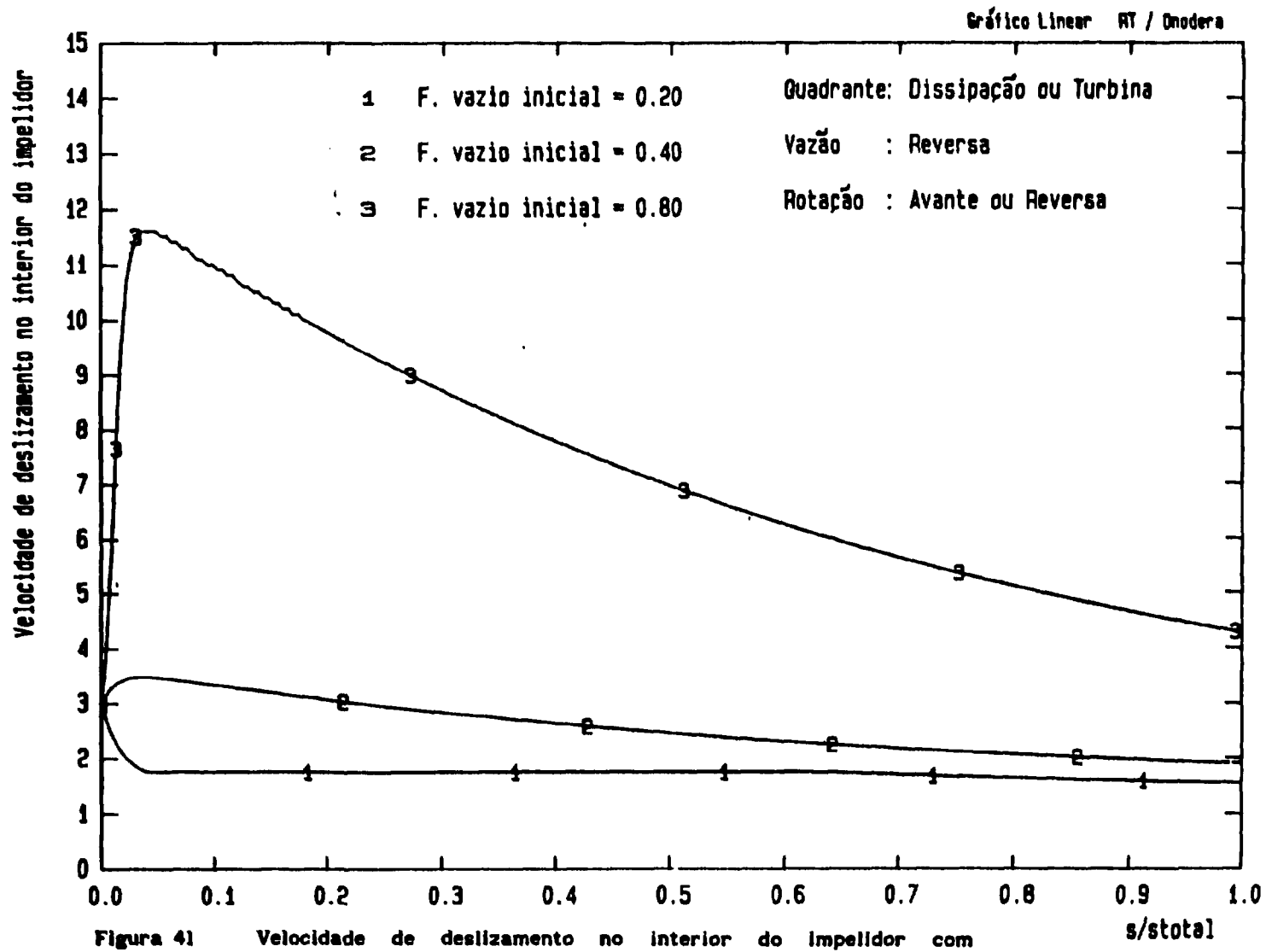


Figura 40 Desempenho de S no interior do impelidor com fração de

vazio=0,40 e  $Ni/\text{Alfa}=0,5$  (reverso).





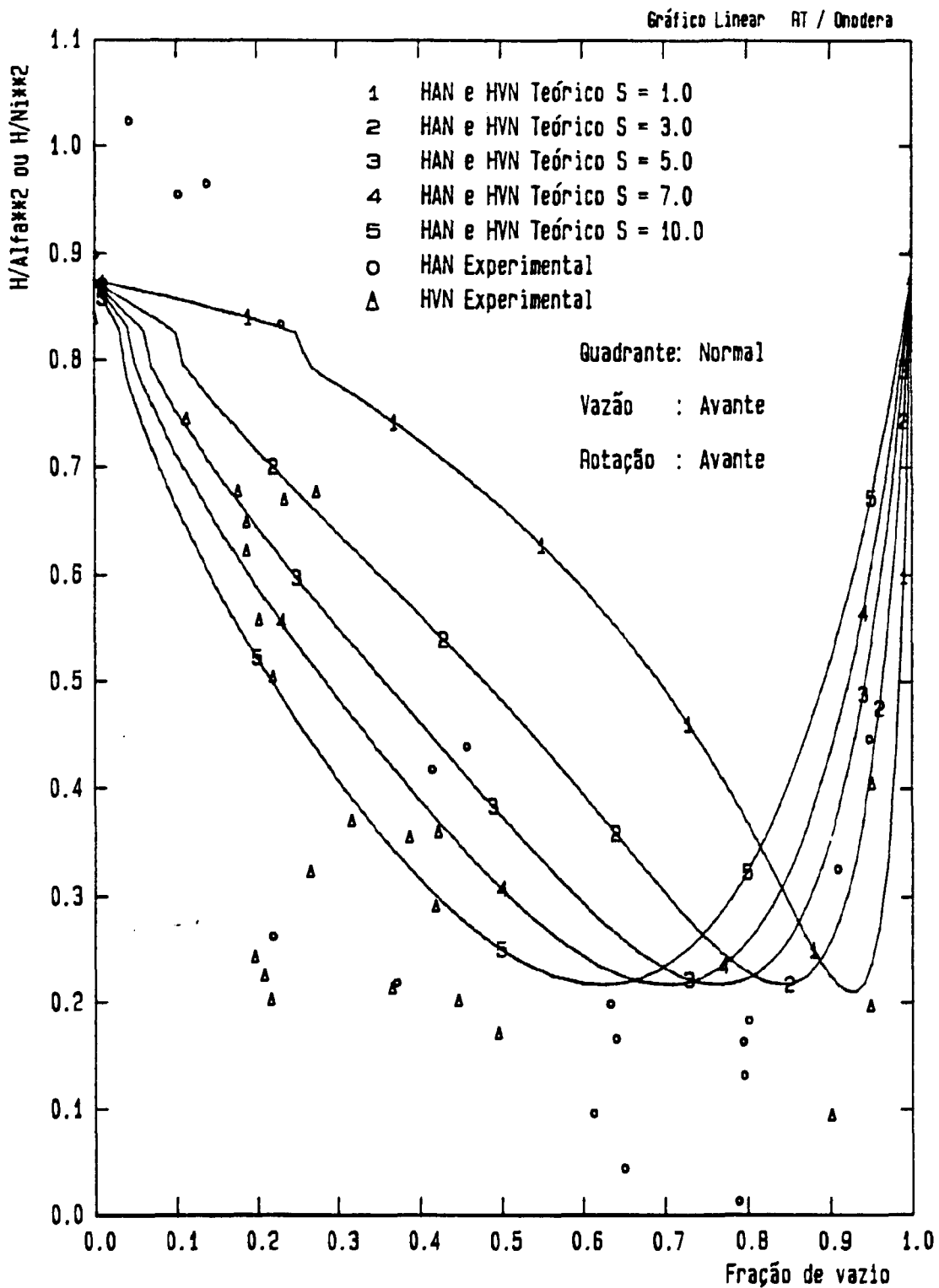


Figura 42 Influência da velocidade de deslizamento na degradação da altura manométrica homogênea normal com Ni/Alfa=1,0.

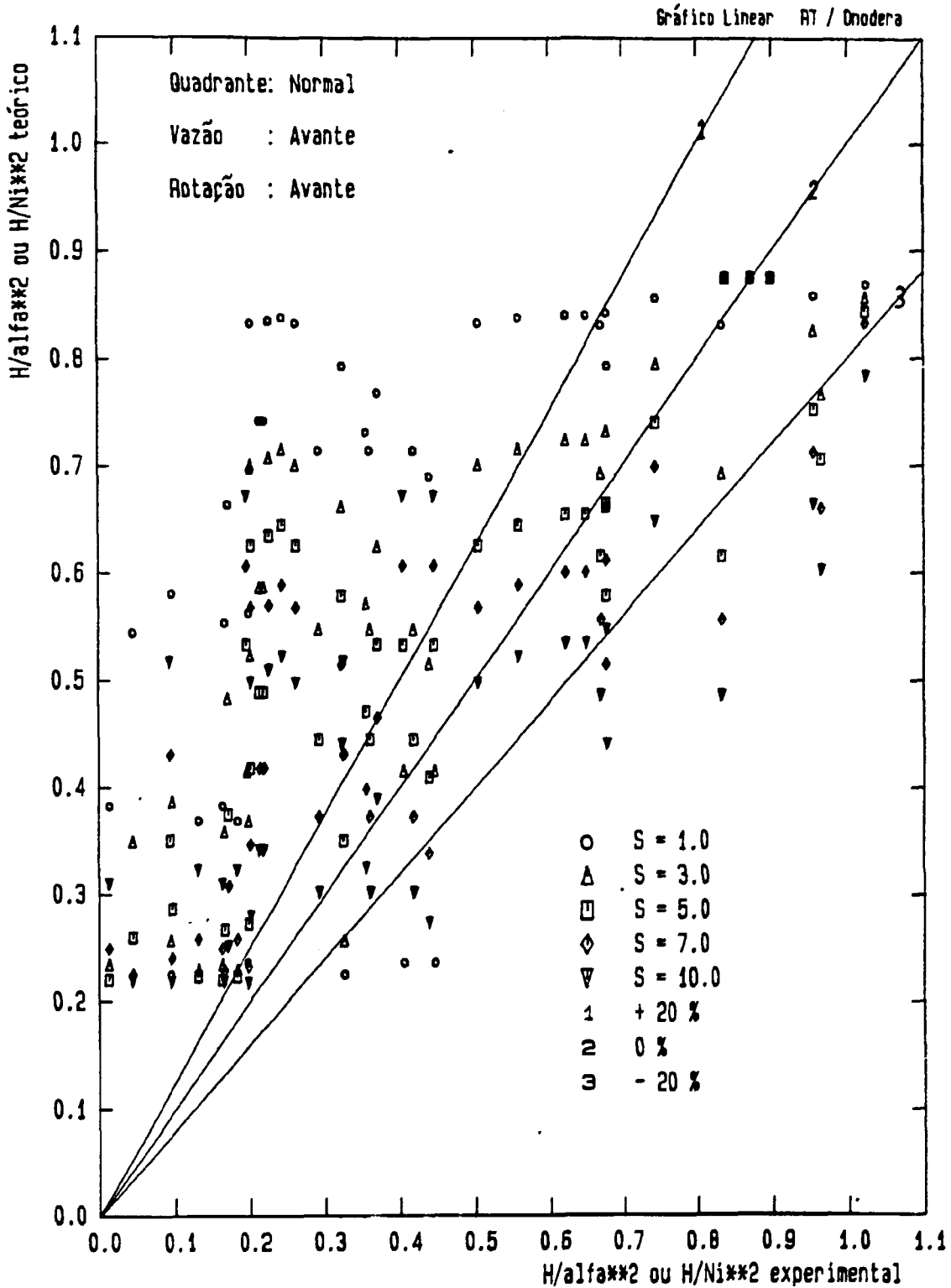


Figura 43 Distribuição teórica-experimental da altura manométrica homóloga bifásica normal com  $Nl/Alfa=1,0$ .

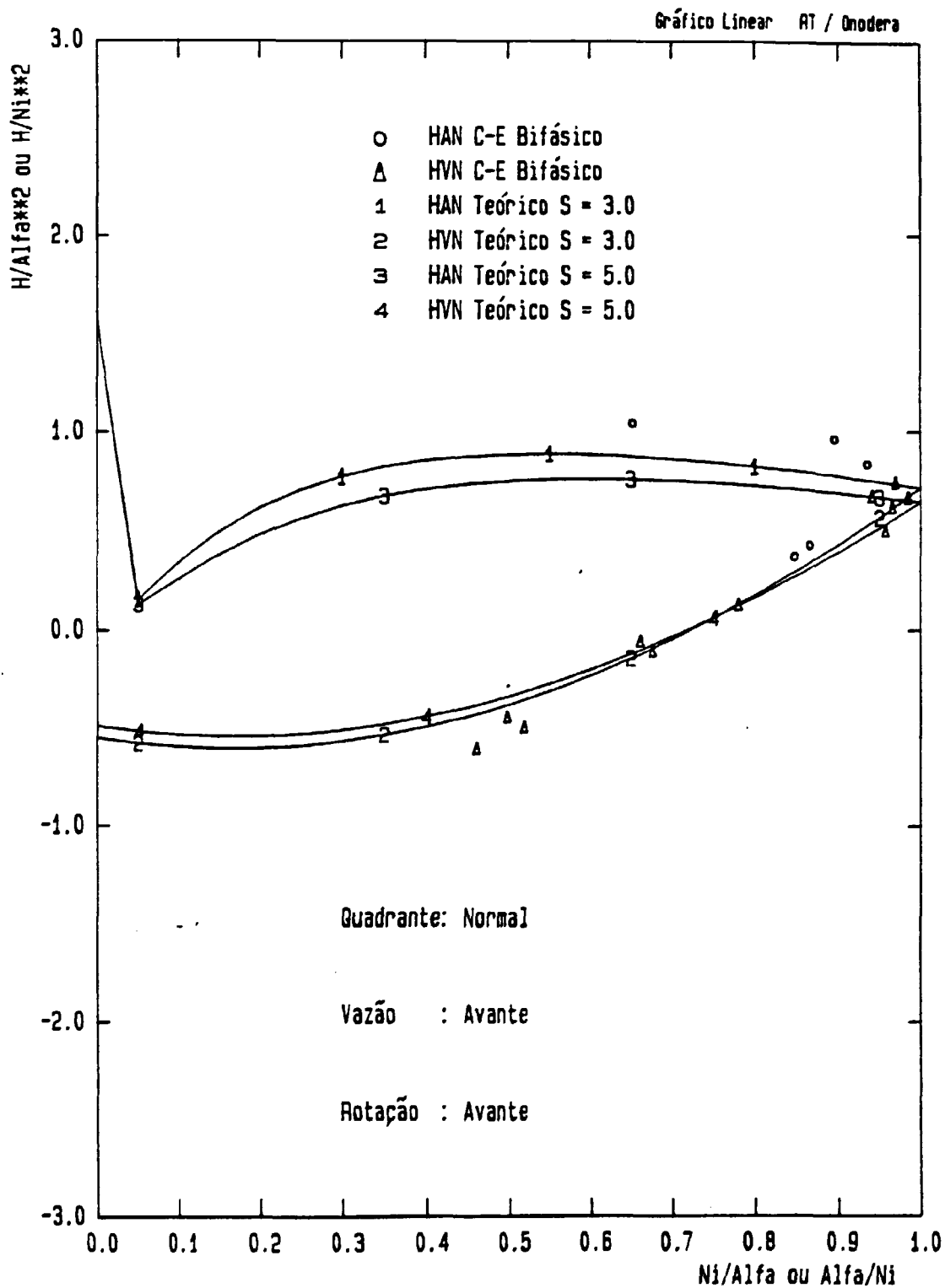


Figura 44 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazão=0,20).

