

**MEDIDAS DE PARÂMETROS NUCLEARES DE UM REATOR  
DE POTÊNCIA ZERO APLICANDO A TÉCNICA  
DE ANÁLISE DE RUÍDOS**

**FERNANDO RAMOS MARTINS**

Dissertação apresentada como  
parte dos requisitos para obtenção  
do grau de Mestre em Tecnologia  
Nuclear.

**Orientador: Dr. João Manoel Losada Moreira**

**INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES  
AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO**

**MEDIDAS DE PARÂMETROS NUCLEARES DE UM  
REATOR DE POTÊNCIA ZERO  
APLICANDO A TÉCNICA DE ANÁLISE DE RUÍDOS**

**FERNANDO RAMOS MARTINS**

**Dissertação apresentada como parte dos requisitos  
para a obtenção do grau de Mestre na Área de  
Concentração em Reatores Nucleares de Potência e  
Tecnologia do Combustível Nuclear ".**

**Orientador : Dr. Joao Manoel Losada Moreira**

**São Paulo  
1992**



# MEDIDAS DE PARÂMETROS NUCLEARES UTILIZANDO A TÉCNICA DE ANÁLISE DE RUÍDOS

Fernando Ramos Martins

## RESUMO

Flutuações da população neutrônica ou outras funções de estado do reator podem fornecer informações sobre o comportamento e características de um reator nuclear. A técnica de análise de ruídos estuda essas flutuações permitindo a obtenção de parâmetros nucleares de reatores nucleares. Esta técnica apresenta uma vantagem intrínseca, quando comparada com outras técnicas, de não ser necessário perturbar o reator ou provocar transientes, e fornecer resultados com o reator funcionando em condições normais de operação.

Este trabalho foi desenvolvido com o objetivo de implementar uma rotina operacional para obtenção do parâmetro cinético  $\beta/\Lambda$  e calibração do nível de potência da Unidade Crítica IPEN-MB01 utilizando a técnica de análise de ruídos. Com essa finalidade realizou-se um estudo teórico das técnicas microscópicas e macroscópicas existentes no campo de análise de ruídos em reatores nucleares. Optou-se pela técnica de Langevin em conjunto com o modelo de cinética pontual para descrever os fenômenos estocásticos que ocorrem num reator de potência zero.

Medidas Experimentais foram realizadas utilizando o sinal fornecido por dois detectores externos ao núcleo do reator, tipo câmara de ionização compensada, dispostos em posição simétrica a fim de minimizar os efeitos espaciais do fluxo neutrônico. Esses sinais foram gravados e posteriormente analisados com o auxílio de um analisador Fourier determinando, assim, as funções Densidade Espectral Própria e Cruzada dos sinais dos detectores.

O parâmetro  $\beta/\Lambda$  foi obtido por meio de ajuste iterativo de uma

função não linear aos pontos experimentais das funções mencionadas acima. A razão  $\beta/\Lambda$  medida na Unidade Crítica IPEN-MB01 foi de  $253 \pm 7 \text{ s}^{-1}$  discrepante em 2,7% com relação ao valor calculado desse parâmetro.

O nível de potência do reator foi determinado a partir dos patamares apresentados por essas mesmas funções. Os resultados de medida de potência estavam em boa concordância com medidas anteriores realizadas utilizando a técnica de ativação, apresentando uma discrepância da ordem de 5%.

As técnicas de medida descritas neste trabalho para obtenção da razão  $\beta/\Lambda$  e do nível de potência de um reator de potência zero estão implantadas no IPEN e COPESP.

MEASURES OF THE ZERO POWER NUCLEAR REACTOR'S KINETIC PARAMETERS  
WITH APPLICATION OF NOISE ANALYSIS

Fernando Ramos Martins

ABSTRACT

Fluctuations of the neutron population and of other reactor parameters may provide information about the behaviour of nuclear reactors. Noise analysis appraise these fluctuations with the purpose of estimating reactor parameters. The technique presents the intrinsic advantage of providing results without perturbing the reactor or provoking transients. The informations are obtained out of a steady state operation which may well be the facility's normal operation.

The purpose of this work was establishing an experimental technique based on noise analysis for measuring the ratio of kinetic parameters  $\beta/\Lambda$  and the power of the Zero Power Nuclear Reactor IPEN-MB01. A thorough study of the microscopic and macroscopic noise analysis techniques has been carried out. The Langevin technique and the point kinetics model were chosen to describe the stochastic phenomena that occur in the zero power reactor.

Measurements have been made using two compensated ionization chambers localized in the water reflector at simetric positions in order to minimize spatial effects on the neutron flux fluctuation. The detector signals were recorded and analyzed in a Fourier Analyzer for obtaining the cross- and auto-power spectral densities. The ratio  $\beta/\Lambda$  was determined through non-linear fitting of the point kinetics spectral densities to the measured ones. The ratio  $\beta/\Lambda$  obtained was  $253 \pm 7 \text{ s}^{-1}$  which compares with the calculated result within 2,7%. Power calibrations based on the low frequency plateau of the cross-power spectral density has also been carried out. The power measurements agreed within 5% with the

experimental results based on activation analysis. Both techniques are currently in use at IPEN and COPESP.

## AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, IPEN/CNEN-SP, e a Coordenadoria para Projetos Especiais, COPESP, por terem patrocinado a realização deste trabalho com a colocação à disposição de instrumentos e equipamentos necessários e a permissão para a utilização do reator IPEN-MB01 nos experimentos realizados.

Aos colegas da seção de Medidas de Parâmetros Nucleares da Divisão de Física de Reatores do IPEN pelo valioso apoio técnico prestado.

A todo o pessoal da divisão de Operação do reator IPEN-MB01 que sempre estiveram a nossa disposição para permitir a realização dos experimentos que se fizeram necessário neste trabalho.

Agradecimento especial ao pesquisador Msc. Paulo Sergio Brasko Ferreira pela valiosa ajuda na realização dos experimentos sem a qual não seria possível alcançar o objetivo deste trabalho.

Agradecimento especial ao orientador Dr. João Manuel Losada Moreira pelo apoio e orientação na realização deste trabalho e principalmente por ter mostrado que qualidades como perseverança e entusiasmo devem fazer parte da personalidade de um pesquisador.

# INDICE

	pag.
Capitulo 1 - INTRODUÇÃO	1
1.1 - Análise de Ruídos em Reatores Nucleares	2
1.2 - Reatores de Potência Zero	4
1.3 - Reatores de Potência	4
1.4 - Objetivos	9
Capitulo 2 - CINÉTICA DE REATORES	11
2.1 - Parâmetros cinéticos e potência segundo as equações de cinética pontual	11
2.2 - Interpretação física dos parâmetros cinéticos	15
Capitulo 3 - PROCESSOS ESTOCASTICOS	19
3.1 - Propriedades Matemáticas	19
3.2 - Medidas de densidade espectral e correlação de dois detectores	25
Capitulo 4 - PROCESSOS ESTOCASTICOS NUM REATOR NUCLEAR	29
4.1 - Técnica de Langevin	29
4.2 - Função de Transferência do Reator	31
4.3 - Fonte Equivalente de Ruído	32
4.4 - Densidade Espectral do Ruído produzido na detecção	34
4.5 - Funções de Transferência da Instrumentação	35
4.6 - Determinação de Parâmetros Nucleares	35
4.6.1 - Determinação da Função de Transferência do Reator	37
4.6.2 - Determinação da Razão $\beta/\Lambda$	37
4.6.3 - Determinação do Nível de Potência	38

<b>Capítulo 5 - APARATO E CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS</b>	<b>40</b>
5.1 - Detectores	40
5.2 - Eletrômetros	43
5.3 - Filtros-Amplificadores	44
5.4 - Gravador	47
5.5 - Analisador Fourier e Microcomputador	48
<b>Capítulo 6 - MEDIDAS DE CALIBRAÇÃO DE POTÊNCIA E DA             RAZÃO <math>\beta/\Lambda</math> NA UNIDADE CRÍTICA IPEN-MB01</b>	<b>51</b>
6.1 - Medidas Experimentais para determinação da razão $\beta/\Lambda$ do reator IPEN-MB01	51
6.2 - Medidas Experimentais para calibração de potência do reator IPEN-MB01	54
6.3 - Análise dos resultados obtidos	78
<b>Capítulo 7 - CONCLUSÕES</b>	<b>80</b>
<b>SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS</b>	<b>83</b>
<b>Apêndice 1 - DEDUÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE UM             REATOR NUCLEAR DE POTÊNCIA ZERO</b>	<b>84</b>
<b>Apêndice 2 - DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA DE SCHOTTKY</b>	<b>87</b>
A2.1 - Demonstração da Validade da Fórmula de Schottky para o processo de detecção de uma câmara de ionização	87
A2.2 - Densidade Espectral de Potência para a fonte de ruído de um reator de potência zero	89
<b>Apêndice 3 - TEORIA DOS PROCESSOS ESTOCASTICOS</b>	<b>91</b>
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b>	<b>100</b>

## CAPÍTULO 1

### INTRODUÇÃO

O termo ruído é comumente usado em muitas áreas do conhecimento humano, apresentando significados e importâncias diferentes em cada uma delas. O significado mais antigo e comum é o do efeito impertinente que ocorre na música de baixa qualidade. A música é causada por pulsos complexos mas periódicos, enquanto o ruído é irregular e aleatório. O ruído é, neste caso, uma parte indesejável do sinal (música, neste caso).

Efeitos aleatórios aparecem frequentemente na natureza e em muitos sistemas dinâmicos com que o homem trabalha. O estudo dessas flutuações aleatórias podem fornecer informações importantes sobre o funcionamento desses sistemas. Como exemplo, podemos citar as variações aleatórias da população neutrônica em um reator nuclear, que podem fornecer informações sobre os parâmetros cinéticos do reator e sobre o seu funcionamento normal. Resumindo, ruído é a variação aleatória de uma variável em torno de um valor médio e, neste trabalho, é a parte que nos interessa do sinal. A análise de ruídos é reconhecida como uma ferramenta analítica e experimental poderosa com uma grande faixa de aplicações /2, 16, 20, 28, 30, 32, 34, 36/.

Em reatores nucleares a análise de ruídos está consagrada. Este tipo de análise é utilizada principalmente para avaliar os parâmetros cinéticos por meio das flutuações da população neutrônica que ocorrem naturalmente; descrever ou explicar de maneira mais detalhada a natureza dos fenômenos que produzem as flutuações; medir o comportamento dinâmico ou monitorar o estado de um reator nuclear; verificar os parâmetros de projeto de reatores e também para realizar diagnósticos do estado de funcionamento de um sistema.

As principais vantagens da técnica de análise de ruídos podem ser centralizadas em dois fatores:

- 1) o experimento pode ser realizado de maneira simples e rápida

(quando comparado com experimentos que baseiam-se em outras técnicas de medidas de parâmetros nucleares) com a utilização de equipamentos especiais que facilitam a aquisição de dados e a posterior análise dos dados;

ii) interfere muito pouco nos aspectos de segurança do reator.

### 1.1 Análise de Ruídos em Reatores Nucleares

Investigações teóricas e experimentais no campo de análise de ruídos em reatores nucleares tiveram início no Laboratório Científico de Los Alamos em 1944. A partir daí um grande número de teorias em reatores de potência zero foram publicadas por diversos autores. Uma classificação simplificada dessas teorias pode ser feita levando em consideração o tratamento dado aos fenômenos que ocorrem no reator nuclear. Dessa maneira podemos dividir a análise de ruídos em reatores nucleares em

- i) técnicas de nível microscópico e
- ii) técnicas de nível macroscópico.

No campo das técnicas microscópicas, a ocorrência de contagens num detector, provocadas pelas reações em cadeia que ocorrem em um reator nuclear, são estudadas por métodos estatísticos. O primeiro trabalho teórico neste campo foi realizado por Feynmann, Fermi e Hoffman /8/ e levou ao desenvolvimento da técnica experimental conhecida como Experimento de  $\alpha$ -Rossi. Várias outras técnicas microscópicas foram desenvolvidas por Feynmann, Pal, Bennett, Zolotukhin, Molginer, Pacilio e outros. Algumas dessas técnicas envolvem a utilização de distribuições estocásticas para descrever os fenômenos que ocorrem no reator nuclear e o desvio dessas distribuições com relação a distribuição Gaussiana /1,3,8,24/.

Outras trabalham diretamente com probabilidades de detecção de um evento, destacando-se a técnica desenvolvida por Pacilio /19,20,21,22/. A técnica está principalmente orientada para a obtenção de uma formulação matemática para a interpretação dos resultados experimentais, utilizando o formalismo estocástico da

cadeia de Markov e da função geratriz de uma distribuição de probabilidade para a obtenção da equação de Kolmogorov. A partir desta equação pode-se obter as equações de cinética pontual bem como as variâncias das variáveis de estado (população neutrônica, concentração de precursores, etc.). No apêndice 3 é dada uma visão geral da formulação matemática de Pacilio para a análise de ruídos de um reator nuclear.

A formulação macroscópica para medidas de ruído em reatores nucleares foi introduzida por Moore /14,15/ e verificada experimentalmente por Cohn /5,6/, dez anos após a técnica microscópica ter sido iniciada. Esta formulação, conhecida como técnica de Langevin para o ruído de um reator, foi desenvolvida por Moore e está baseada em trabalhos anteriores relacionados com movimento browniano. O ruído do sistema é a resposta do mesmo a uma função propulsora aleatória ou estocástica, isto é, o ruído é a resposta do sistema a uma entrada representando a natureza estocástica dos processos que ocorrem sobre o sistema. Se as características do sistema são conhecidas, é possível relacionar as medidas de correlação e densidade espectral da resposta do sistema com os parâmetros desse sistema.

No caso de reatores nucleares, as funções estocásticas que produzem flutuações na população neutrônica podem ser a taxa de emissão de neutrons de uma fonte externa, a variação na fração de neutrons atrasados, número de neutrons liberados por fissão, etc. Todos os fenômenos citados acima geram funções estocásticas e são representados por parâmetros do sistema. Muitas vezes, várias dessas funções podem estar presentes num determinado sistema (reator) e todas devem ser levadas em consideração. Entretanto, na maioria dos casos práticos, apenas uma ou duas dessas funções predominam e as demais podem ser desprezadas.

A utilidade das técnicas microscópicas e macroscópicas depende de um bom entendimento dos processos envolvidos no comportamento dinâmico do sistema, que permita a representação adequada destes processos por modelos matemáticos. O grau de sofisticação do

modelo deve variar conforme o objetivo do experimentador.

### 1.2 Reatores de Potência Zero

Reatores nucleares de potência zero são aqueles em que perturbações de reatividade provenientes dos efeitos de realimentação termohidráulicos são desprezíveis. Nestes reatores o ruído ou flutuação da população neutrônica do reator procede unicamente das cadeias neutrônicas originárias do processo de fissão. Neste caso uma representação adequada dos fenômenos que ocorrem no reator pode ser baseada apenas no modelo de cinética pontual com neutrons atrasados.

Da análise de ruídos nesse tipo de reator, pode-se obter os seguintes parâmetros: nível de potência do reator, constante de decaimento de neutrons prontos  $\alpha$ , sub-criticalidade do reator, fração efetiva de neutrons atrasados e tempo de geração de neutrons prontos.

As técnicas experimentais mais relevantes existentes em análise de ruídos de reatores de potência zero são o experimento  $\alpha$ -Rossi, o método da distribuição de probabilidades; o método das funções correlação no domínio temporal e o método das densidades espectrais no domínio de frequência.

Os dois primeiros métodos estão inseridos nas técnicas de nível microscópico enquanto os dois últimos nas técnicas de nível macroscópico. Neste trabalho somente o método das densidades espectrais será utilizado.

### 1.3 Reatores de Potência

Em contraste com reatores de potência zero, as variações de reatividade causadas por fenômenos não nucleares (termo-hidráulicos, por exemplo) constituem-se em fontes

predominantes de flutuações da população neutrônica nos reatores de potência. Este fato torna mais complicada a análise de ruídos nos reatores de potência uma vez que torna necessário formular modelos matemáticos para todos os fenômenos que constituem funções estocásticas que influem sobre a flutuação da população neutrônica.

Pode-se mostrar que a origem física das possíveis fontes de ruído de um reator de potência depende do tipo de reator sob investigação. Do fato que cada tipo de reator de potência tem suas próprias características dinâmicas e de transmissão de calor devido ao projeto termohidráulico, é obvio que nenhuma teoria de ruído de reator de potência será suficientemente geral para ser aplicada a diferentes tipos de reatores.

A Tabela 1.1 apresenta uma lista das possíveis fontes de ruído de um reator de potência identificadas em investigações passadas. Na Tabela 1.2 tem-se um resumo da comparação qualitativa da análise de ruídos em reatores de potência zero e reatores de potência.

Tabala 1.1. Possiveis Fontes de Ruído em um Reator Nuclear

Faixa de Atuação	Possiveis Fontes
(0,1 - 100) Hz	<p>Vibrações da placa matriz do combustível, vibrações do próprio combustível, barras de controle, bombas e tubulações de instrumentação.</p> <p>Distribuição estatística da precisão de fabricação de elementos combustíveis.</p> <p>Distribuição heterogênea e aleatória da parte ativa do elemento combustível.</p>
(0,01 - 100) Hz	<p>Efeitos globais e locais, causados por variações na densidade do refrigerante.</p> <p>Flutuações na temperatura de entrada do refrigerante.</p>
(0,1 - 10) Hz	<p>Turbulência, cavitação, vórtices causados pelas bombas de circulação, bombas de injeção e válvulas.</p> <p>Variação na vazão do refrigerante proveniente do bombeamento.</p>
(0,01 - 1) Hz	<p>Causadas por perturbação na cadeia de fissão devido a neutrons atrasados.</p>
(100 Hz - 100 KHz)	<p>Vazamentos, cavitação nas bombas, por válvulas, atrito entre o refrigerante e as paredes dos tubos, peças soltas no circuito primário.</p>
(100 KHz - 1 MHz)	<p>Deformações em materiais submetidos a tensões revelando assim, fissuras, deslocamentos, etc... .</p>

Tabela 1.2 . Análise de Ruídos em Reatores Nucleares

	Reatores de Potência Zero	Reatores de Potência
Motivos de Estudos	Pesquisa e Interesse Acadêmico	Interesse de Engenharia
Variáveis para análise	fluxo neutrônico (mais comum) fluxo de radiação gama (só em casos especiais)	fluxo neutrônico e gama temperatura do combustível e do refrigerante, posição da barra de controle, vibração do combustível, etc...
Propósitos de estudos	Parâmetros cinéticos de um reator pontual: nível de potência, reatividade, fração de neutrons atrasados, etc... Cinética neutrônica espacial: reatividades de acoplamento, potência absoluta de um sistema de núcleos acoplados	Parâmetros dinâmicos: estabilidade do nível de potência, coeficientes e constantes de tempo da função de transferência, mecanismos de realimentação, identificação de fontes de ruído. Estudos do sistema de controle: detecção de ebulição, diagnósticos de mal funcionamento, etc ...
Interpretação de dados	Fácil no caso do modelo de reator pontual e moderada no caso de reatores acoplados	Difícil e complexo.
Equipamentos experimentais p/ detecção da variável	Detectores tipo pulso sensíveis a neutron e câmaras de ionização.	Detecção do fluxo neutrônico: câmaras de ionização compensadas, detectores SPND, câmaras de fissão. Detecção de radiação gama: câmaras de ionização detectores Cerenkov, etc Termopares, medidores de vazão, microfones p/ detecção de ebulição, etc

<p>Técnicas aplicadas para análise de dados</p>	<p><u>Dominio Temporal</u>: técnica de <math>\alpha</math>-Rossi, métodos de distribuição de probabilidade, funções correlação, etc ...  <u>Dominio de frequência</u>: análise espectral, método da função de coerência, funções densidade de potência auto e cruzada.</p>	<p><u>Dominio Temporal</u>: funções autocorrelação e correlação cruzada, funções densidade de probabilidade, função coerência, etc...  <u>Dominio de frequência</u>: funções densidade espectral de potência auto e cruzada.</p>
<p>Condições necessárias para um investigação experimental.</p>	<p>Detectores com eficiências suficientemente altas (em contagens por fissão no sistema).</p>	<p>Detectores "in core" e transdutores "in core" especiais; sistema de transmissão de sinais devem ser específicos para o núcleo do sistema.</p>
<p>Esforço experimental e custo do sistema de aquisição de dados.</p>	<p>Médio.</p>	<p>Grande, devido a número sa quantidade de canais de medidas diferentes que são necessárias.</p>
<p>Estado atual de conhecimento experimental</p>	<p>Muito investigado.</p>	<p>Média.</p>
<p>Estado atual do tratamento teórico</p>	<p>Completamente compreendido, exceto para alguns casos de dependência espacial e energética.</p>	<p>Em estágios iniciais; cada tipo de reator requer um tratamento teórico especial devido a suas características próprias.</p>

Potencial futuro para pesquisa	Pequeno.	Substancial; grande variedade de experimentos fundamentais tais como determinação dos mecanismos de acoplamento em reatores refrigerados a água.
Potencial futuro para engenharia	Média; desenvolvimento de sig temas de medida de reatividade "on-line", determinação de $\beta$ e $\Lambda$ , calibração da instrumentação de medida de potência do reator.	Substancial; desenvolvimento de técnicas "on-line" de diagnósticos, determinação de limites de estabilidade.

#### 1.4 Objetivos

O objetivo principal deste trabalho é estudar e aplicar métodos experimentais baseados na técnica de análise de ruídos para a obtenção de parâmetros cinéticos em reatores nucleares de potência zero. Neste trabalho são enfatizadas a obtenção da razão  $\bar{\beta}/\Lambda$  para um reator crítico e a determinação do nível de potência em que um reator de potência zero (sem realimentação termo-hidráulica) está operando.

A importância deste estudo reside no fato que a técnica de análise de ruídos pode ser facilmente aplicada experimentalmente, uma vez que não necessita perturbar a operação normal do reator. Outro fator importante é que esta técnica permite a utilização de equipamentos eletrônicos que possibilitam a obtenção rápida de resultados, permitindo uma verificação experimental quase imediata. Esses fatores são muito importantes quando se trata de calibração do nível de potência de um reator nuclear. O parâmetro  $\beta/\Lambda$  também é de muita importância em reatores nucleares, pois é necessário para descrever o comportamento temporal do reator e para converter medidas de reatividade, normalmente em dolar (\$), para unidades de cálculo (pcm, percentagem, etc.).

Este trabalho está dividido de modo a apresentar inicialmente um breve resumo da teoria de cinética de reatores, apresentando as definições precisas dos parâmetros cinéticos. No Capítulo 3 encontra-se de maneira sucinta a teoria dos fenômenos aleatórios com o significado físico das suas principais funções matemáticas. Ainda no Capítulo 3, mostra-se o método experimental utilizado neste trabalho e obtêm-se expressões matemáticas que serão utilizadas para análise dos dados experimentais. No Capítulo 4, é desenvolvida a técnica de Langevin aplicada a física de reatores.

Análise de ruído em reatores de potência zero, embora muito conhecida desde os anos 60, ainda não havia sido realizada intensamente no IPEN (Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares). Com exceção dos trabalhos realizados no CDTN não havia maior experiência no Brasil. Constitui-se, portanto, parte importante deste trabalho a implementação de medidas no reator IPEN-MB01, desde os detectores que monitoram a flutuação da população de nêutrons no núcleo até a análise dos dados. O Capítulo 5 apresenta a instrumentação eletrônica utilizada nos experimentos realizados no reator de potência zero IPEN-MB01. No Capítulo 6 têm-se a análise dos dados obtidos nos experimentos e o Capítulo 7 apresenta as conclusões obtidas neste trabalho.

## CAPITULO 2

### CINÉTICA DE REATORES

A cinética de reatores é a área de física de reatores relacionada com o estudo do que ocorre com a população neutrônica de um reator quando o balanço de neutrons é perturbado, ou melhor, a cinética de reatores estuda o comportamento energético, espacial e temporal da população neutrônica num reator nuclear.

Em nosso estudo, que é baseado nas flutuações da população neutrônica no reator, devemos ter em mente que eventos isolados que ocorrem num reator não podem ser previstos de maneira determinística. Assim, se um neutron com energia conhecida é absorvido por um núcleo de  $U^{235}$ , não podemos dizer de antemão se resultará numa reação de fissão ou se na formação de um núcleo de  $U^{236}$ . Tudo o que se pode dizer é que existe certas probabilidades que um ou outro evento aconteça. Como resultado disso existirão flutuações no número de neutrons presentes em qualquer pequeno volume do reator. A análise dessas pequenas flutuações a partir de propriedades estatísticas da população neutrônica é denominada técnica de análise de flutuações ou de ruídos em nível microscópico. Neste trabalho, no entanto, vamos tratar os problemas de ruído do ponto de vista macroscópico, baseado em equações de valores médios para as grandezas do sistema. Esse método é conhecido como técnica de Langevin.

#### 2.1 Parâmetros cinéticos e potência segundo as equações de cinética pontual

Para obter equações para o comportamento médio do reator devemos considerar que o número de neutrons presentes seja estocasticamente grande. Nesta situação os reatores são ditos comportarem-se deterministicamente, ou seja, o valor da população neutrônica em algum instante futuro pode ser determinado se conhecermos o seu valor presente, as características do reator

(possivelmente dependentes do tempo) e fatores perturbadores.

O comportamento médio de um reator pode ser descrito pela equação temporal de difusão de neutrons com a caracterização explicita de neutrons prontos e atrasados /12/

$$\frac{1}{v} \frac{\partial \phi(\underline{r}, E, t)}{\partial t} = - A(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t) + \chi_p \cdot (1 - \beta) \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t) + \sum \lambda_i \cdot \lambda_i \cdot C_i(\underline{r}, t) + q(\underline{r}, E, t) \quad (2.1)$$

$$\frac{\partial C_i(\underline{r}, t)}{\partial t} = \beta_i \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t) - \lambda_i \cdot C_i(\underline{r}, t) \quad (2.2)$$

onde  $\phi(\underline{r}, E, t)$  representa o fluxo de neutrons;  $q(\underline{r}, E, t)$  é o número de neutrons emitidos isotropicamente por uma fonte externa de neutrons por unidade de volume, energia e tempo;  $C_i$  é a população por unidade de volume ou a concentração de precursores de neutrons atrasados do  $i$ -ésimo grupo com constante de decaimento  $\lambda_i [s^{-1}]$ ;  $\beta_i$  é a fração de neutrons atrasados emitidos pelo precursor do grupo  $i$  após uma reação de fissão de um isótopo fissil e  $\beta$  representa a fração total de neutrons atrasados produzidos pelo processo de fissão do combustível do reator nuclear. O espectro de energia dos neutrons emitidos pelos precursores de neutrons foi denotado por  $\chi_i(E)$  e o espectro dos neutrons prontos emitidos no processo de fissão está representado por  $\chi_p(E)$ . O operador integro-diferencial  $A(\underline{r}, E, t)$  representa os processos de fuga, absorção e espalhamento de neutrons e o operador integral  $F(\underline{r}, E, t)$  representa o processo de fissão. O tratamento dado a  $A(\underline{r}, E, t)$  e  $F(\underline{r}, E, t)$  pode ser baseado na teoria de transporte ou de difusão de neutrons.

Em muitos problemas a variável de interesse é a população neutrônica total ou seu nível de potência. Nos casos onde a distribuição espacial e energética do fluxo de neutrons não varia durante um transiente pode-se utilizar uma aproximação das equações acima denominada pontual. Nessa aproximação define-se a função amplitude  $N(t)$  como:

$$N(t) = \int_{\text{reator}} dV \int_0^{\infty} dE W(\underline{r}, E) \cdot \frac{1}{v(E)} \cdot \phi(\underline{r}, E, t) \quad (2.3)$$

onde  $W(\underline{r}, E)$  é uma função de ponderação definida sobre o mesmo domínio espacial e energético de  $\phi(\underline{r}, E, t)$ . A função  $N(t)$  pode ser interpretada como a integral ponderada do número de neutrons presentes no reator no instante  $t$ .

Para derivar as equações para a função amplitude,  $N(t)$ , deve-se simplesmente multiplicar a equação (2.1) por  $W(\underline{r}, E)$  e a equação (2.2) por  $\chi_i(E) \cdot W(\underline{r}, E)$  e integra-las na energia e no volume.

A partir dessas considerações chega-se as equações de cinética pontual em termos de parâmetros cinéticos definidos como integrais:

$$\frac{dN(t)}{dt} = \frac{(\rho(t) - \beta(t))}{\Lambda} N(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i \cdot C_i(t) + Q(t) \quad (2.4)$$

$$\frac{dC_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} N(t) - \lambda_i \cdot C_i(t) \quad (2.5)$$

onde definimos a reatividade  $\rho(t)$  como

$$\rho(t) = \frac{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \left[ -A(\underline{r}, E, t) \cdot \{ \chi_p \cdot (1 - \beta) + \sum \chi_i \cdot \beta_i \} \right] F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)}{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \cdot \{ \chi_p \cdot (1 - \beta) + \sum \chi_i \cdot \beta_i \} \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)}$$

a fração efetiva de neutrons atrasados do  $i$ -ésimo grupo dada por

$$\bar{\beta}_i(t) = \frac{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \cdot \chi_i(E) \cdot \beta_i \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)}{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \{ \chi_p \cdot (1 - \beta) + \sum \chi_i \cdot \beta_i \} F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)} \quad (2.7)$$

o tempo de geração de neutrons como

$$\Lambda(t) = \frac{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \frac{1}{v} \phi(\underline{r}, E, t)}{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \cdot \{ \chi_p \cdot (1 - \beta) + \sum \chi_i \cdot \beta_i \} \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)} \quad (2.8)$$

a fonte efetiva de neutrons como

$$Q(t) = \frac{\int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot q(\underline{r}, E, t)}{\int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot \{\lambda_p(1-\beta) + \sum \lambda_i \cdot \beta_i\} \cdot P(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)} \quad (2.9)$$

e a população efetiva de precursores de neutrons atrasados do i-ésimo grupo dada por

$$C_i(t) = \frac{\int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot \lambda_i(E) \cdot C_i(\underline{r}, t)}{\int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot \frac{1}{V} \phi(\underline{r}, E, t)} \quad (2.10)$$

Apesar da estrutura extremamente simples das equações (2.4) e (2.5), elas foram derivadas de uma maneira formal, tendo como aproximações que a distribuição energética e espacial do fluxo de neutrons não varia com o tempo.

Entretanto para fazermos uso dessas equações precisamos conhecer os parâmetros cinéticos  $\rho(t)$ ,  $\bar{\beta}_i(t)$ ,  $\Lambda(t)$ ,  $Q(t)$  e  $C_i(t)$ . Para isso é necessário conhecer  $\phi(\underline{r}, E, t)$ . Logo a utilidade prática das equações de cinética dependem de nossa habilidade em obter os parâmetros cinéticos com razoável precisão sem que se torne necessário a resolução da equação (2.1).

O nível de potência do reator pode ser obtido das equações de cinética pontual considerando-se que a potência  $P(t)$  é dada por

$$P(t) = \int dV \int dE \frac{\gamma(\underline{r}, E)}{\nu(\underline{r}, E)} P(\underline{r}, E, t) \phi(\underline{r}, E, t) \quad (2.11)$$

onde  $\nu(r, E)$  é o número médio de neutrons emitidos por fissão no elemento de volume  $dV$  em  $r$  e no intervalo de energia  $dE$  em  $E$  e  $\gamma(r, E)$  é a energia liberada por fissão que ocorre no volume de fase citado acima. Definindo a razão

$$\overline{\left(\frac{1}{\nu}\right)} = \frac{\int dV \int dE \frac{\gamma(\underline{r}, E)}{\nu(\underline{r}, E)} F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)}{\int dV \int dE W(\underline{r}, E) \left[ (1-\beta) \cdot \lambda_p(E) + \sum_{i=1}^6 \beta_i \cdot \lambda_i(E) \right] F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)}$$

podemos escrever que

$$P(t) = \overline{\left(\frac{1}{\nu}\right)} \cdot \frac{N(t)}{\Lambda(t)} \quad (2.13)$$

O grande sucesso das equações (2.4) e (2.5) reside no fato que, para muitos dos transientes de interesse prático, a distribuição espacial e energética do fluxo neutrônico varia muito pouco com uma escolha adequada da função peso  $W(\underline{r}, E)$ , e o uso da distribuição de fluxo neutrônico do início do transiente para determinar os parâmetros cinéticos produz resultados precisos. No caso particular dos problemas que serão analisados neste trabalho tem-se que a distribuição de fluxo neutrônico flutua em torno de uma distribuição média que não varia no tempo.

## 2.2 Interpretação física dos parâmetros cinéticos

A interpretação física exata dos parâmetros cinéticos definidos nas equações (2.6) a (2.10) dependerão da escolha da função peso  $W(\underline{r}, E)$ . No entanto podemos interpretar  $Q(t)$  como a integral ponderada, no instante  $t$ , do número de neutrons introduzidos no reator por unidade de tempo através de uma fonte externa. O parâmetro  $C_i(t)$  pode ser interpretado como as integrais ponderadas do número total de precursores de neutrons atrasados do  $i$ -ésimo grupo presentes no reator no instante  $t$ .

O parâmetro  $\rho(t)$  definido pela equação (2.6) é chamado de reatividade do reator. Para entender o significado físico de  $\rho(t)$ ,

devemos entender ainda o termo  $\{\chi_p(E).(1-\beta) + \sum \chi_i(E).\beta_i\}$  como o espectro de fissão total  $\chi(E)$ . Dessa maneira podemos reescrever a equação (2.6) como

$$\rho(t) = \frac{\int dV \int dE.W(\underline{r},E) [-A.\phi(\underline{r},E,t) + \chi(E).F(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)]}{\int dV \int dE.W(\underline{r},E).\chi(E).F(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)} \quad (2.11)$$

O termo  $\chi(E).F(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)$  é a taxa de eventos que resultam na produção de neutrons em  $dV.dE$ , via fissão. Segue que o denominador é a integral ponderada sobre todo o reator dessa taxa de produção. Se  $W(\underline{r},E)$  fosse a unidade, essa integral seria exatamente a taxa de produção instantânea de neutrons de todo o reator via fissão. O termo  $-A(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)$  é a taxa de destruição de neutrons em  $dV.dE$ , via absorção, espalhamento e fuga. Assim o numerador de (2.11) é a integral ponderada da taxa líquida de produção de neutrons no reator (produção - destruição).