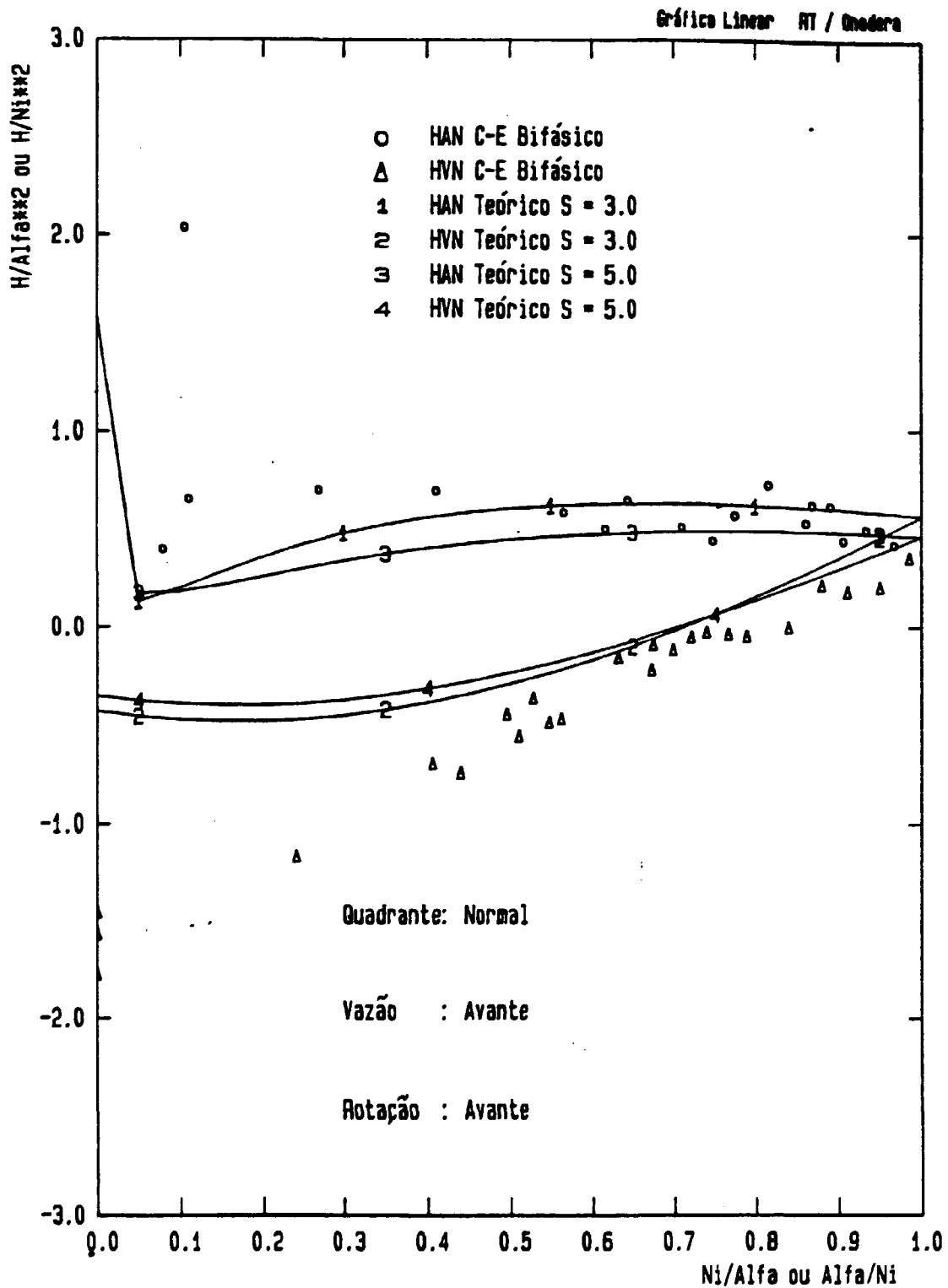


Figura 45 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazão=0,40).

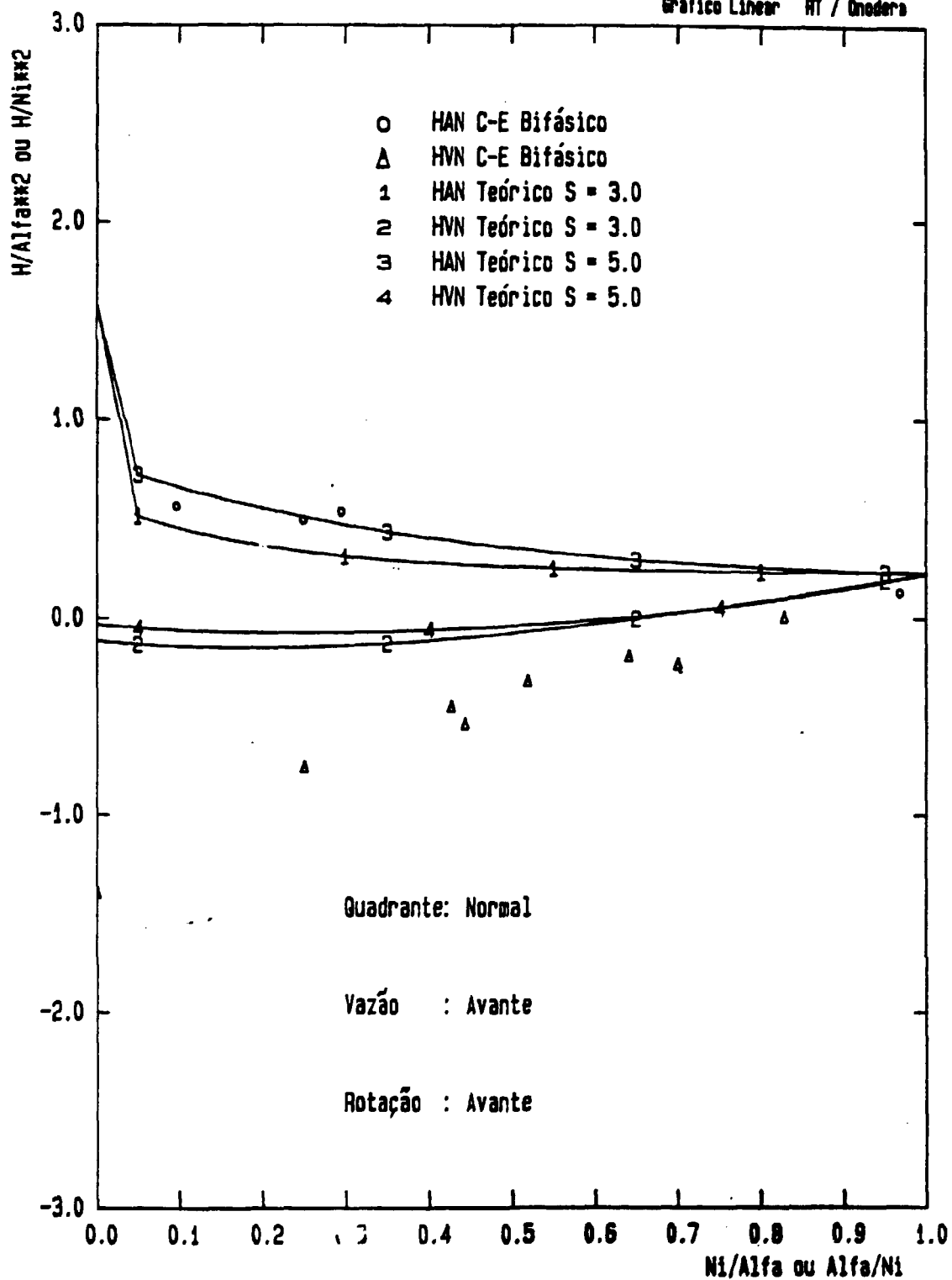


Figura 46 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga normal (fração de vazão=0,80).

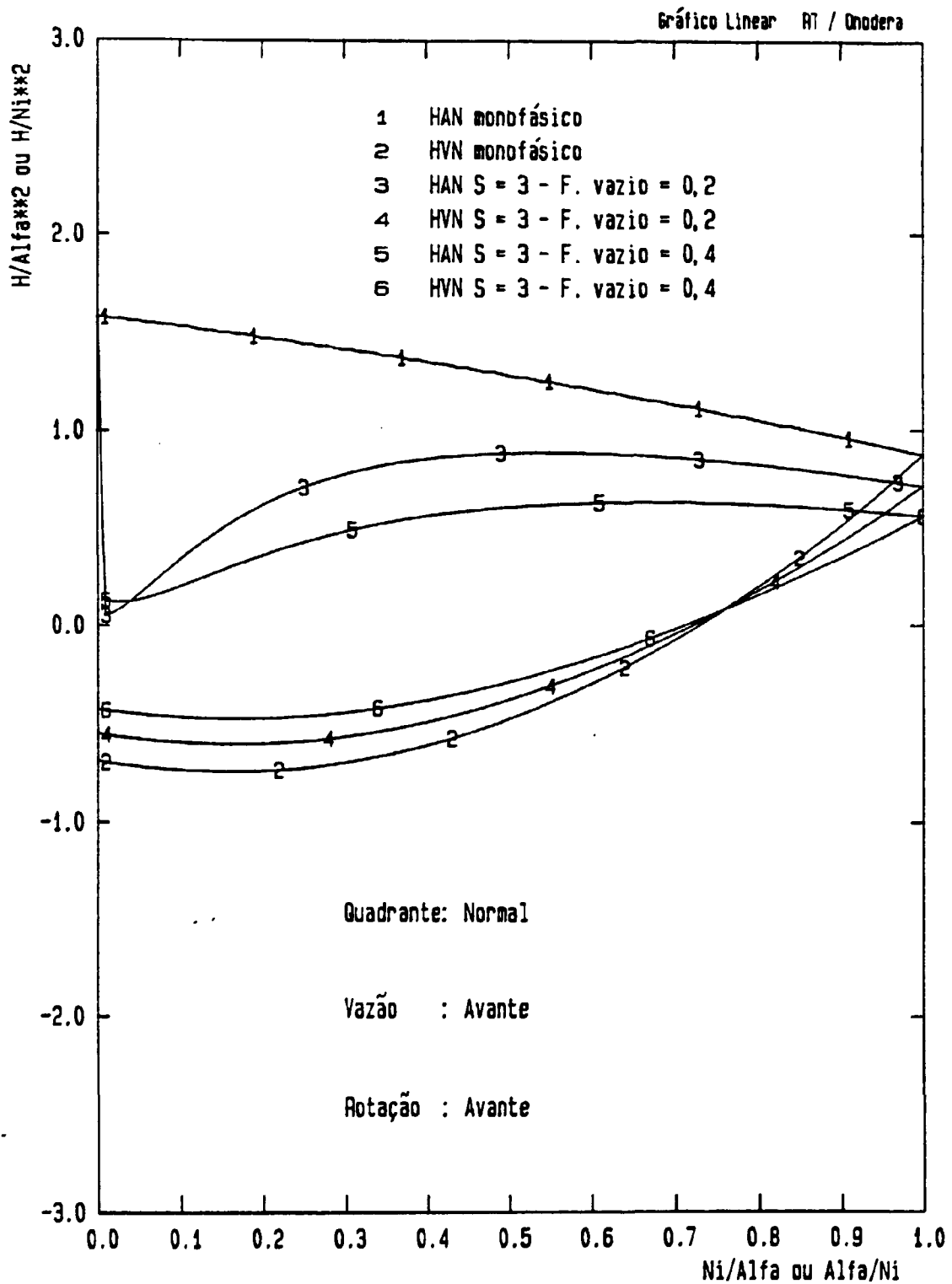


Figura 47 Comparação teórica da degradação da altura manométrica homóloga normal.

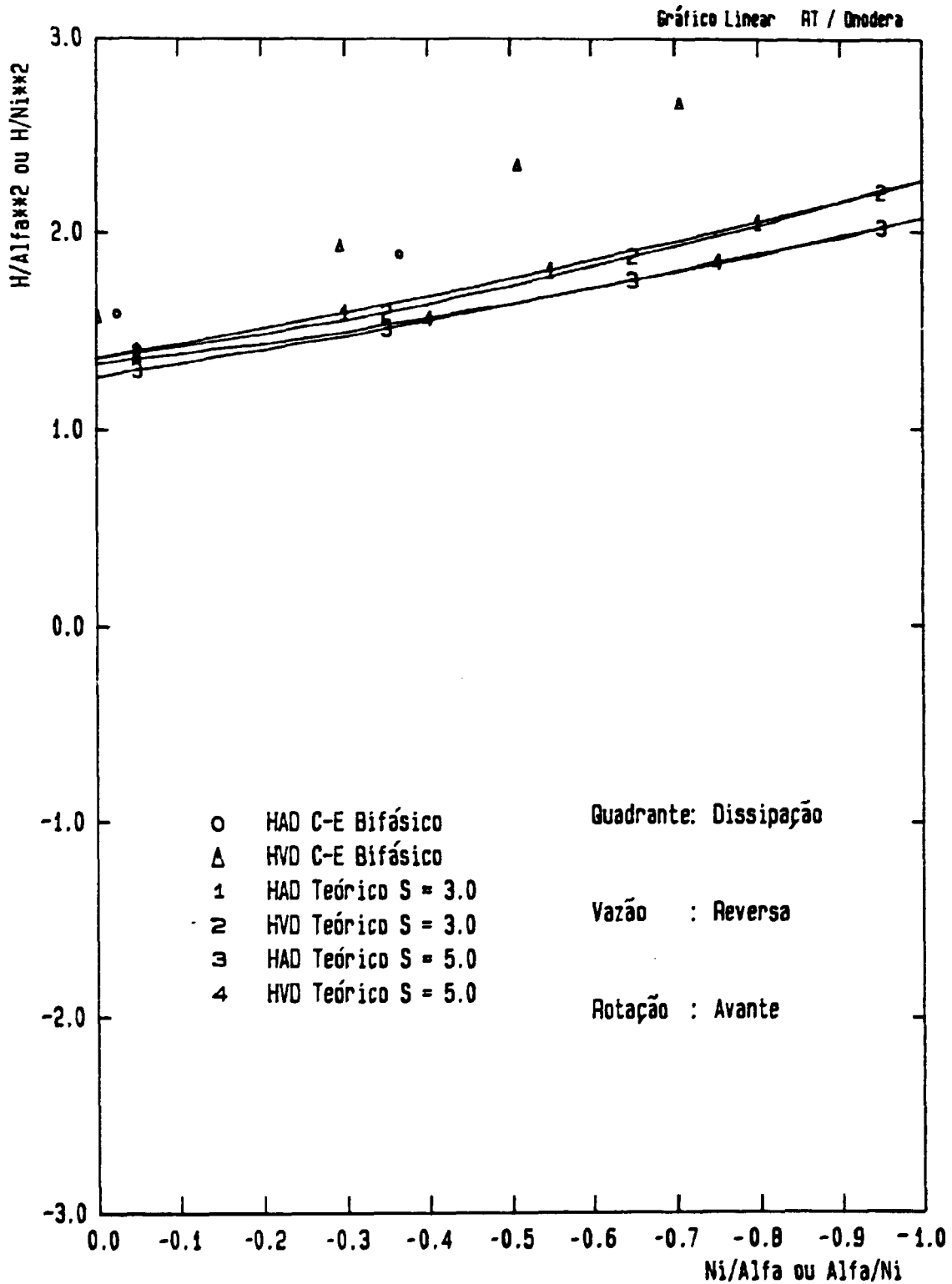


Figura 48 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga dissipação (fração de vazio=0,20).



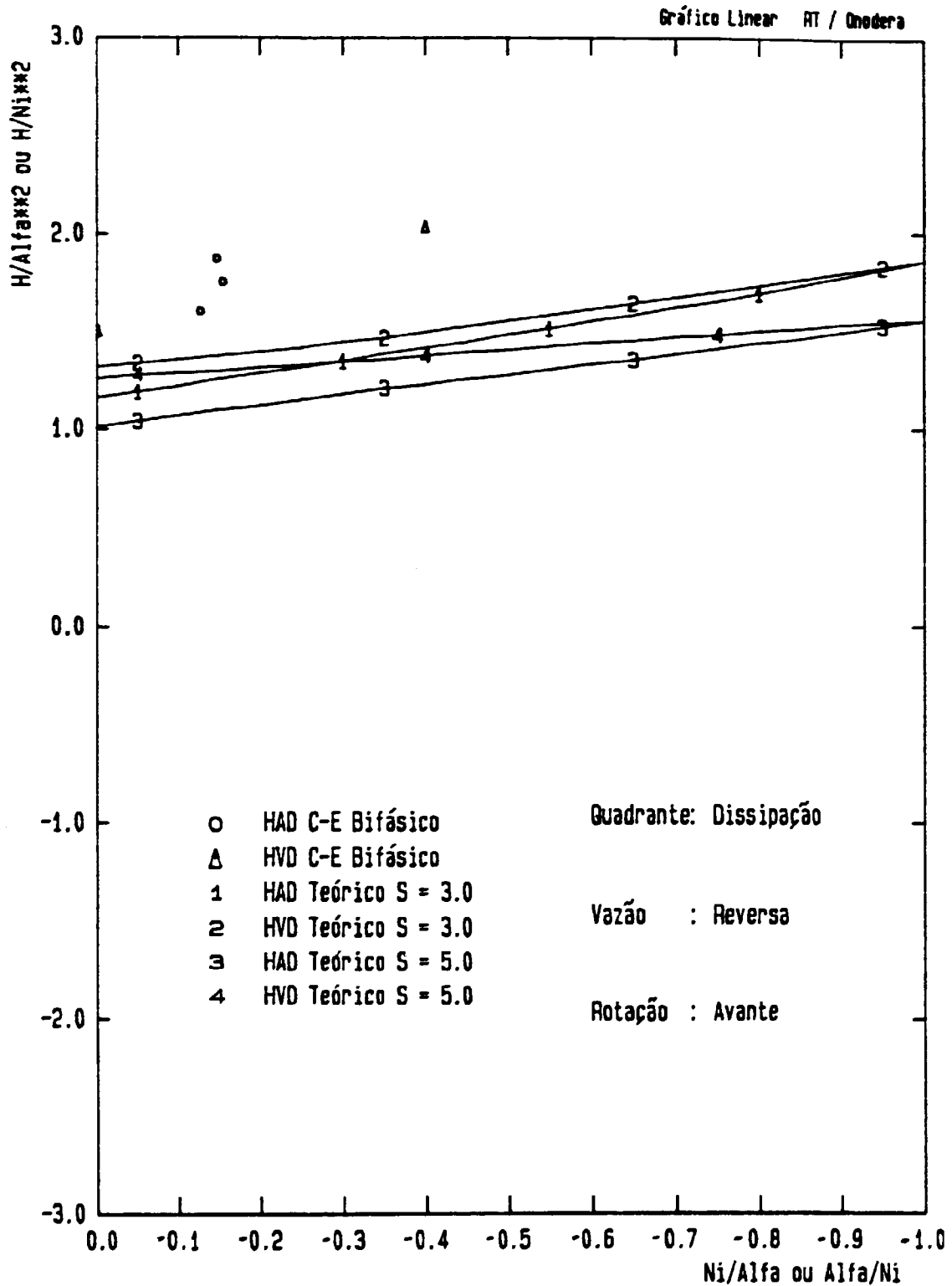


Figura 49 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga dissipação (fração de  $\tau = 0,40$ ).

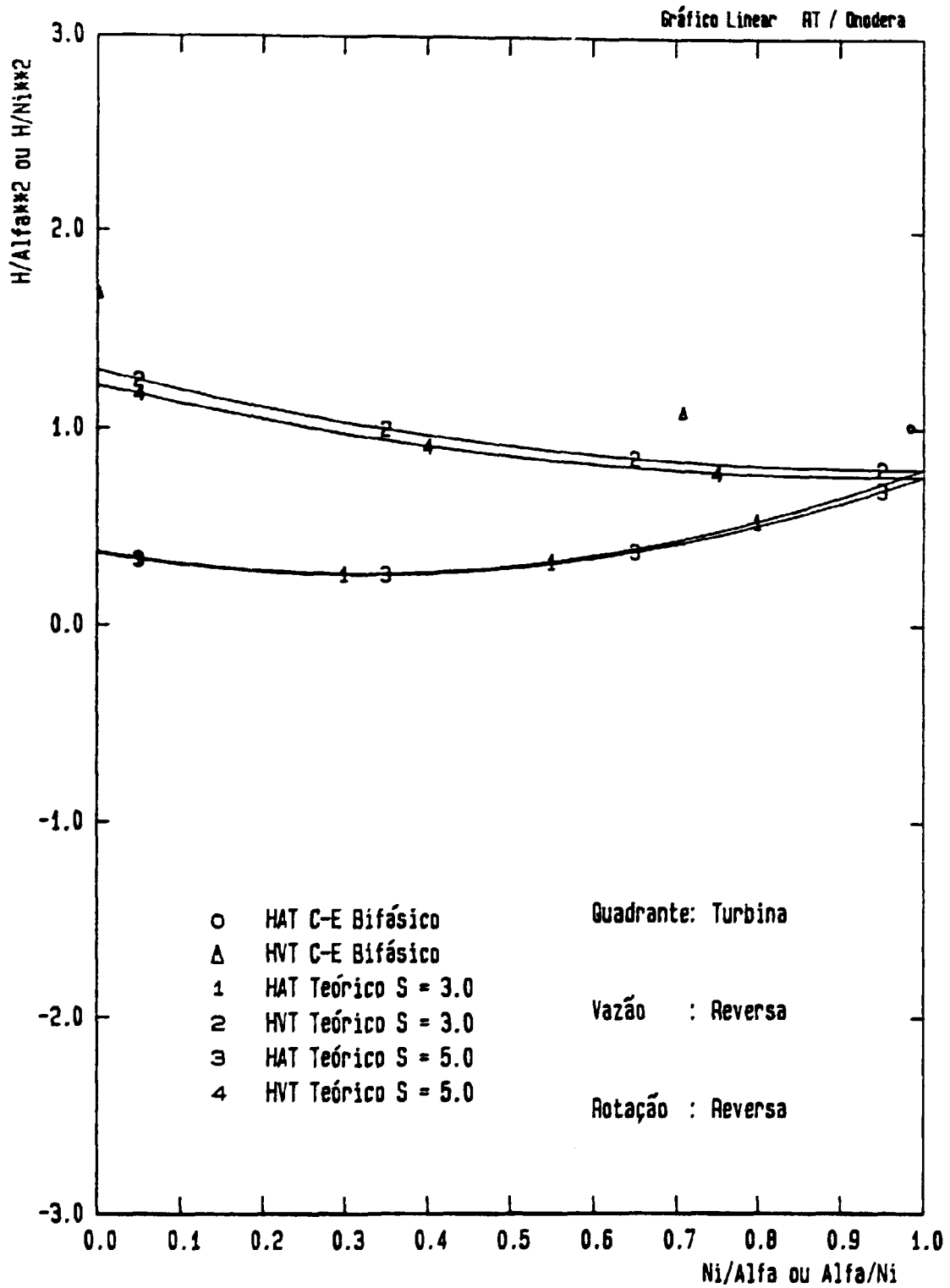


Figura 50 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazio=0,20).

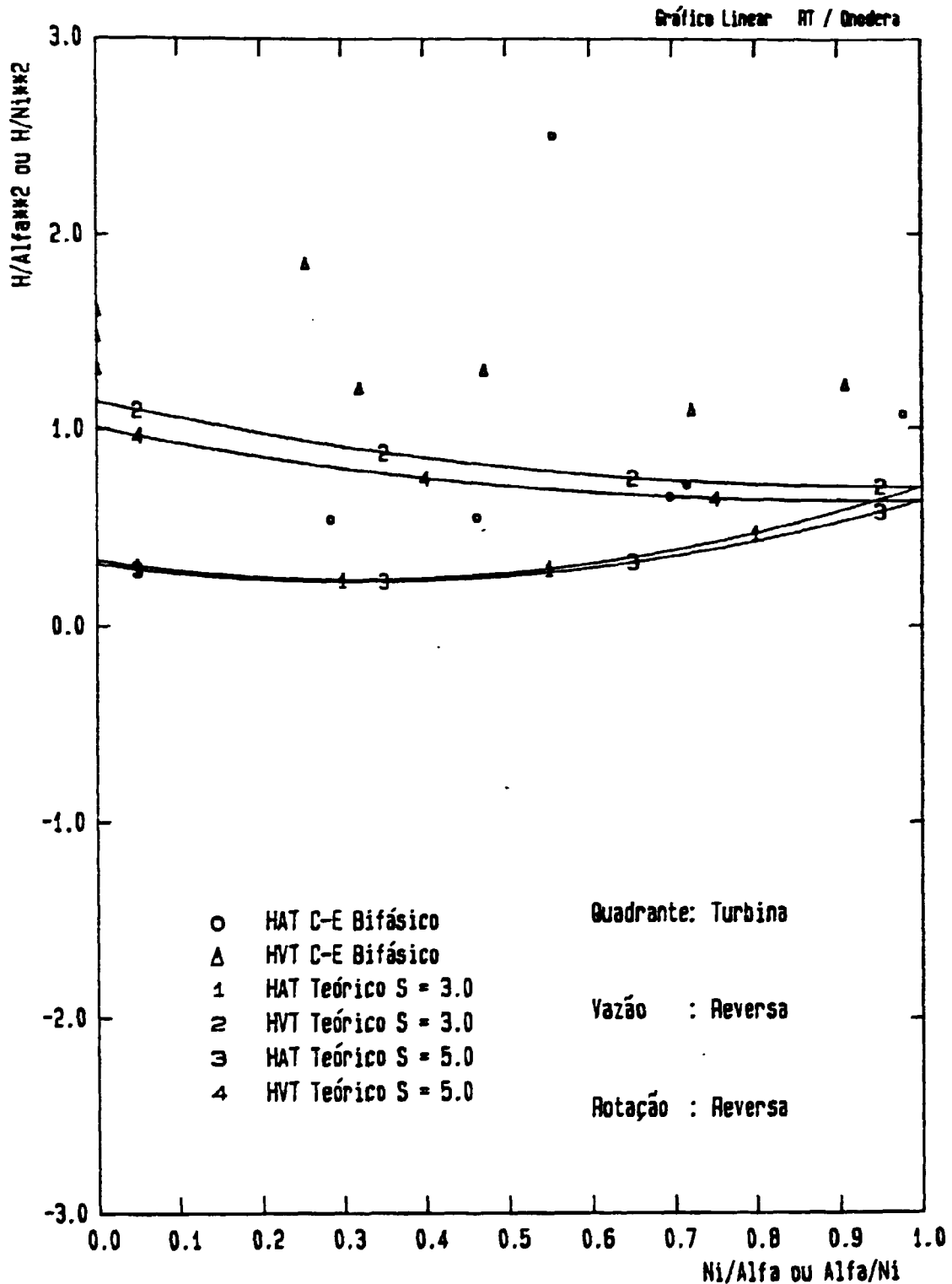


Figura 51 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazão=0,40).

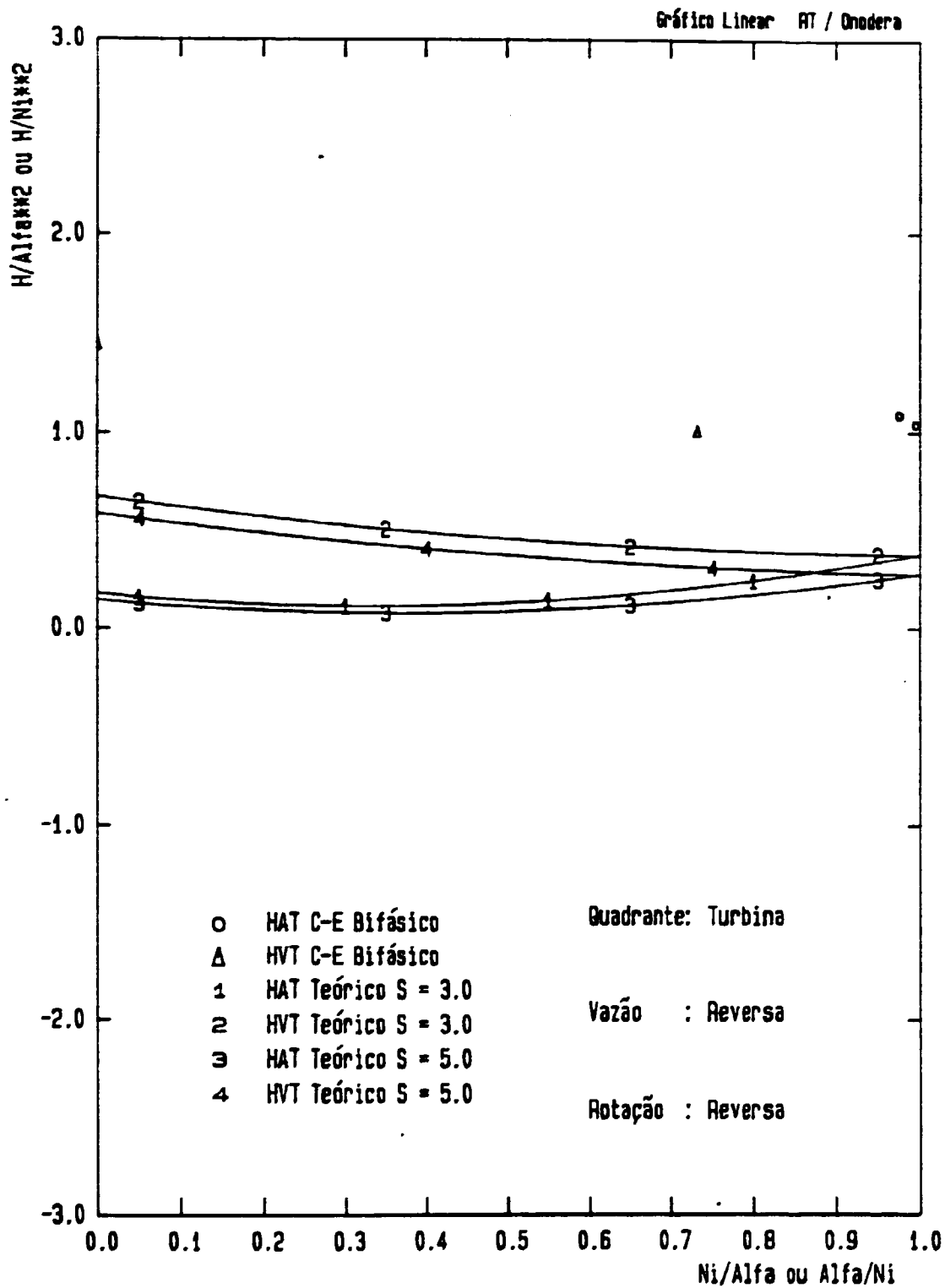


Figura 52 Comparação teórica-experimental da altura manométrica homóloga turbina (fração de vazão=0,80).