Portanto, podemos concluir que reatividade é a razão de taxa líquida ponderada de produção de neutrons para a taxa ponderada de produção de neutrons devido a fissão. Quando a reatividade é nula dizemos que o reator está em estado crítico, ou seja, a taxa de produção de neutrons é igual a taxa de destruição. Se a taxa de produção excede a taxa de destruição, então temos  $\rho(t) > 0$  e o reator é dito super crítico.

O parâmetro  $\beta_i$  é chamado de fração efetiva de neutrons atrasados para o precursor do  $i$ -ésimo grupo. A soma  $\beta$  é então a fração efetiva total de neutrons atrasados. Assim como fizemos para interpretar  $\rho(t)$ , podemos reescrever a equação (2.11) como

$$\bar{\beta}_i(t) = \frac{\int dV \int dE.W(\underline{r},E).\chi_i(E).\beta_i.F(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)}{\int dV \int dE.W(\underline{r},E).\chi(E).F(\underline{r},E,t).\phi(\underline{r},E,t)} \quad (2.12)$$

Logo podemos interpretar  $\bar{\beta}_i(t)$  como a razão entre a taxa

ponderada da produção de neutrons atrasados pelos precursores de neutrons do grupo  $i$  em todo o reator e a taxa ponderada da produção total de neutrons devido a fissão. Um fato importante que deve ser notado é que o valor de  $\bar{\beta}_i$  é diferente dos valores físicos de  $\beta_i$ , devido à diferença entre os espectros de neutrons atrasados  $\chi_i(E)$  e o espectro de fissão total  $\chi(E)$ . Os neutrons emitidos pelo decaimento dos precursores possuem em média energia menor do que os neutrons prontos emitidos na reação de fissão.

O parâmetro  $\bar{\beta}_i$  quase não varia no tempo, mesmo em transientes onde a distribuição energética e espacial  $\phi(\underline{r}, E, t)$  varia bastante. Isto se dá devido o termo  $F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)$  aparecer tanto no numerador quanto no denominador da equação (2.11) de forma que as variações se cancelam. Na maioria dos problemas a variação temporal de  $\bar{\beta}_i(t)$  é desprezada.

Para finalizar, a interpretação física do último parâmetro cinético  $\Lambda(t)$ , tempo de geração de neutrons pode ser obtida escrevendo:

$$\begin{aligned}
 (\Lambda)^{-1} \left[ \int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot \frac{1}{V} \cdot \phi(\underline{r}, E, t) \right] &= \\
 &= \int dV \int dE \cdot W(\underline{r}, E) \cdot \chi(E) \cdot F(\underline{r}, E, t) \cdot \phi(\underline{r}, E, t)
 \end{aligned}
 \tag{2.17}$$

Desse modo, pode-se concluir que a taxa ponderada de produção de neutrons do reator é igual ao número ponderado de neutrons presentes no reator dividido por  $\Lambda$ . Por analogia à teoria de decaimento radioativo, temos que  $\Lambda$  pode ser interpretado como o tempo em que o neutron "sobrevive" após sua emissão por uma fissão ou por um precursor de neutrons atrasados.

Para o caso não estacionário, essa interpretação é apenas aproximada. O parâmetro cinético  $\Lambda(t)$  apresenta uma dependência temporal maior do que o parâmetro  $\bar{\beta}_i$  devido tratar-se de duas integrais distintas. Normalmente, uma grande variação na

distribuição energética e espacial de  $\phi(\underline{r}, E, t)$  se reflete no tempo de geração de neutrons, entretanto na maioria dos problemas essa variação é desprezada.

Assim terminamos a interpretação de cada um dos parâmetros cinéticos presentes nas equações de cinética pontual. No entanto, falta ainda discutir o significado físico, ou melhor, o que representa a função amplitude  $N(t)$ .

A função  $N(t)$  só representará algo físico no momento que escolhermos a função peso  $W(\underline{r}, E)$ . Por exemplo, se escolhermos a função peso como sendo  $W(\underline{r}, E)=1$ ,  $N(t)$  representará o número total de neutrons no reator. Assim dependendo da escolha de  $W(\underline{r}, E)$ , a função  $N(t)$  poderá representar a população neutrônica, a potência do reator, ou o sinal de um detector de neutrons colocado no reator.

Agora podemos utilizar as equações de cinética pontual estudadas até aqui para desenvolver a técnica de Langevin aplicada ao estudo de análise de ruídos em reatores nucleares de potência zero. No entanto, antes de entrar no estudo detalhado da técnica de Langevin precisamos entender melhor o que é um processo estocástico bem como suas principais propriedades.

## CAPÍTULO 3

### PROCESSOS ESTOCASTICOS

De modo geral, qualquer dado observado representando um fenômeno físico pode ser classificado como determinístico ou não determinístico. Dados determinísticos são aqueles que podem ser descritos por uma relação matemática explícita. Entretanto existem muitos outros fenômenos físicos que produzem dados não determinísticos. Estes dados são aleatórios e devem ser descritos em termos de probabilidades ou médias estatísticas ao invés de equações explícitas.

#### 3.1 Propriedades Matemáticas

Um fenômeno aleatório, quando representado em função do tempo, é dito ser uma função amostral do fenômeno. Um conjunto de todas as funções amostrais de um fenômeno físico forma um processo estocástico, denotado por  $\{x_k(t)\}$ . A figura 3.1 é um exemplo deste processo.

As relações básicas mais importantes em um processo estocástico são:

1) valor médio em um instante  $t_1$  (também conhecido como primeiro momento)

$$\mu_x(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k x_k(t_1) \quad (3.1)$$

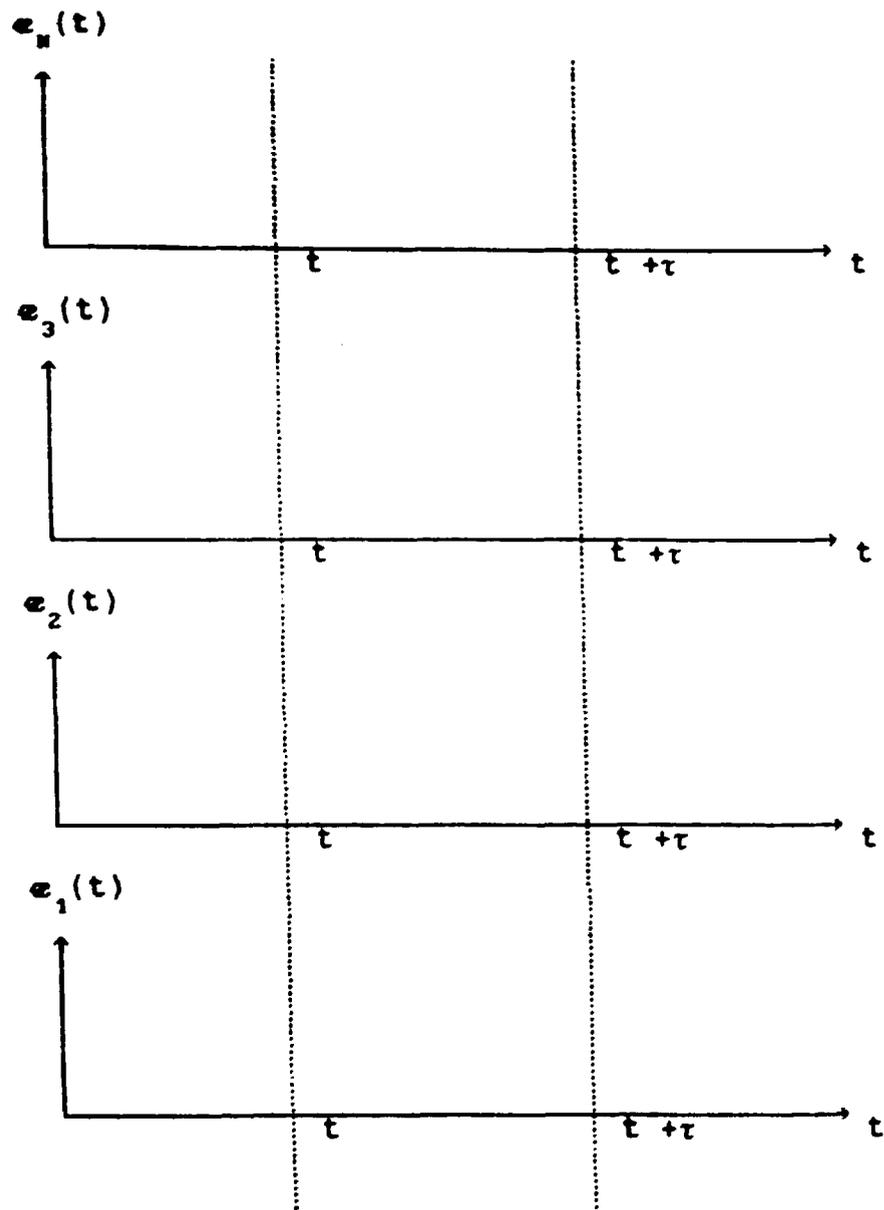


Figura 3.1 - Conjunto de funções amostrais de um processo aleatório

ii) momento de ordem n

$$\mu_x^n(t_1) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_k x_k^n(t_1) \quad (3.2)$$

se  $n=2$  temos o momento quadrático médio.

iii) função autocorrelação

$$\phi_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \cdot x_k(t_1 + \tau) \quad (3.3)$$

A função correlação é uma extensão do conceito de valor médio quadrático abrangendo um certo intervalo de tempo. Enquanto o valor médio quadrático é a média do quadrado do valor de uma função num determinado instante de tempo, a função autocorrelação é a média do produto de dois valores de uma função separadas por um intervalo de tempo  $\tau$ .

Podemos classificar os fenômenos aleatórios em estacionário e não estacionário. Um processo aleatório é estacionário se suas características não mudam com o tempo. Nestas condições o valor médio é uma constante qualquer que seja o instante  $t_1$  e a função autocorrelação depende sómente do intervalo de tempo  $\tau$ , ou seja

$$\mu_x(t_1) = \mu_x \quad \text{e} \quad \phi_{xx}(t_1, t_1 + \tau) = \phi_{xx}(\tau) \quad (3.4)$$

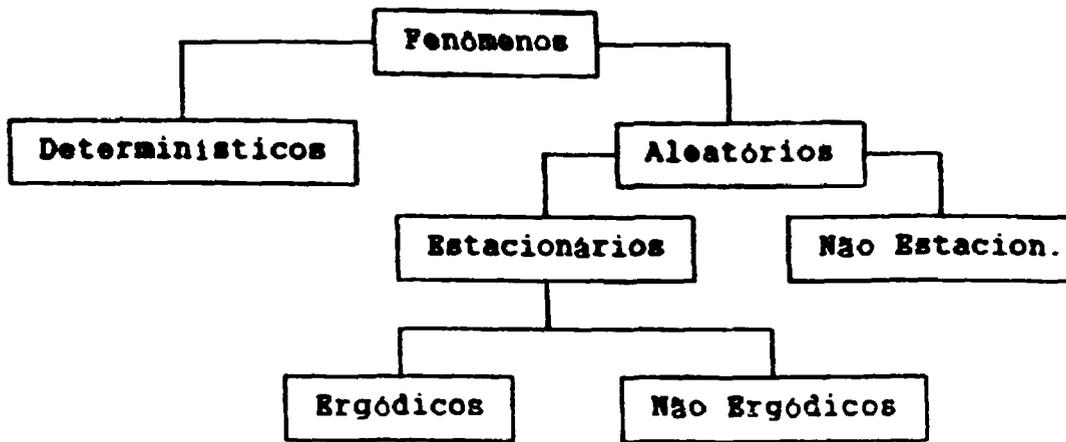


Figura 3.2 - Classificação dos fenômenos aleatórios

Em muitos casos é possível descrever as propriedades de um processo estacionário calculando-se médias temporais sobre funções amostrais específicas do conjunto e não por meio de médias do conjunto em instantes específicos. Portanto, considerando a  $k$ -ésima função amostra de um processo aleatório, podemos escrever a sua função autocorrelação e o valor médio como:

$$\mu_x(k) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int x_k(t) \cdot dt \quad (3.5)$$

$$\phi_{xx}(k, \tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int x_k(t) \cdot x_k(t+\tau) \cdot dt \quad (3.6)$$

Dizemos que um processo estacionário é ergódico se os valores médios  $\mu_x(k)$  e os valores da função autocorrelação são idênticos em todas as funções amostras. Todo o desenvolvimento teórico a seguir será feito supondo-se um processo aleatório ergódico, ou seja, vamos supor que o processo estocástico pode ser caracterizado completamente pelo estudo de apenas uma função amostra. Desta forma o índice  $k$  que define a amostra em análise torna-se desnecessário.

Para completar o conjunto de relações em um processo estacionário, precisamos definir ainda as funções correlação cruzada, e densidades espectrais de potência própria e cruzada.

De maneira similar à função autocorrelação, pode-se definir a função correlação cruzada entre duas funções amostra  $x_k(t)$  e  $y_k(t)$  quaisquer, tomadas de dois processos ergódicos  $x(t)$  e  $y(t)$  respectivamente, como:

iv) função correlação cruzada

$$\phi_{xy}(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x(t) \cdot y(t+\tau) \cdot dt \quad (3.7)$$

Esta função pode ser interpretada como uma descrição da dependência dos valores de um conjunto de dados em relação aos valores de outro conjunto de dados, ou melhor, a influência que um processo estocástico tem sobre o outro processo. Por exemplo,  $x(t)$  pode representar o sinal de entrada e  $y(t)$  o sinal de saída de um sistema.

Uma outra função muito importante em análise de ruídos é a densidade espectral de potência própria (APSD - Auto Power Spectral Density). Essa função descreve a composição em frequência, em Hertz, dos dados, tomando a transformada de Fourier da função autocorrelação.

v) densidade espectral de potência própria

$$\phi_{xx}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xx}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot d\tau \quad (3.8)$$

Substituindo (3.6) na equação acima e depois de alguma manipulação matemática, chega-se a:

$$\phi_{xx}(f) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} [X^*(f) \cdot X(f)] = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} |X(f)|^2 \quad (3.9)$$

onde  $X(f)$  é a transformada de Fourier de  $x(t)$ .

Da mesma maneira, podemos definir a função densidade espectral de potência cruzada (CPSD - Cross Power Spectral Densidade). A

definição da CPSD de dois processos estocásticos é deduzida diretamente da função correlação cruzada. Assim a CPSD é a transformada de Fourier da função correlação cruzada.

v) densidade espectral de potência cruzada

$$\Phi_{xy}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{xy}(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot d\tau = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{2 \cdot T} |X^*(f) \cdot Y(f)| \quad (3.10)$$

Para finalizar precisamos definir a função de transferência do sistema em estudo. Formalmente, um sistema linear pode ser caracterizado pela função de transferência, definida como a transformada de Fourier da função impulso  $h(t)$  do sistema.

$$H(f) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot e^{-j2\pi f\tau} \cdot d\tau \quad (3.11)$$

Para uma entrada arbitraria  $x(t)$ , a saída  $y(t)$  será dada por

$$y(t) = \int_0^{\infty} h(\tau) \cdot x(t-\tau) \cdot d\tau \quad (3.12)$$

ou em termos da frequência, tomando a transformada de Fourier da equação (3.12):

$$Y(f) = H(f) \cdot X(f) \quad (3.13)$$

A função  $h(t)$  pode ser interpretada como a resposta do sistema para um sinal de entrada igual a função Delta de Dirac,  $\delta(t-\tau)$ . Da equação (3.13) podemos concluir que a função de transferência do sistema é a razão entre a transformada de Fourier do sinal de saída e a transformada de Fourier do sinal de entrada. O conhecimento da função de transferência é essencial para a descrição do comportamento dinâmico de sistemas lineares. Outras duas relações de relevante importância entre os sinais de entrada e saída de um sistema linear são:

$$\Phi_{yy}(f) = |H(f)|^2 \cdot \Phi_{xx}(f) \quad (3.14)$$

$$\Phi_{xy}(f) = H(f) \cdot \Phi_{xx}(f) \quad (3.15)$$

Estas equações podem ser facilmente ser obtidas através das definições (3.6), (3.7), (3.8), (3.10), (3.11) e (3.12).

### 3.2 Medidas de densidade espectral e correlação de dois detectores.

Vamos agora utilizar os conceitos apresentados acima para analisar dados experimentais de um sistema tomados através de dois detectores que monitoram a população neutrônica em um reator nuclear.

Inicialmente, busca-se estabelecer uma maneira de descrever o sistema reator-detectores-instrumentação. Para tal consideremos a Figura 3.3, onde  $G(f)$  representa a função de transferência de um reator nuclear que esta sendo perturbado com um sinal de entrada  $s(t)$ . O sinal de saída  $n(t)$  esta sendo medido por dois sistemas detectores, localizados de maneira que o sinal do detector seja representativo do sinal de saída  $n(t)$ . A localização é muito importante, pois se houver efeitos espaciais diferenciando o sinal de dois detectores, não é apropriado utilizar as equações de cinética pontual como modelo matemático do reator nuclear. O sinal de corrente  $i_k(t)$  dos detectores sofrem interferência do ruído,  $m_k(t)$ , produzido pelos detectores durante o processo de detecção. As funções de transferência de cada sistema de detecção são  $H_1(f)$  e  $H_2(f)$ .

Esta técnica de medida, conhecida como experimento de correlação de dois detectores, foi escolhida porque permite o estudo das funções autocorrelação e correlação cruzada, densidade espectral de potência própria (APSD) e cruzada (CPSD). A fonte de

ruído é o próprio fenômeno estocástico das reações nucleares que produzem uma flutuação em  $\rho(t)$  em torno do valor médio  $\rho$ . Não há maneira de medir este sinal para utilizá-lo na análise dos dados, no entanto, mostraremos mais adiante que se trata de um ruído "branco", ou seja, um sinal com densidade espectral de potência própria constante em toda faixa de frequências de interesse.

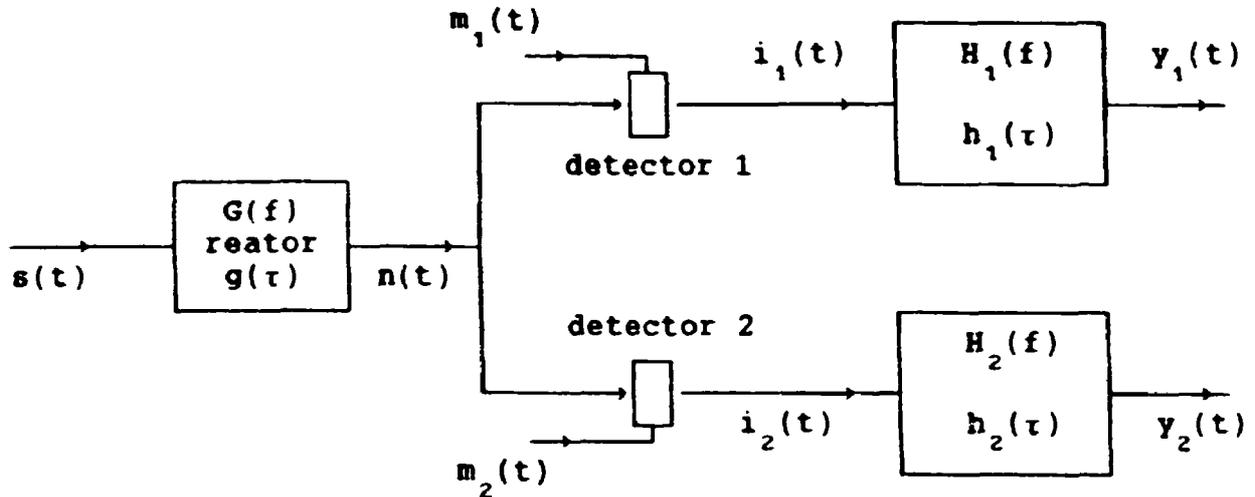


Figura 3.3 - Diagrama em blocos de um experimento de correlação de dois detectores.

Utilizando a equação (3.12), podemos escrever que o sinal de saída do reator é dado pela integral de convolução

$$n(t) = \int_{-\infty}^{\infty} g(\lambda) \cdot s(t-\lambda) \cdot d\lambda \quad [\# \text{ de neutrons}] \quad (3.16)$$

e os sinais fornecidos pelos detectores devem ser escritos como

$$i_k(t) = \epsilon_k \cdot P(t) \cdot \bar{q} + m_k(t) \quad (3.17)$$

onde  $\epsilon_k$  é a eficiência do detector  $k$  dada em contagens por fissão no sistema,  $P(t) = N(t)/(\lambda \nu)$  [# de fissões por segundo] é a taxa de fissão do reator e  $\bar{q}$  é a carga liberada no detector por neutron detectado. Note que  $P(t)$  é diferente do parâmetro definido no

**Capítulo 2 para a derivação das equações de cinética pontual.**

Os sinais  $y_1(t)$  e  $y_2(t)$  a serem analisados podem ser escritos como

$$y_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_k(\mu) \cdot i_k(t-\mu) \cdot d\mu \quad , \quad k = 1, 2 \quad (3.18)$$

e substituindo (3.17) em (3.18)

$$y_k(t) = \int_{-\infty}^{\infty} h_k(\mu) \cdot \left\{ c_k \cdot \bar{q} \cdot \frac{n(t-\mu)}{\Lambda \cdot \nu} + m_k(t-\mu) \right\} \cdot d\mu \quad (3.19)$$

A função densidade espectral de potência própria, definida em (3.8), do sinal de um detector pode ser obtida determinando a função autocorrelação de  $y_k(t)$  e a seguir sua transformada de Fourier. Chega-se assim a:

$$\Phi_{kk}(f) = \frac{\epsilon_k^2 \cdot \bar{q}^2}{\nu^2 \cdot \Lambda^2} |H_k(f)|^2 \cdot |G(f)|^2 \cdot \Phi_{nn}(f) + |H_k(f)|^2 \cdot \Phi_{m_k m_k}(f) \quad (3.20)$$

onde assumiu-se que o ruído produzido pelos detectores não estão correlacionados com o sinal de saída do reator, ou seja a função correlação cruzada entre os ruídos produzidos pelos detectores e o sinal do reator é nula.

A função densidade espectral de potência cruzada pode ser derivada de maneira semelhante, obtendo-se

$$\Phi_{k_1 k_2}(f) = \frac{\epsilon_{k_1} \cdot \epsilon_{k_2}}{\nu^2 \cdot \Lambda^2} \bar{q}^2 \cdot H_{k_1}^*(f) \cdot H_{k_2}(f) \cdot |G(f)|^2 \cdot \Phi_{nn}(f) \quad (3.21)$$

onde o asterisco representa o complexo conjugado da função de transferência  $H_k(f)$ . Deve-se notar que o segundo termo da (3.20) se anula devido ao fato que os ruídos dos dois detectores não serem correlacionados entre si.

Até aqui obtemos expressões para as densidades espectrais de

potência dos sinais de dois detectores que monitoram um reator nuclear. No entanto, para entendermos completamente o comportamento dessas funções com a frequência, precisamos conhecê-las assim como a função de transferência do reator e de cada um dos blocos do diagrama apresentado na Figura 3.3. Vamos, no Capítulo 4, obter expressões para cada uma das funções desconhecidas (funções de transferência da instrumentação, densidade espectral de potência própria da fonte de ruído, função de transferência do reator e densidade espectral de potência do ruído produzido pelo detector).

PROCESSOS ESTOCASTICOS NUM REATOR NUCLEAR

Neste capítulo serão abordados os fenômenos estocásticos que ocorrem em um reator nuclear de potência zero e o tratamento matemático dado a eles. Inicialmente vamos desenvolver a técnica de Langevin para descrever o comportamento do reator de uma maneira geral, a seguir serão estudadas a aproximação de fonte de ruído equivalente e suas aplicações em reatores nucleares. Com isto pode-se obter as funções desconhecidas necessárias para um completo entendimento das expressões (3.20) e (3.21).

4.1. A Técnica de Langevin

Originalmente concebida para explicar o movimento Browniano, a técnica de Langevin é baseada nas equações médias para um dado sistema. Vamos assumir que para qualquer sistema podemos representar suas equações médias por

$$\hat{L}.y(x) = f(x) \quad (4.1)$$

onde  $\hat{L}$  é um operador contendo informações sobre o sistema e  $f(x)$  é o termo propulsor.

Se o operador  $\hat{L}$  contém parâmetros que variam aleatoriamente com o tempo, a equação para  $y(x)$  torna-se aleatória e produzirá soluções aleatórias.

Tendo conhecimento das definições estudadas no capítulo anterior e das equações de cinética pontual (2.4) e (2.5) desenvolvidas no Capítulo 2, aplicamos a técnica de Langevin ao problema de um reator nuclear operando em um estado sub-crítico com a reatividade  $\rho(t)$  variando aleatoriamente ou estocásticamente. Assumiremos que o termo fonte  $Q(t)=Q_0$  é estacionário e escreveremos a reatividade como:

$$\rho(t) = \bar{\rho} + \delta\rho(t) \quad (4.2)$$

onde  $\bar{\rho}$  é o seu valor médio e  $\delta\rho(t)$  é sua flutuação aleatória cujo valor médio é zero e que pode ser produzido, por exemplo, pelo movimento aleatório da barra de controle.

Similarmente, escreveremos

$$N(t) = \bar{N} + n(t) \quad (4.3)$$

$$C_i(t) = \bar{C}_i + c_i(t) \quad (4.4)$$

onde  $\bar{C}_i$  e  $c_i$  são, respectivamente o valor médio e a parte flutuante da concentração de precursores de neutrons atrasados do grupo  $i$ ; e  $\bar{N}$  e  $n$  possuem o mesmo significado com relação a função amplitude definida no Capítulo 2. Os outros parâmetros cinéticos são considerados invariantes e representados pelos correspondentes valores médios.

Inserindo (4.2) a (4.4) nas equações de cinética (2.4) e (2.5) obtemos

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{(\bar{\rho} + \delta\rho - \beta)}{\Lambda} \{N + n(t)\} + \sum_i \lambda_i \cdot \{\bar{C}_i + c_i\} + Q_0 \quad (4.5)$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} (N + n) - \lambda_i \cdot (\bar{C}_i + c_i) \quad (4.6)$$

Note que este procedimento introduziu o termo  $\delta\rho(t)n(t)$  cujo valor não podemos encontrar através de solução das equações acima. Assume-se que a perturbação de reatividade é muito pequena e pode-se desprezar o termo de segunda ordem  $\overline{\delta\rho(t) \cdot n(t)}$  comparado com  $(\bar{\rho} \cdot \bar{N})$  na equação (4.5). Deve-se notar que tal aproximação pode levar a resultados inesperados para alguns valores de  $\tau$ , geralmente valores grandes com pouco interesse físico.

Com esta aproximação as equações (4.5) e (4.6) tornam-se

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\bar{\rho} - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_i \lambda_i c_i(t) + \frac{\delta\rho}{\Lambda} N \quad (4.7)$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad (4.8)$$

A técnica de Langevin pode ser utilizada para o desenvolvimento de equações para outros tipos de perturbação como, por exemplo, a perturbação causada por uma fonte de neutrons externa. As equações (4.7) e (4.8) são idênticas as que seriam obtidas devido a perturbações causadas por fonte de neutrons. O termo  $(\delta\bar{\rho}.N)/\Lambda$  pode ser encarado como a fonte de neutrons da equação de cinética pontual (2.4).

Maiores detalhes sobre a origem da técnica desenvolvida por Langevin para o estudo do movimento Browniano e suas aplicações em cinética de reatores podem ser encontradas principalmente nas referências Moore /14,15/, Cohn /5,6/ e Willians /36/.

#### 4.2 Função de Transferência do Reator

Uma vez definida as equações que regem o sistema, equações (4.7) e (4.8), podemos agora obter a função de transferência  $G(f)$  de um reator nuclear reator nuclear operando num estado sub-crítico com reatividade negativa  $\bar{\rho}$ .

Desse modo, tomando a Transformada de Fourier das equações (4.7) e (4.8), utilizando as propriedades matemáticas da Transformada de Fourier e a definição de função de transferência apresentada na equação (3.13) obtemos

$$G(f) = \frac{\Lambda}{j2\pi f\Lambda - \bar{\rho} + \sum_i \frac{j \cdot 2\pi f \cdot \beta_i}{j2\pi f + \lambda_i}} \quad (4.9)$$

A dedução completa da função de transferência de um reator nuclear pode ser encontrada no Apêndice 1.

Como será visto adiante, é importante conhecer o comportamento da função de transferência do reator numa faixa de frequência em que a influência dos neutrons atrasados é desprezível quando comparada com a dos neutrons prontos. Neste caso, temos que  $f \gg \lambda_j$ , ou seja, os valores das constantes de decaimento de neutrons atrasados são muito menores do que o valores de frequência na região de interesse. Assim a equação (4.9) toma uma forma bem mais simples.

$$G(f) = \frac{1}{j \cdot 2\pi f + \alpha} \quad \text{onde } \alpha = \frac{\beta - \rho}{\Lambda} \quad (4.10)$$

ou

$$|G(f)|^2 = \frac{1}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \quad (4.11)$$

#### 4.3 Fonte Equivalente de Ruído

Podemos considerar que as flutuações na população neutrônica do reator seja proveniente de uma fonte equivalente de ruído neutrônico  $\bar{N} \cdot \delta\rho/\Lambda$ , composta de flutuações estatísticas naturais nas taxas de reação de absorção e fissão. Em qualquer instante essa fonte pode ser tanto positiva ou negativa representando, respectivamente, os desvios para cima ou para baixo do valor médio. As características desta fonte podem ser calculadas diretamente da teoria de reatores.

Para simplificar o cálculo, assumimos que as flutuações na variável  $n(t)$  são pequenas quando comparadas com o valor médio  $\bar{N}$  e que a fração de neutrons atrasados é muito pequena quando comparada com a unidade. Como a produção, a absorção e a fuga de neutrons podem ser consideradas análogas ao fluxo aleatório de elétrons num diodo eletrônico, pode-se fazer uso da fórmula de Schottky /10/, que foi originalmente desenvolvida para descrever a densidade espectral de potência própria do ruído produzido num diodo eletrônico. A

densidade espectral de potência própria da fonte equivalente é, portanto, dada por

$$\Phi(f) = 2 \sum_k p_k^2 \cdot I_k \quad (4.12)$$

onde  $p_k$  é o número de neutrons produzidos na ocorrência de uma reação nuclear do tipo  $k$  e  $I_k$  é o número médio de reações do tipo  $k$  ocorrendo por segundo no reator.

Deve-se ressaltar que a equação (4.12) assume que a densidade espectral de potência própria é independente da frequência, isto é que a fonte de ruído seja "branca". Essa hipótese só é válida para tempos de transição superiores de  $10^{-20}$  segundos, o tempo necessário para uma transição completa entre os estados quânticos ligado e não ligado. O tempo médio para um decaimento associado a um precursor de neutrons atrasados do grupo  $i$ , da ordem de  $1/\lambda_i$ , é tal que a hipótese de ruído branco para neutrons atrasados não é válida.

A tabela (4.1) apresenta as reações que contribuem para a fonte de ruído  $S(t)$  no escopo da cinética pontual. Uma reação de captura ou fuga do reator retira um neutron do reator, enquanto que uma reação de fissão retira um neutron e introduz  $\nu$  neutrons no reator. A reação de espalhamento não altera o número de neutrons no reator. Outras reações referentes a geração e decaimento de precursores de neutrons atrasados contribuem com uma fração  $\beta$  vezes menor que as reações apresentadas na Tabela 4.1 e, desse modo, serão desprezadas.

Tabela 4.1 - Contribuições das reações nucleares ao ruído da fonte

Natureza do Processo	Taxa média de ocorrência	N. líquido de neutrons produzidos
Captura e Fuga do reator	$\frac{N}{\Lambda} \frac{A}{A + F}$	- 1
Fissão com liberação de $\nu$ neutrons prontos	$\frac{N}{\Lambda} \frac{A}{A + F} p(\nu)$	$\nu - 1$

$N$  é a população neutrônica do reator;  
 $\Lambda$  é o tempo de geração de neutrons prontos;  
 $A$  representa a secção de choque de captura e fuga;  
 $F$  representa a secção de choque de fissão e  
 $p(\nu)$  é a probabilidade que na fissão sejam produzidos  $\nu$  neutrons

Substituindo os valores da Tabela 4.1. na equação (4.12), levando em consideração que o reator encontra-se no estado crítico, obtemos após alguma manipulação matemática

$$\phi_{..}(f) = 2 \frac{N}{\Lambda} \frac{\nu(\nu-1)}{\bar{\nu}} \quad (4.13)$$

No Apêndice 2 será apresentada a fórmula de Schottky com maiores detalhes bem como a demonstração da obtenção da equação (4.14).

#### 4.4 Densidade Espectral do Ruído produzido na detecção

O ruído de detecção de neutrons não correlacionados produzido pelo detector  $k$ ,  $k=1,2$ , é branco devido a aleatoriedade com que os neutrons o atingem. O sinal de corrente produzido pelo detector  $k$  pode ser representado por

$$i_k = c_k \cdot \bar{q} \frac{N}{\bar{\nu} \cdot \Lambda} \quad (4.14)$$

Aplicando novamente a fórmula de Schottky, obtemos a densidade espectral de potência do ruído de detecção como

$$\Phi_{n_k n_k}(f) = 2 \bar{q}^2 \cdot \epsilon_k \frac{N}{\bar{\nu} \cdot \Lambda} \quad (4.15)$$

onde  $(\epsilon_k \cdot N / \bar{\nu} \cdot \Lambda)$  representa o número médio de neutrons detectados por segundo pelo detector  $k$  e  $\bar{q}$  é a carga produzida no detector por neutron detectado.

#### 4.5 Funções de Transferência da Instrumentação

Para facilitar a análise dos dados de um experimento de análise de ruídos, é primordial que a instrumentação eletrônica associada ao detector não interfira no espectro de frequência do sinal de interesse. Nestas condições, temos que a função densidade espectral obtida no experimento nos fornece o espectro de frequências do próprio sistema em estudo.