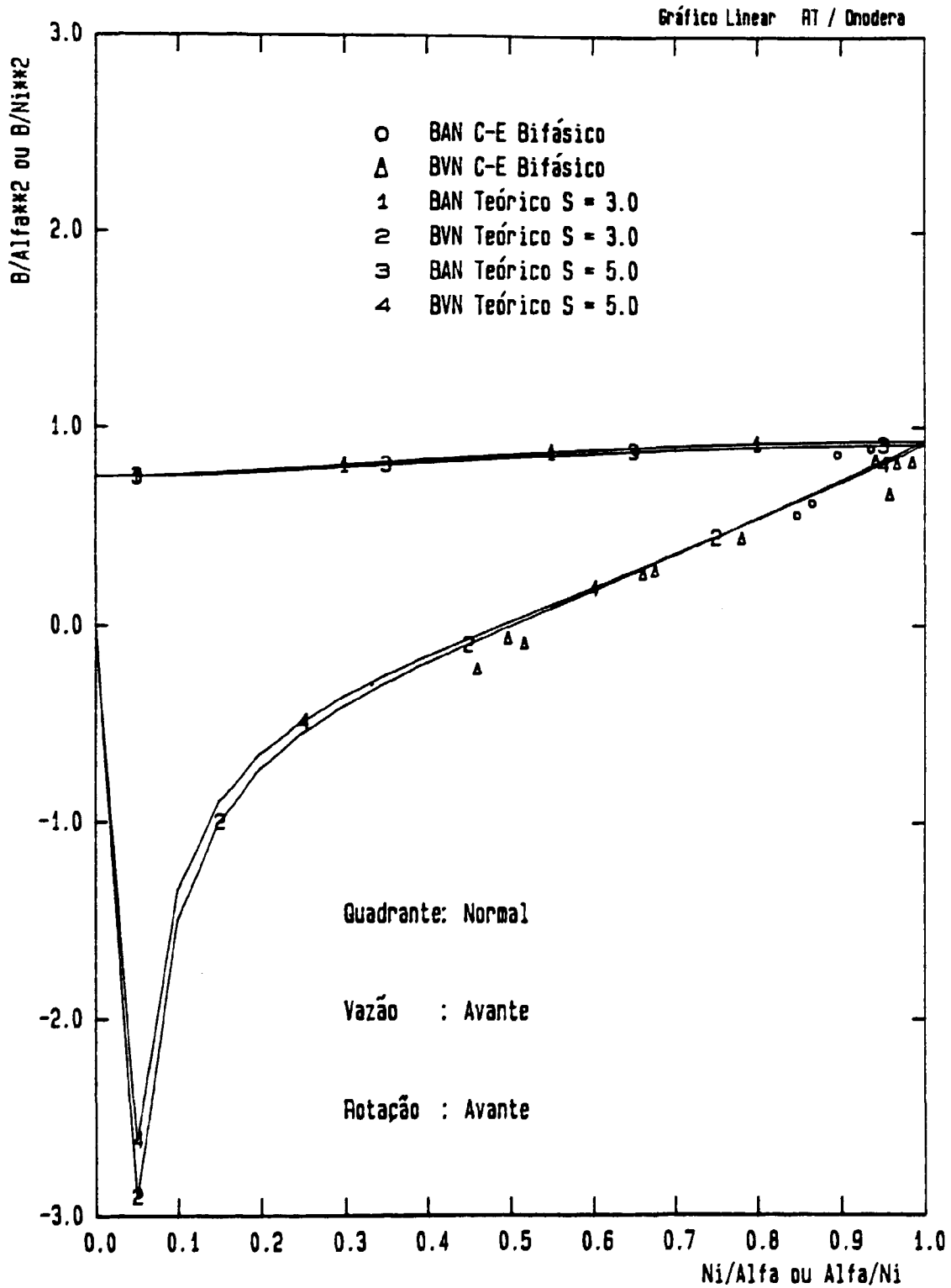


Figura 53 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazão=0,20).

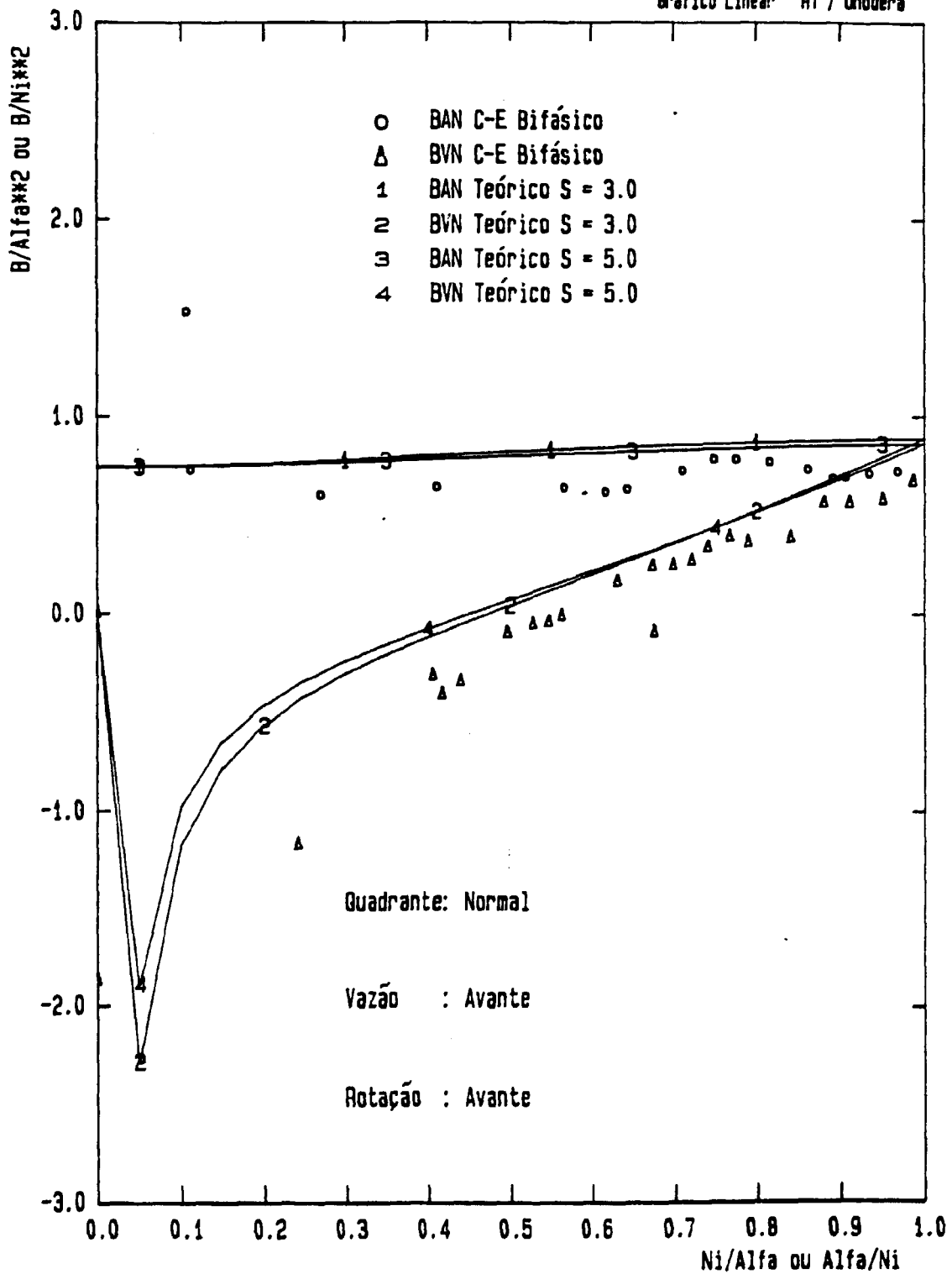


Figura 54 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazão=0,40).

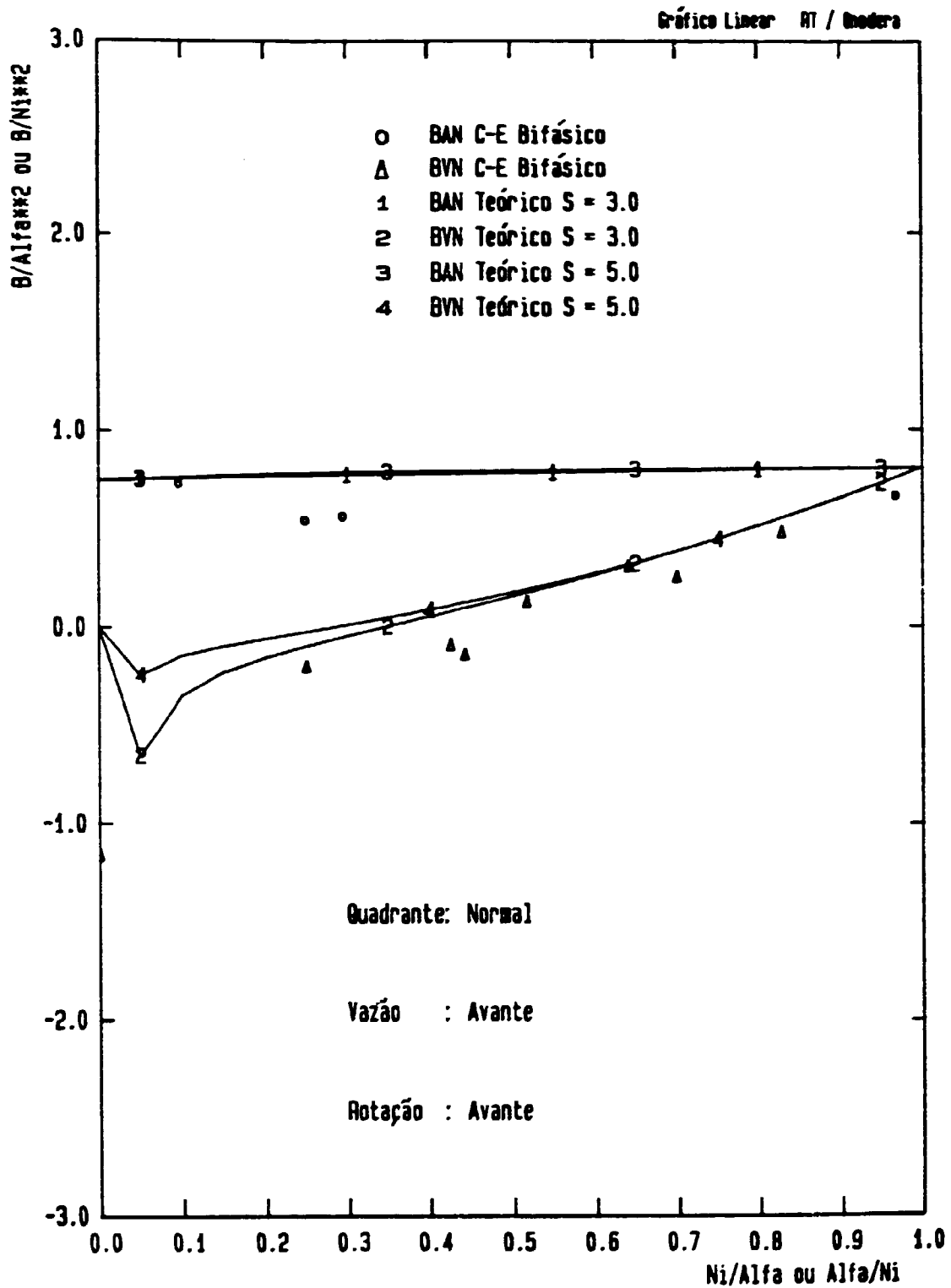


Figura 55 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo normal (fração de vazão=0,80).

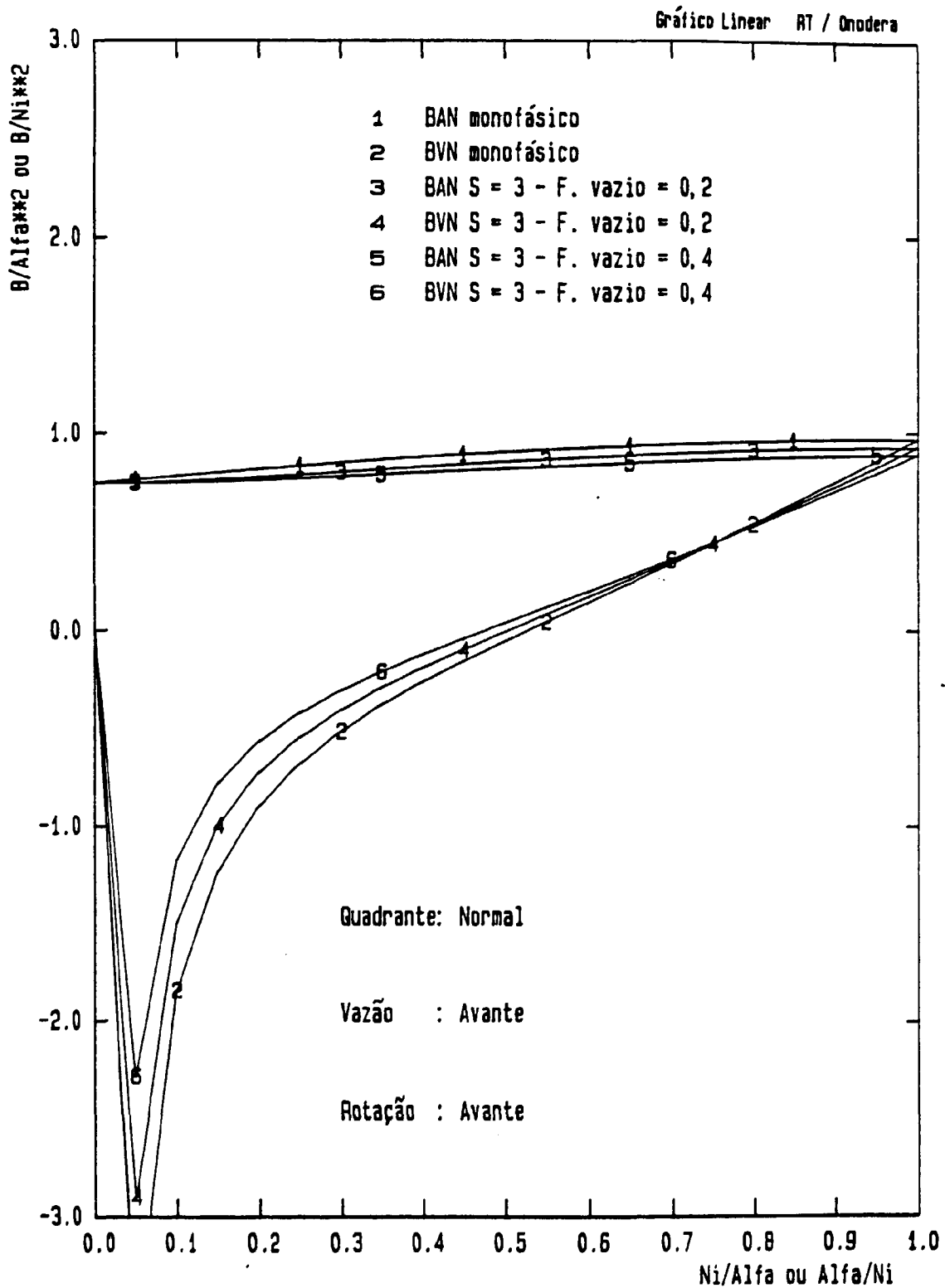


Figura 56 Comparação teórica da degradação do torque hidráulico homólogo normal.



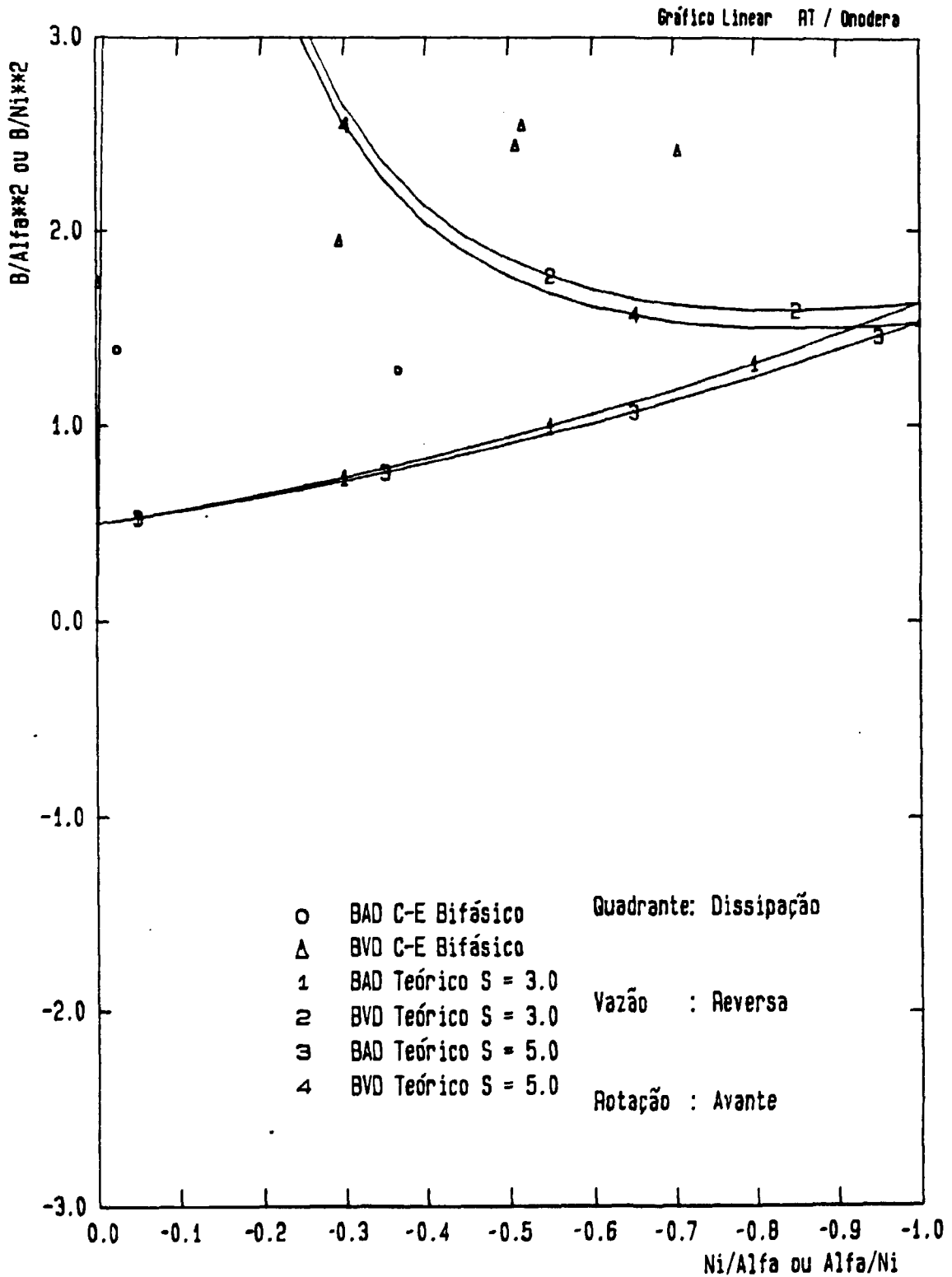


Figura 57 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homogêneo dissipação (fração de vazio=0,20).

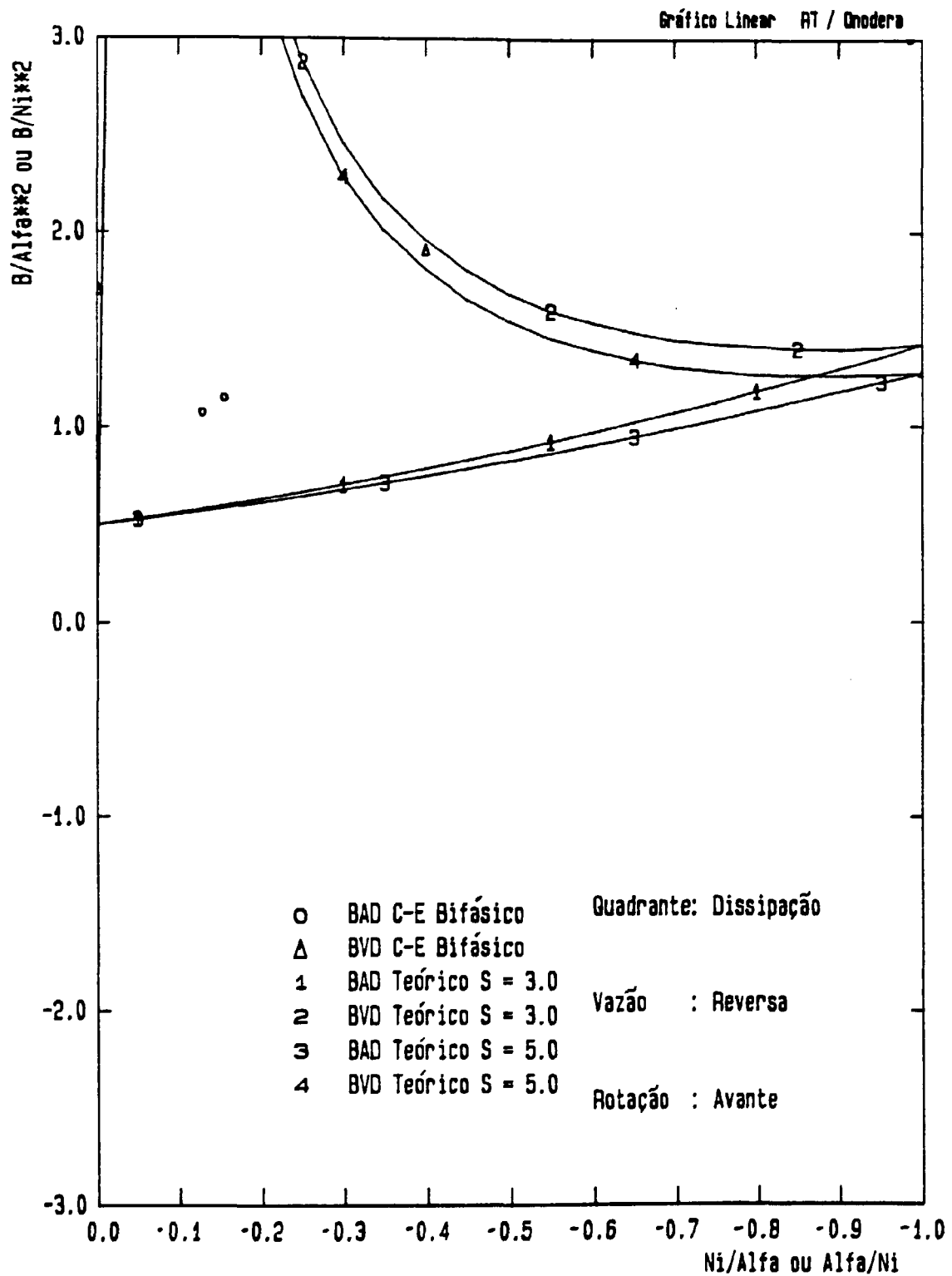


Figura 58 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo dissipação (fração de vazio=0,40).

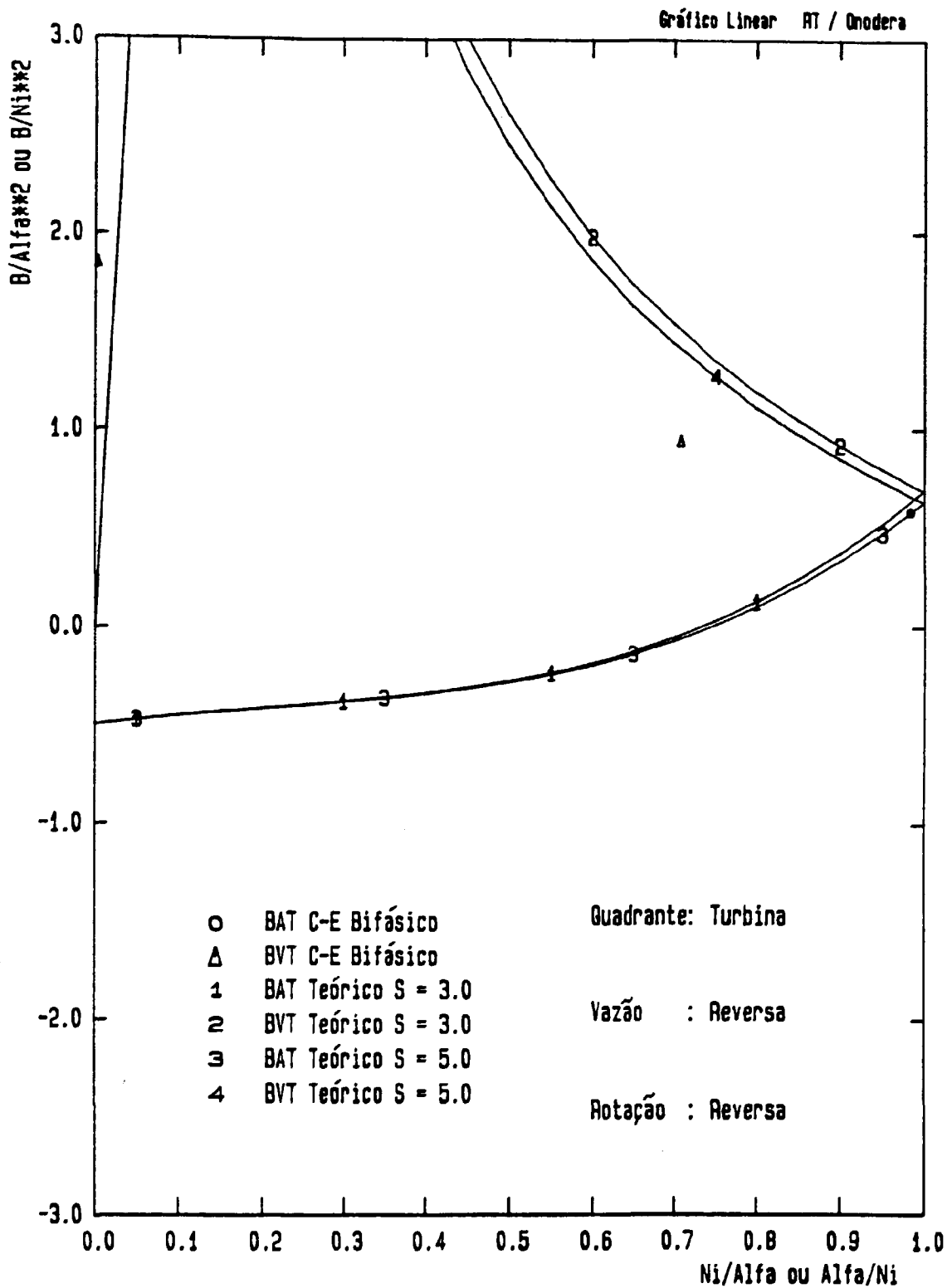


Figura 59 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazio=0,20).

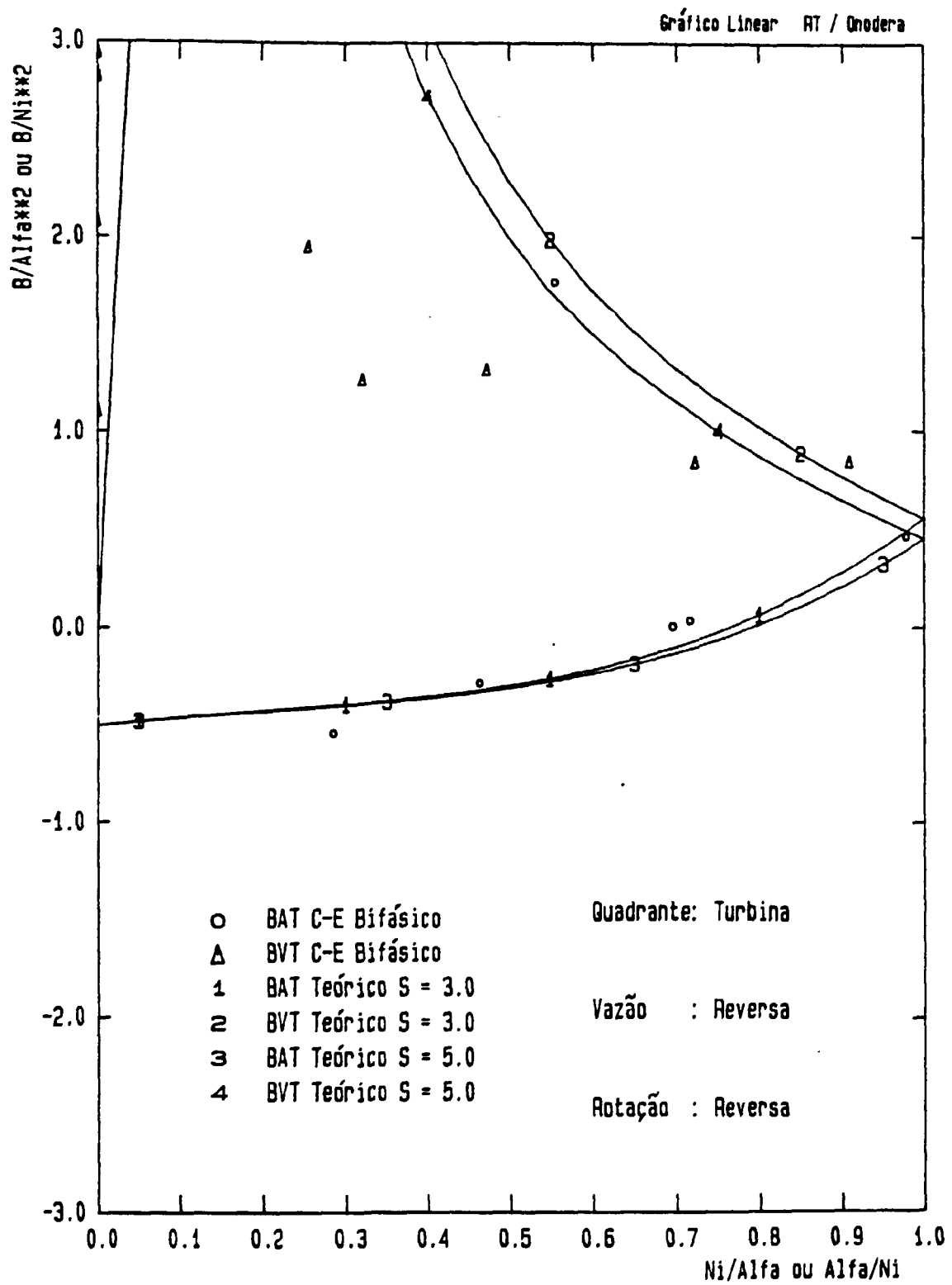


Figura 60 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazão=0,40).