Para o nosso experimento vamos assumir que a instrumentação satisfaz a condição mencionada acima e veremos no próximo capítulo que isso realmente corresponde às condições experimentais. Dessa forma a função de transferência da eletrônica associada é dada por

$$|H(f)|^2 = K^2 \quad (4.16)$$

onde  $K$  é uma constante.

#### 4.6 Determinação de Parâmetros Nucleares

Conhecemos agora todos os termos presentes nas equações (3.20) e (3.21). Substituindo as equações (4.11), (4.13), (4.15) e (4.16) em (3.20) e (3.21) obtemos, respectivamente, para as funções densidades espectrais de potência própria e cruzada:

$$\Phi_{kk}(f) = 2 \cdot \epsilon_k^2 \cdot \bar{q}^2 \cdot K^2 \frac{1}{(\bar{\nu} \cdot \Lambda)^2} \left\{ \frac{1}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \right\} \frac{\bar{\nu}(\bar{\nu}-1)}{\bar{\nu}^2} \cdot \frac{N}{\Lambda} +$$

$$+ 2 \cdot \bar{q}^2 \cdot \epsilon_k \cdot K^2 \frac{N}{(\bar{\nu} \cdot \Lambda)} \quad (4.17)$$

$$\Phi_{kl}(f) = 2 \cdot \epsilon_k \cdot \epsilon_l \cdot \bar{q}^2 \cdot K^2 \frac{1}{(\bar{\nu} \cdot \Lambda)^2} \left\{ \frac{1}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \right\} \frac{\bar{\nu}(\bar{\nu}-1)}{\bar{\nu}^2} \cdot \frac{N}{\Lambda} \quad (4.18)$$

Substituindo, nas equações (4.17) e (4.18), a corrente do sinal dos detectores e a potência do reator dada pela equação (2.13)

$$P = \frac{\gamma}{\Lambda} \frac{N}{\bar{\nu}} \quad (4.19)$$

onde  $\gamma$  é a energia liberada por fissão e  $N/(\bar{\nu} \cdot \Lambda)$  é a taxa total de fissões no reator, podemos reescreve-las como

$$\Phi_{kk}(f) = 2 \cdot K^2 \frac{i_k^2 \cdot \gamma}{P \cdot \Lambda^2} \left\{ \frac{1}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \right\} \frac{\bar{\nu}(\bar{\nu}-1)}{\bar{\nu}^2} + 2 \cdot K^2 \cdot i_k \cdot \bar{q} \quad (4.20)$$

$$\Phi_{kl}(f) = 2 \cdot K^2 \frac{i_k \cdot i_l \cdot \gamma}{P \cdot \Lambda^2} \left\{ \frac{1}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \right\} \frac{\bar{\nu}(\bar{\nu}-1)}{\bar{\nu}^2} \quad (4.21)$$

Podemos observar que as funções densidades espectrais dependem de diversos parâmetros nucleares (razão  $\beta/\Lambda$  no caso de um reator crítico, tempo de geração  $\Lambda$ , potência  $P$ , etc). Assim, medindo a função densidade espectral do sinal de 1 ou 2 detectores, podemos obter um dos parâmetros se conhecermos os demais.

#### 4.6.1 Determinação da Função de Transferência do Reator

Foi verificado no Capítulo 3, equações (3.20) e (3.21), que as funções densidade espectral própria e cruzada são diretamente proporcionais ao quadrado do módulo da função de transferência do reator. Podemos reescrever essas equações na seguinte forma:

$$\Phi_{kk}(f) = \frac{A}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} + B \quad (4.22)$$

$$\Phi_{kl}(f) = \frac{A'}{(2\pi f)^2 + \alpha^2} \quad (4.23)$$

onde  $\alpha = \frac{\rho - \beta}{\Lambda}$  e A, A' e B são constantes, conforme visto anteriormente.

A Figura 4.1 apresenta a forma geral de uma densidade espectral de potência própria (a) e de uma densidade espectral cruzada (b) obtidas em reatores de potência zero. O fator  $\alpha$  corresponde a frequência de corte das equações (4.22) e (4.23), para a qual o valor da densidade espectral de potência cai a metade do seu valor no patamar apresentado na região de baixas frequências (vide Figura 4.1). No caso de um reator estar operando em estado crítico tem-se que  $\alpha = \beta/\Lambda$ .

#### 4.6.2 Determinação da Razão $\beta/\Lambda$

A razão  $\beta/\Lambda$  para um reator crítico pode ser obtido de uma maneira simples. Em reatores críticos,  $\rho = 0$ , tem-se que  $\delta\rho(t)$  existe e varia estocásticamente.

A razão  $\beta/\Lambda$  em um reator crítico corresponde a frequência de corte da equação (4.23). Para a obtenção de  $\beta/\Lambda$  realiza-se um ajuste iterativo, pelo método dos mínimos quadrados dos pontos experimentais de  $\Phi_{kk}(f)$  ou  $\Phi_{kl}(f)$  em função de f. Outra maneira de obter o valor de  $\beta/\Lambda$  é graficamente utilizando a propriedade da frequência de corte, descrita no item 4.6.1:

$$\phi_{kk}(f = \frac{\alpha}{2\pi}) = \frac{1}{2} \phi_{kk} \text{ (no patamar da região de baixas freq.)}$$

Como foi explicado no Capítulo 2 os parâmetros  $\beta$  e  $\Lambda$  variam muito pouco com o tempo e portanto suas variações com a frequência são desprezíveis.

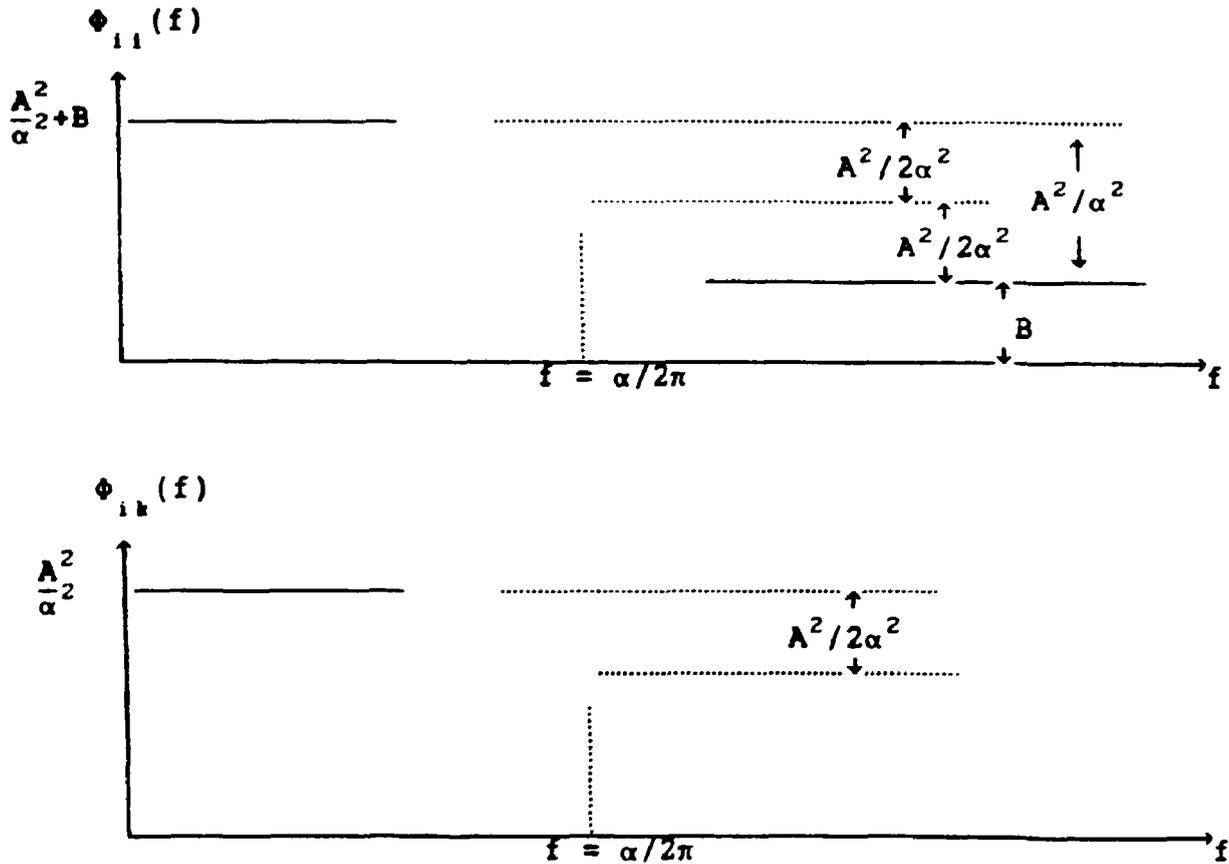


Figura 4.1 - (a) Densidade Espectral de Potência Própria de e (b) Densidade Espectral de Potência Cruzada apresentada por um reator nuclear de potência zero.

#### 4.6.3 Determinação do Nível de Potência

Para determinar o nível de potência em que um reator esta operando, nos baseamos no comportamento da função densidade

espectral de potência em função da frequência. A figura 4.1a mostra o comportamento da densidade espectral de potência própria onde podemos notar a existência de 2 patamares. Um patamar superior na região de frequências  $\lambda_1 < f < \beta/\Lambda$  e um patamar inferior na região de frequências de  $f \gg \beta/\Lambda$ . Assim, se subtrairmos o valor do patamar inferior do valor do patamar superior obtemos a potência a partir da seguinte relação

$$P = \frac{2 K^2 i_k^2 \gamma \{\nu(\nu-1)/\bar{\nu}^2\}}{\beta^2 [\Phi_{kk}(\lambda_1 < f < \beta/\Lambda) - \Phi_{kk}(f \rightarrow \infty)]} \quad (4.24)$$

De maneira semelhante podemos obter a potência de um reator a partir da densidade espectral cruzada. A Figura 4.1b apresenta o comportamento da densidade espectral cruzada que descreve apenas um patamar, na região de baixas frequências. Deste modo, o nível de potência é dado por

$$P = \frac{2 K^2 i_k i_l \gamma \{\nu(\nu-1)/\bar{\nu}^2\}}{\beta^2 \Phi_{kl}(\lambda_1 < f < \beta/\Lambda)} \quad (4.25)$$

Estamos aptos agora para analisar experimentos de análise de ruído utilizando as densidades espectrais de potência própria e cruzada dos sinais provenientes de dois detectores colocados no núcleo de um reator nuclear. Vamos, antes disso, descrever o aparato experimental bem como os experimentos e suas condições de realização.

## CAPÍTULO 5

### APARATO E CONDIÇÕES EXPERIMENTAIS

Neste capítulo descreveremos o aparato instrumental utilizado para a aquisição de dados experimentais. Descreveremos ainda as condições experimentais ideais para a realização do experimento, bem como as condições em que deve ser operado cada um dos equipamentos eletrônicos utilizados no experimento.

O diagrama de blocos da instrumentação eletrônica associada ao experimento de análise de ruídos com 2 detectores está apresentada na Figura 5.1.

#### 5.1 Detectores

Os detectores utilizados no experimento foram duas câmaras de ionização não compensadas que fazem parte da instrumentação de controle do reator IPEN-MB01 e duas câmaras de ionização compensadas. As principais características de operação desses detectores são apresentadas na Tabela 5.1 e 5.2.

As câmaras de ionização utilizadas nos experimentos estão posicionadas nos canais 5, 6, 14 e 15 conforme mostra a Figura 5.2. Os sinais dos detectores posicionados nos canais 5 e 6 foram utilizados simultaneamente pela instrumentação de controle do reator IPEN-MB01 e pela instrumentação associada ao nosso experimento. Os sinais dos detectores posicionados nos canais 14 e 15 foram utilizados exclusivamente pela instrumentação associada ao experimento de análise de ruídos. O posicionamento dos detectores é muito importante para que os resultados não sejam contaminados por efeitos espaciais. O modelo de reator pontual, utilizado no nosso desenvolvimento matemático, assume que os detectores monitoram o núcleo por inteiro. Ao se posicionar um detector de forma pouco eficiente em relação ao núcleo temos que o sinal fornecido por ele será representativo apenas de parte do núcleo e

não do núcleo inteiro. Por isso precisamos posicionar os detectores em locais onde exista apenas o modo fundamental. No caso de um reator crítico, isso é fácil de conseguir, uma vez que deve ser esse o modo predominante do fluxo de neutrons. No entanto, para evitar problemas devido a perturbações de reatividade durante o experimento é aconselhável que os dois detectores sejam posicionados tão próximos quanto possível entre si, ou em posições simétricas em relação ao núcleo do reator como um todo.

Tabela 5.1 - Características dos detectores localizados nas posições 5 e 6.

Características	Detectores 1 e 2
Tipo	Câmara de Ioniz. não Compens.
modelo	Roiter & Stokes 2511-137
Tensão de operação	600 V
Sensitiv. Gama	$1,2 \cdot 10^{-10}$ A.h/R
Sensitiv. Neutron.	$2,5 \cdot 10^{-13}$ A.h/R

Detectores 1 e 2 correspondem aos detectores localizados nos canais 5 e 6, respectivamente, da instrumentação de controle do reator.

Tabela 5.2 - Características dos detectores localizados nas posições 14 e 15.

Características	Detectores 3 e 4
Tipo	Câmara de Ioniz. Compensadas
modelo	Merlin - Gerlin CC-80
Tensão de operação	600 V
Sensitiv. Gama	$4,6 \cdot 10^{-11}$ A.h/R
Sensitiv. Neutron.	$7,3 \cdot 10^{-14}$ A.h/R

Detectores 3 e 4 correspondem aos detectores localizados nos canais 14 e 15, respectivamente.

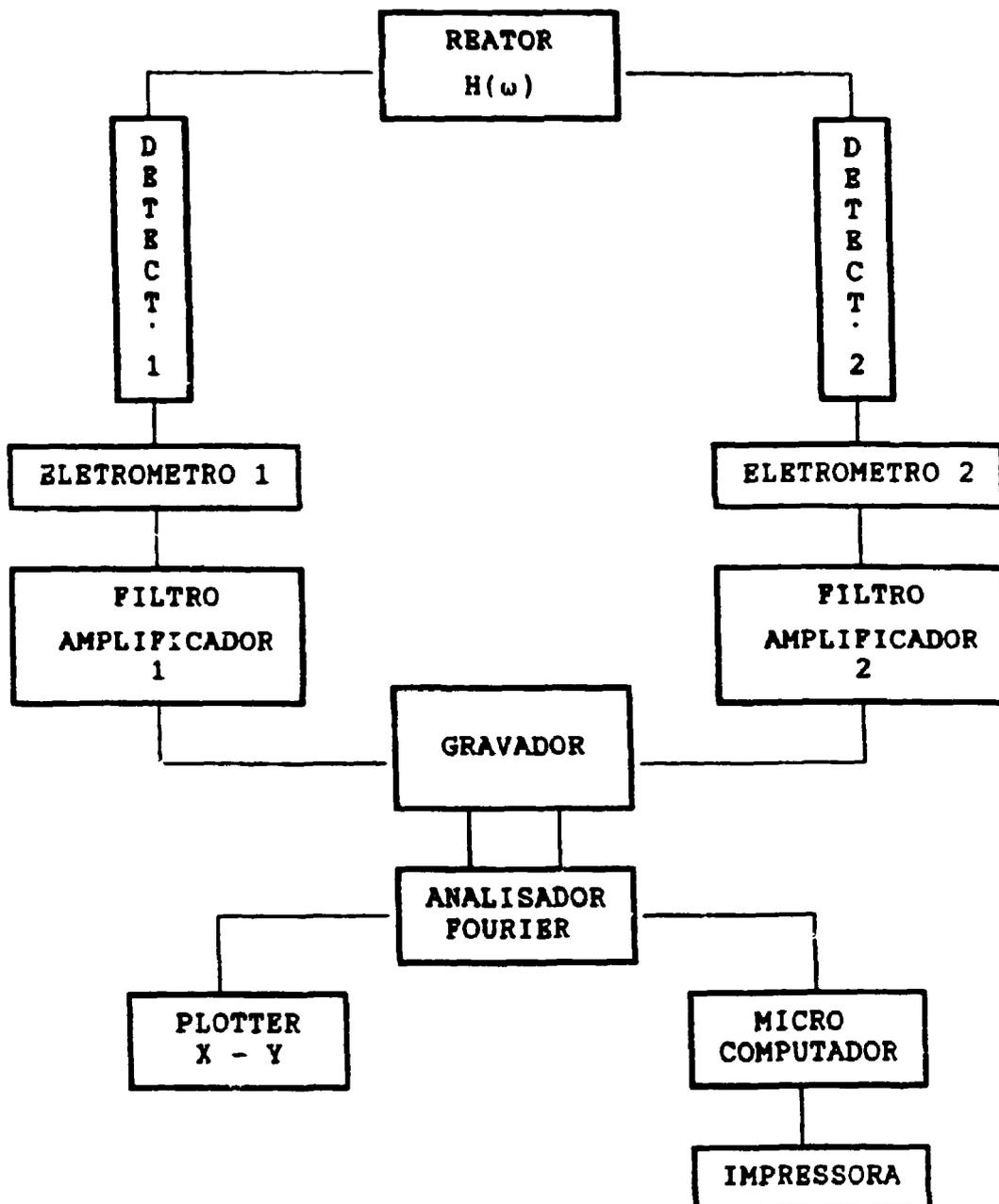


Figura 5.1 - Diagrama de blocos da instrumentação utilizada num experimento para análise de ruído em um reator nuclear de potência zero utilizando correlação de dois detectores.

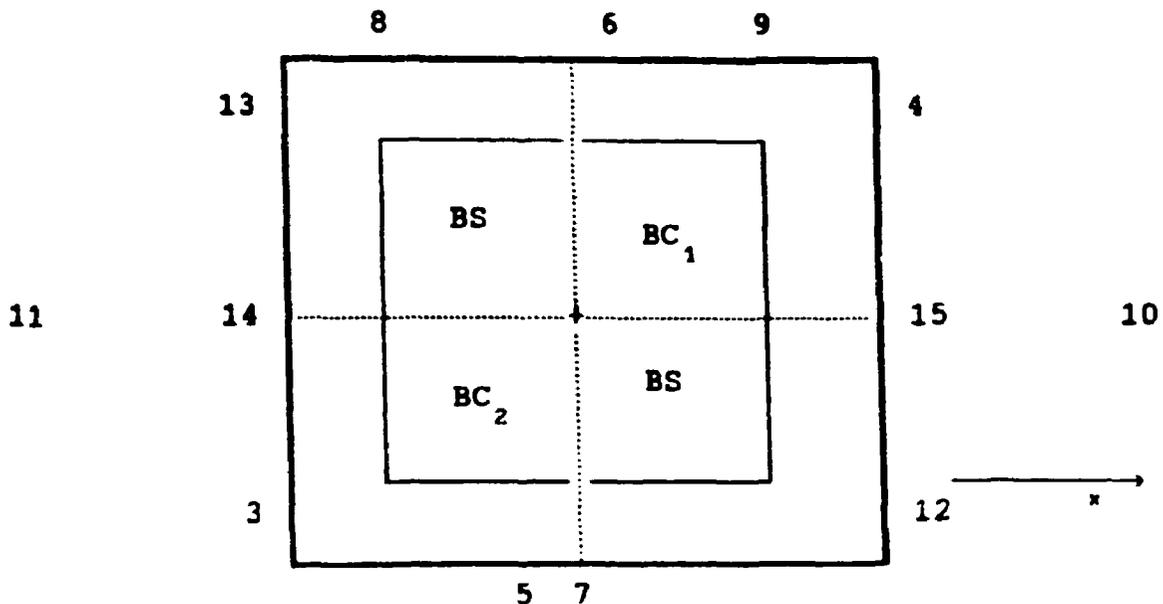


Figura 5.2 - Posicionamento dos detectores no Reator IPEN/MB01  
 No experimento descrito neste trabalho, foram utilizados os detectores localizados nas posições 5, 6, 14 e 15.

## 5.2 Eletrômetros

A função dos eletrômetros é converter as flutuações de corrente em flutuações de tensão. Os eletrômetros não alteram a composição de frequência do sinal proveniente dos detectores. Sua única função é converter o sinal de corrente proveniente dos detectores em sinais de tensão de modo a tornar possível a gravação dos mesmos. O fator de conversão dependerá da escala utilizada (mA, nA, pA). A Tabela 5.3 apresenta as características dos eletrômetros utilizados.

**Tabela 5.3 - Características dos eletrômetros**

<b>Características</b>	<b>Eletrômetros 1 e 2</b>
<b>modelo</b>	<b>Keithley 614</b>
<b>Interv. de tensão do sinal de saída</b>	<b>0 a 2V</b>
<b>Fundo de Escala do Amperímetro</b>	<b>0-20, 0-200, 0-2000</b>

### **5.3 Filtros-Amplificadores**

Os filtros amplificadores tem por função o corte da componente d-c e posterior amplificação dos sinais provenientes dos eletrômetros . Os sinais de tensão passam, após o filtro amplificador, a flutuar em torno de um valor médio igual a zero. Estes equipamentos modificam a composição de frequências do sinal uma vez que cortam o sinal d-c. No entanto, essa alteração é apenas na região de muito baixa frequência.

Para verificação da função de transferência dos filtros amplificadores utilizados nos experimentos estavam em conformidade com as hipóteses assumidas durante o desenvolvimento da teoria no Capítulo 4, realizamos o seguinte teste com os equipamentos:

i. determinou-se a densidade espectral própria de um sinal "branco" fornecido por um gerador de sinais;

ii. utilizando o mesmo sinal "branco" como sinal de entrada para o filtro-amplificador, determinou-se a densidade espectral própria do sinal de saída fornecida pelo filtro-amplificador.

Esse teste foi realizado para cada um dos fatores de amplificação de cada um dos filtros. A Tabela 5.4 apresenta os valores nos patamares das densidades espectrais para cada filtro operando em cada um de seus fatores de amplificação. Notou-se que os filtros não apresentaram a densidade espectral constante, característica de um sinal branco, para as frequências acima de 700 Hz.

Tabela 5.4 - Patamar das densidades espectrais próprias obtidas do sinal de saída dos filtros amplificadores alimentados com um sinal "branco".

Fator de Amplif.	Filtro-amplificador 1	Filtro-amplificador 2
1	-62,218 dB	-62,112 dB
3	-52,618 dB	-52,715 dB
10	-42,121 dB	-42,145 dB
30	-32,594 dB	-32,691 dB
100	-21,830 dB	-21,733 dB

A densidade espectral do sinal "branco" foi determinada em:

$$\Phi_{ee} = -62,024 \text{ dB}$$

A partir da relação (3.14) podemos determinar o quadrado do módulo da função de transferência dos filtros-amplificadores:

$$|H(f)|^2 = \frac{\Phi_{ssi}(f)}{\Phi_{ee}(f)} \quad (5.1)$$

onde  $\Phi_{out}(f)$  é a densidade espectral de potência própria do sinal de saída dos filtros-amplificadores. A Tabela 5.5 apresenta os valores obtidos para o quadrado do módulo da função de transferência dos filtros amplificadores operando em cada um dos fatores de amplificação.

Tabela 5.5 - Valores obtidos experimentalmente do quadrado do módulo das funções de transferência dos filtros-amplificadores para cada um dos fatores de amplificação

Fator de Amplif.	Filtro-amplificador 1	Filtro-amplificador 2
1	0,96	0,98
3	8,72	8,53
10	97,8	97,3
30	877	858
100	10457	10693

A discrepância entre os valores encontrados e aqueles previstos no Capítulo 4 são da ordem de 5%.

As características principais desses instrumentos são apresentadas na Tabela 5.6.

Tabela 5.6 - Características dos filtros amplificadores

Características	Filtros-Amplif. 1 e 2
modelo	036-zz
Região de freq. c/ função de transfe- rência constante	0 a 700 Hz
Fator de Amplif.	selecionável 1,3,10,30,100,1000

#### 5.4 Gravador

Os sinais provenientes dos filtros amplificadores são registrados com o auxílio de um gravador modelo Kyowa série 800. A Tabela 5.7 apresenta as principais condições de operação do gravador durante o experimento, enquanto a Tabela 5.8. nos fornece todos os seus dados.

Tabela 5.7 - Condições de operação do gravador

Condições de operação do gravador	
Velocid. da fita	2,4 cm/s *
Função de Transferência	dependente da * veloc. de gravaç.
Relação ent/saída do sinal	1

\* Para velocidade de gravação de 2,4 cm/s resposta de frequência do gravador é constante até 600 Hz e para velocidade 4,8 cm/s a resposta de freq. é constante até 1000 Hz.

Tabela 5.8 - Características do gravador

Características do Gravador	
modelo	Kyowa RTP-800
tensão mínima do sinal de entrada	0,2 mV
téc. de gravação	Freq. Modulada
nº de canais de grav.	21

A velocidade de gravação foi escolhida de maneira que a função de transferência do gravador não interferisse na composição de frequência do sinal de interesse. Os níveis de gravação foram ajustados de maneira tal que o sinal de entrada não ultrapasse esse

nível, caso contrário, poderia ocorrer distorção dos sinais gravados. É aconselhável que o sinal de entrada esteja num valor em torno de 50% do nível de gravação ajustado.

Outro ponto importante que deve ser ressaltado é que os níveis de gravação e o ganho dos amplificadores de saída dos canais de gravação que estão sendo utilizados devem estar ajustados de tal maneira que se conheça o fator de amplificação total que o gravador utilizará na reprodução dos sinais gravados. Esses fatores de amplificação devem ser conhecidos tão bem quanto os fatores de amplificação dos filtros isoladores pois também influenciam na densidade espectral dos sinais gravados. Para os experimentos realizados neste trabalho, o gravador foi ajustado de maneira que o a amplitude do sinal gravado não sofria amplificação durante a reprodução.

### 5.5 Analizador Fourier e Microcomputador

O analisador Fourier utilizado para a obtenção das funções densidade espectral de potência própria e cruzada dos sinais dos detectores foi o modelo HP-3562A da Hewlett-Packard. Esse analisador Fourier utiliza o método da transformada de Fourier rápida (FFT) e permite ao usuário a escolha da região de frequência de interesse e da janela espectral utilizada por ele na determinação das densidades espectrais de potência. A largura de banda ou resolução de frequência ( $\Delta f$ ) do equipamento depende do intervalo de frequência selecionado pelo usuário para análise dos dados.

O analisador Fourier determina 800 pontos das funções densidade espectral dentro do intervalo de frequência selecionado e em acordo com o tipo de resolução adotado pelo usuário (linear ou logaritmica). O equipamento determina os valores das funções densidades espectrais em cada um dos pontos através da realização de cálculos de médias entre os valores obtidos para várias amostras do sinal analisado. A precisão dos valores encontrados para as

funções será maior quanto maior o número de médias realizadas.

A Tabela 5.9 apresenta os parâmetros selecionados para uso do analisador. A janela Hanning é a indicada pela literatura como a que produz melhores resultados com o mínimo de distorção. O tipo de resolução adotada foi a resolução linear, ou seja, a distância entre pontos consecutivos apresentavam um intervalo de frequência fixo entre eles.

Tabela 5.9 - Parâmetros selecionados na configuração do Analisador Fourier HP-3562A para análise dos sinais gravados

Parâmetros	Analis. Fourier
Tipo de resolução	linear
Região de Freq. de interesse	0 a 100 Hz
Janela Espectral	Hanning
Número de médias	500

Um cuidado que deve ser tomado na utilização do analisador Fourier, quando o valor absoluto das funções densidades espectrais são importantes, diz respeito a escolha das unidades em que as funções são apresentadas. O analisador Fourier oferece diversas opções e a utilizada neste trabalho foi a unidade  $V_{rms}^2$ . A unidade das funções densidades espectrais apresentadas nas equações (4.20) e (4.21) é o quadrado da unidade de corrente multiplicado pela unidade de tempo [ $A^2.s$ ]. Assim sendo, torna-se necessário uma conversão de unidades das funções obtidas pelo analisador quando o objetivo do experimento for a calibração de potência do reator, uma vez que a obtenção da razão  $\beta/\Lambda$  não necessita do valor absoluto das densidades espectrais utilizadas.

A conversão de unidades é realizada multiplicando os valores das funções obtidas no analisador pelo fator de conversão dos

eletrômetros [A/V] (conforme visto no item 5.2) e dividindo o resultado pelo valor  $\Delta f$  da largura de banda estabelecido pelo analisador Fourier. Nos experimentos realizados para a calibração do nível de potência do reator foi adotado o intervalo de 0-1kHz e a largura  $\Delta f$  estabelecida pelo equipamento foi 1,87 Hz.

O analisador Fourier possui uma interface tipo HP-IB que permite comunicação direta com um plotter x-y que possibilitou a confecção dos gráficos apresentados no Capítulo 6. Também através dessa interface é possível utilizar um microcomputador para controle da aquisição e análise de dados através de programas computacionais, tornando possível a realização de experimentos e análise dos dados de modo imediato ("on-line").

MEDIDAS DE CALIBRAÇÃO DE POTÊNCIA E DA RAZÃO  $\beta/\Lambda$   
NA UNIDADE CRÍTICA IPEN-MB01

Com a finalidade de aplicar a teoria desenvolvida neste trabalho, realizou-se 21 experimentos no reator de potência zero IPEN-MB01. Estes experimentos foram realizados utilizando a instrumentação descrita no Capítulo 5.

A potência de operação do reator era estimada a partir do sinal de corrente fornecido pelo detector localizado no canal 5 da instrumentação de controle do reator (Figura 5.2). A relação entre o sinal de corrente do detector do canal 5 e a potência em que o reator está operando foi determinada em experimentos anteriores através da técnica de ativação /4/. Por essa técnica, a potência do reator é obtida através da determinação experimental do fluxo médio de neutrons no núcleo do reator. A determinação do fluxo médio se dá através do mapeamento do fluxo de neutrons por meio de folhas de ativação dispostas em metade do núcleo ativo do reator, considerando-se a simetria geométrica e composição do núcleo, posicionamento das barras de controle durante o experimento, etc.. Os experimentos de calibração de potência através da técnica de ativação tiveram a duração de alguns dias e determinaram o fator de calibração em  $1,33 \times 10^7 \text{W.A}^{-1}$ .

6.1 Medidas Experimentais para determinação  
da razão  $\beta/\Lambda$  do reator IPEN-MB01

Para determinação da razão  $\beta/\Lambda$  utilizando a metodologia apresentada nos capítulos anteriores foram realizados vários experimentos no reator IPEN-MB01.

Foram utilizados os detectores da instrumentação de experimentos localizados nos canais 14 e 15. Para o primeiro dos experimentos, os valores das funções densidades espectrais foram transferidos manualmente para o computador IBM para a realização do

ajuste da equação (4.22) com a utilização do Pacote Matemático SAS. O ajuste foi realizado apenas para a função densidade espectral de potência cruzada, devido a dificuldade para transporte dos dados experimentais do analisador Fourier para o computador IBM-4341 onde foi processado o pacote SAS. As Figuras 6.1 e 6.2 mostram as funções densidades espectrais próprias e cruzada obtidas neste experimento. A estimativa do parâmetro  $\alpha$  fornecida pelo SAS foi

$$\beta/\Lambda = 253 \pm 7 \text{ s}^{-1}$$

Para os demais experimentos a razão  $\beta/\Lambda$  foi obtida graficamente devido a dificuldade de se transportar informações para o computador IBM-4381. As Figuras 6.3 a 6.23 apresentam os gráficos das funções densidade espectral cruzadas em função da frequência (Hz) obtidos nos vários experimentos. O valor da razão  $\beta/\Lambda$  foi obtido utilizando a propriedade da frequência de corte descrita no Capítulo 4. Utilizando os gráficos que apresentam a densidade espectral cruzada em dB, o valor da frequência de corte foi determinada no ponto em que o valor da densidade espectral era 3,01dB menor que o valor apresentado por ela no patamar da região em que  $\lambda_i < f < \beta/\Lambda$ .

A Tabela 6.1 mostra os valores da razão  $\beta/\Lambda$  obtidos a partir dos vários experimentos e o seu valor calculado a partir do modelo de Cinética Pontual.

**Tabela 6.1 - Valores da razão  $\beta/\Lambda$  obtidos para o reator IPEN-MB01 através da técnica de análise de ruídos utilizando os detectores localizados nas posições 14 e 15.**

Nº do experim.	Nível de Potência (W)	Razão $\beta/\Lambda$ ( $s^{-1}$ )	Método de determinação
0	0,2	253 $\pm$ 7	Ajuste iter. - Pacote SAS
1	0,5	245 $\pm$ 20	Graficamente
2	0,5	251 $\pm$ 20	Graficamente
3	0,5	243 $\pm$ 20	Graficamente
4	0,5	243 $\pm$ 20	Graficamente
5	5,0	248 $\pm$ 20	Graficamente
6	5,0	243 $\pm$ 20	Graficamente
7	5,0	251 $\pm$ 20	Graficamente
8	5,0	253 $\pm$ 20	Graficamente
9	20,0	243 $\pm$ 20	Graficamente
10	20,0	256 $\pm$ 20	Graficamente
11	20,0	251 $\pm$ 20	Graficamente
12	20,0	248 $\pm$ 20	Graficamente
13	20,0	243 $\pm$ 20	Graficamente
14	50,0	251 $\pm$ 20	Graficamente
15	50,0	248 $\pm$ 20	Graficamente
16	50,0	251 $\pm$ 20	Graficamente
17	100,0	248 $\pm$ 20	Graficamente
18	100,0	243 $\pm$ 20	Graficamente
19	100,0	256 $\pm$ 20	Graficamente
20	100,0	256 $\pm$ 20	Graficamente

## 6.2 Medidas Experimentais para calibração de potência do reator IPEN-MB01

Os experimentos para determinação da calibração de potência do reator foram realizados em 5 níveis de potência diferentes conforme Tabela 6.2. Foram realizados 5 experimentos em cada um dos níveis de potência utilizando a instrumentação descrita no Capítulo 5 e os detectores tipo câmara de ionização compensadas localizadas nos canais 14 e 15 conforme Figura 5.2.