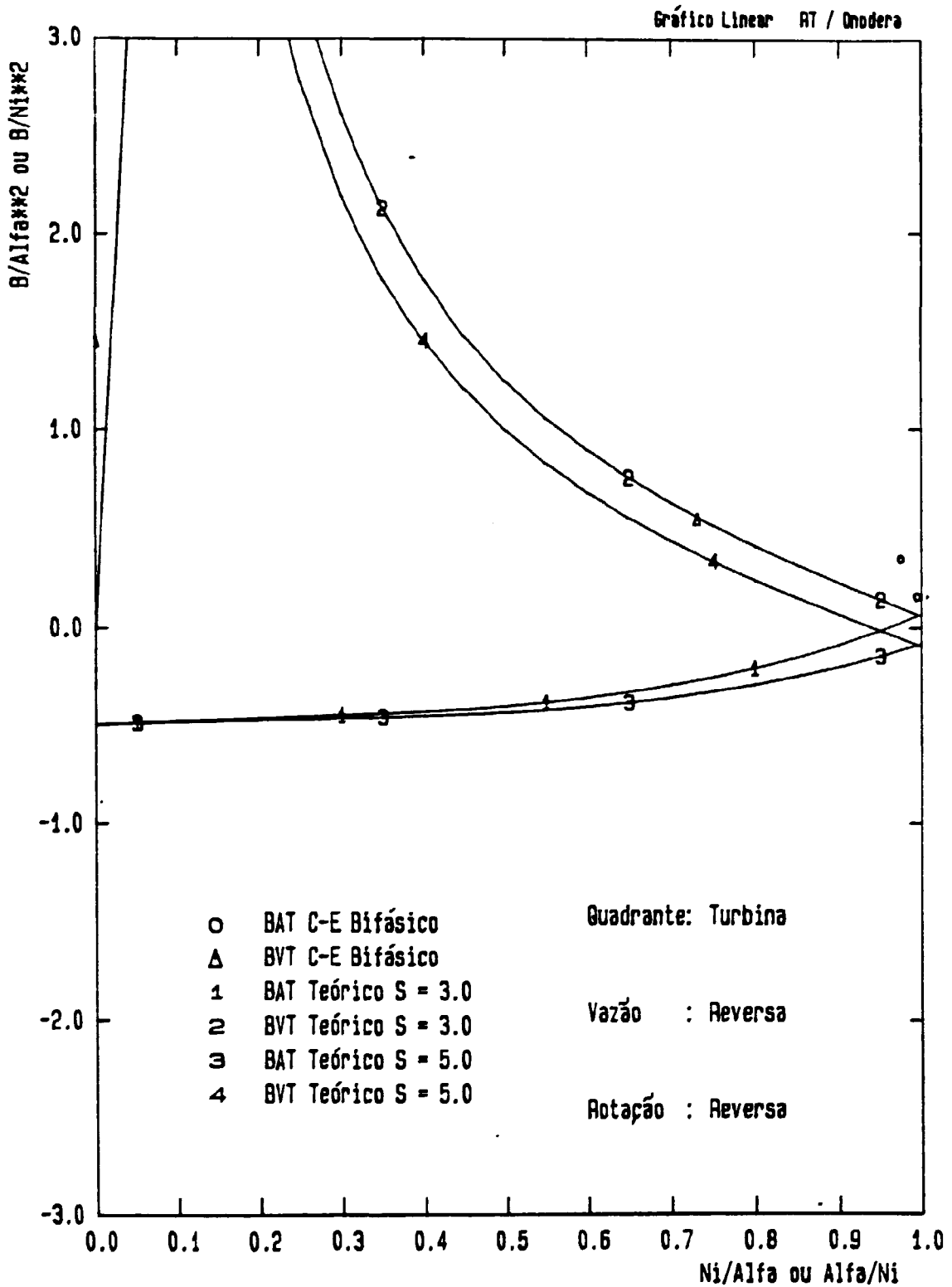
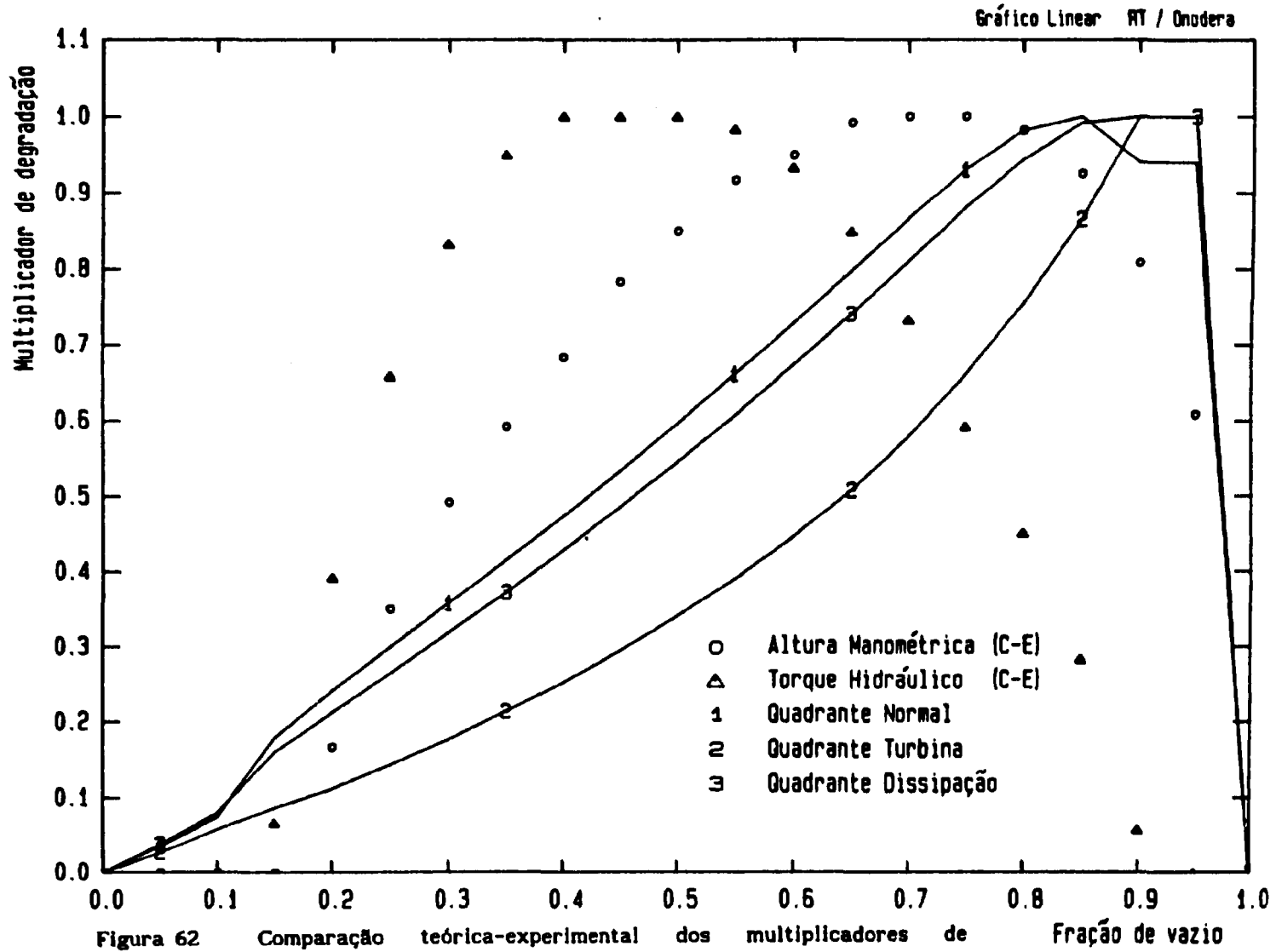


Figura 61 Comparação teórica-experimental do torque hidráulico homólogo turbina (fração de vazão=0,80).



## CAPÍTULO 4

### CONCLUSÕES E RECOMENDAÇÕES

A análise de um acidente por perda de refrigerante primário em reatores nucleares refrigerados a água leve pressurizada, necessita do conhecimento da performance das bombas de refrigeração do reator. As características de desempenho destas bombas envolve parâmetros como altura manométrica, vazão volumétrica, velocidade de rotação, torque hidráulico e fração de vazio, os quais são dados de entrada solicitados pelos códigos computacionais termoidráulicos sob a forma de curvas homólogas. De acordo com a norma emitida pela Comissão Nacional de Energia Nuclear [19], "o modelo de bomba para o regime bifásico deve ser qualificado por dados experimentais aplicáveis e que satisfaçam a condição de similaridade com respeito à velocidade específica", ressaltando que esta qualificação tem sido realizada através de circuitos experimentais complexos e onerosos.

Neste contexto, elaborou-se um programa computacional denominado CURVHOM, baseado na equação de Euler para bombas e modelos da evolução da fração de vazio ao longo do impelidor, de modo que possa ser avaliado através de dados experimentais disponíveis na literatura. O modelo utiliza as condições geométricas do impelidor e condições nominais da bomba, além de considerar mudança de escoamento e a variação da velocidade de deslizamento entre o líquido e o vapor. Foram adicionadas algumas correções empíricas, obtidas da literatura, para cada curva dos quadrantes normal, dissipação e turbina. Considerando-se a pouca disponibilidade de dados experimentais para comparações, os resultados do modelo das curvas homólogas monofásicas e bifásicas para a altura manométrica e torque

hidráulico são considerados bastante satisfatórios.

Este modelo não dispõe de mecanismos que alterem o percurso realizado pelo fluido quando a bomba impõe funcionamento para condições fora de projeto, além de necessitar como dado de entrada do valor da velocidade de deslizamento na sucção (caso avante) ou descarga (caso reverso). Apesar disso, este modelo, quando aplicado à bomba testada pela Combustion-Engineering [19], revelou-se bastante satisfatório e com forte conservantismo para as condições fora de projeto, mesmo considerando as inconsistências encontradas nos dados experimentais.

Os estudos apresentados neste trabalho mostram a necessidade de melhoramentos que podem ser realizados para o modelo a fim de torná-lo mais realista e eficiente, onde podem ser incluídas as seguintes sugestões:

- modelo numérico mais rápido, uma vez que a resolução das equações diferenciais ordinárias requer tempo computacional de acordo com o método empregado. O método de Runge-Kutta de quarta ordem embora seja eficiente, mostrou-se demasiadamente lento;
- modelos específicos para perdas por fricção, choques e recirculação de fluido em bombas;
- introdução de fatores que considerem os fenômenos de compressibilidade e condensação do fluido no impelidor;



- modelo específico para a variação da velocidade de deslizamento no interior da bomba;
- incorporação do mecanismo de degradação que ocorre no difusor e voluta da bomba;
- adoção de mecanismos que incorporem as mudanças de direção do escoamento nas condições fora de projeto;
- inclusão de fatores que considerem o acúmulo de bolhas e estratificação da mistura bifásica.

É importante ressaltar a necessidade da comparação deste modelo com dados de bombas de outros circuitos experimentais, onde particularmente, o ideal seria a construção deste tipo de circuito, visando obter informações que não estão disponíveis na literatura. Este desenvolvimento serviria para a elaboração de modelos específicos de fração de vazio, de velocidade de deslizamento no interior do impelidor e contribuir para um maior entendimento dos fatores que influenciam direta e indiretamente a degradação da altura manométrica e do torque hidráulico.

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] FORGE, A.; POCHARD, R.; PORRACHIA, A.; MIRO, J.; SONNENBURG, G.; STEINHOFF, F. e TESCHENDORFF, V. *Comparison of thermal-hydraulic safety codes for PWR systems*. London, Graham & Trotman, 1988.
- [2] CATHARE - Code avancé de thermo hydraulique pour accident de réacteur a eau. Grenoble, France, EDF-CEA-FRA, 1987. (computer code).
- [3] BURWELL, M.J.; ENIX, D.; LERCHL, G.; STEINHOFF, F. *DRUFAN-01/MOD2, program description system code*. Koeln, Gesellschaft fur Reaktorsicherheit, Nov. 1981. v. 1 (GRA-A-646).
- [4] ASAHII, Y.; HIRANO, M.; SATO, Y. *THYDE P2:RCS (Reactor Coolant System) analysis code*. Tokyo, Japan Atomic Energy Research Inst., Dec 1986.(JAERI-1300).
- [5] SINGER, G.L. *RELAP4/MOD5 A computer program for transient thermal-hydraulic analysis of nuclear reactors and related systems*. Idaho Falls, ID., Aeroject Nuclear Co., Sept. 1976. (ANCR-NUREG-1335)
- [6] RANSON, V.H. *RELAP5/MOD1 Code manual volume 1: system models and numerical methods*. Washington, DC., Nuclear Regulatory Commission, Nov. 1980. (NUREG-CR-1820; EGG-2070).

- [7] AGEE, L.J. *RETRAN-02 A program for transient thermal-hydraulic analysis of complex fluid flow systems*. Palo Alto, CA, Electric Power Research Inst., May 1981. (EPRI-NP-1850).
- [8] TRAC-PF1 An advanced best-estimate computer program for pressurized water reactor analysis. (Draft). New Mexico, Los Alamos Scientific Laboratory. 1981.
- [9] COMISSÃO NACIONAL DE ENERGIA NUCLEAR. *Qualificação de programas de cálculo para a análise de acidentes de perda de refrigerante em reatores a água pressurizada*. Rio de Janeiro, 31 Out., 1985. (CNEN-NE-1.19).
- [10] NARABAYASHI, T.; ARAI, K.; KUBOKOYA, T.; AMANO, O. e GOMYO, T. Centrifugal pump behavior in steady and transient two-phase flow. *J. Nucl. Sci. Technol.*, 23(2):136-50, 1986.
- [11] KAMATH, P.S.; SWIFT, W.L.; RUNSTADLER Jr., P.W.; BLOCK, J.A. *Two-phase performance of scale models of a primary coolant pump*. Palo Alto, CA., Electric Power Research Inst., Sept. 1982. (EPRI-NP-2578).
- [12] GRISON, P. e LAURO, J.F. Experimental and theoretical investigations about two-phase critical flow through a pump. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *Polyphase flow in turbomachinery: proceedings of ASME meeting on...*, held in San Francisco, 1978. s.n.t. p. 197-212.
- [13] STEPANOFF, A.J. *Centrifugal and axial flow pumps*. New York, NY, J. Wiley, 1957.

- [14] MIKIELEWICZ, J.; WILSON, D.G.; CHAN, T.C.; GOLDFINCH, A.L. A method for correlating the characteristics of centrifugal pumps in two-phase flow. *J. Fluids Eng.*, 100:395-409, 1978.
- [15] OLSON, D.J. *Single and two-phase performance characteristics of the Mod-1 Semiscale pump under steady-state transients conditions*. Idaho Falls, ID., Aerojet Nuclear Co., Oct. 1974. (ANCR 1165).
- [16] WINKS, R.W. & PARKS, C.E. *One-third scale air-water pump program, test program and pump performance*. Palo Alto, CA, Electric Power Research Inst., July, 1977. (EPRI-NP-135).
- [17] SCHNEIDER, K. & Winkler, F.J. Physical model for reactor coolant pumps. *Nucl. Eng. Des.*, 108:99-105, 1988.
- [18] SAMI, S.M. & TRAN, C. Digital computer model for predicting reactor coolant pump behavior. *Nuc. Technol.* 79:260-73, 1987.
- [19] KENNEDY, W.G.; JACOB, M.C.; WHITEHOUSE, J.C.; FISHBURN, J.D.; KANUPLA, G.J. *Pump two-phase performance program*. Palo Alto, CA, Electric Power Research Inst., Sept. 1980 (EPRI-NP-1556 Vol. 1-8).
- [20] ZARECHNAK, A.; DAMERELL, P.; CHAPIN, D.; WU, D. *Thermodynamic model of centrifugal pump performance in two-phase flow*. Washington, DC., Nuclear Regulatory Commission, Oct. 1980. (NUREG-CP-0014).
- [21] FURUYA, O. An analytical model for prediction of two-phase (noncondensable) flow pump performance. *J. Fluids Eng.*, 107(3):139-47, 1985.

- [22] ZAKEM, S. Analysis of gas accumulation and slip velocity in a rotating impeller. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. ASME century 2 emerging technology conference, held in San Francisco, 10-22 August, 1980. New York. 1980. p.167-73.
- [23] WILSON, D.G.; CHAN, T.; MANZANO-RUIZ, J. *Analytical models and experimental studies of centrifugal performance in two-phase flow*. Palo Alto, CA. Electric Power Research Inst., may 1979. (EPRI-NP-677).
- [24] FUJIE, H. A study on performance of centrifugal pumps driven in two-phase flow (prediction of hydraulic torque). *Bull. JSME*, 27:1652-58, 1984.
- [25] BOZOIAN, M. *A correlation technique for single and two-phase pump data*. New Mexico, Los Alamos Scientific Lab., Nov 1986. (LA-UR-86-2285).
- [26] BOZOIAN, M. A phenomenological two-phase pump model. *Trans. Am. Nucl. Soc.*, 52:486-7, 1986.
- [27] SALVATORI, R. *Topical report: reactor coolant pump integrity in LOCA*. Pittsburgh, PA, Westinghouse Electric Corp., Sept. 1973. (WCAP-8163).
- [28] HOWLAND, G.R. & LAMERS, R.P. *Air test program to establish the complete pump characteristics of WEMD 93A model reactor coolant pump*. Pittsburgh, PA, Westinghouse Electric Corp., July 1974. (WCAP-8367).
- [29] KASTNER, W. & SEEBERGER, G.J. Pump behavior and its impact on a loss-of-coolant accident in a pressurized water reactor. *Nucl. Technol.* 60:268-77, 1983.

- [30] KENNEDY, W.G.; KASTENER W.; KANUPLA, G.J.; FISHBURN, J.D.; LAND, A.; RIEDLE, K.; SEEBERGER, G. Two-phase flow behavior of axial pumps. *Thermal nuclear reactor safety: proceedings of the international meeting on...held in Chicago, 29 August - 2 September, 1982*, s. 1., Feb., 1983. v. 3, p. 1706-19. (NUREG-CP-0027).
- [31] LOONIS, G.G. *Intact loop pump performance during the semiscale mod-1 isothermal test series*. Idaho Falls, ID, Aerojet Nuclear CO., Oct. 1975. (ANCR-1240).
- [32] JONES JR., R.C.; JONES, C.W.; PARKS, C.E. *One-third scale air-water pump program, LOCA and pump overspeed analysis*. Palo Alto, CA, Electric Power Research Inst., Oct. 1977. (EPRI-NP-474).
- [33] GRISON, P. & LAURO, J.F. *Bilan des études de thermohydraulique des pompes primaires de réacteurs PWR*. Houille Blanche. (7/8):655-63, 1982.
- [34] KREPS, D.A. & KENNEDY, W.G. C-E/EPRI two-phase primary pump performance program. In: AMERICAN NUCLEAR SOCIETY. *Thermal reactor safety: proceedings of the topical meeting on...held in Sun Valley, 31 July - 4 August, 1977*. s.n.t. v.2, p. 707-19. (CPNF-770708).
- [35] SWIFT, W.L. & BLOCK, J.A. *Model pump performance program - data report*. Palo Alto, CA, Electric Power Research Inst., May 1982. (EPRI-NP-2379).
- [36] CHEN, T.H. & QUAPP, W.J. *Centrifugal pump performance under simulated two-phase flow conditions*. Oak Ridge, TN, USDOE office of Scientific and Technical Information. Aug 1980. (Conf 8000804-7).

- [37] HEIDRICK, T.R. & RAJAN, V.S.V. *The behavior of centrifugal pumps in steady and transient steam-water flows*. Washington, DC, Nuclear Regulatory Commission, Oct. 1980. (NUREG-CP-0014).
- [38] KIM, J.H., DUFFEY, R.B.; BELLONI, P. On centrifugal pump head degradation in two-phase flow. In: AMERICAN SOCIETY OF MECHANICAL ENGINEERS. *ASME winter annual meeting, held in Miami, 17-21 November 1985*. s.n.t. p.9-15.
- [39] MALANDRONE, M.; PANELLA, B.; PASTORE, G. A study on the performance of a centrifugal pump with two-phase flow. In: VEZIROGLU, T.N. (ed). *Multiphase transport and particulate phenomena: 4th international symposium on...held in Miami, 15-17 December, 1986*. s.n.t. p. 1.
- [40] DIXON, S.L. *Fluids mechanics, thermodynamics of turbomachinery*. London, Pergamon Press, 1966.
- [41] MACINTYRE, A.J. *Bombas e instalações de bombeamento*. Rio de Janeiro, Guanabara Dois, 1982.
- [42] HENCH, J.E. & JOHNSTON, J.P. Two-dimensional diffuser performance with subsonic, two-phase, air-water flow. *J. Basic Eng., Trans. ASME*, 94:(D1):105-21, 1972.
- [43] MINEMURA, K. & MURAKAMI, M. A theoretical study on air bubble motion in a centrifugal pump impeller. *J. Fluids Eng.* 102(4):446-55, 1980.
- [44] THOM, J.R.S. Prediction of pressure drop during forced circulation boiling of water. *Int. J. Heat Mass Transfer.* 7:709-24, 1964.

- [45] BANKOFF, S.G. A variable density single-fluid model for two-phase flow with particular reference to steam-water flow. *Trans. ASME, Ser. C, J. Heat Transfer*. 82:265-72, 1960.
- [46] YAMAZAKI, Y & YAMAGUCHI, K. Void fraction correlation for boiling and non-boiling vertical two-phase flows in tube. *J. Nuc. Sc. Tech.* 13(12):701-7, 1976.
- [47] ZIVI, S.M. Estimation of steady-state steam void-fraction by means of the principal of minimum entropy production. *ASME preprint 63-HT-16, 6th Nat. Heat Transfer Conf. AIChE-ASME, Boston, 1963*, apud BUTTERWORTH, D. A comparison of some void-fraction relationships, U.K.A.E.A. Research Group, Atomic Energy Research Establishment, HARWELL, 1974. (AERE-M2619).
- [48] FREITAS, R.L. *Hydrodynamique des écoulements eau-vapeur dans la zone remouillée d'un tube chauffant en renoyage*. Grenoble, 1981. (Thèse de docteur, L'Université Scientifique et Médicale et L'Institut National Polytechnique de Grenoble).
- [49] CARNAHAN, B. ; LUTHER, H.A.; WILKES, J.O. *Applied numerical methods*. New York, NY, Wiley, 1969.
- [50] O'KEEFE, W. Nuclear fluid-handling equipment. *Power*, 9(9):S1-S24, 1974.
- [51] BORN, D. Pumps for primary circuits. *Nucl. Eng.*, 12(139):910-16, 1967.
- [52] PRIMARY circuits pumps for water reactors. *Nucl. Eng.*, (6):232, 1965.



- [53] BETTER components for nuclear reactor systems. *Atomics*, 18:11-20, 1965.
- [54] CRUICKSHANK, A. Westinghouse simplifies the PWR. *Nucl. Eng. Int.*, 32:56-8, 1987.
- [55] COMOLET, R. *Introduction a l'analyse dimensionnelle et aux problèmes de similitude en mécanique des fluides*. Saint-Germain, Masson, 1958.

## APÊNDICE A

### Bombas Centrífugas em Reatores Nucleares a Água Leve Pressurizada

Em um reator nuclear a água leve pressurizada [50], figura 63, o fluido refrigerante é bombeado através do núcleo do reator fazendo remoção e transporte do calor para os geradores de vapor.

As características de projeto e operação desses reatores [51] e das BRRs são as seguintes:

Pressão de projeto	até 175 bar
Pressão de operação	140 a 155 bar
Temperatura de projeto	320 a 350 °C
Temperatura de operação	280 a 310 °C
Vazão volumétrica	4000 a 40000 m <sup>3</sup> /h
Altura manométrica	70 a 120 m

As BRRs para reatores a água leve pressurizada são em geral de dois tipos, conforme figuras 64 e 65, respectivamente:

- a) Bomba de motor encapsulado ("*canned motor pump*").
- b) Bomba de vazamento controlado ("*controlled leakage pump*").

Na bomba de motor encapsulado [41], o fluido bombeado pode encher o envoltório onde se aloja o motor elétrico sem ter contato com os enrolamentos do

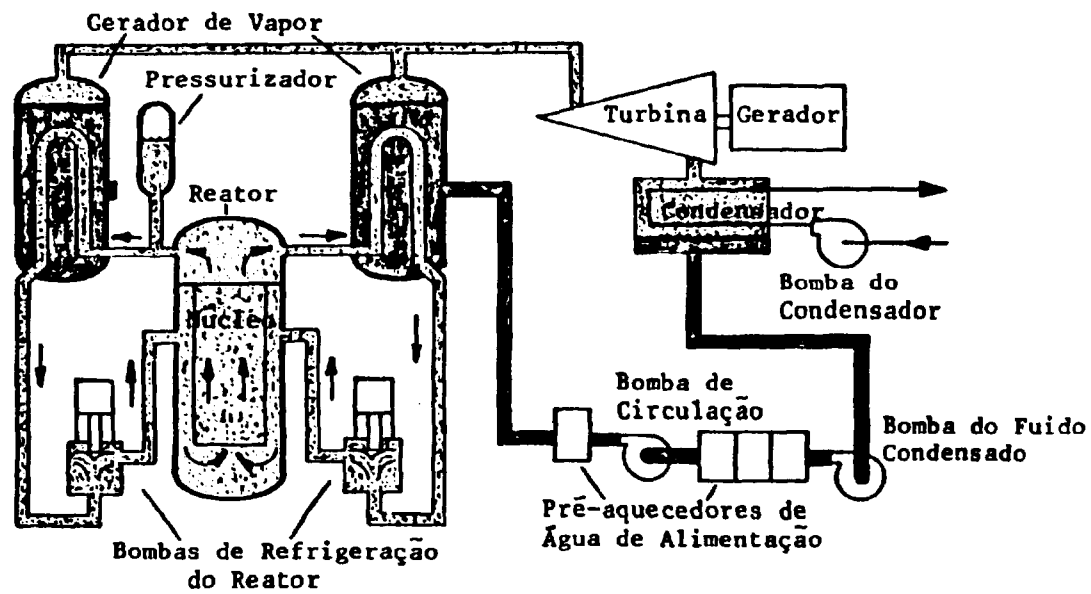


Figura 63 Diagrama típico de reator a água pressurizada.

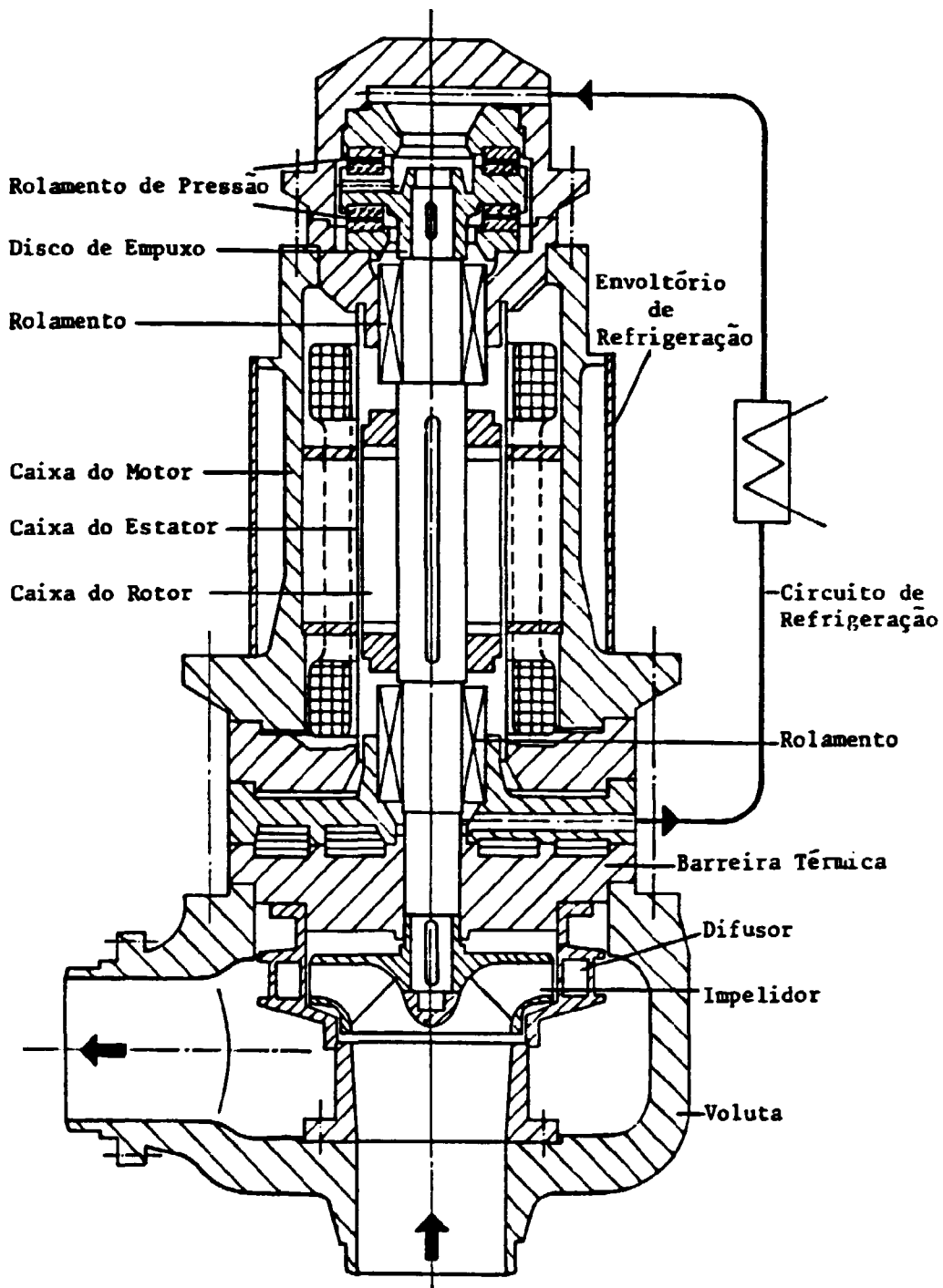


Figura 64 Esquema de bomba de motor encapsulado.