Tabela 6.2 - Níveis de Potência em que o reator operou durante os experimentos para calibração de potência pela técnica de análise de ruídos

Potência (W) Técnica de Ativação	Corrente apresentada pelo detector do canal 5 (A)
0,5	$3,8 \cdot 10^{-8}$
5,0	$3,8 \cdot 10^{-7}$
20,0	$1,5 \cdot 10^{-6}$
50,0	$3,8 \cdot 10^{-6}$
100,0	$7,5 \cdot 10^{-6}$

Os sinais gravados de cinco dos experimentos apresentaram problemas na gravação que foram detectados apenas durante a reprodução da fita. Desse modo, apresentamos nas Tabelas 6.3 e 6.4 todos os dados relevantes aos experimentos que não apresentaram problemas de gravação.

Os valores de corrente apresentados na Tabela 6.3 são referentes ao detector localizado na posição 14 (detector 3) e na posição 15 (detector 4). O fator de conversão refere-se aos dois eletrômetros que foram operados de modo idêntico durante os experimentos. A última coluna refere-se aos fatores de amplificação dos filtros-amplificadores descritos no capítulo anterior.

A Tabela 6.4 apresenta os valores obtidos para a densidade espectral cruzada dos sinais dos detectores no analisador Fourier  $\Phi_{34}(f)\Delta f$  ( $V^2$ ) e seus valores convertidos  $\Phi_{34}(f)$  ( $A.s^2$ ) pelo fator de conversão Volt/Ampere dos eletrômetros e a largura de banda ou resolução de frequência  $\Delta f$ .

As Figuras 6.3 a 6.23 apresentam os gráficos das funções densidade espectrais cruzadas em função da frequência em Hertz. Os valores dos patamares das densidades espectrais necessários para determinação do nível de potência do reator foram determinados graficamente com o auxílio de recursos oferecidos pelo analisador Fourier.

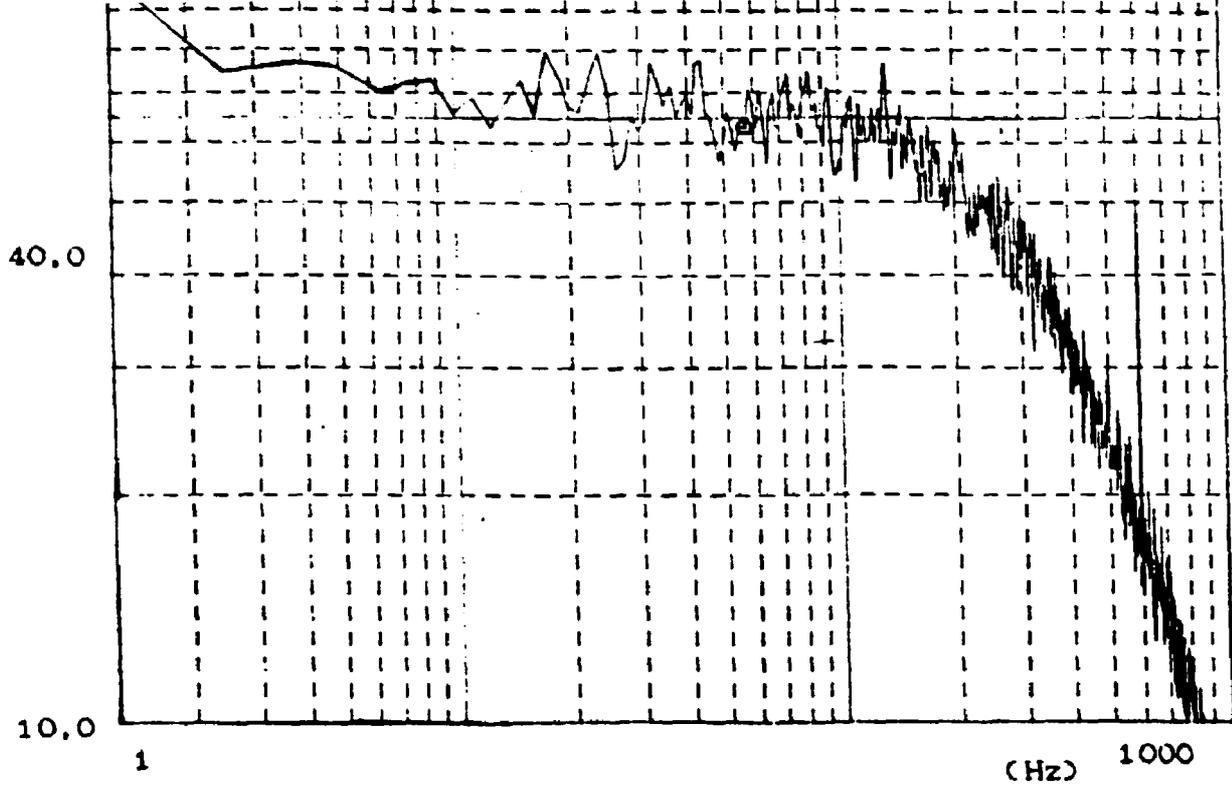


Figura 8.1 - Experimento número 0. Nível de potência 0,2W.  
 Dens. Espectral Cruzada dos detectores posicionados nos canais 14 e 15

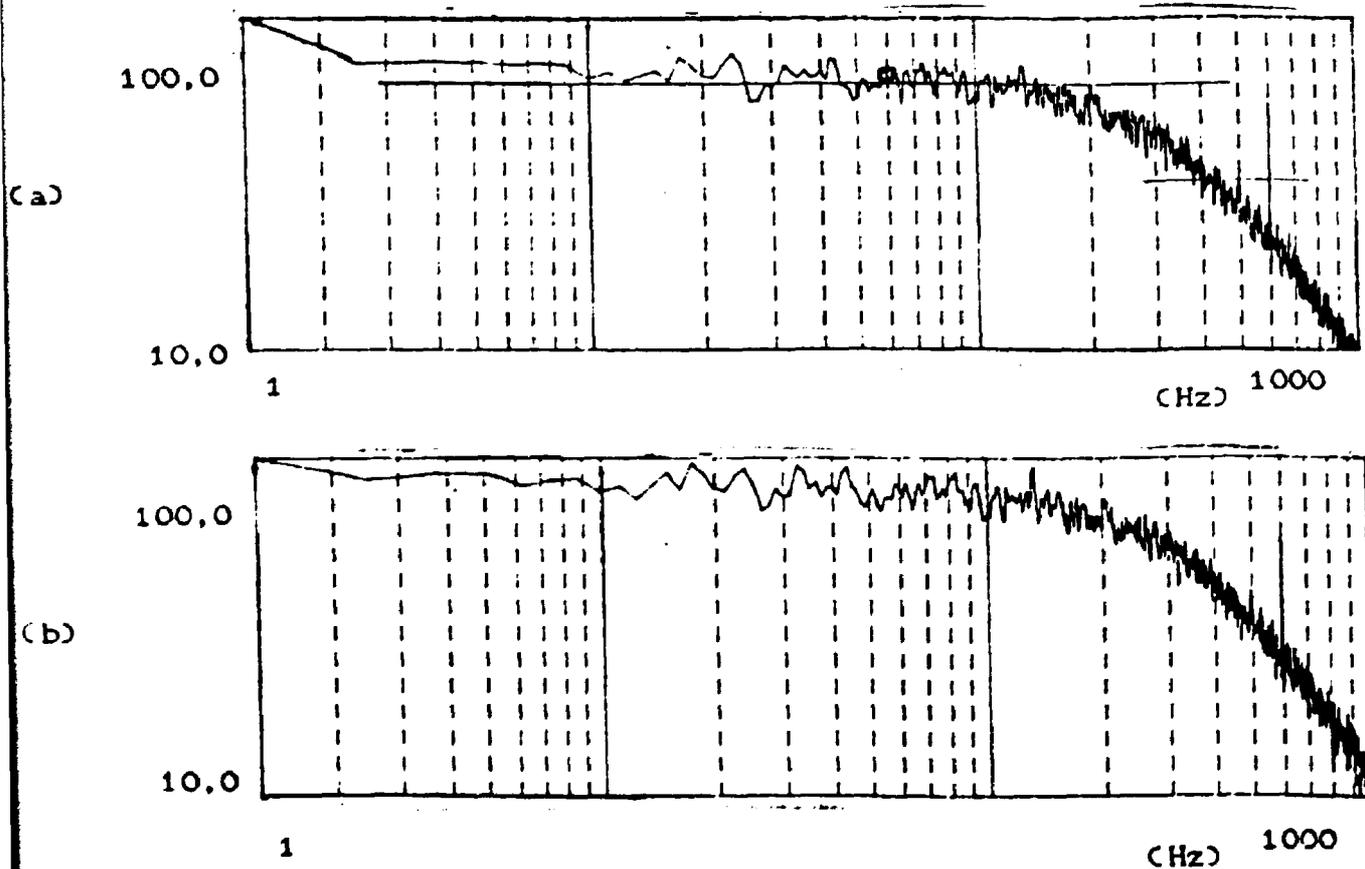


Figura 8.2 - Experimento número 0. Nível de potência - 0,2W.  
 (a) Dens. Espect. Própria ( $\mu V^2$ ) x Freq. (Hz) do detector da posição 14  
 (b) Dens. Espect. Própria ( $\mu V^2$ ) x Freq. (Hz) do detector da posição 15

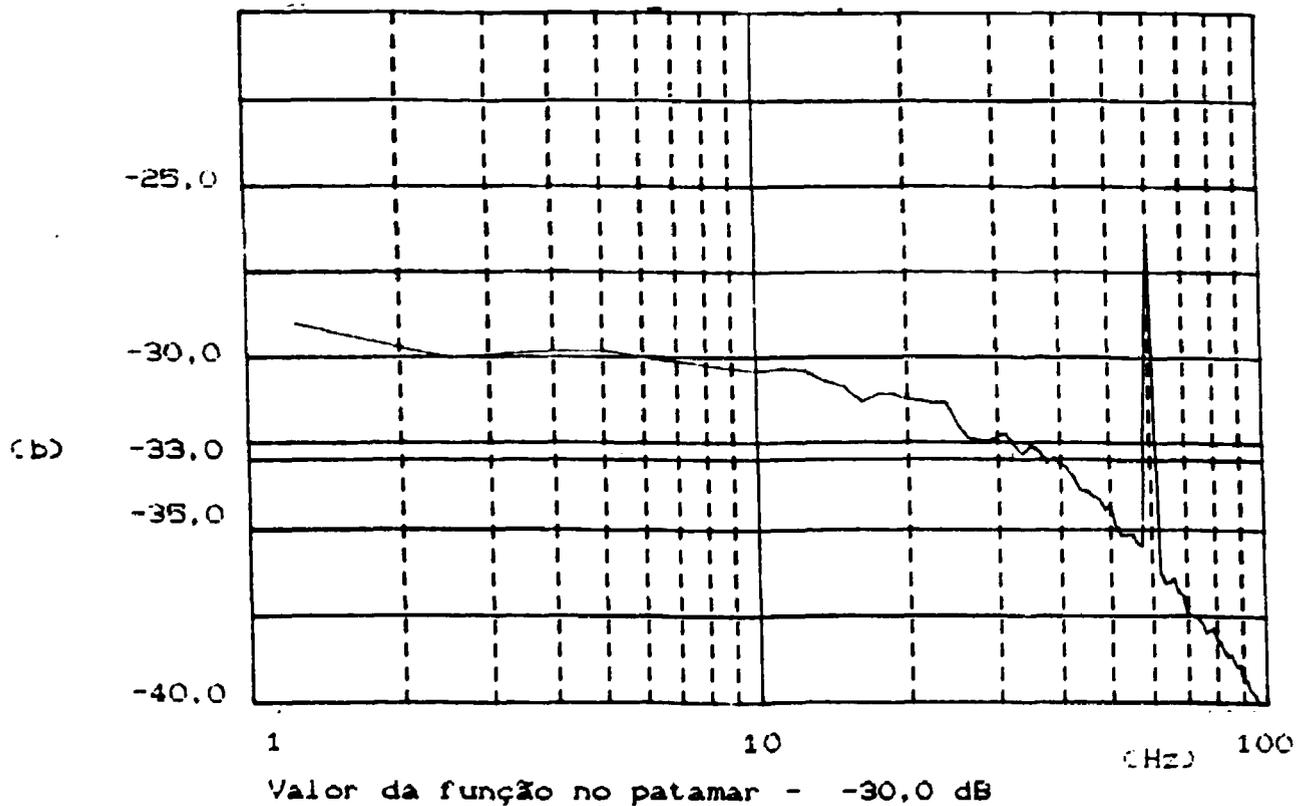
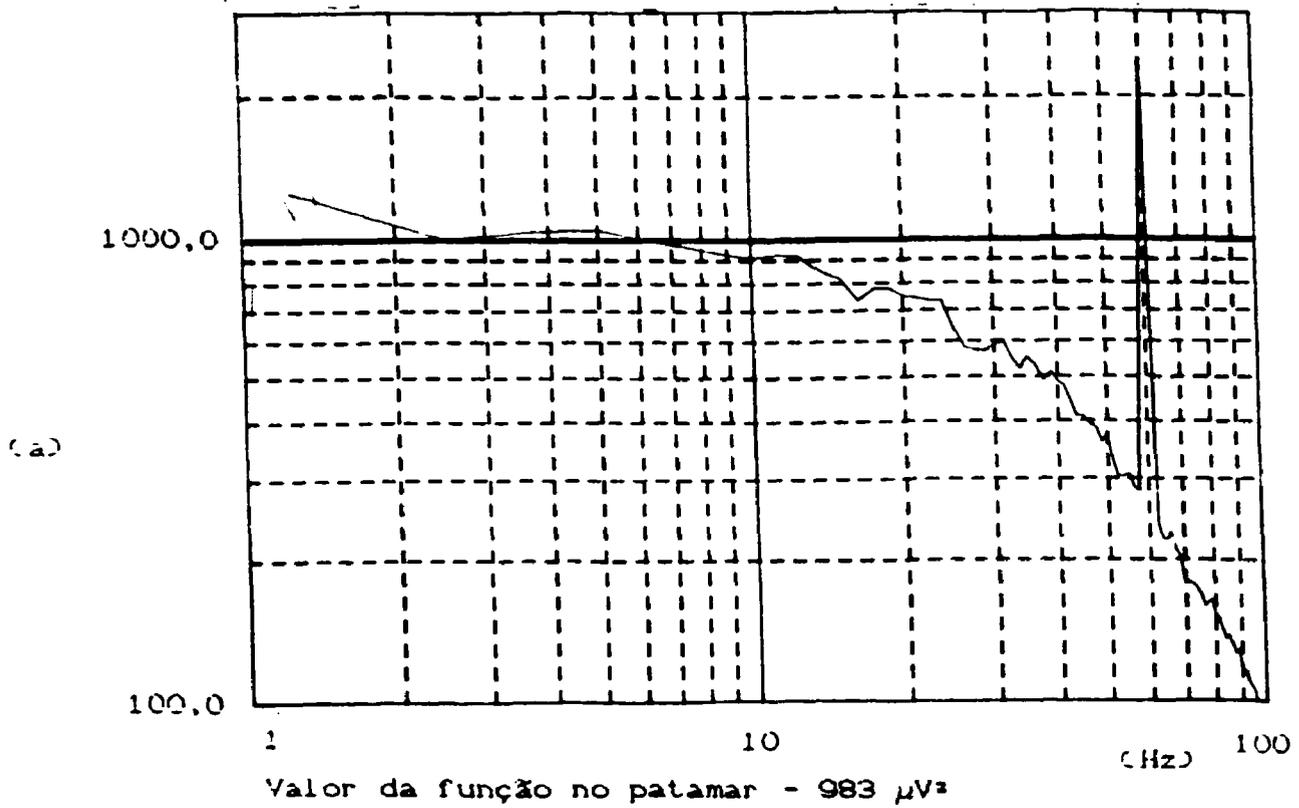


Figura 6.3 - Experimento número 1. Nível de potência - 0,5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu\text{V}^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

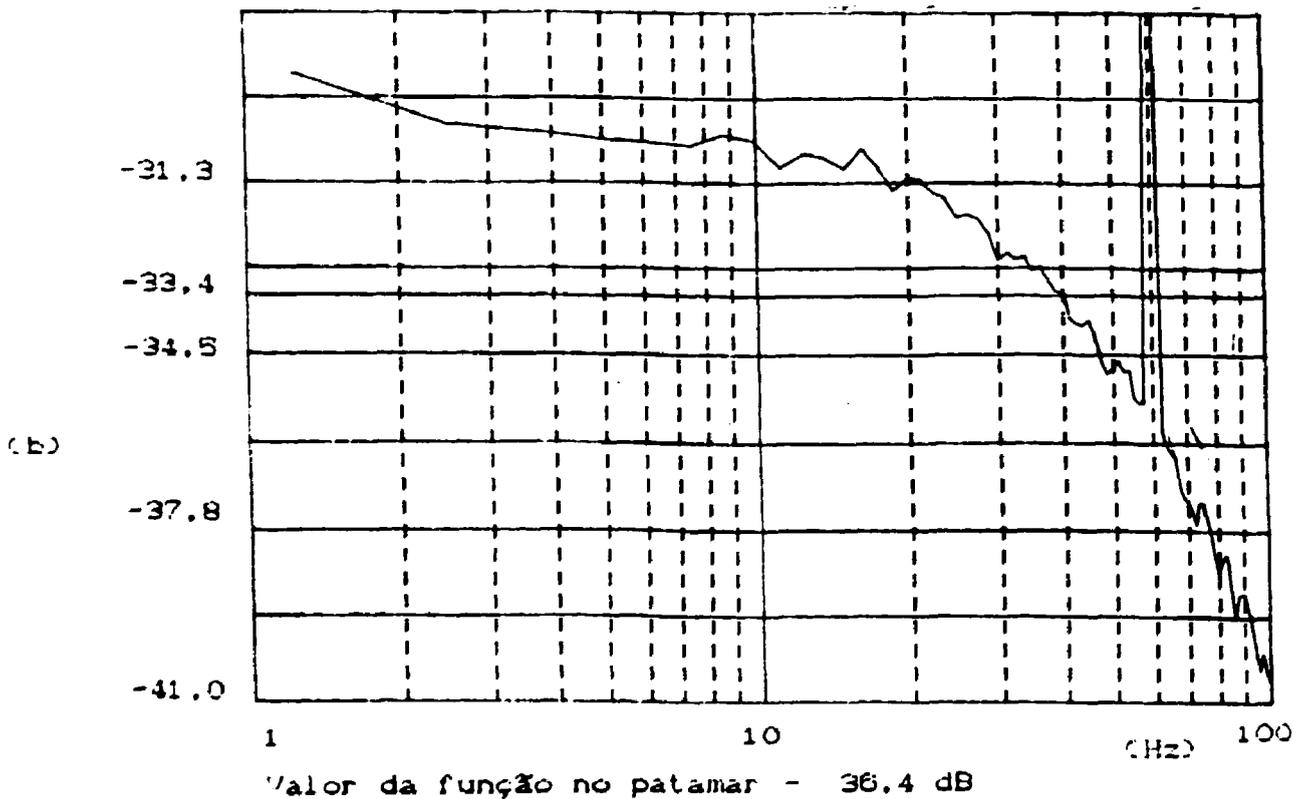
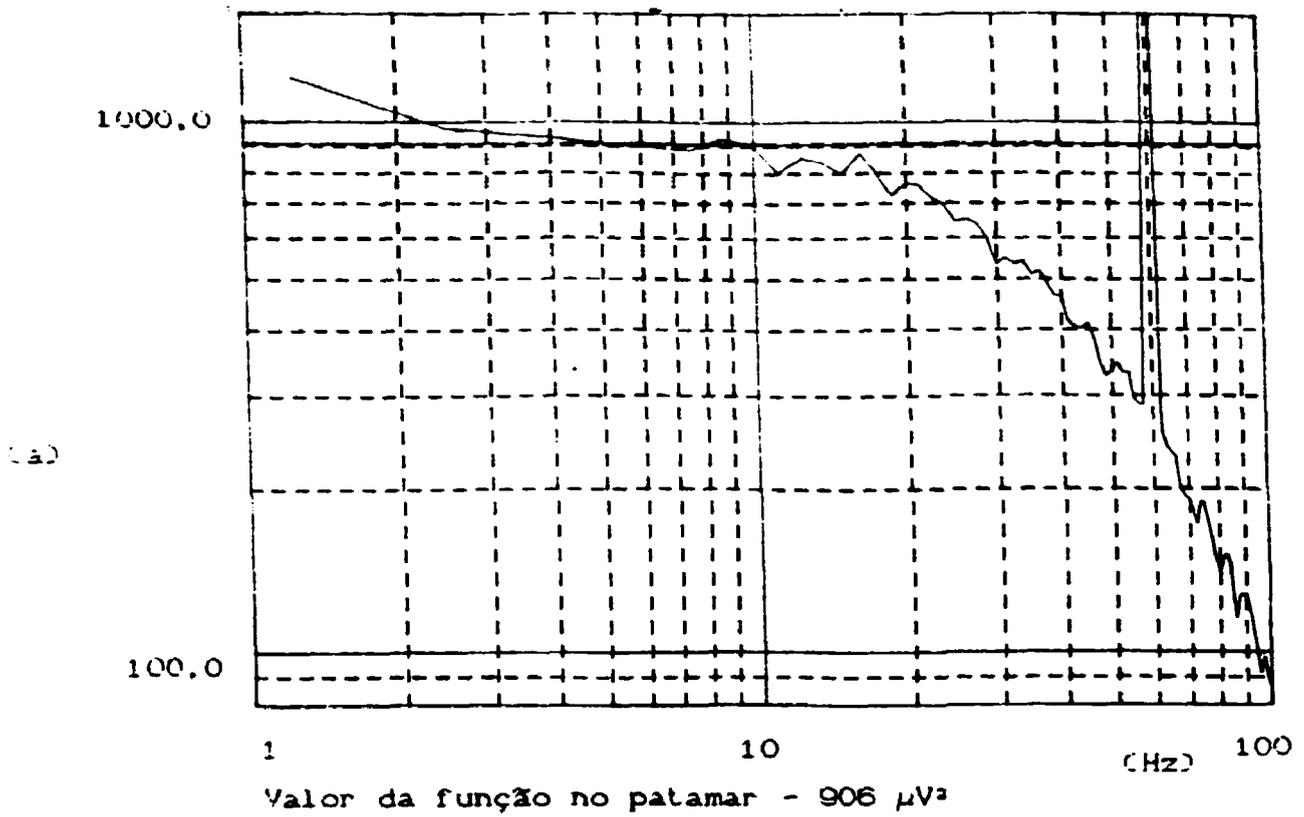


Figura 8.4 - Experimento número 2. Nível de potência - 0,5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

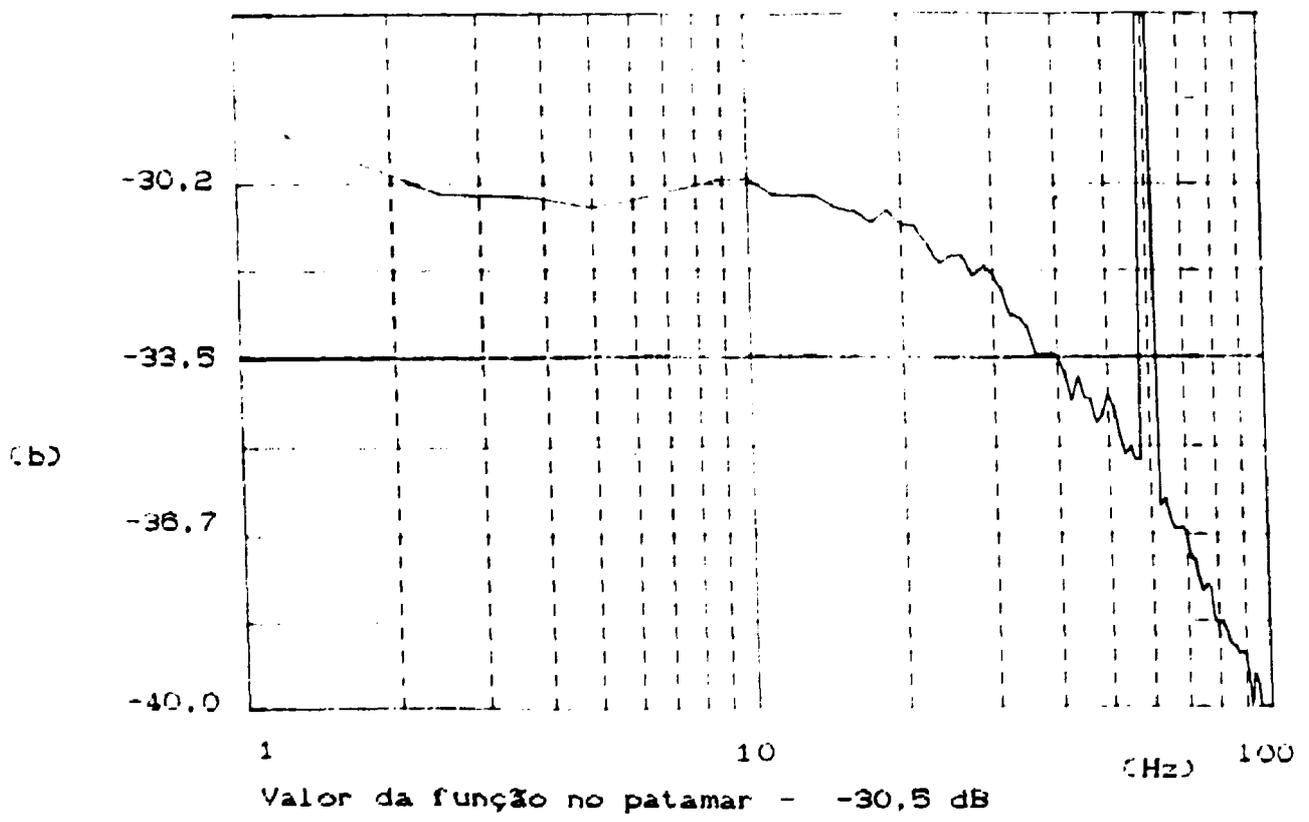
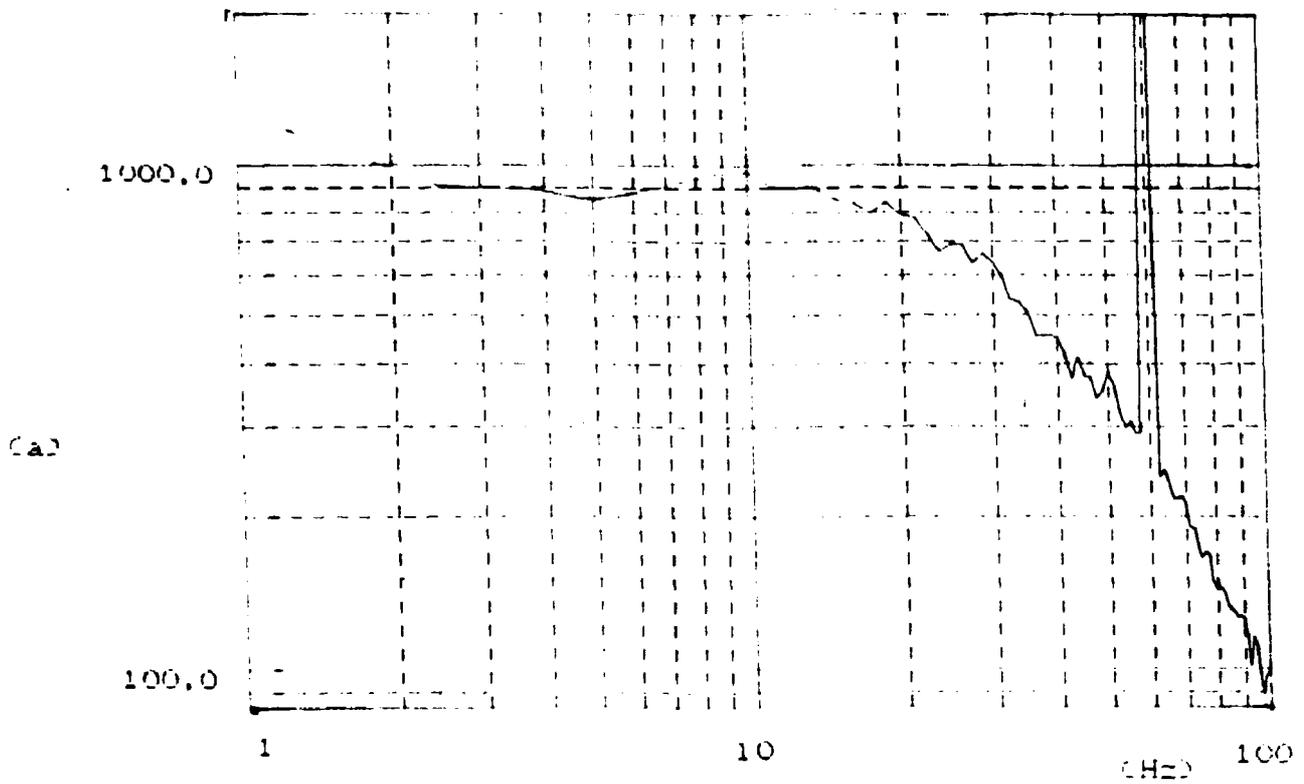


Figura 6.5 - Experimento número 3. Nível de potência - 0,5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu\text{V}^2$ )  $\times$  Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB)  $\times$  Frequência (Hz)

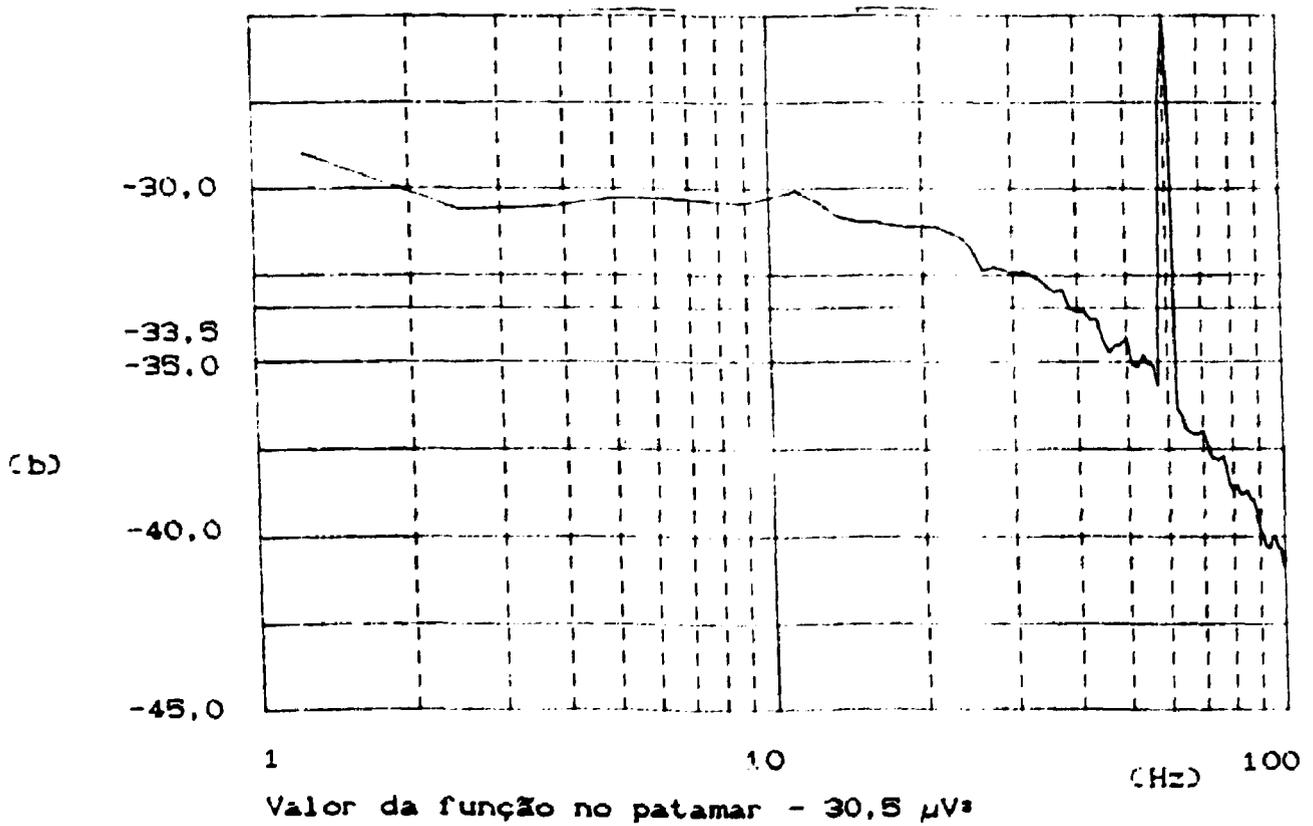
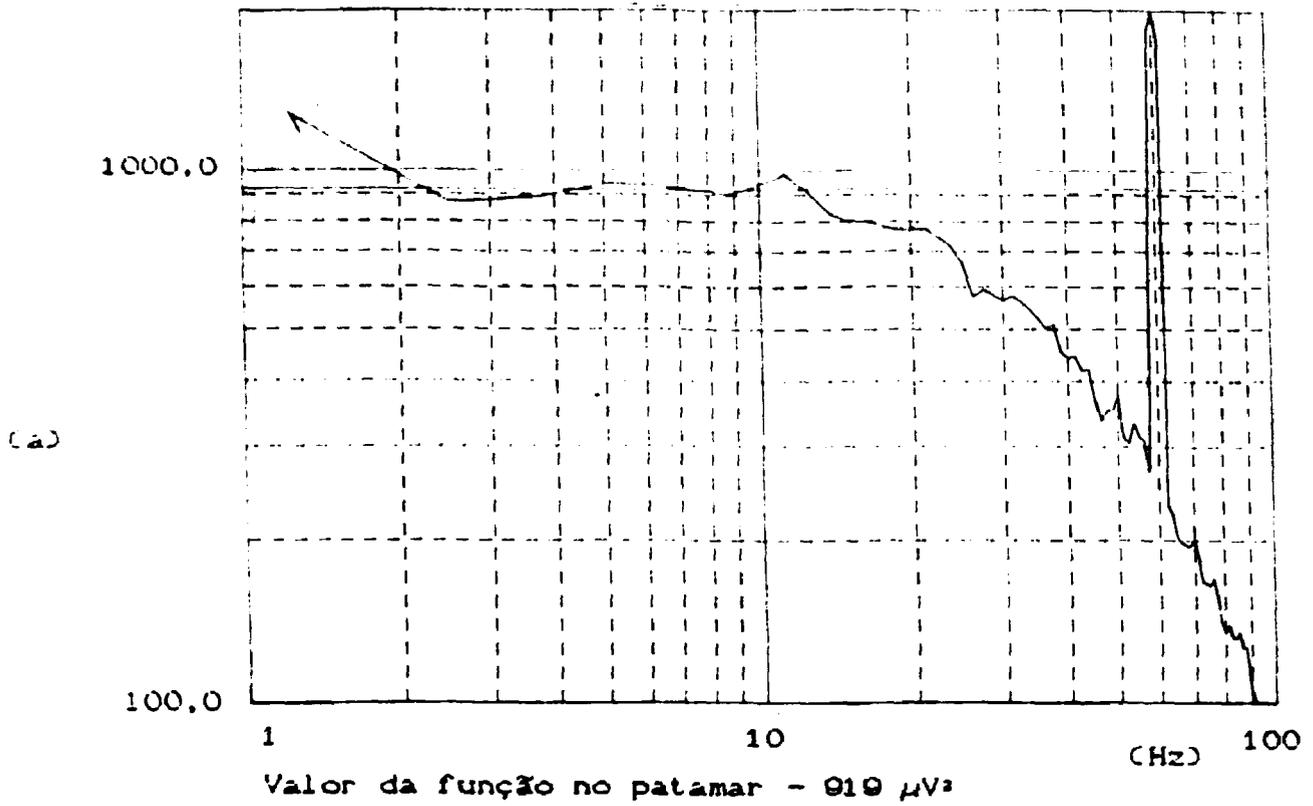