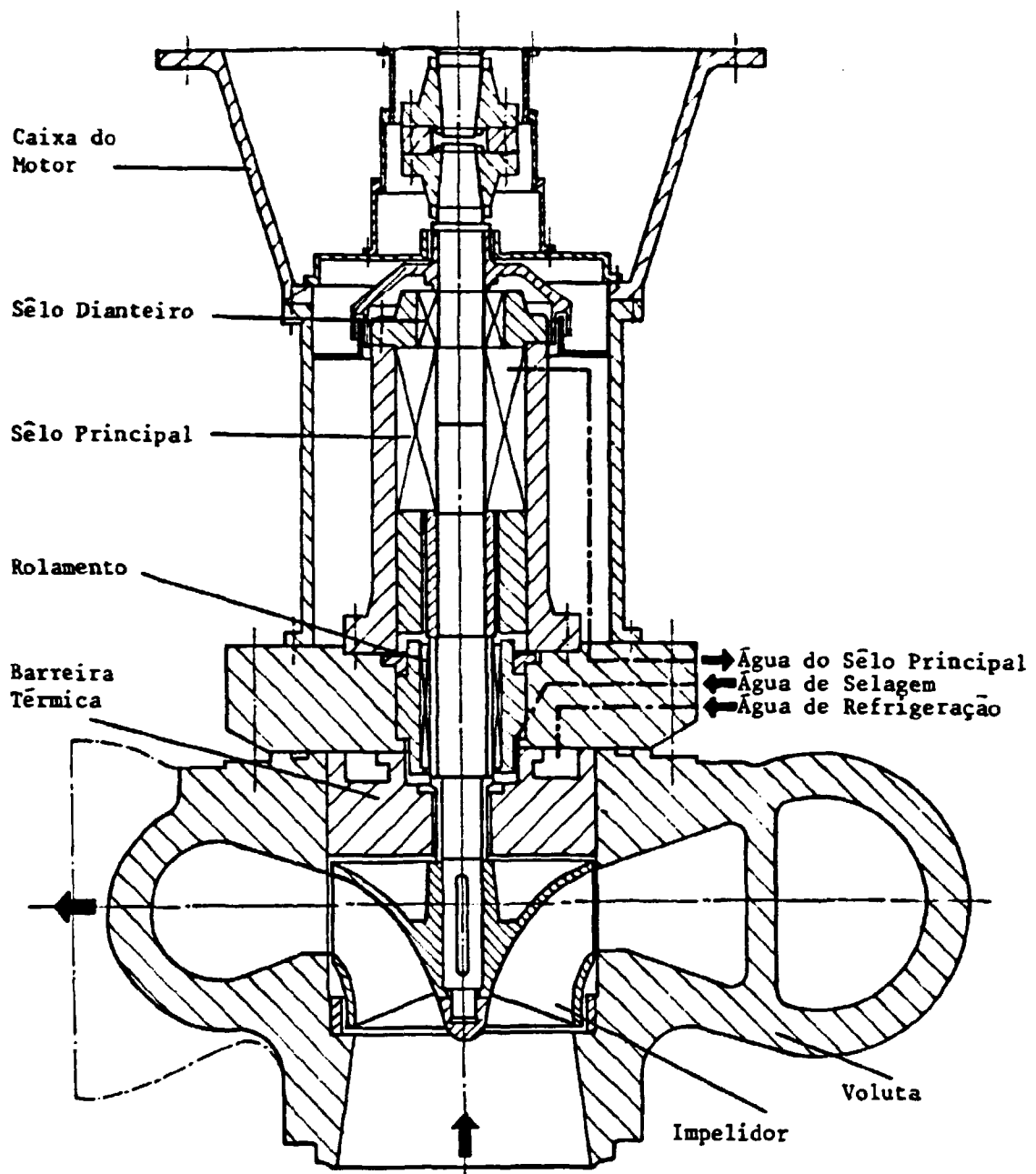


Figura 65 Esquema de bomba de vazamento controlado.

estator devido às blindagens especiais. Não há mancais externos nem gaxetas de vedação. Os bocais de aspiração e descarga são flangeados ou soldados às respectivas tubulações. O fluido de processo também lubrifica os mancais de deslizamento.

Com o desenvolvimento das centrais nucleares e a tendência de grandes vazões volumétricas para as BRRs, houve um abandono das bombas de motor encapsulado em favor das bombas de vazamento controlado. As razões foram as seguintes [51-53]:

- 1 - Os motores elétricos convencionais para a vazão desejada em grandes reatores tem eficiência de até 96% comparado com 84% para os motores encapsulados do mesmo tamanho. Esta diferença é importante do ponto de vista energético para grandes centrais.
- 2 - É possível adicionar volantes de inércia no motor ou na bomba com conseqüente aumento do tempo de queda de vazão no circuito em caso de falha de energia elétrica (figura 66).
- 3 - É de menor custo que a bomba de motor encapsulado.
- 4 - Facilidade de revisão, reparo e manutenção na própria central, enquanto que a de motor encapsulado só pode ser revisada na fábrica.

Por outro lado, os projetos avançados da Westinghouse de reatores a água leve pressurizada de nova geração [54], figura 67, estão reativando o uso das bombas de motor encapsulado. São reatores de baixa potência elétrica (600 MW) que empregam as BRRs integradas ao gerador de vapor. As vantagens desta configuração são significantes:

- 1 - Os sistemas auxiliares de fluido necessários para uma bomba de motor encapsulado são menos complexos que aqueles para bomba de vazamento controlado.

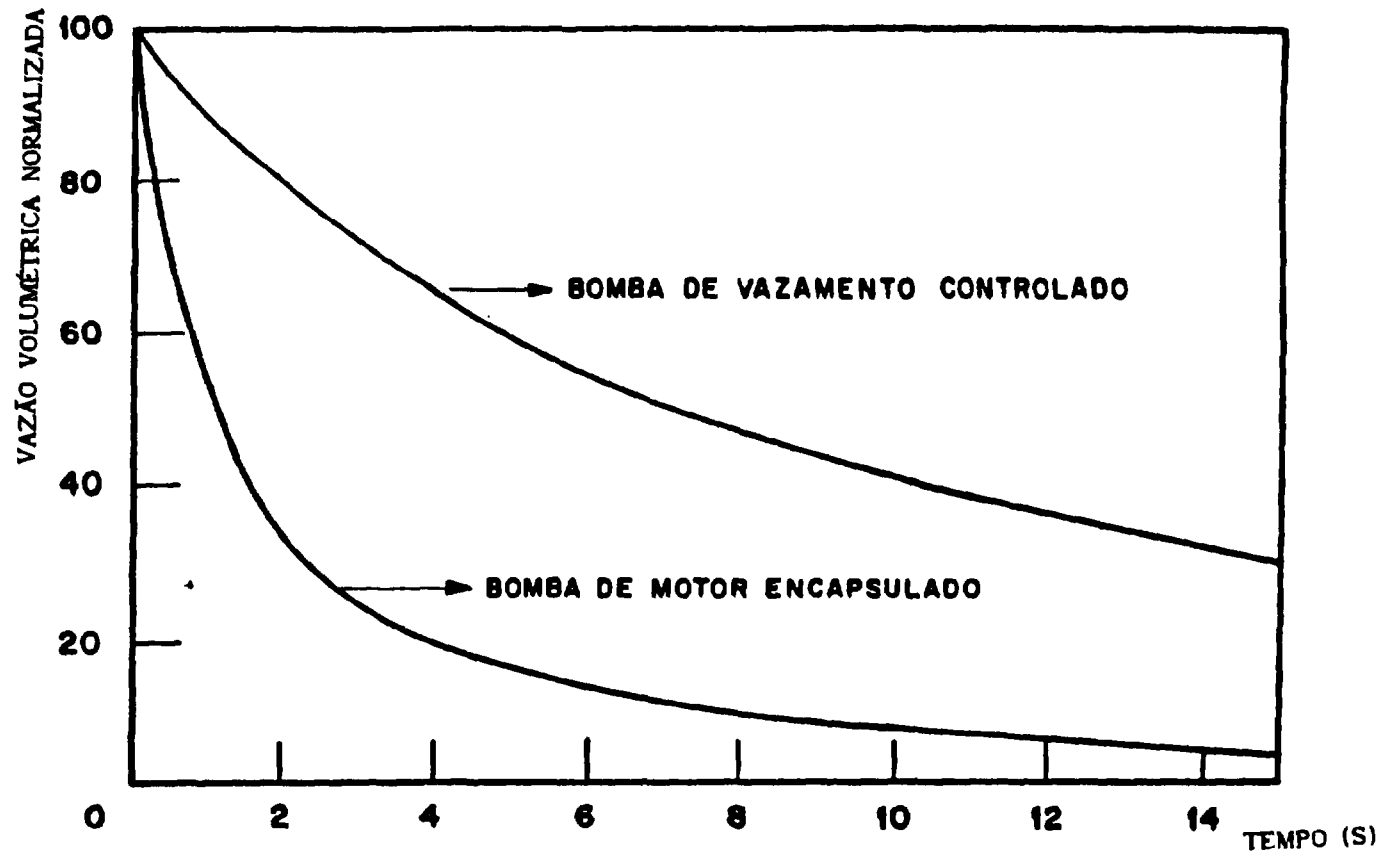


Figura 66 Comparação da vazão volumétrica sob o efeito de inércia em caso de perda de energia elétrica, entre as bombas de vazamento controlado e de motor encapsulado, ambas com mesma potência inicial.

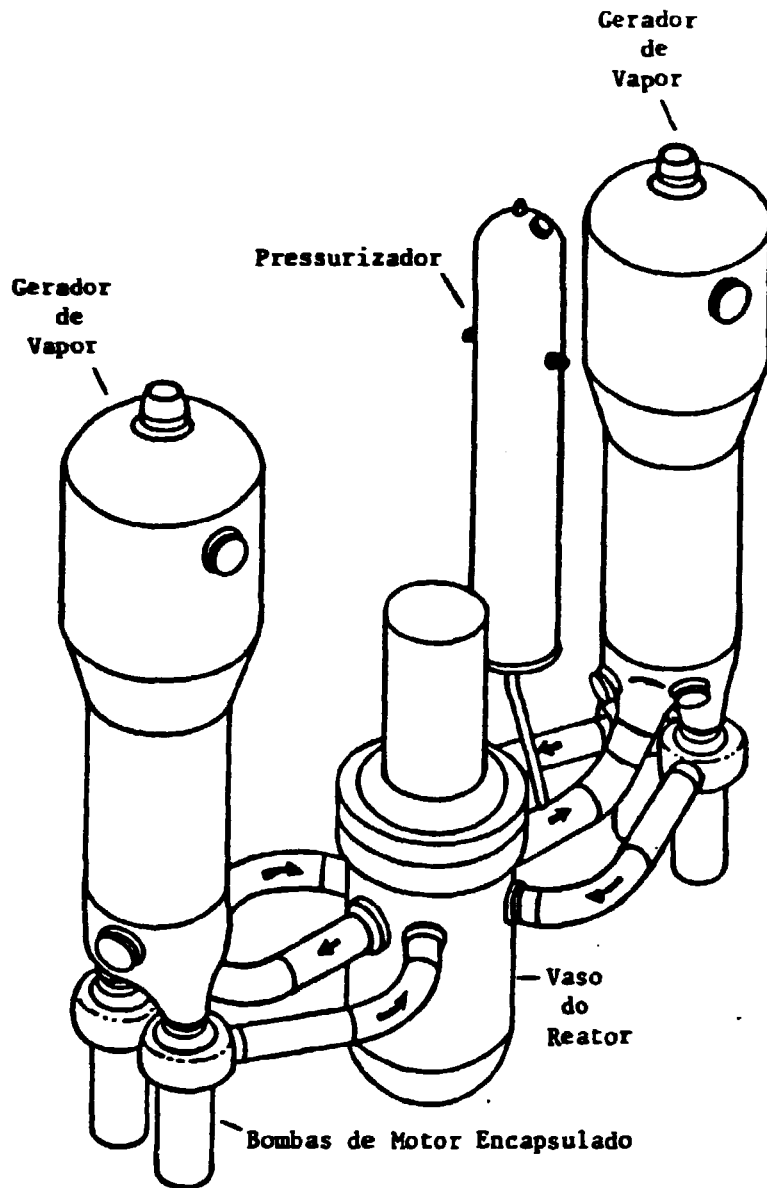


Figura 67 Sistema primário do reator AP-600 da Westinghouse, empregando bombas de motor encapsulado integradas ao gerador de vapor.



- 2 - A bomba de motor encapsulado tem demonstrado maior confiabilidade, é mais tolerante às condições fora de projeto e inerentemente reduz o potencial para pequenas perdas de refrigerante primário.
- 3 - A integração da sucção da bomba com a parte inferior do gerador de vapor elimina algumas linhas da tubulação do circuito primário, reduz a queda de pressão do circuito, simplifica os sistemas de suporte e fundação para os geradores de vapor, bombas e tubulações, além de reduzir o potencial de núcleo descoberto durante um acidente de perda de refrigerante primário por pequena ruptura.

Uma central a água leve pressurizada utiliza várias bombas [46] no resfriamento com água a baixa pressão para: provimento de água primária, que é continuamente purgada do circuito a fim de ser purificada e reaproveitada; resfriamento de mancais e de certos tipos de selos mecânicos; resfriamento dos elementos combustíveis nucleares removidos do reator; resfriamento de motores de grande potência; e resfriamento em caso de emergência do vaso de contenção, onde se encontram alojados os componentes nucleares. Pode-se citar ainda, as bombas para esgotamento de resinas, transferência de ácido bórico, drenagem e circulação de água gelada.

Outras bombas são utilizadas na remoção de calor residual, fazendo circular a água do reator através de resfriadores, sempre que o reator estiver fora de operação e até mesmo nos períodos de recarga do combustível. Em caso de acidente por ruptura de tubulações ou componentes do circuito primário, o vaso de contenção se encherá de vapor. Imediatamente deverão entrar em ação as bombas que através de um sistema de nebulização ("spray") lançarão água no espaço entre o vaso de pressão e o vaso estrutural de contenção, baixando a temperatura e conseqüentemente a pressão sobre ambos.

## APÊNDICE B

### Relações de Similaridade

As relações de similaridades para escoamento incompressível em bombas centrífugas são frequentemente usadas para prever o desempenho de uma bomba pelos dados de teste de uma outra bomba geometricamente reduzida, com diferentes tamanhos e pontos nominais [11].

Estas relações são baseadas em considerações geométricas, dinâmicas e cinemáticas do fluido da seguinte forma:

- similaridade geométrica: dimensões e ângulos estão exatamente em escala.
- similaridade dinâmica: as forças inerciais são proporcionais ao quadrado da velocidade do fluido.
- similaridade cinemática: a razão de velocidade com uma velocidade de referência são constantes e geometricamente similar à posição.

Três importantes relações de similaridades são obtidas através de uma análise dimensional (Teorema de Vaschy-Buckingham ou Teorema  $\pi$  [55]) para as variáveis que definem o desempenho de uma bomba em várias condições de operação. As relações resultantes tomam a forma de coeficientes adimensionais e são:

$$\psi_1 = \frac{g \cdot H}{N^2 \cdot D_1^2} \quad (152)$$

$$\psi_2 = \frac{g \cdot T}{\gamma \cdot D_1^5 \cdot N^2} \quad (153)$$

$$\phi_1 = \frac{Q}{N \cdot D_1^3} \quad (154)$$

onde

$\psi_1$  coeficiente adimensional da altura manométrica

$\psi_2$  coeficiente adimensional do torque

$\phi_1$  coeficiente adimensional do escoamento

$g$  aceleração da gravidade

$H$  altura manométrica

$N$  velocidade de rotação da bomba

$D_1$  diâmetro do impelidor

$T$  torque hidráulico

$\gamma$  peso específico

$Q$  vazão volumétrica

A mudança nas dimensões usadas nas variáveis devem ser consideradas de forma que os coeficientes sejam adimensionais. Em aplicações práticas e no uso de relações de similaridade nos Estados Unidos da América, os parâmetros estão em unidades inglesas e a aceleração da gravidade e o peso específico são ignorados para o desempenho monofásico da bomba com água.

Um outro número característico de bomba é a velocidade específica

( $N_s$ ) dada por:

$$N_s = \frac{\psi_1^{1/2}}{\phi_1^{3/4}} = \frac{N \cdot Q^{1/2}}{(g \cdot H)^{3/4}} \quad (155)$$

sendo que na convenção americana  $g$  é ignorado.

Este número geralmente calculado no ponto de eficiência máxima de uma bomba, é um parâmetro importante para identificação dos tipos de bombas, ressaltando que bombas com velocidades específicas próximas apresentam comportamento termoidráulico similar. Ou seja, fenômenos dinâmicos gerais em uma dada bomba ou bombas modelo em escala, operando em condições diferentes com fluidos homogêneos, podem ser considerados hidráulicamente similares.