Figura 6.6 - Experimento número 4. Nível de potência - 0.5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

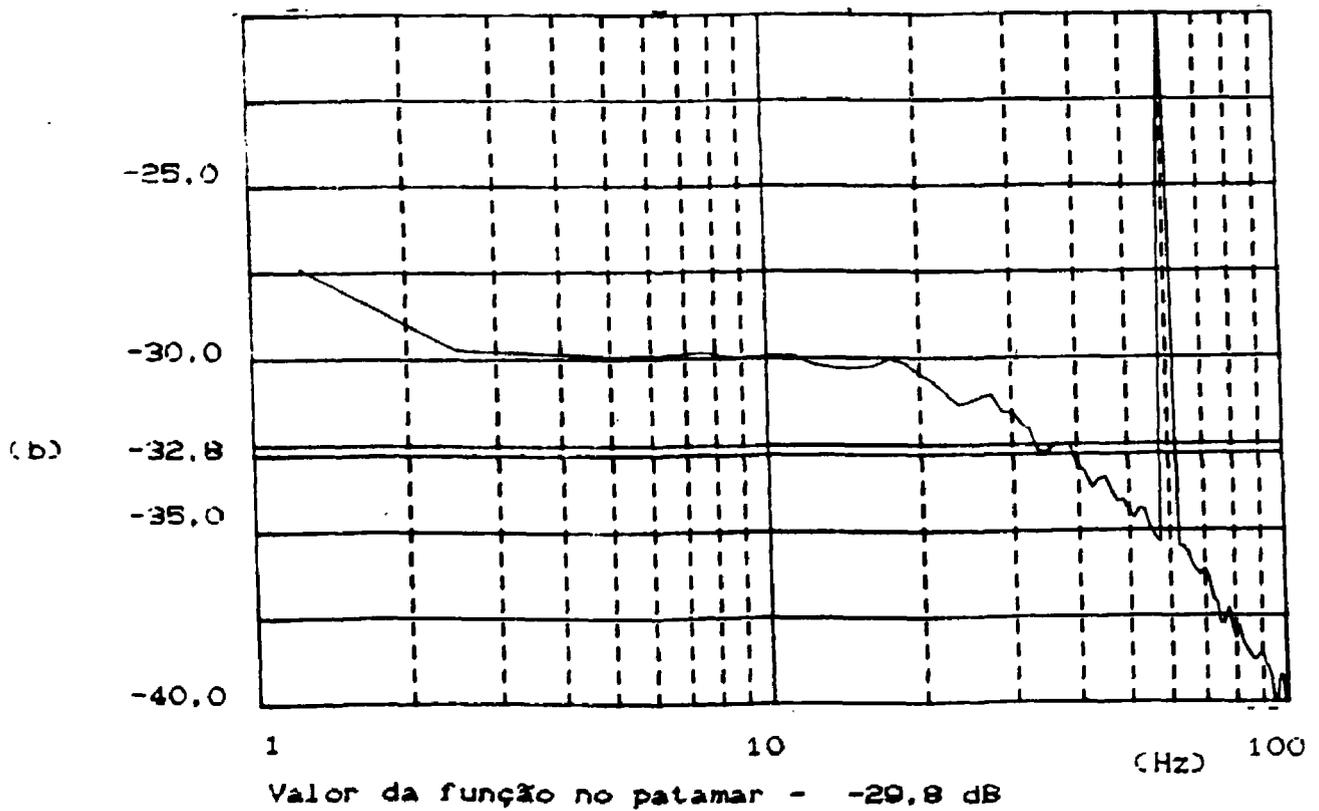
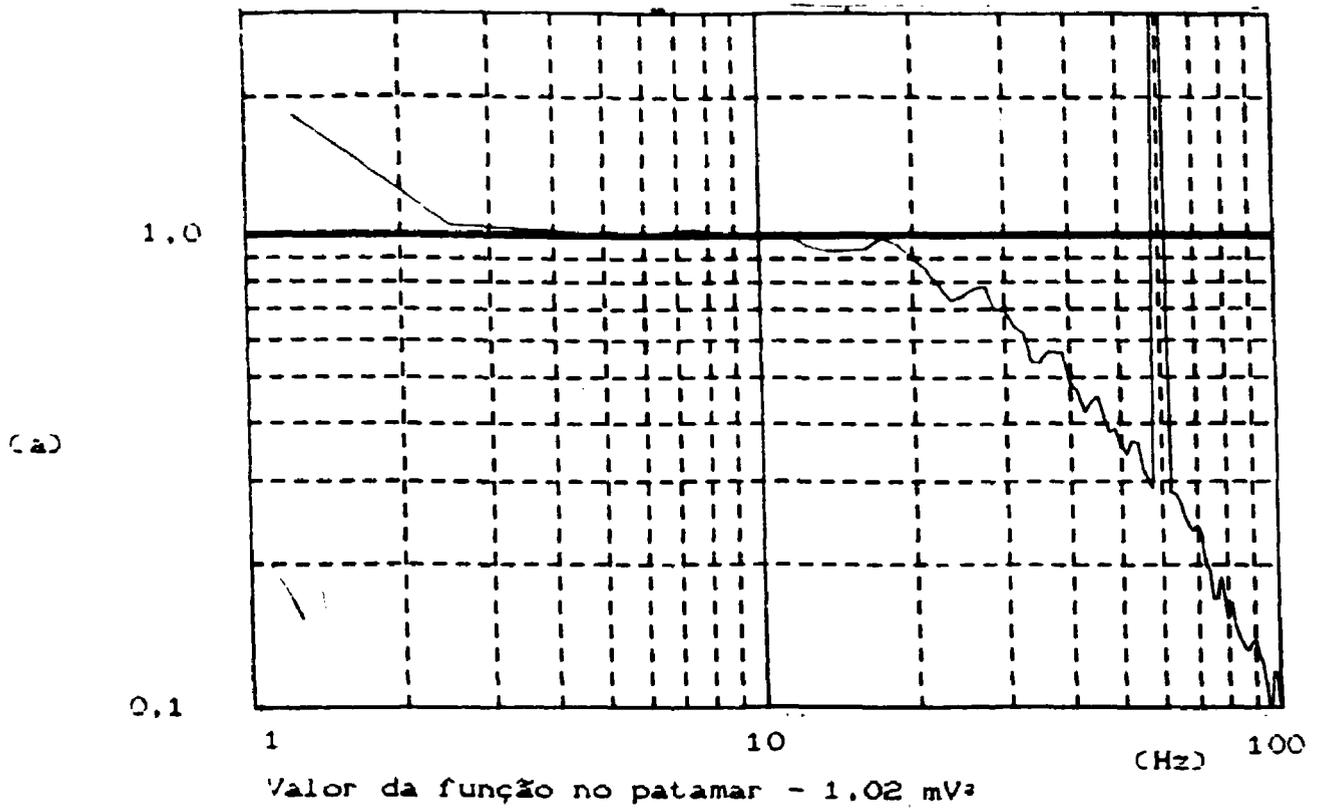


Figura 6.7 - Experimento número 5. Nível de potência - 5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu\text{V}^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

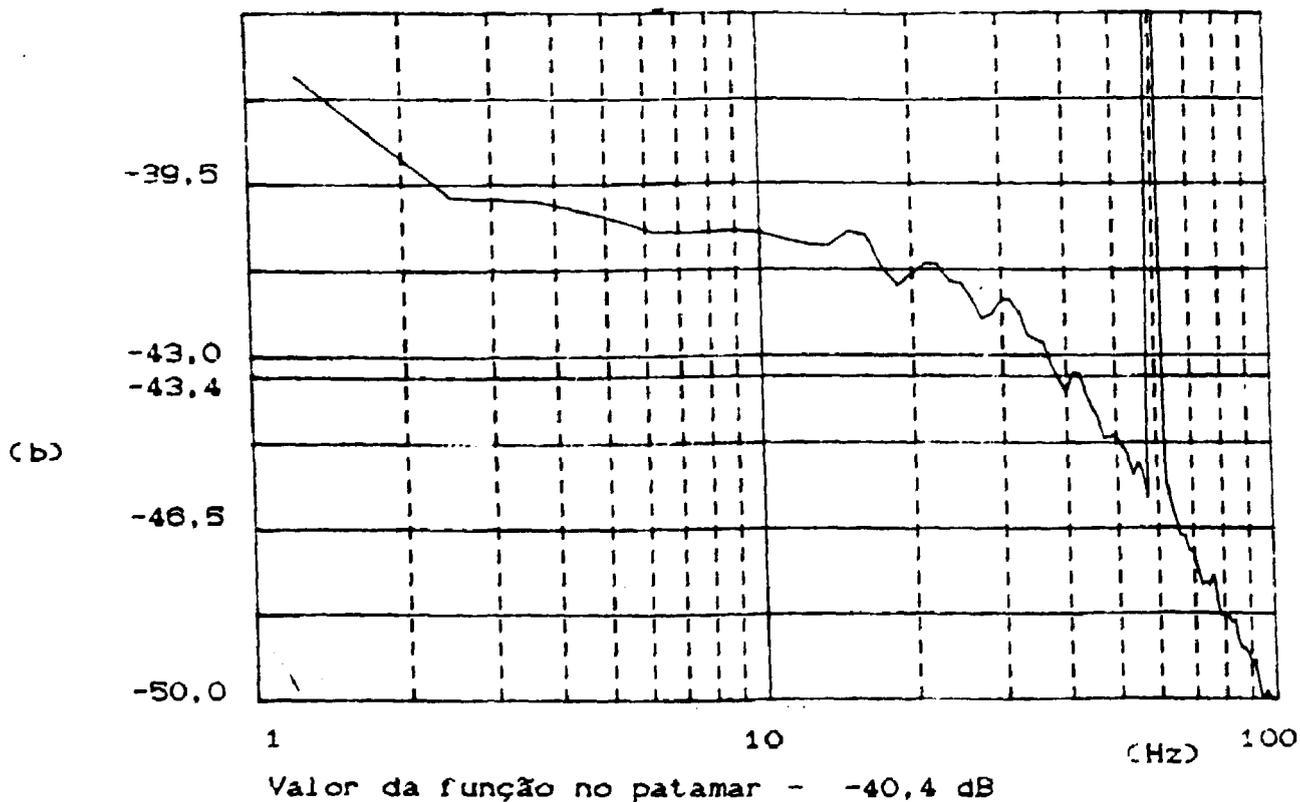
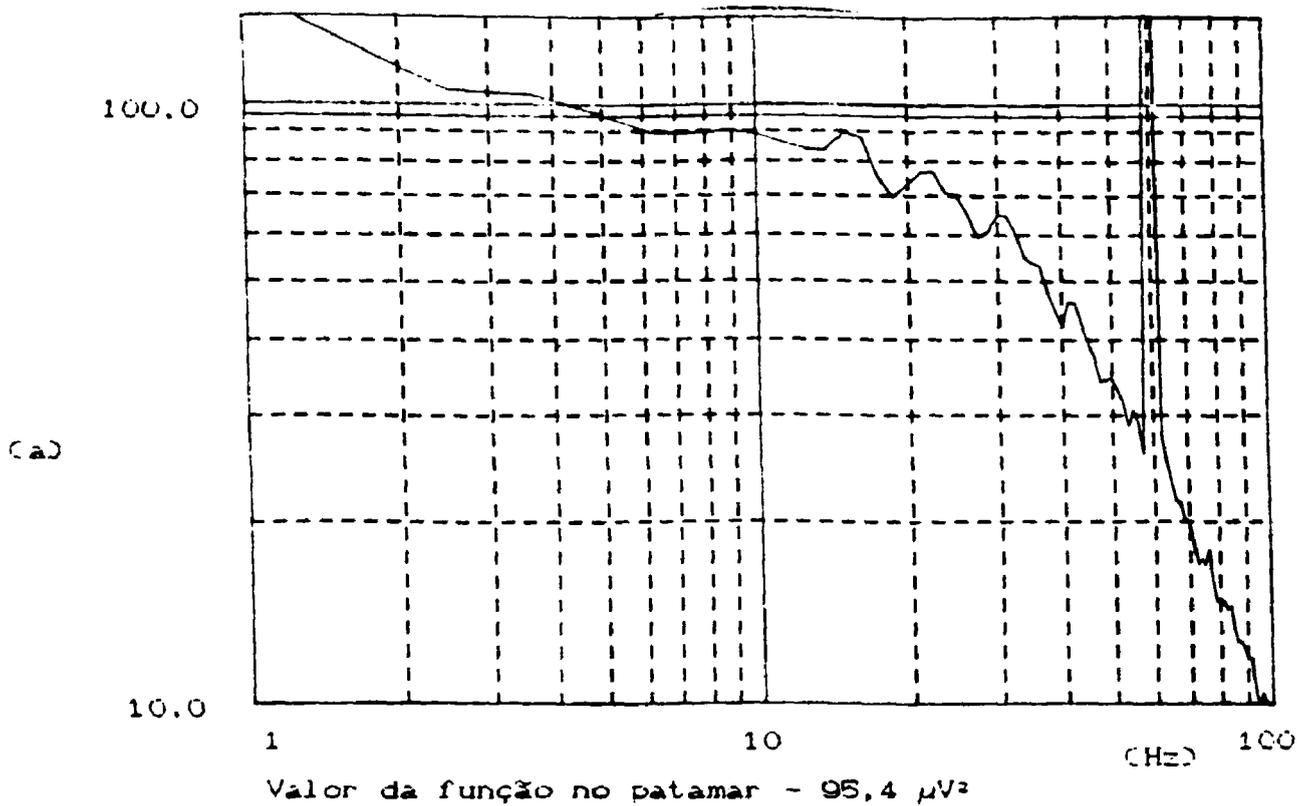


Figura 5.8 - Experimento número 6. Nível de potência - 5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

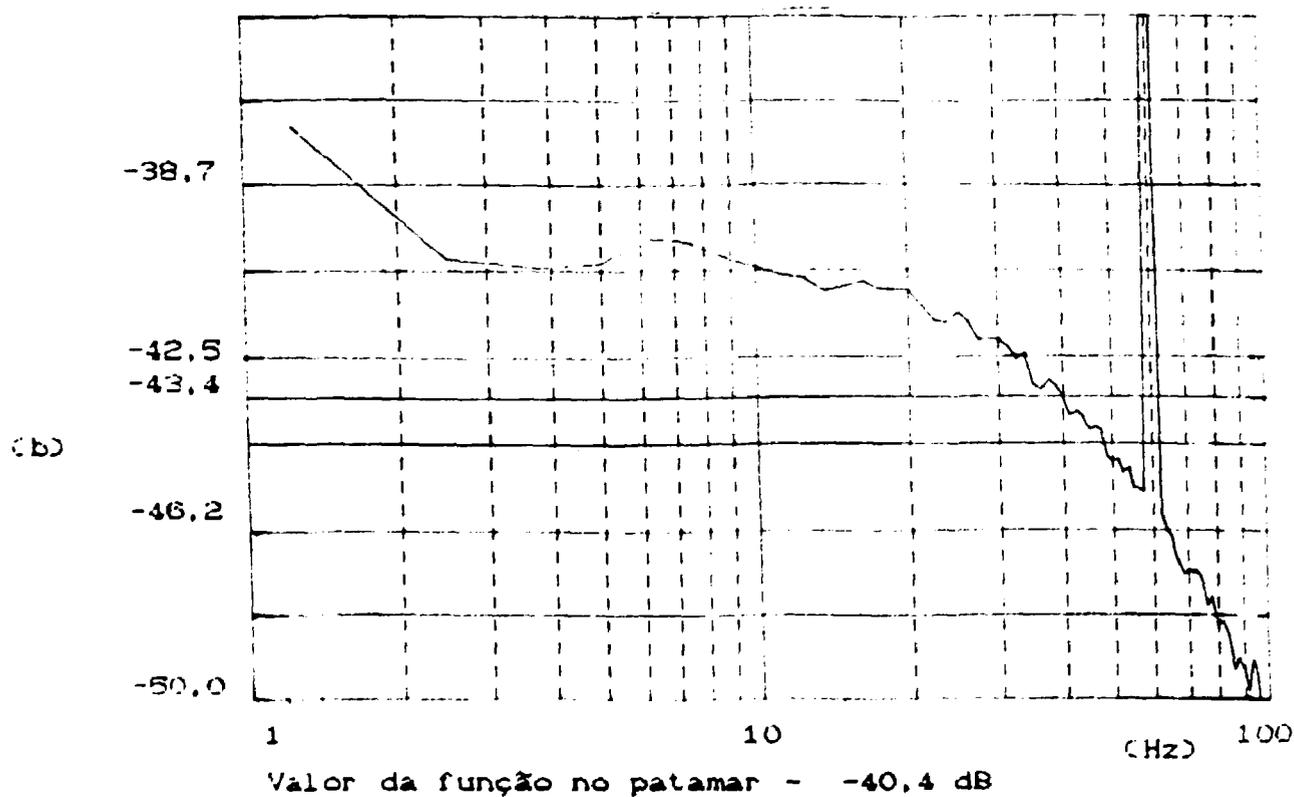
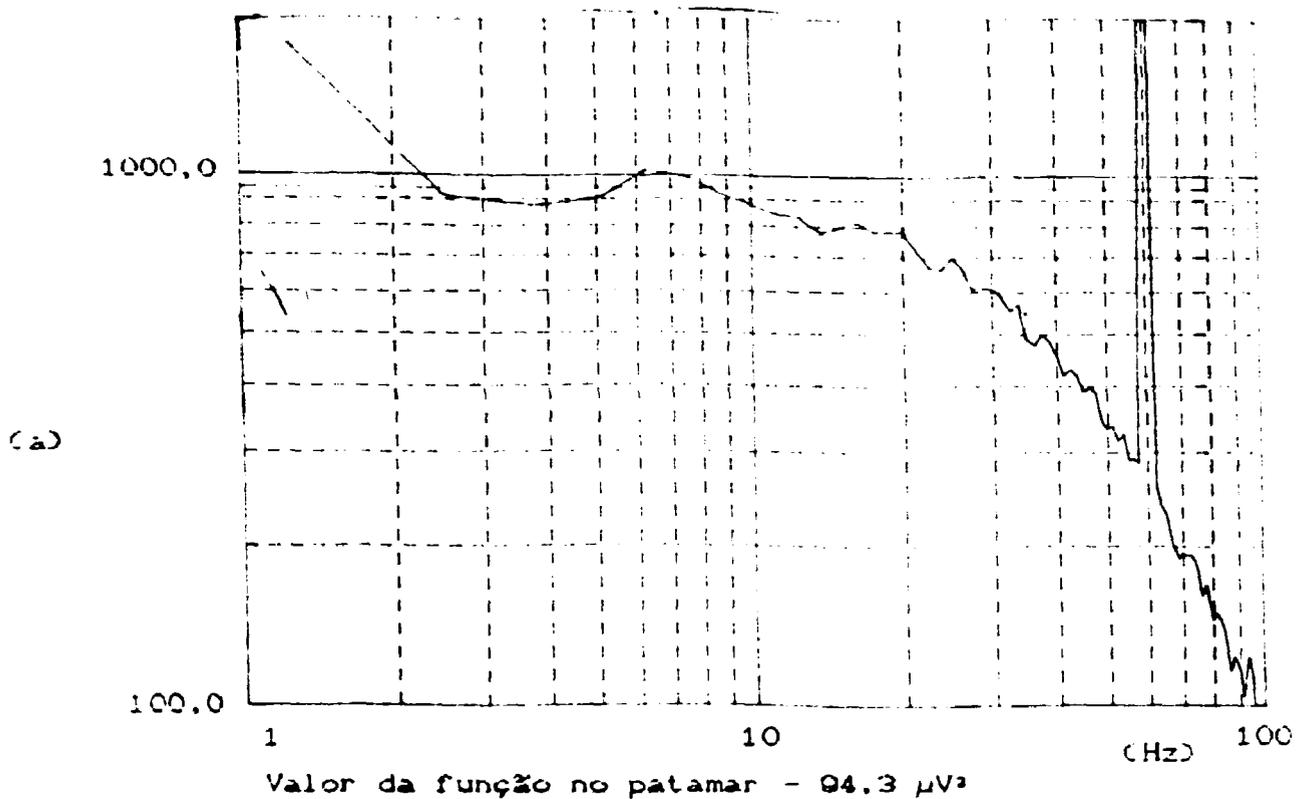
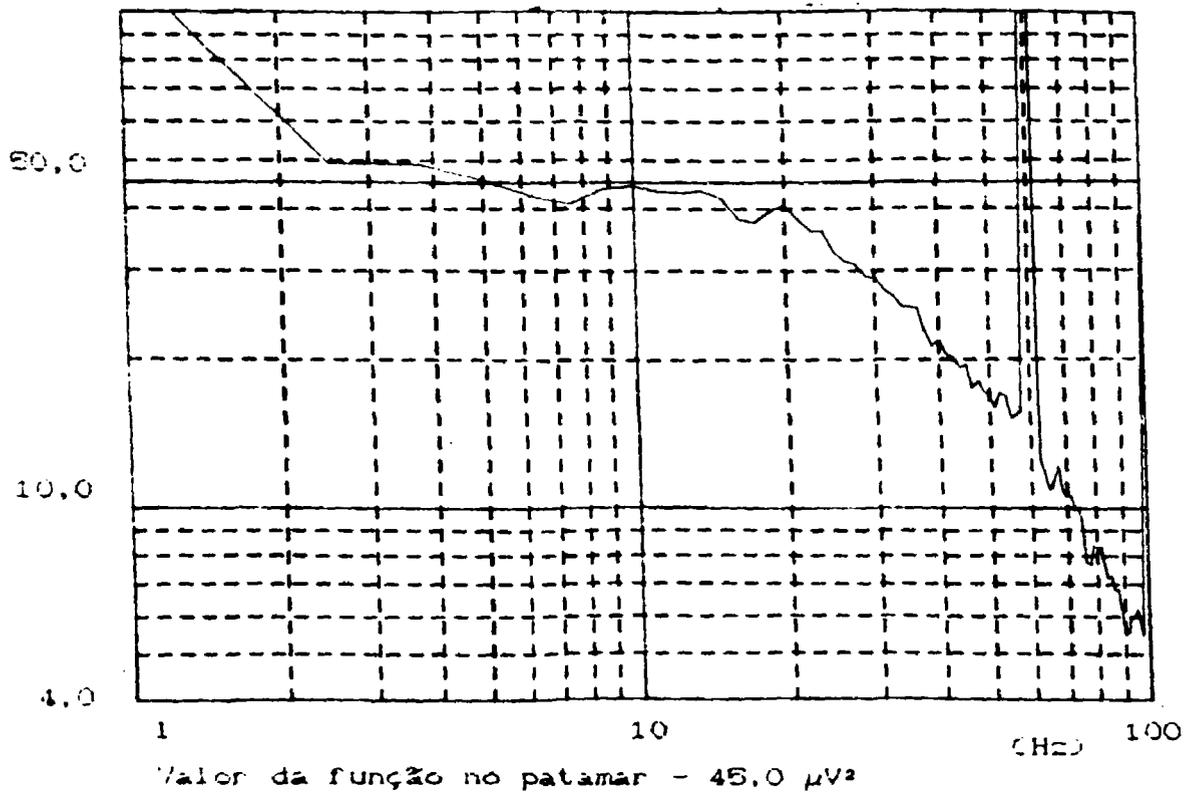


Figura 6.8 - Experimento número 8. Nível de potência - 5W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

(a)



(b)

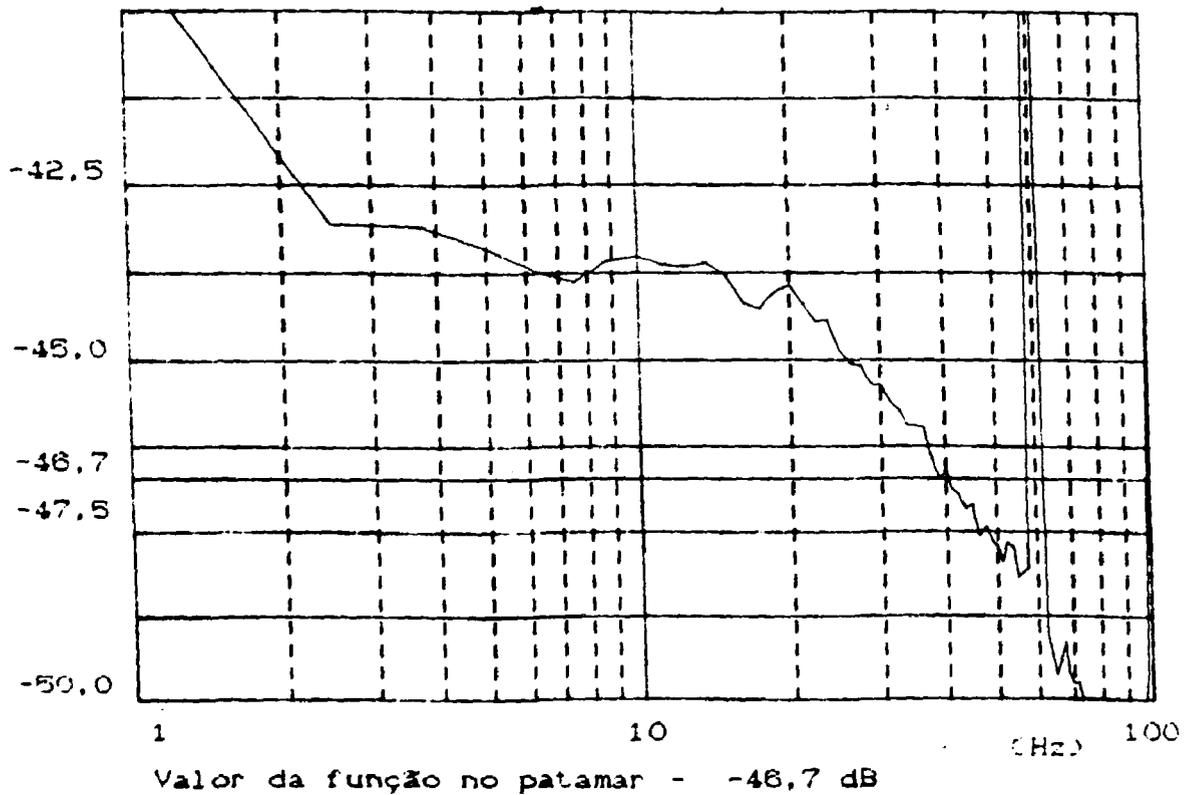


Figura 6.11 - Experimento número 9. Nível de potência - 20W.  
(a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
(b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

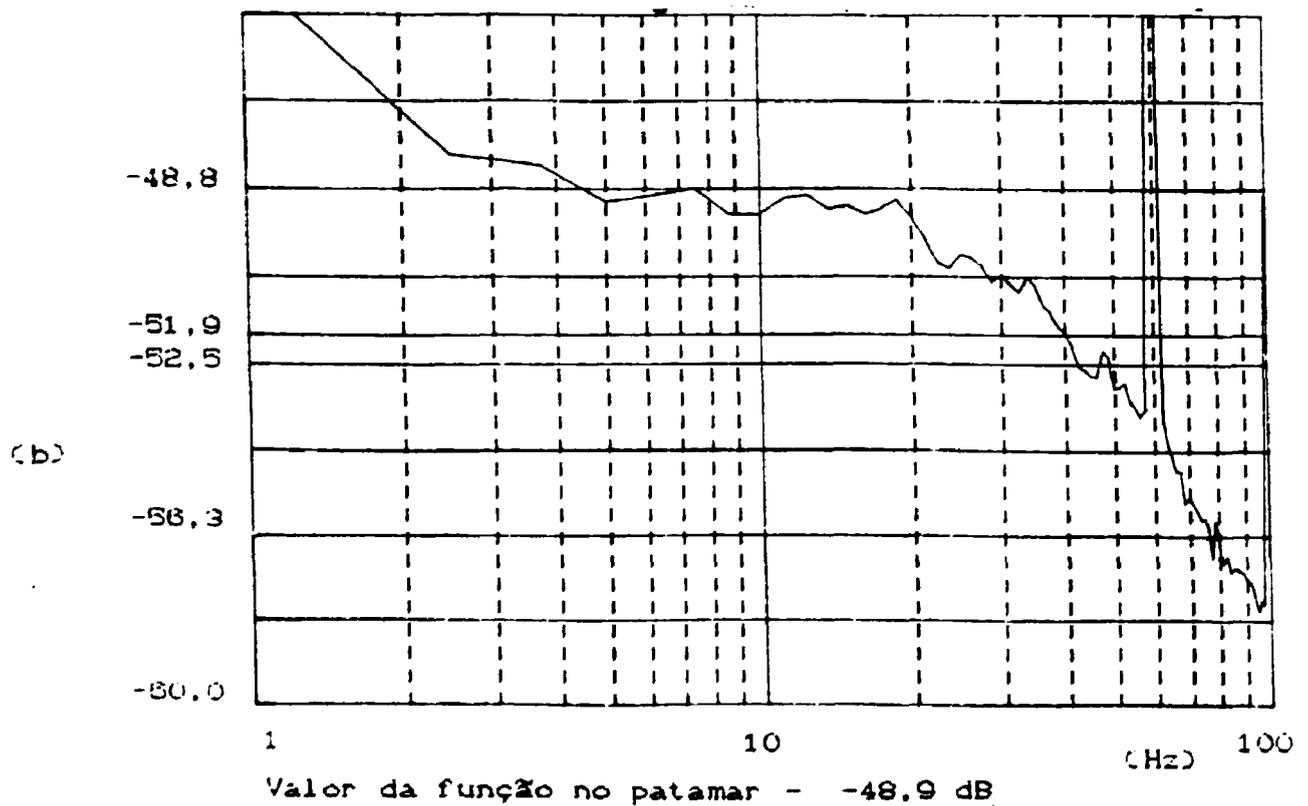
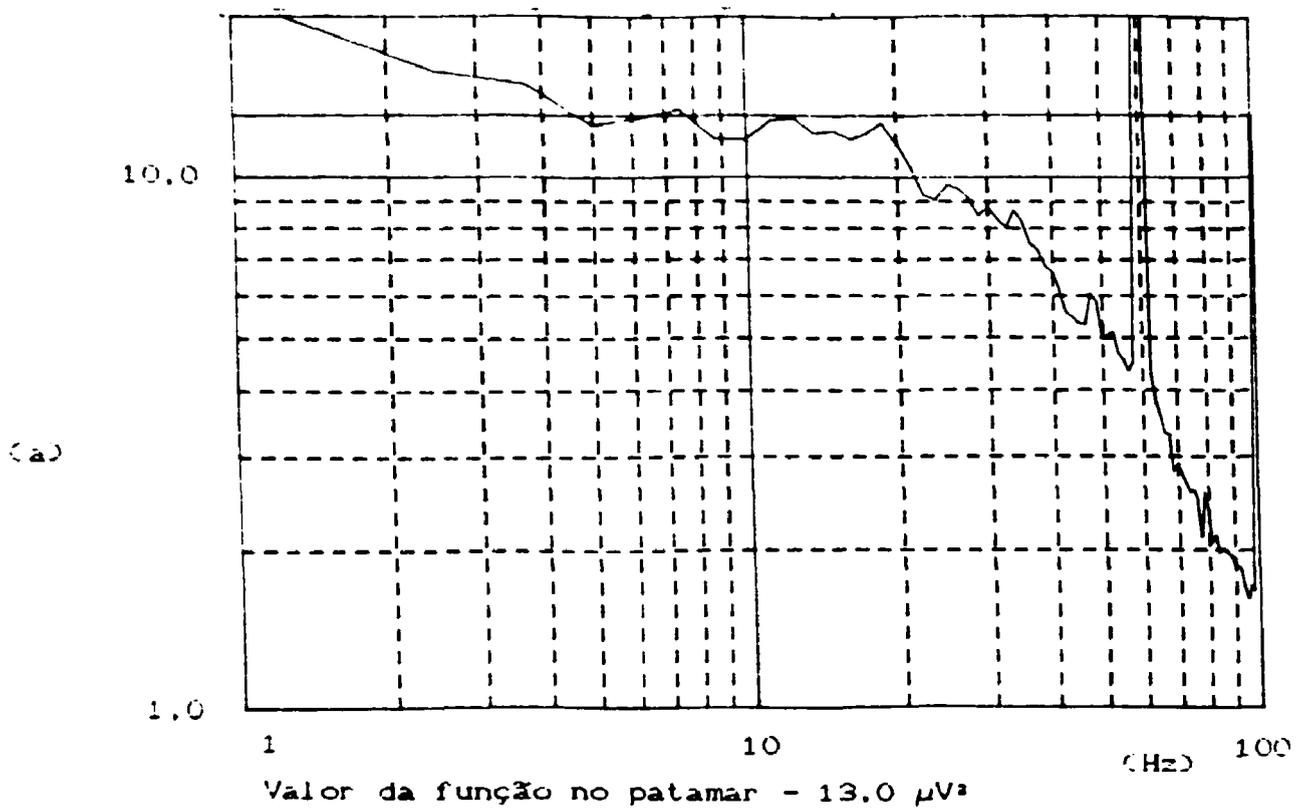


Figura 6.12 - Experimento número 10. Nível de potência - 20W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

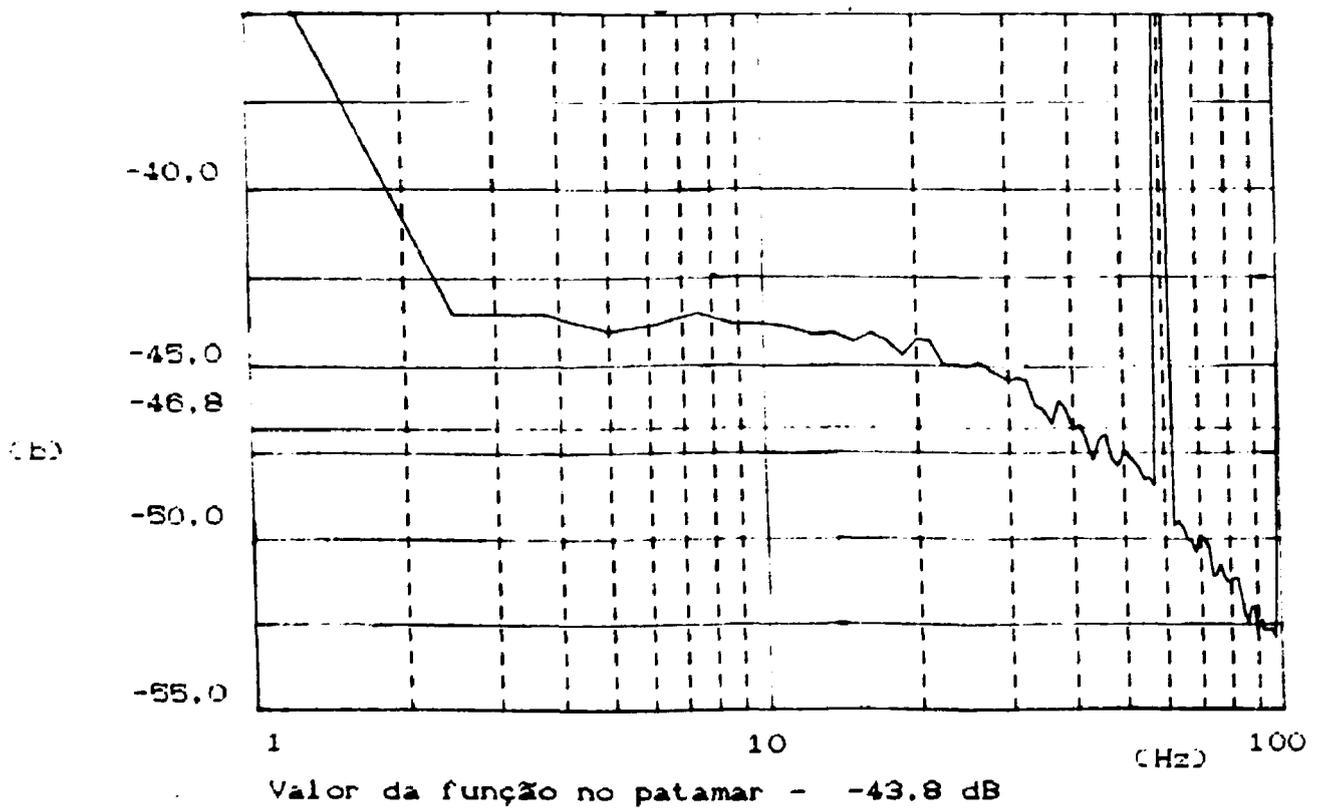
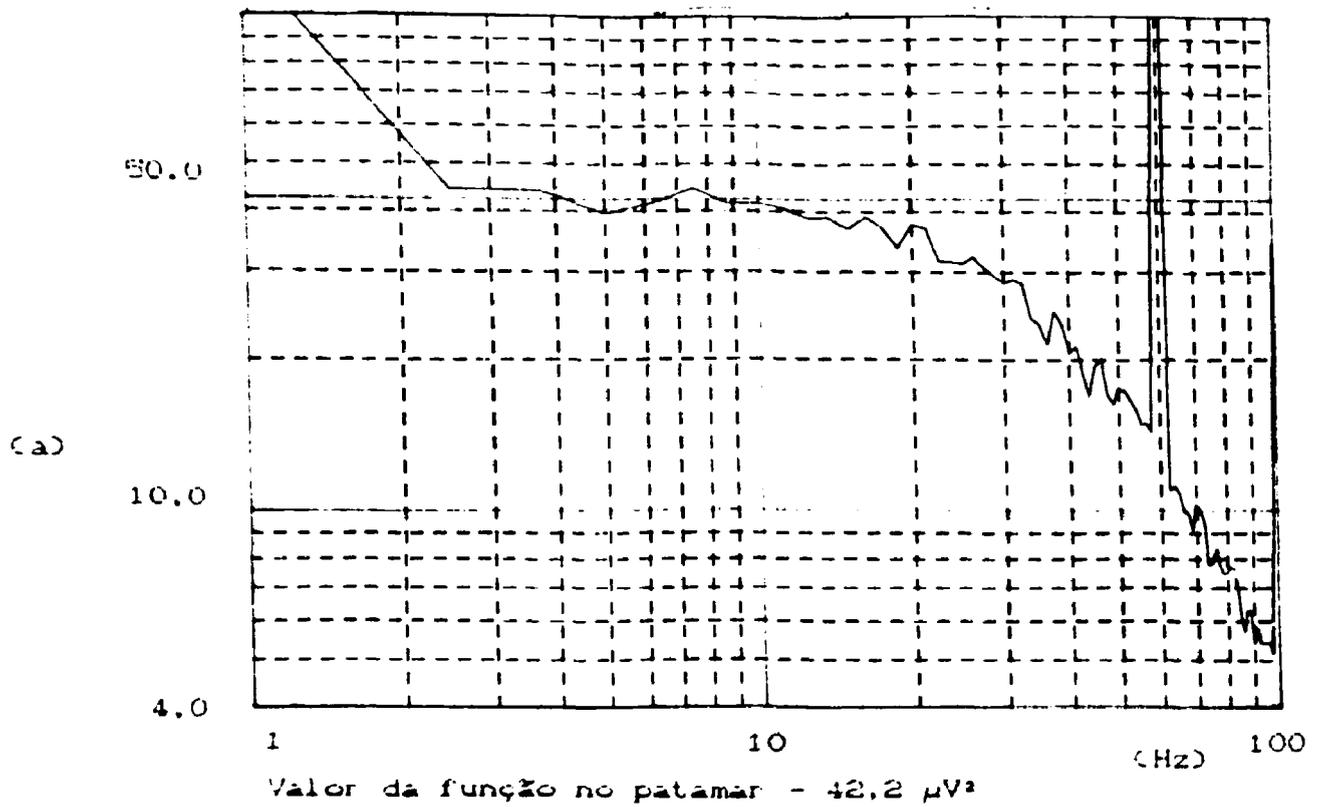


Figura 6.13 - Experimento número 11. Nível de potência - 20W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

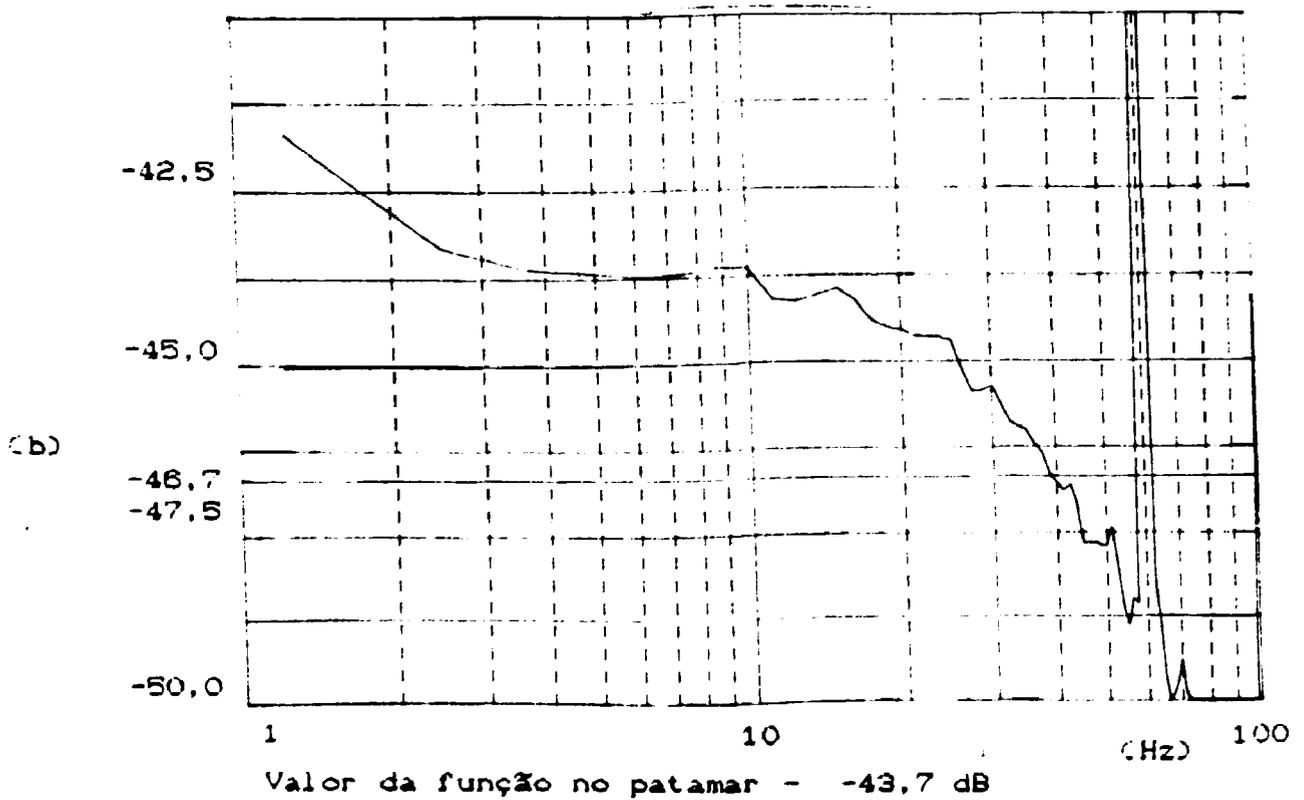
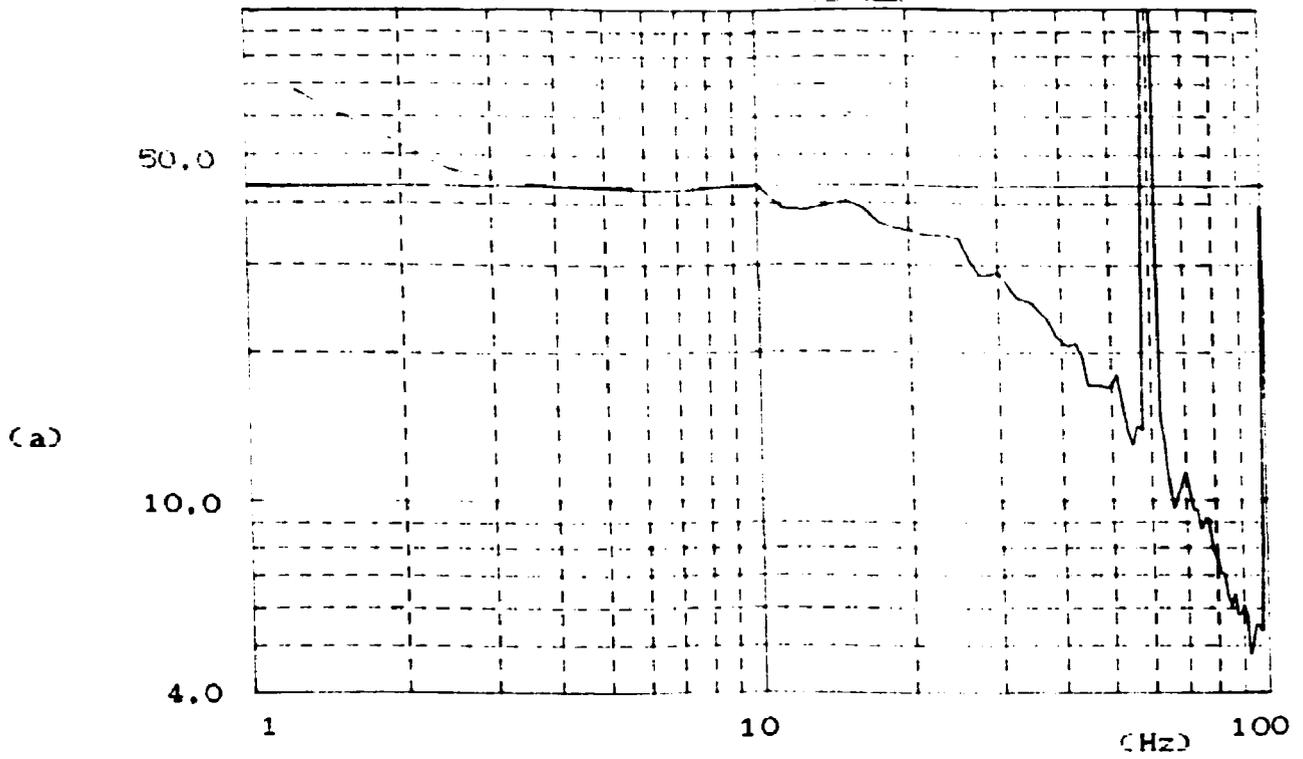


Figura 5.14 - Experimento número 12. Nível de potência - 20W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

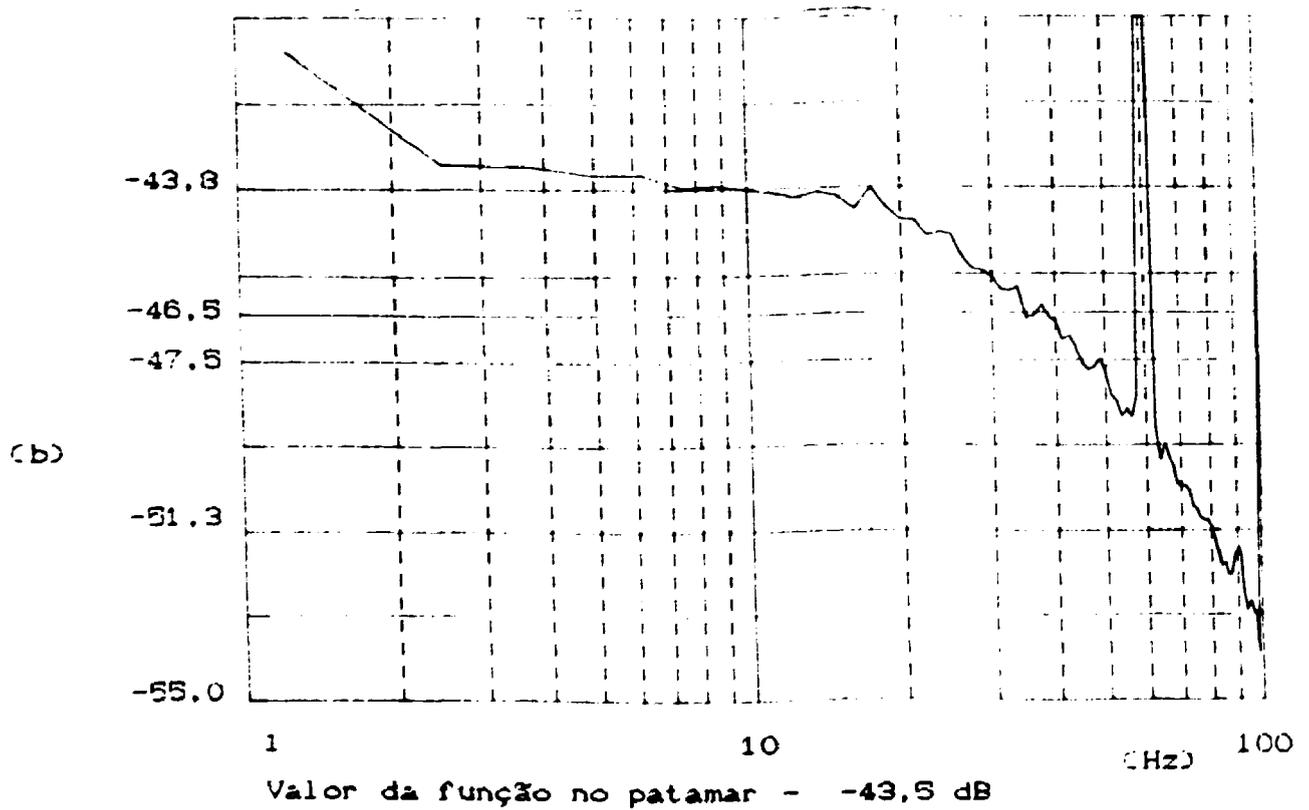
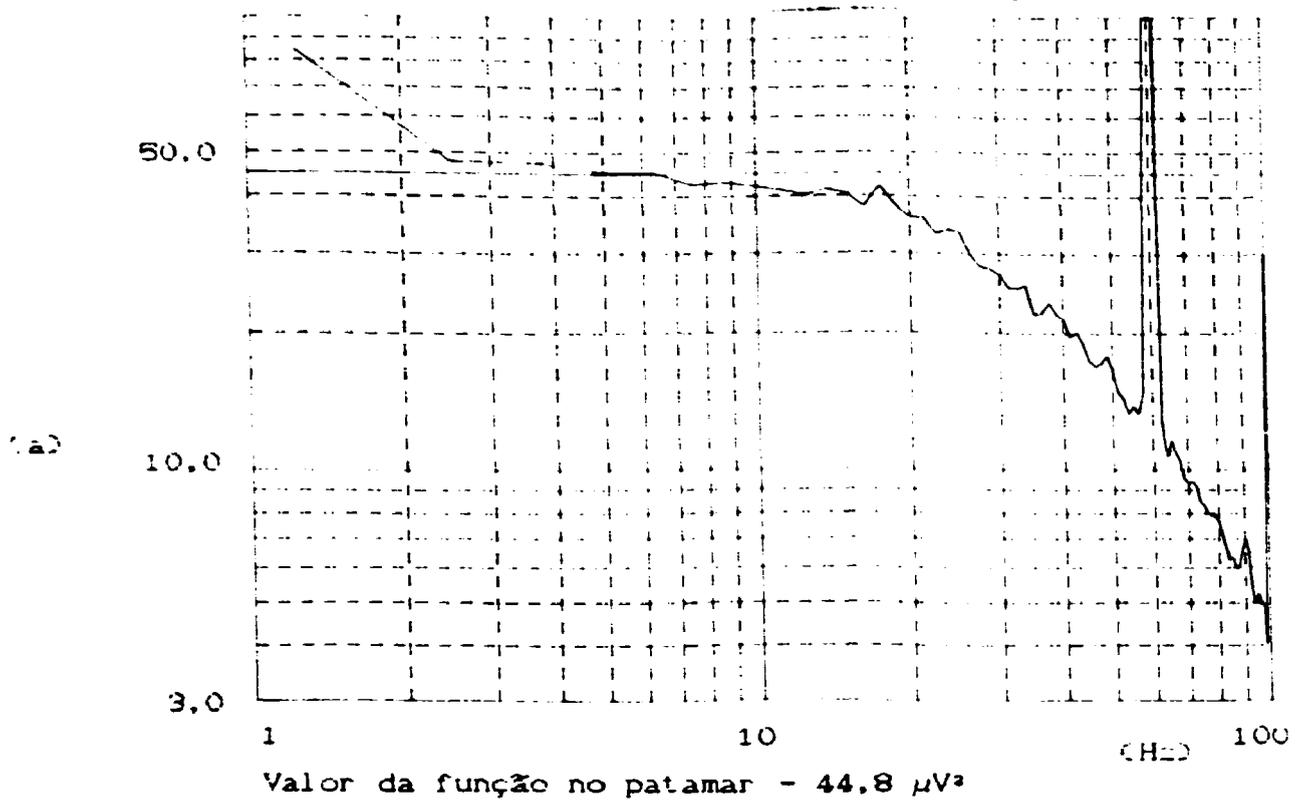


Figura 6.15 - Experimento número 13. Nível de potência - 20W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

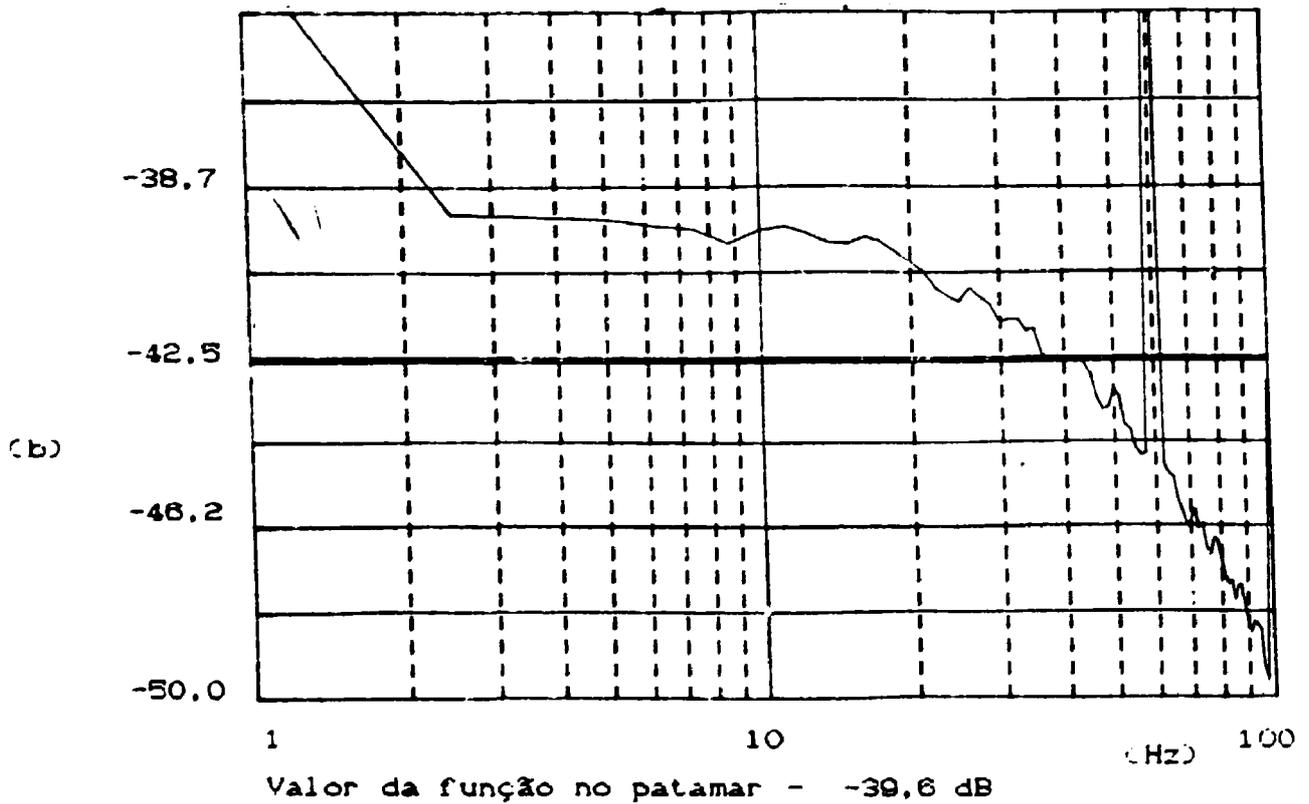
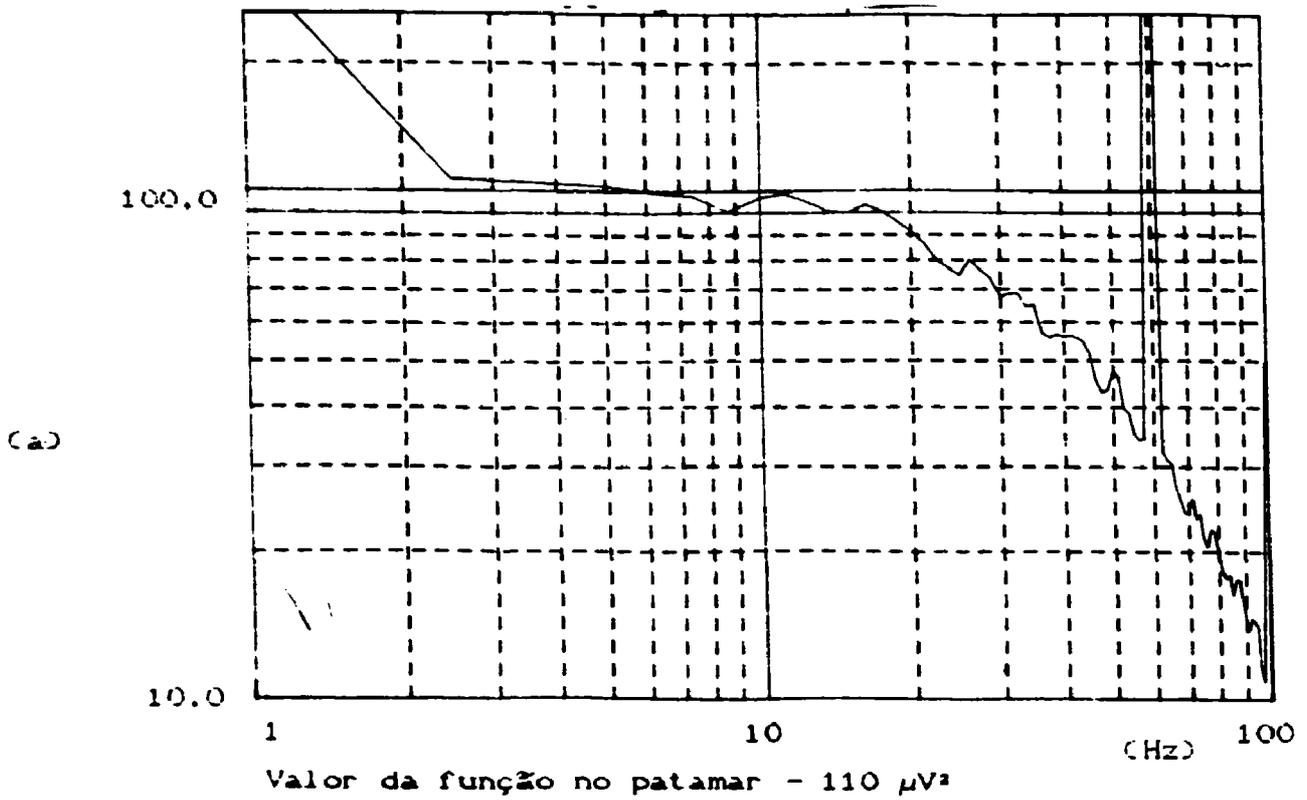


Figura 6.16 - Experimento número 14. Nível de potência - 50W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ )  $\times$  Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB)  $\times$  Frequência (Hz)

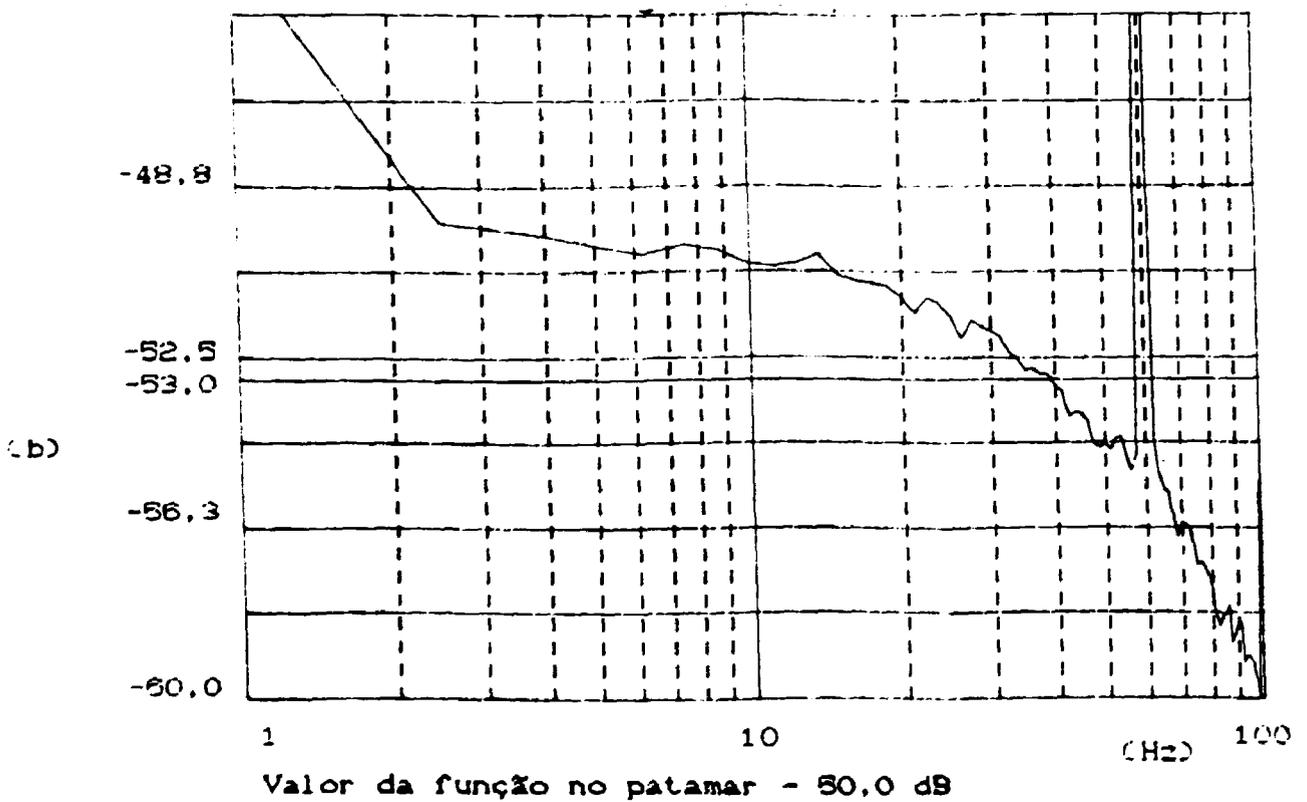
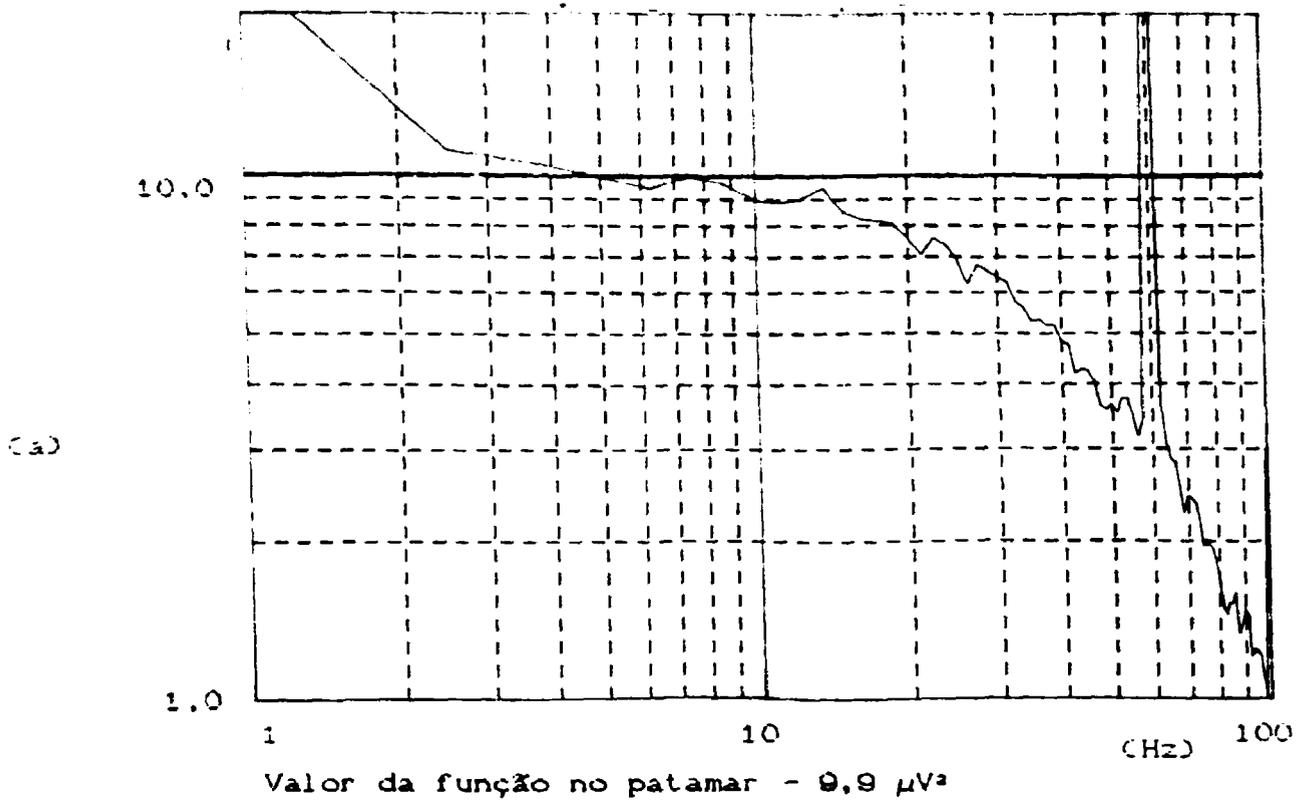
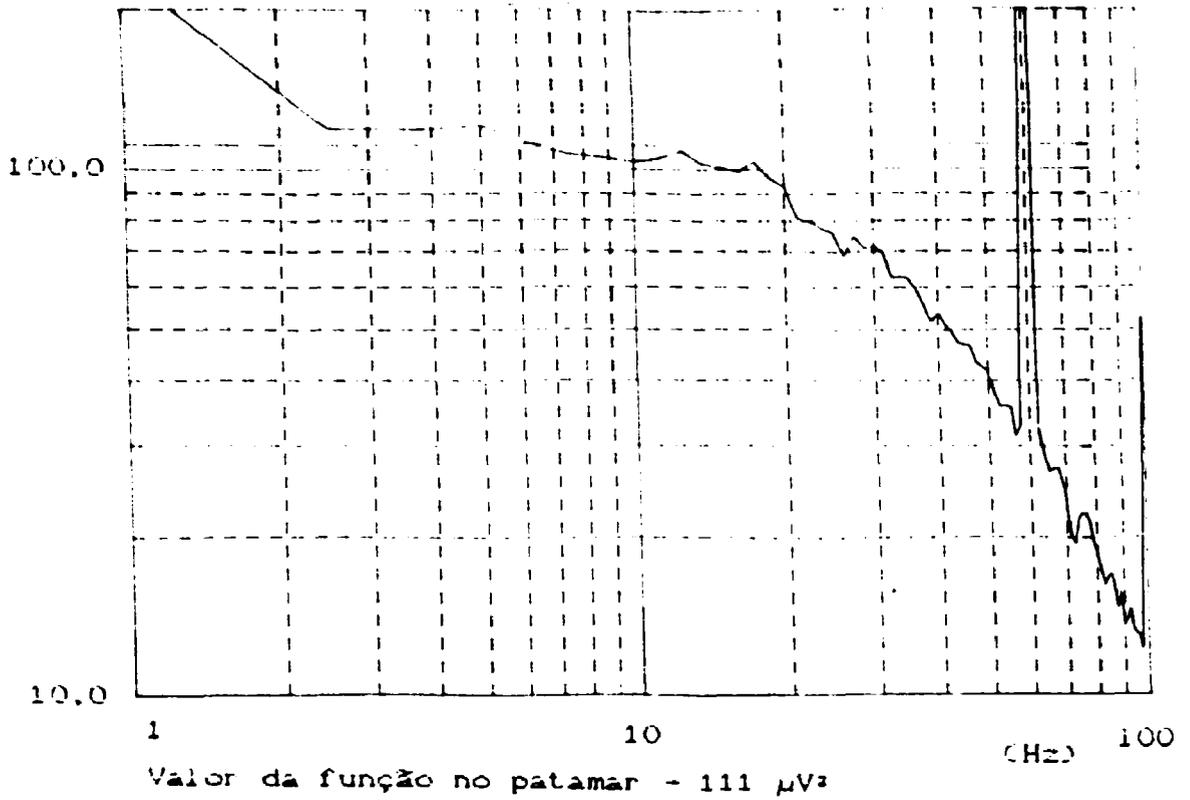


Figura 6.17 - Experimento número 15. Nível de potência - 50W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

(a)



(b)

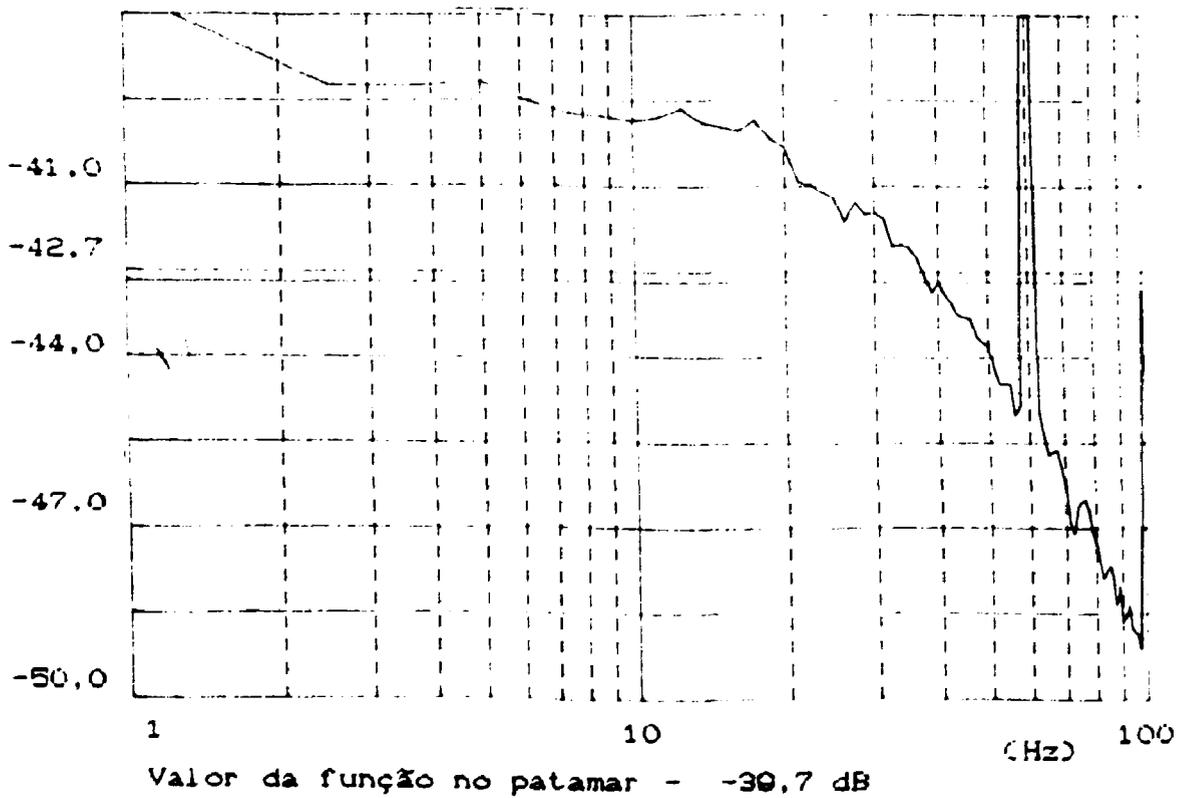
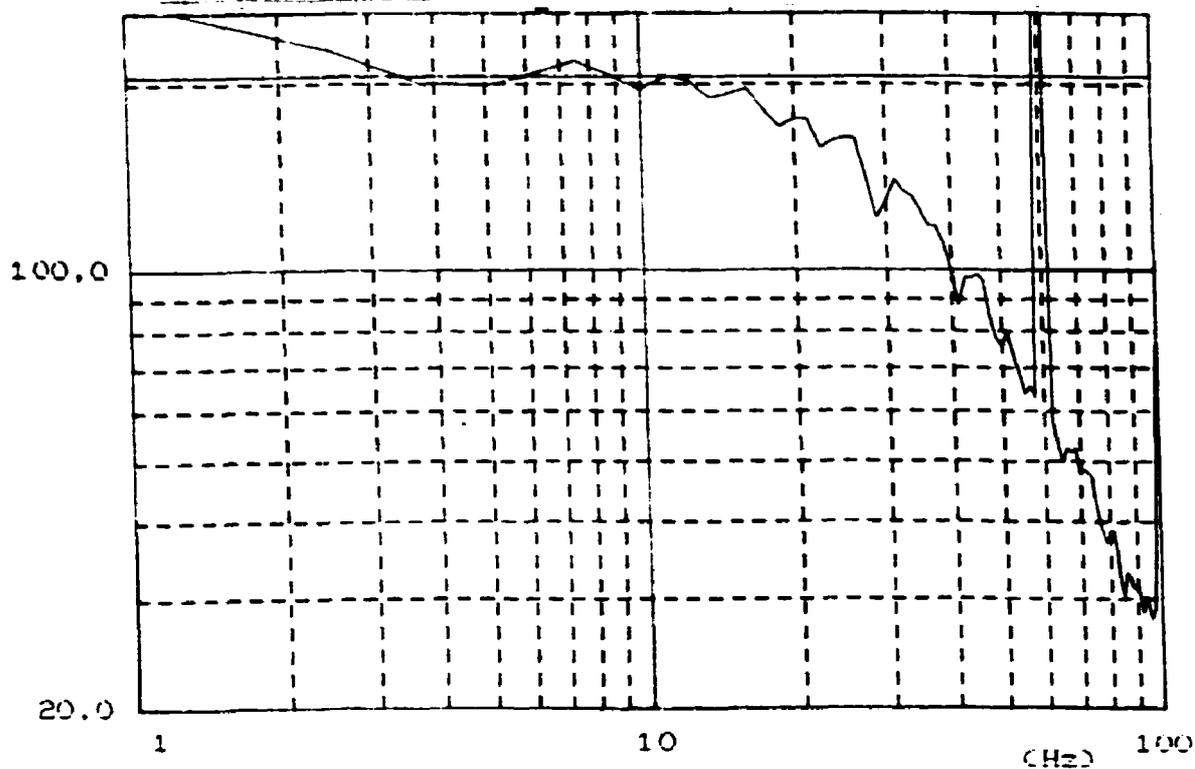


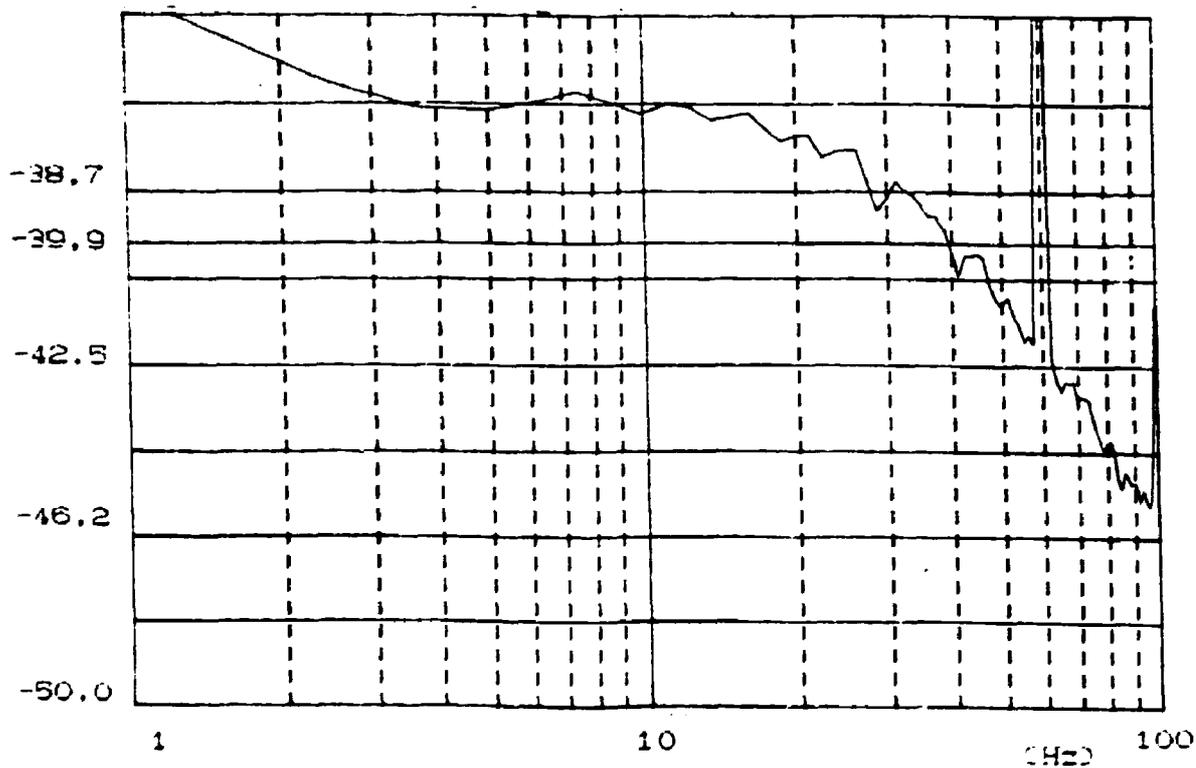
Figura 6.18 - Experimento número 18. Nível de potência - 50W.  
(a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ )  $\times$  Frequência (Hz)  
(b) Densidade Espectral Cruzada (dB)  $\times$  Frequência (Hz)

(a)



Valor da função no patamar -  $205 \mu V^2$

(b)



Valor da função no patamar -  $-36,9 \text{ dB}$

Figura 6.19 - Experimento número 17. Nível de potência - 100W.  
(a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
(b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

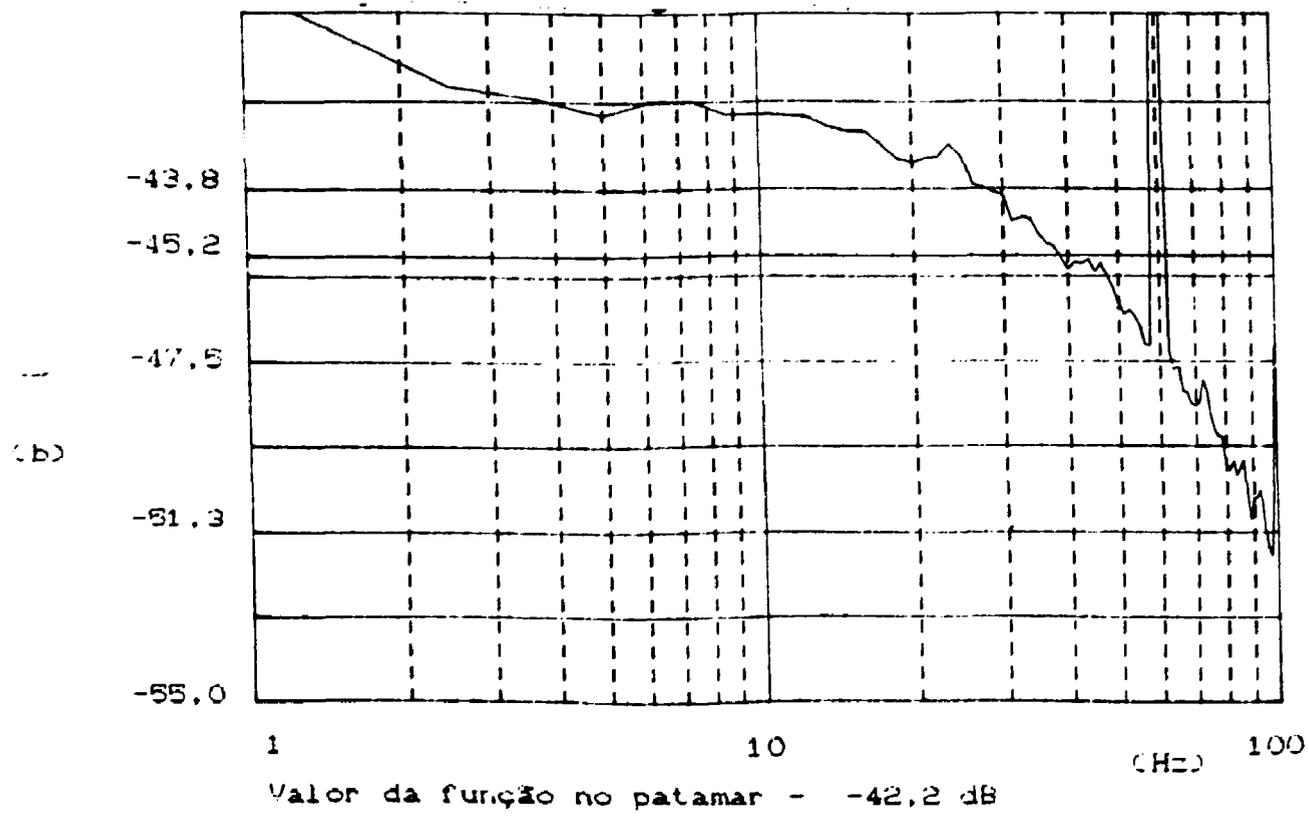
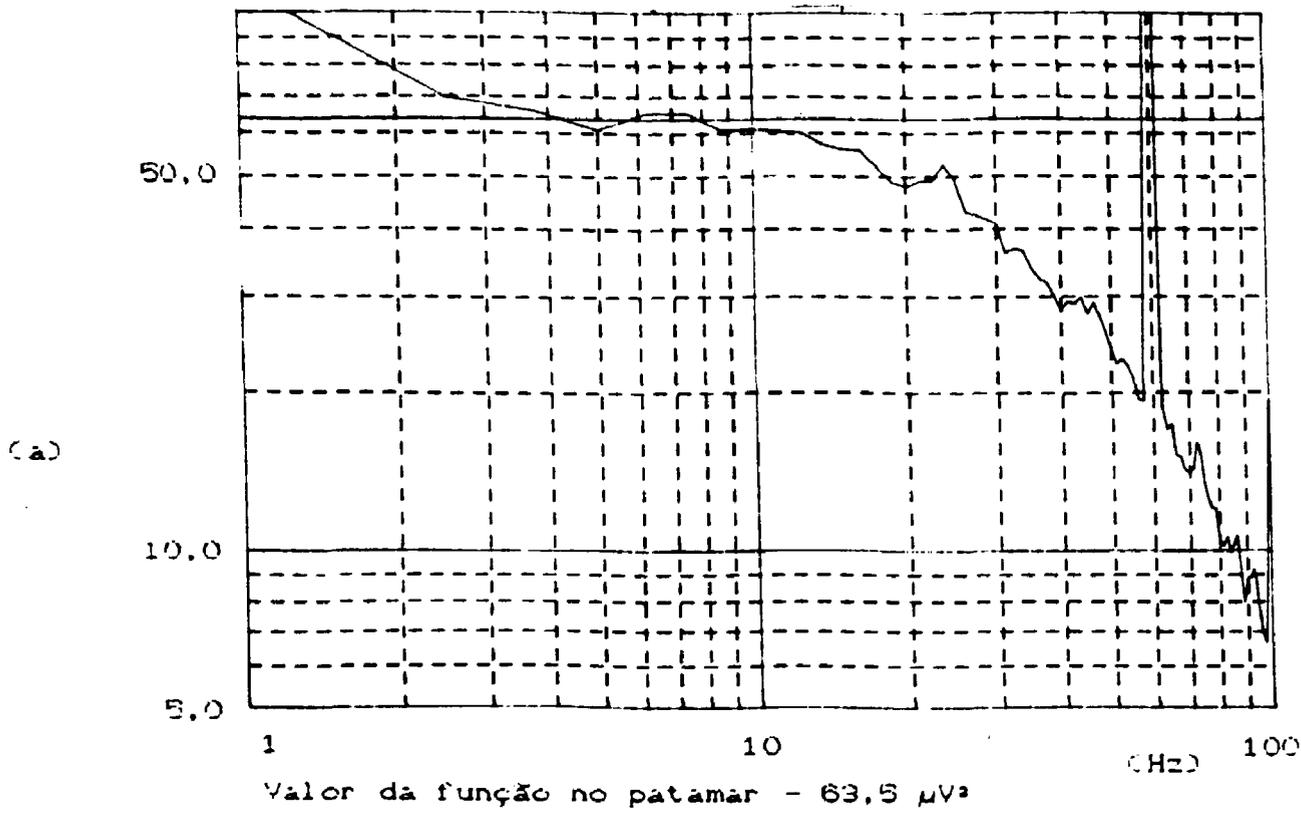


Figura 6.20 - Experimento numero 18. Nível de potência - 100W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu\text{V}^2$ )  $\times$  Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB)  $\times$  Frequência (Hz)

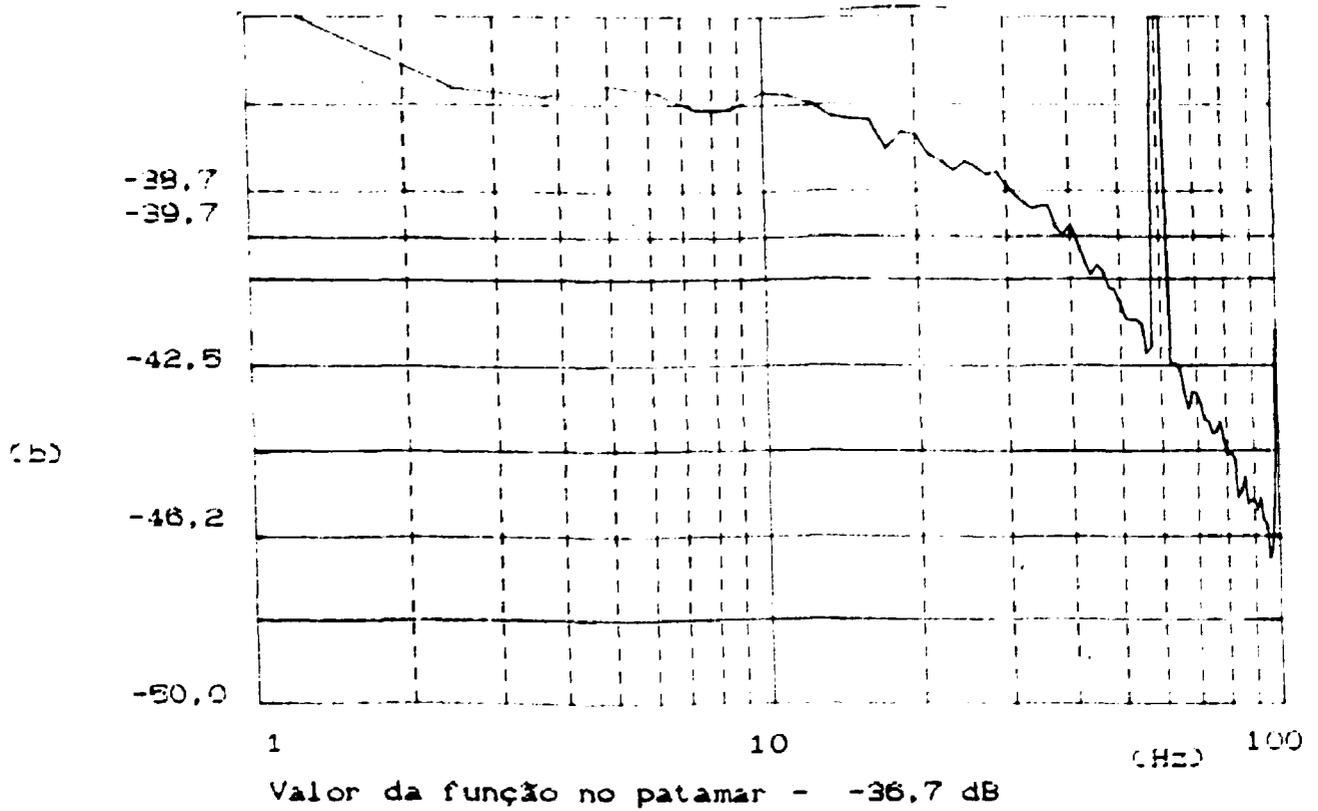
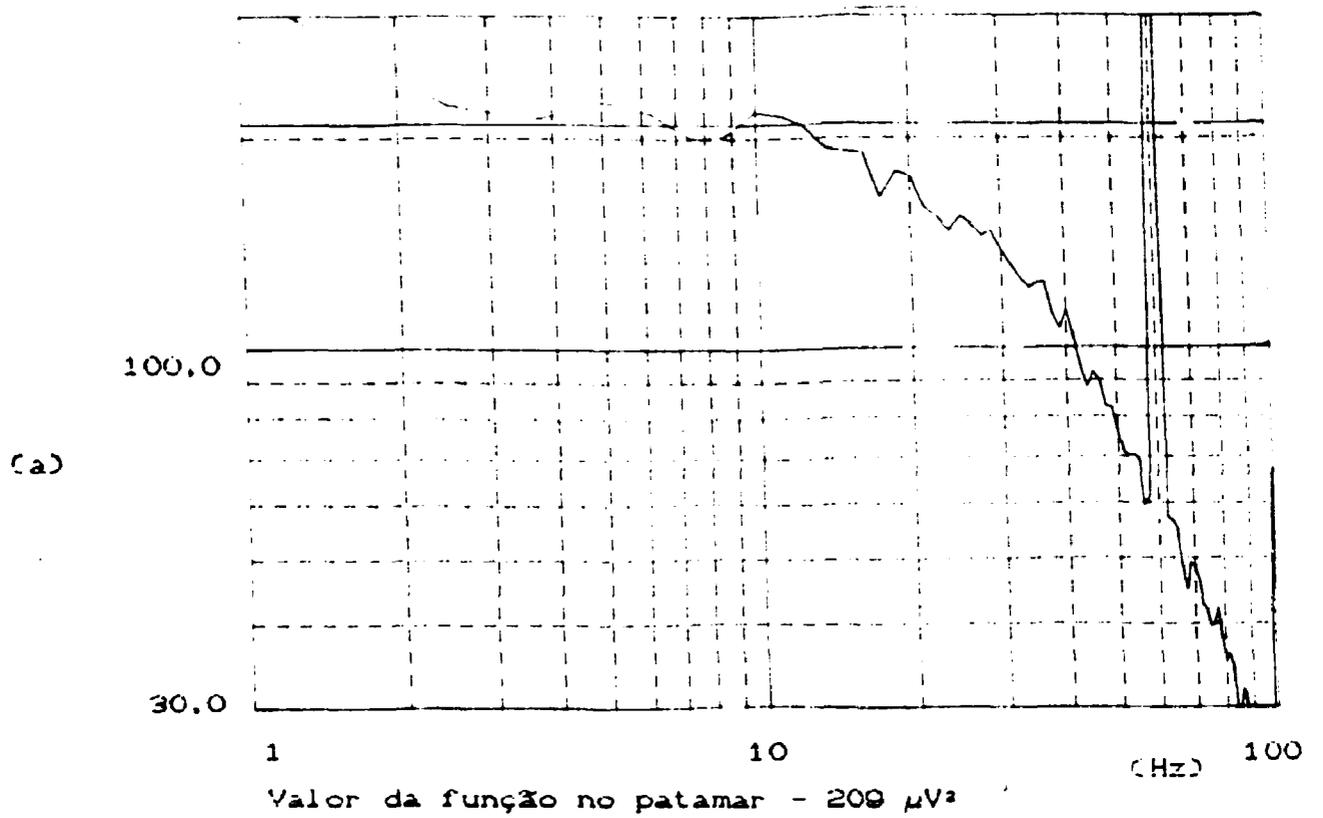


Figura 8.21 - Experimento número 19. Nível de potência - 100W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

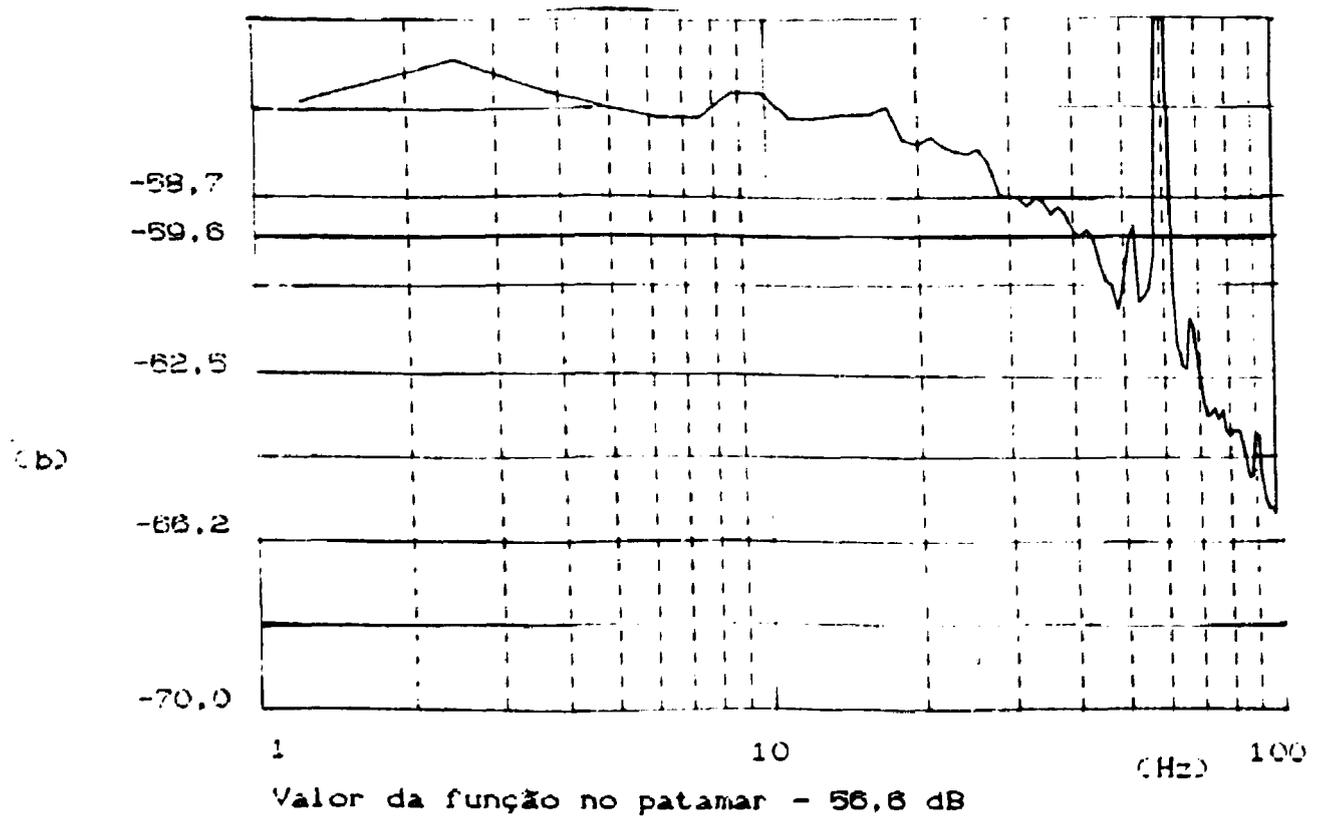
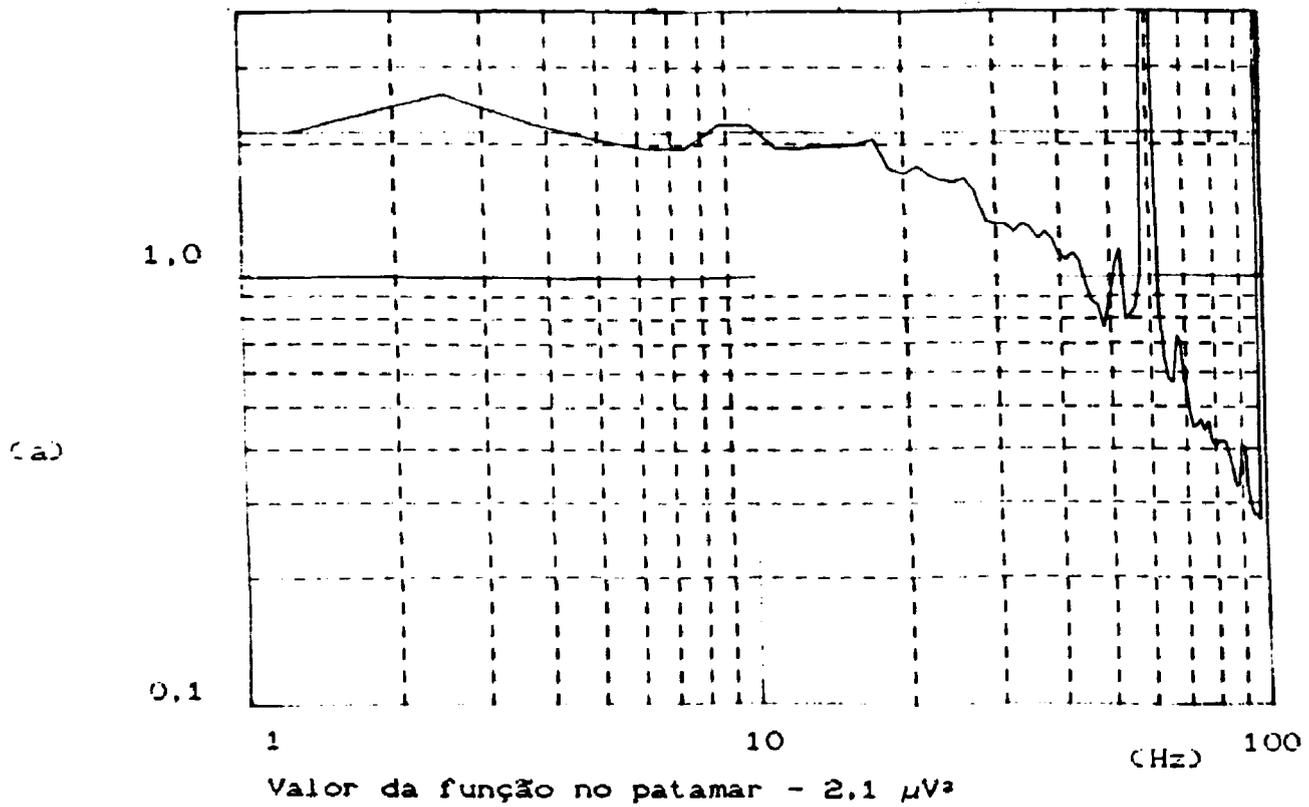


Figura 6.22 - Experimento numero 20. Nivel de potência - 100W.  
 (a) Densidade Espectral Cruzada ( $\mu V^2$ ) x Frequência (Hz)  
 (b) Densidade Espectral Cruzada (dB) x Frequência (Hz)

Tabela 6.3 - Principais dados relativos aos experimentos de calibração de potência do reator IPEN-MB01

Nº do experim.	Corrente do det. 3 (A)	Corrente do det. 4 (A)	Fator de Conv. V/A	Ganho dos Amplif. 1/2
1	$54,0 \cdot 10^{-9}$	$54,0 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-7}$	30 / 30
2	$55,0 \cdot 10^{-9}$	$59,0 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-7}$	30 / 30
3	$55,3 \cdot 10^{-9}$	$59,6 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-7}$	30 / 30
4	$54,0 \cdot 10^{-9}$	$59,0 \cdot 10^{-9}$	$1 \cdot 10^{-7}$	30 / 30
5	$55,4 \cdot 10^{-8}$	$59,7 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	100 / 100
6	$55,2 \cdot 10^{-8}$	$59,6 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	30 / 30
7	$55,3 \cdot 10^{-8}$	$59,5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	100 / 100
8	$55,3 \cdot 10^{-8}$	$59,5 \cdot 10^{-8}$	$1 \cdot 10^{-6}$	30 / 30
9	$2,39 \cdot 10^{-6}$	$2,58 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
10	$2,31 \cdot 10^{-6}$	$2,48 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 30
11	$2,39 \cdot 10^{-6}$	$2,58 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
12	$2,27 \cdot 10^{-6}$	$2,44 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
13	$2,26 \cdot 10^{-6}$	$2,43 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
14	$5,69 \cdot 10^{-6}$	$6,13 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
15	$5,70 \cdot 10^{-6}$	$6,14 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	30 / 30
16	$5,72 \cdot 10^{-6}$	$6,14 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
17	$11,10 \cdot 10^{-6}$	$11,97 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
18	$11,12 \cdot 10^{-6}$	$11,95 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 30
19	$11,13 \cdot 10^{-6}$	$11,98 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-5}$	100 / 100
20	$11,10 \cdot 10^{-6}$	$11,90 \cdot 10^{-6}$	$1 \cdot 10^{-4}$	100 / 100

Tabela 6.4 - Valores obtidos para a densidade espectral cruzada dos sinais dos detectores e para o nível de potência do reator nos experimentos

Nº do experim.	$\Phi_{34}(f) \cdot \Delta f$ (V <sup>2</sup> )	$\Phi_{34}(\omega)$ (A <sup>2</sup> B)	Potência (W) Anal. Ruidos	Potência (W) Tc. Ativação
1	$9,836 \cdot 10^{-4}$	$5,260 \cdot 10^{-18}$	$0,40 \pm 0,04$	0,500
2	$9,064 \cdot 10^{-4}$	$4,847 \cdot 10^{-18}$	$0,49 \pm 0,05$	0,500
3	$9,040 \cdot 10^{-4}$	$4,834 \cdot 10^{-18}$	$0,50 \pm 0,04$	0,500
4	$9,195 \cdot 10^{-4}$	$4,917 \cdot 10^{-18}$	$0,47 \pm 0,04$	0,500
5	$1,017 \cdot 10^{-3}$	$5,439 \cdot 10^{-16}$	$4,9 \pm 0,4$	5,000
6	$9,537 \cdot 10^{-5}$	$5,100 \cdot 10^{-17}$	$4,7 \pm 0,5$	5,000
7	$1,011 \cdot 10^{-3}$	$5,406 \cdot 10^{-12}$	$4,9 \pm 0,3$	5,000
8	$9,431 \cdot 10^{-5}$	$5,043 \cdot 10^{-17}$	$4,8 \pm 0,4$	5,000
9	$4,503 \cdot 10^{-5}$	$2,408 \cdot 10^{-15}$	$20,7 \pm 2,3$	20,000
10	$1,303 \cdot 10^{-5}$	$6,968 \cdot 10^{-16}$	$20,0 \pm 2,3$	20,000
11	$4,222 \cdot 10^{-5}$	$2,258 \cdot 10^{-15}$	$22,1 \pm 2,1$	20,000
12	$4,314 \cdot 10^{-5}$	$2,307 \cdot 10^{-15}$	$19,5 \pm 1,8$	20,000
13	$4,478 \cdot 10^{-5}$	$2,394 \cdot 10^{-15}$	$18,6 \pm 1,7$	20,000
14	$1,102 \cdot 10^{-4}$	$5,893 \cdot 10^{-15}$	$47,9 \pm 4,4$	50,000
15	$9,869 \cdot 10^{-6}$	$5,278 \cdot 10^{-15}$	$48,4 \pm 4,8$	50,000
16	$1,109 \cdot 10^{-4}$	$5,930 \cdot 10^{-15}$	$48,0 \pm 4,4$	50,000
17	$2,053 \cdot 10^{-4}$	$1,098 \cdot 10^{-14}$	$98,0 \pm 4,9$	100,000
18	$6,351 \cdot 10^{-5}$	$3,396 \cdot 10^{-15}$	$95,1 \pm 9,1$	100,000
19	$2,093 \cdot 10^{-4}$	$1,119 \cdot 10^{-14}$	$96,5 \pm 7,2$	100,000
20	$2,120 \cdot 10^{-6}$	$1,134 \cdot 10^{-14}$	$94,4 \pm 9,4$	100,000

### 6.3 Análise dos Resultados Obtidos

A Tabela 6.1 apresenta, de modo sucinto, os valores obtidos para a razão  $\beta/\Lambda$  utilizando as funções densidade espectral cruzada e a formulação desenvolvida no Capítulo 2.

O erro apresentado para o primeiro experimento é proveniente do ajuste de mínimos quadrados utilizado no pacote matemático SAS. Erros de calibração da amplificação da instrumentação eletrônica associada aos experimentos não afetam essa medida pois requerem apenas o valor relativo das funções densidades espectrais.

A partir dos resultados apresentados na Tabela 6.1, podemos constatar que os resultados obtidos nos experimentos são consistentes entre si, apresentando diferenças muito pequenas entre os valores encontrados. Neste trabalho apresenta-se como valor medido experimentalmente da razão  $\beta/\Lambda$   $253,0 \pm 7,0 \text{ s}^{-1}$ . Este valor difere do valor calculado em 2,7%.

Alguns fatores afetam a medida da razão  $\beta/\Lambda$  como a localização dos detectores em relação ao núcleo. Tal fator parece não ser importante nas medidas apresentadas. Notou-se, em experimentos anteriores aos descritos neste trabalho, que a utilização de câmaras de ionização não compensadas cujos sinais não eram de uso exclusivo do nosso experimento afetaram substancialmente os resultados. Em todos os experimentos, descritos neste trabalho, utilizou-se detectores tipo câmara de ionização compensadas localizados em posições simétricas. Os sinais desses detectores localizados nas posições 14 e 15 foram utilizados exclusivamente pela instrumentação associada ao experimento.

A Tabela 6.5 apresenta uma comparação entre os valores médios obtidos para cada nível de potência pela técnica de análise de ruídos e os valores estabelecidos pela mesa de controle do reator calibrada através da técnica de ativação.

Tabela 6.5 - Comparação entre os níveis de potência obtidos pela técnica de ativação e de análise de ruídos

Potência (W) Técnica de Ativação	Potência (W) Téc. de Análise de Ruídos
0,5	0,47 ± 0,05
5,0	4,8 ± 0,5
20,0	20,2 ± 2,2
50,0	48,1 ± 4,9
100,0	96,0 ± 9,0

Os erros apresentados na Tabela 6.5 são relativos ao desvios apresentados nas estimativas do valor das densidades espectrais cruzada nos patamares. Os erros nas medidas de corrente dos detetores e nos fatores de amplificação e calibração da instrumentação utilizada nos experimentos foram verificados no Capítulo 5 e são desprezíveis.

Podemos constatar que os valores de potência do reator obtidos pela técnica de análise de ruídos apresentam uma boa concordância com os valores de potência determinados pela técnica de ativação. A técnica de ativação pode apresentar um erro de 15% devido a erros na estimativa do fluxo de neutrons a partir da ativação das folhas de ouro dispostas no núcleo do reator e do ajuste realizado para determinação dos parâmetros de calibração/4/. Na técnica de análise de ruído os erros experimentais estão relacionados com o conhecimento preciso dos fatores que influem na amplificação dos sinais provenientes dos detectores. A estimativa das funções densidade espectral de potência, obtidas com o auxílio do analisador Fourier, é mais precisa quanto maior o número de médias realizadas/33,35/.

## CAPITULO 7

### CONCLUSÃO

Apenas ao final de década de 70, o Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares iniciou, através do pesquisador Dr. Lao Holland, as pesquisas relacionadas com a técnica de análise de ruído em reatores nucleares. Essas pesquisas deram ênfase à área de ruído termohidráulico e foram realizadas no reator de pesquisas IEA-R1. /15,26/. Pouco esforço fora realizado para medidas de parâmetros cinéticos em reatores nucleares. Para implantar uma técnica de medida desses parâmetros, no âmbito da COPESP e IPEN, tornou-se necessário inicialmente a compreensão dos fenômenos estocásticos, suas propriedades e relações básicas. Além disso foi necessária uma completa compreensão dos fenômenos físicos que ocorrem num reator e no processo de detecção de neutrons.

Com essa base teórica e após um estudo das técnicas de medidas existentes em análise de ruído neutrônico, pôde-se definir o procedimento experimental a ser utilizado para a obtenção dos parâmetros nucleares. O procedimento adotado baseou-se no método de correlação dos sinais de dois detectores utilizando-se a formulação de Langevin e o modelo de cinética pontual para descrever os fenômenos que ocorrem em um reator de potência zero. O procedimento adotado neste trabalho foi inicialmente desenvolvido em meados da década 60 e vem sofrendo vários aperfeiçoamentos tanto no que se refere ao experimento propriamente dito como também a formulação matemática. O conceito de fonte equivalente de ruído para descrição das flutuações estocásticas em reatores nucleares tem sido reexaminado sob o ponto de vista da hipótese de Markov a fim de esclarecer ambiguidades sobre diferentes interpretações da fórmula de Schottky /40/. Atenção especial tem sido dada em melhorias para a aquisição de dados e cálculo das densidades espectrais de detectores localizados fora do núcleo do reator a fim de elucidar o efeito do processo de detecção nas funções densidades espectrais própria e cruzada observadas e minimizar fontes de interferências que reduzem a precisão das medidas. /38,39,40,41,42/.

## CUIDADOS COM A INSTRUMENTAÇÃO

Para colocar esse procedimento em prática, uma série de dificuldades foram encontradas, principalmente no que diz respeito a instrumentação eletrônica. Para obtenção de bons resultados através de medidas de correlação do sinal de dois detectores é necessário que a instrumentação eletrônica associada a cada detector esteja operando de modo idêntico.

Dentre os detectores disponíveis inicialmente os que preenchiam de forma mais adequada as exigências foram as câmaras de ionização não compensadas localizadas nas posições 5 e 6 (conforme Figura 5.2) quase simétricas em relação ao núcleo e de uso simultâneo pela mesa de controle do reator e pela instrumentação de nosso experimento. Posteriormente foi possível a utilização exclusiva de duas câmaras de ionização compensadas localizadas nas posições 14 e 15 simétricas entre si. Os experimentos realizados com as câmaras de ionização não compensadas não apresentaram bons resultados. Os melhores resultados foram alcançados com as câmaras de ionização compensadas.

A eficiência dos detectores era um ponto de grande importância uma vez que quanto maior a eficiência do detector melhor seria a diferenciação entre os eventos correlacionados e não correlacionados. Os eletrômetros não causaram dificuldades, entretanto, os dois únicos filtros-amplificadores, que se encontravam a disposição, não estavam operando de forma idêntica o que invalidou nossos experimentos iniciais. Um deles apresentava uma função de transferência constante, para um sinal branco, até a frequência de 300 Hz e o outro até a frequência de 700 Hz. Tais diferenças devem ser corrigidas para a obtenção de resultados confiáveis. Outros pontos importantes são: toda a instrumentação deve estar conectada a um terra eficiente de modo a evitar interferência de sinais externos ao sistema em estudo; a instrumentação deve ser de boa qualidade com resposta bastante estável durante a execução do experimento.

A técnica de medida do parâmetro  $\beta/\Lambda$  apresentou resultados com boa concordância com o respectivo valor calculado, utilizando os detectores dispostos nas posições 14 e 15:

i) valor obtido utilizando o Pacote SAS para ajuste de mínimos quadrados para a densidade espectral de uma função não linear definida pela equação (4.23) -  $253 \pm 7 \text{ s}^{-1}$

ii) valor obtido por cálculo da média dos valores obtidos graficamente -  $248,6 \pm 4,7 \text{ s}^{-1}$  (o erro apresentado é devido apenas ao desvio padrão obtido no cálculo do valor médio);

iii) valor calculado utilizando o modelo de cinética pontual -  $246,1 \pm 6,3 \text{ s}^{-1}$ .

#### CALIBRAÇÃO DE POTÊNCIA

Os experimentos realizados com a finalidade da calibração do nível de potência do reator demonstraram a viabilidade desse tipo de medida. Os valores obtidos para os níveis de potência se mostraram reprodutíveis.

Os valores de potência obtidos através da técnica de análise de ruídos apresentaram uma discrepância da ordem de 5% em relação aos valores de potência determinados pela técnica de ativação de folhas, conforme mostra a Tabela 6.5.

O fator de calibração do sinal do detector localizado na posição que é utilizado pela instrumentação da mesa de controle do reator para determinação do nível de potência foi determinado pela técnica de ativação de folhas em  $1,33 \cdot 10^{-7} \text{ W.A}^{-1/4}$  e pela técnica de análise de ruídos em  $(1,3 \pm 0,1) \cdot 10^{-7} \text{ W.A}^{-1}$ .

Uma pesquisa futura com aplicação imediata no trabalho desenvolvido até aqui seria o desenvolvimento de um software para microcomputadores da linha PC que permita o controle de aquisição de dados via analisador Fourier e uma análise imediata dos resultados após o experimento, tanto para determinação dos parâmetros nucleares quanto o nível de potência em que o reator esta operando. Este trabalho não apresenta muitas dificuldades de realização e sua principal vantagem seria a de permitir a análise dos sinais dos detectores diretamente, sem a necessidade de gravação dos mesmos, evitando desse modo os inconvenientes apresentados por um sistema de gravação de sinais analógico.

Uma continuidade natural deste trabalho, em termos de desenvolvimento da técnica de análise de ruídos no Brasil, seria a realização de experimentos semelhantes em reatores de potência a fim de obter parâmetros nucleares como coeficientes de reatividade. Neste caso, o modelo matemático a ser utilizado deve considerar os efeitos devidos a presença de neutrons atrasados e a realimentação termohidraulica na reatividade.

Ainda em termos de Brasil, outro ponto a ser investigado é o efeito do posicionamento dos detectores nos resultados obtidos com a técnica de análise de ruído. O modelo utilizado para interpretar a flutuação do sinal dos detectores, neste trabalho, foi o de cinética pontual. Entretanto o detector pode estar respondendo a flutuações próximas a sua localização invalidando a hipótese pontual.

## APENDICE 1

### DEDUÇÃO DA FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA DE UM REATOR NUCLEAR DE POTÊNCIA ZERO

No capítulo 2 desenvolvemos a dedução das equações de cinética pontual e no capítulo 4 obtivemos, através do procedimento de Langevin um conjunto de equações para as flutuações estocásticas das variáveis de estado que aparecem nas equações de cinética. (reatividade, população neutrônica, conc. de precursores, etc).

Aqui, vamos partir desse sistema de equações para as flutuações estocásticas (equações (4.7) e (4.8)) e chegaremos a função de transferência de um reator apresentada na equação (4.9) do Capítulo 4.

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\bar{\rho} - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) + \frac{\delta\rho(t) \bar{N}}{\Lambda} \quad (\text{A1.1})$$

$$\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad (\text{A1.2})$$

Aqui o termo  $(\delta\rho \bar{N}/\Lambda)$  representa a fonte de ruído devido as flutuações na reatividade. No entanto, se admitíssemos que a fonte externa de neutrons não fosse estacionária, mas variasse estocasticamente,

$$Q(t) = Q_0 + \delta Q(t) \quad (\text{A1.3})$$

o termo  $\delta Q(t)$  também apareceria na equação (A1.1), representando a fonte externa de ruído.

Então, vamos tratar a fonte de ruído  $S(t)$  como sendo a soma de todas as fontes de ruído neutrônico perturbando o reator, ou seja,

$$S(t) = \delta Q(t) + \delta\rho(t) \bar{N} \Lambda^{-1} \quad (\text{A1.4})$$

e desse modo vamos escrever as equações (A1.1) e (A1.2) da seguinte maneira

$$\frac{dn(t)}{dt} = \frac{\bar{\rho} - \beta}{\Lambda} n(t) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i(t) + S(t) \quad (A1.5)$$

$$-\frac{dc_i(t)}{dt} = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(t) - \lambda_i c_i(t) \quad (A1.6)$$

Tomando a transformada de Laplace de (A1.5) e (A1.6) obtemos:

$$j2\pi f n(f) = \frac{\rho - \beta}{\Lambda} n(f) + \sum_{i=1}^6 \lambda_i c_i + S(f) \quad (A1.7)$$

$$j2\pi f c_i(f) = \frac{\beta_i}{\Lambda} n(f) - \lambda_i c_i(f) \quad (A1.8)$$

onde  $j$  representa a parte imaginária de um número complexo

Da equação (A1.8) podemos concluir que

$$c_i(f) = \frac{\beta_i}{\Lambda (j2\pi f + \lambda_i)} n(f) \quad (A1.9)$$

e substituindo esse resultado em (A1.7) obtemos

$$\left\{ j2\pi f + \alpha - \frac{1}{\Lambda} \sum_i \frac{\lambda_i \beta_i}{j2\pi f + \lambda_i} \right\} n(f) = S(f) \quad (A1.10)$$

onde  $\alpha = \frac{\beta - \rho}{\Lambda}$

Utilizando a definição de função de transferência apresentada

no Capítulo 3, chegamos a

$$G(f) = \frac{n(f)}{S(f)} = \left\{ j2\pi f - \frac{\bar{\rho}}{\Lambda} + \frac{1}{\Lambda} \sum_i \left[ \beta_i - \frac{\lambda_i \beta_i}{j2\pi f + \lambda_i} \right] \right\}^{-1} \quad (\text{A1.11})$$

Se  $f \gg \lambda_i$ , ou seja, se desprezarmos o efeito dos neutrons atrasados, podemos escrever a função de transferência como

$$G(f) = \frac{n(f)}{S(f)} = \frac{1}{j2\pi f + \frac{\beta - \rho}{\Lambda}} \quad (\text{A1.13})$$

ou

$$G(f) = \frac{1}{\alpha + j2\pi f} \quad (\text{A1.14})$$

## APÊNDICE 2

### DEMONSTRAÇÃO DA FÓRMULA DE SCHOTTKY

No Capítulo 4 utilizamos a Fórmula de Schottky para a obtenção da densidade espectral de potência das flutuações apresentadas pela população neutrônica de um reator de potência zero. Neste apêndice vamos demonstrar que a formulação matemática descrita na obtenção da fórmula de Schottky /10/ pode ser aplicada a densidade espectral de potência do sinal de um detector tipo câmara de ionização.

Neste apêndice também será descrita a demonstração, passo a passo, da densidade espectral de potência própria da fonte de ruído em um reator de potência zero /6/.

#### A2.1 - Demonstração da Validade da Fórmula de Schottky para o processo de detecção de uma câmara de ionização

Vamos considerar um detector tipo câmara de ionização que produza um sinal de corrente  $\bar{I}$  devido ao processo de detecção de neutrons. Seja  $N$  o número médio de detecções produzidas pela câmara por unidade de tempo e  $\bar{q}$  a carga média produzida por detecção. Portanto

$$\bar{I} = N \cdot \bar{q} = [\#/s] \cdot [C] = [C/s] = [A]$$

Considerando a aleatoriedade com que os neutrons atingem o detector, vamos considerar o processo de detecção como "branco" e, portanto, podemos escrever que

$$I(t) = \int_0^T q_i \cdot \delta(t-t_i) dt \quad (A2.1)$$

onde  $T$  é o tempo de observação e  $q_i$  é a carga produzida em cada instante  $t_i$ . Desse modo, temos que

$$\bar{q} = \frac{1}{N.T} \sum_{i=1}^{NT} q_i \quad (\text{A2.2})$$

$$\sum_{i=1}^{NT} q_i = N.T.\bar{q} = I.T \quad (\text{A2.3})$$

A função autocorrelação do sinal branco de corrente é determinado a partir de

$$\phi_{II}(\tau) = \frac{1}{T} \int_{-T/2}^{T/2} I(t).I(t-\tau).dt \quad (\text{A2.5})$$

logo,

$$\phi_{II}(\tau) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{NT} \sum_{j=1}^{NT} q_i . q_j \delta(t_i - t_j - \tau) \quad (\text{A2.6})$$

A densidade espectral de potência própria é obtida tomando-se a Transformada de Fourier da função autocorrelação definida como

$$\phi_{II}(f) = \int_{-\infty}^{\infty} \phi_{II}(\tau).e^{-i2\pi f\tau}.d\tau \quad (\text{A2.8})$$

Logo, a densidade espectral de potência própria do sinal de corrente de uma câmara de ionização é dada por

$$\phi_{II}(f) = \frac{1}{T} \sum_{i=1}^{NT} q_i^2 \quad (\text{A2.9})$$

Definindo

$$\overline{q^2} = \frac{1}{N.T} \sum_{i=1}^{NT} q_i^2 \quad (\text{A2.10})$$

podemos reescrever a equação (2.9) como

$$\phi_{II}(f) = N.\overline{q^2} \quad (\text{A2.11})$$

ou seja, a densidade espectral de potência do sinal de corrente de um detector tipo câmara de ionização é independente da frequência do sinal.

Deve-se notar que a densidade espectral foi calculada considerando que o intervalo de tempo  $\tau$  variando de  $-\infty$  a  $\infty$ , e,

portanto, ela é válida no domínio de frequência de  $-\infty$  a  $\infty$ . Entretanto, na prática só é possível a medida de densidade espectral de potência no intervalo de frequências positivas. Para tornar consistente o modelo matemático com as medidas a serem realizadas com os detectores torna-se necessário utilizarmos a definição da função densidade espectral de potência "double-sided"/32,34/.

A densidade espectral de potência "double-sided" é definida como:

$$G(f) = \begin{cases} 0 & \text{para } f < 0 \\ \phi(f) & \text{para } f = 0 \\ 2 \cdot \phi(f) & \text{para } f > 0 \end{cases} \quad (\text{A2.12})$$

Desse modo, a densidade espectral de potência própria de um sinal de corrente fornecido por um detector tipo câmara de ionização obtida experimentalmente com o auxílio de um analisador Fourier é dada por

$$\phi_{II}(f) = 2 \cdot N \cdot \overline{q^2} \quad (\text{A2.13})$$

#### A2.2 - Densidade Espectral de Potência para a fonte de ruído de um reator de potência zero

A teoria desenvolvida neste item se baseia no modelo de cinética pontual e como comentado no Capítulo 4 assume-se que a fonte de ruído é branca, tornando, desse modo, necessário desconsiderar a contribuição dos neutrons atrasados para as flutuações da população neutrônica. Entretanto, na prática, a discrepância introduzida por essa aproximação apresenta-se em termos da ordem de  $\beta$  vezes menor que o resultado final /36/.

A Tabela 4.1 apresenta as reações que contribuem para a fonte de ruído. Somente as reações de absorção não produtiva (captura e fuga) e fissão são consideradas. A condição de criticalidade

$$\frac{\bar{\nu} \cdot P}{\Lambda + P} = 1 \quad (\text{A2.14})$$

onde  $\bar{\nu}$  é o número médio de neutrons produzidos por fissão e a probabilidade  $p_\nu$  de que  $\nu$  neutrons sejam liberados no processos de fissão deve estar sujeita as seguintes condições:

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} p_\nu = 1 \quad (\text{A2.15})$$

$$\sum_{\nu=0}^{\infty} \nu \cdot p_\nu = (1 - \beta) \cdot \bar{\nu} \approx \bar{\nu} \quad (\text{A2.16})$$

Substituindo os valores apresentados na Tabela 4.1 na fórmula de Schottky (equação (4.13)), obteremos a densidade espectral de potência própria como

$$\phi_{SS}(f) = 2 \cdot \frac{N}{\Lambda \cdot (\Lambda + P)} \left[ \Lambda + P \cdot \sum_{\nu=1}^{\infty} (\nu - 1)^2 p_\nu \right] \quad (\text{A2.17})$$

e aplicando as condições (A2.8), (A2.9) e (A2.10) obtem-se

$$\phi_{SS}(f) = 2 \cdot \frac{N}{\Lambda} \frac{\overline{\nu^2} - \bar{\nu}}{\bar{\nu}} \quad (\text{A2.18})$$

onde  $\overline{\nu^2} = \sum_{\nu=1}^{\infty} \nu^2 \cdot p_\nu$ .

### APÊNDICE 3

#### TEORIA DOS PROCESSOS ESTOCASTICOS

Neste apêndice, vamos mostrar, a título de ilustração, a técnica desenvolvida por Pacilio /20,21,22/ utilizando a teoria de processos estocásticos aplicada aos fenômenos que ocorrem num reator nuclear. Para isso, inicialmente vamos considerar somente os neutrons prontos, e por simplicidade, desprezaremos a dependência energética e espacial da população neutrônica.

As flutuações da população neutrônica,  $P(n,t)$ , devido ao processo de fissão difere de um problema de nascimento e morte (processo de Poisson) apenas pelo fato que precisamos definir  $p(n)$  do seguinte modo:

$p(n)$  = probabilidade que  $n$  neutrons prontos sejam produzidos num único processo de fissão

Vamos considerar também a presença de uma fonte emitindo  $q$  neutrons por segundo no reator, e vamos definir

$$\begin{aligned} \tau_f &= \text{tempo de vida médio} \\ &\text{de um neutron para fissão} = \frac{1}{v\Sigma_f} = \frac{1}{\lambda_f} \end{aligned} \quad (\text{A3.1})$$

$$\begin{aligned} \tau_c &= \text{tempo de vida médio} \\ &\text{de um neutron para captura} = \frac{1}{v\Sigma_c} = \frac{1}{\lambda_c} \end{aligned} \quad (\text{A3.2})$$

ou seja,  $\lambda_f$  é a probabilidade por unidade de tempo que um neutron induza fissão e  $\lambda_c$  é a probabilidade por unidade de tempo de que um neutron sofra um processo de captura.

A partir dessas considerações, podemos escrever a equação de balanço de probabilidade para  $P(n,t)$ , conhecida como equação de Kolmogorov progressiva, do modo como segue:

$$\begin{aligned}
 \underbrace{P(n, t + \Delta t)}_x &= \underbrace{P(n-1, t) \cdot q \cdot \Delta t}_x + \underbrace{P(n+1, t) \cdot (n+1) \cdot \lambda_c \cdot \Delta t}_x + \\
 \text{probabilidade} & \quad \text{probabilidade} & \quad \text{probabilidade} & \quad \text{que} \\
 \text{que exista } n & \text{ que existem } (n-1) & \text{ existam } (n+1) & \text{neutrons} \\
 \text{neutrons em} & \text{neutrons em } t & \text{e ocorra uma absorção} & \\
 t + \Delta t & \text{e ocorra um emissão} & \text{em } \Delta t. & \\
 & \text{da fonte} & & \\
 & & & \\
 + & \underbrace{\sum_{\nu} P(n+1-\nu, t) \cdot p(\nu) \cdot (n+1-\nu) \cdot \lambda_f \cdot \Delta t}_x + \\
 & \text{probabilidade que em } t \text{ existam } (n+1-\nu) & & \\
 & \text{neutrons e ocorra uma fissão em } \Delta t & & \\
 & \text{liberando } \nu \text{ neutrons} & & \\
 & & & \\
 + & \underbrace{P(n, t) \left\{ 1 - q \cdot \Delta t - n \cdot (\lambda_c + \lambda_f) \cdot \Delta t \right\}}_x & & \text{(A3.3)} \\
 & \text{probabilidade que existam } n \text{ neutrons} & & \\
 & \text{em } t \text{ e que nenhum neutron seja produzido} & & \\
 & \text{ou absorvido em } \Delta t \text{ no sistema} & &
 \end{aligned}$$

onde  $n$  representa o número de neutrons do sistema.

Assim como no processo de nascimento e morte, devemos considerar  $\Delta t$  tal que seja pequeno suficiente para que somente um evento ocorra durante esse intervalo, mas grande o suficiente para que pelo menos um neutron possa ser emitido pela fonte.

Forçando  $\Delta t \rightarrow 0$ , e tomando o limite da equação (A3.3) obtemos

$$\begin{aligned}
 \frac{d}{dt} P(n, t) &= q \cdot \{ P(n-1, t) - P(n, t) \} + \lambda_c \cdot P(n+1, t) - \\
 & \quad - (\lambda_c + \lambda_f) \cdot n \cdot P(n, t) + \lambda_f \cdot \sum_{\nu} p(\nu) \cdot (n+1-\nu) \cdot P(n+1-\nu, t)
 \end{aligned} \tag{A3.4}$$

Multiplicando a equação (A3.4) por  $x^n$  e utilizando a definição de função geratriz de probabilidade dada por

$$F(x,t) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n P(n,t) \quad (A3.5)$$

$$f(x) = \sum_{n=0}^{\infty} x^n p(\nu) \quad (A3.6)$$

obtemos, após alguma manipulação algébrica:

$$\begin{aligned} \frac{\delta}{\delta t} F(x,t) = (x-1) \cdot q \cdot F(x,t) + \\ + \left\{ \lambda_c \cdot (1-x) + \lambda_r \cdot (f(x)-x) \right\} \frac{\delta}{\delta t} F(x,t) \end{aligned} \quad (A3.7)$$

A principal vantagem da equação (A3.7) está no fato de podermos calcular os momentos de interesse a partir de  $F(x,t)$ . Por exemplo, podemos escrever:

$$\bar{N}(t) = \left. \frac{\delta F}{\delta x} \right|_{x=1} \quad (A3.8)$$

ou

$$\bar{N}^2(t) = \bar{N}(t) + \left. \frac{\delta^2 F}{\delta x^2} \right|_{x=1} \quad (A3.9)$$

Momentos de ordem superior podem ser obtidos de maneira análoga. Desse modo se for possível obter a função geratriz  $F(x,t)$  de um reator nuclear, poderemos estudar as flutuações na população neutrônica,  $n$ , sem a necessidade de obter uma expressão explícita para  $P(n,t)$ .

Uma grande quantidade de informações podem ser obtidas através da diferenciação direta da equação (A3.7). Por exemplo, a diferenciação da equação (A3.7) com relação a  $x$  fornece, após alguma manipulação matemática,

$$\frac{d}{dt} N(t) = \left\{ \lambda_f \cdot (\bar{\nu}-1) - \lambda_c \right\} N(t) + q$$

(A3.10)

$$= (\bar{\nu} \cdot \lambda_f - \lambda_c) \cdot N(t) + q$$

que é a equação de cinética pontual, sem levar em consideração a contribuição dos neutrons atrasados.

A teoria descrita até este momento foi deliberadamente simplificada. A simplificação mais importante foi a desconsideração da contribuição dos neutrons atrasados. Além disso, também deve-se levar em consideração a influência que um detector produzirá no sistema. Dessa maneira, a função probabilidade seria necessariamente descrita por

$$P(n, C_1, C_2, \dots, C_j, x, t)$$

que é a probabilidade que no instante  $t$  existam  $n$  neutrons,  $C$  precursores de neutrons atrasados com constante de decaimento  $\lambda$ , etc..., e  $x$  neutrons tenham sido contados pelo detector. A função geratriz de probabilidade é definida como

$$F(x, y_1, y_2, \dots, y_j, z, t) =$$

$$\sum_n \sum_{C_1} \sum_{C_2} \dots \sum_{C_j} \sum_x x^n \cdot y_1^{C_1} \cdot y_2^{C_2} \dots y_j^{C_j} \cdot z^x \cdot P(n, C_1, C_2, \dots, C_j, x, t) \quad (A3.11)$$

Considerando as seguintes definições:

$$\lambda_d = \text{taxa de detecção por unidade de tempo} = \epsilon \cdot \lambda_f \quad (A3.12)$$

onde  $\epsilon$  é a eficiência do detector;

$$p(\nu, m_1, m_2, \dots, m_j) = \text{probabilidade de que } \nu \text{ neutrons sejam formados por fissão juntamente com } m \text{ precursores do tipo 1, etc...} \quad (A3.13)$$

podemos escrever a equação de balanço de probabilidade como:

$$\begin{aligned}
P(n, C_1, C_2, \dots, C_j, x, t + \Delta t) &= \\
&= P(n-1, C_1, C_2, \dots, C_j, x, t) \cdot q \cdot \Delta t + \\
&\quad + P(n+1, C_1, C_2, \dots, C_j, x, t) \cdot (n+1) \cdot \lambda_c \cdot \Delta t + \\
&\quad + P(n+1, C_1, C_2, \dots, C_j, x-1, t) \cdot (n+1) \cdot \lambda_d \cdot \Delta t + \\
&\quad + P(n+1, C_1, C_2, \dots, C_j, x-1, t) \cdot (n+1) \cdot \lambda_d \cdot \Delta t + \\
&+ \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} \dots \sum_{m_j=0}^{\infty} P(n+1-\nu, C_1 - m_1, \dots, C_j - m_j, x, t) \\
&\quad \cdot (n+1-\nu) \cdot \lambda_f \cdot P(n, m_1, \dots, m_j) \cdot \Delta t + \\
&+ P(n+1, C_1, C_2, \dots, C_j, x-1, t) \cdot \left\{ 1 - q \cdot \Delta t - \right. \\
&\quad \left. - (\lambda_f + \lambda_c + \lambda_d) \cdot n \cdot \Delta t - \sum_{i=1}^j \lambda_i \cdot C_i \cdot \Delta t \right\} \quad (A3.14)
\end{aligned}$$

As idéias básicas da formulação são as mesmas da equação (A3.3), isto é, considera-se as probabilidades independentes e mutuamente exclusivas como num processo de nascimento e morte. Tomando o limite  $\Delta t \rightarrow 0$  e utilizando a definição (A3.11), podemos escrever a equação para a função geratriz de probabilidade como

$$\begin{aligned}
\frac{\delta F}{\delta t} &= (x-1) \cdot q \cdot F + \sum_{i=1}^j (x-y_i) \cdot \lambda_i \cdot \frac{\delta F}{\delta y_i} \\
&+ \left\{ \lambda_c \cdot (1-x) + \lambda_f \left\{ f(x, y_1, y_2, \dots, y_j) - x \right\} + \epsilon \cdot \lambda_f \cdot (z-x) \right\} \frac{\delta F}{\delta x} \quad (A3.15)
\end{aligned}$$

onde

$$f(x, y_1, y_2, \dots, y_j) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m_1=0}^{\infty} \sum_{m_2=0}^{\infty} \dots \sum_{m_j=0}^{\infty} x^n \cdot y_1^{m_1} \cdot \dots \cdot y_j^{m_j} \cdot P(n, m_1, \dots, m_j)$$

A equação (A3.15) é muito complicada e difícil de resolver explicitamente. Do ponto de vista prático, apenas os primeiros

momentos são de interesse e estes podem ser obtidos por diferenciação direta dessa equação.

$$N = \frac{\delta F}{\delta x} \Big|_{x=1} \quad (\text{A3.16})$$

$$\bar{C}_i = \frac{\delta F}{\delta y_i} \Big|_{x=1} \quad (\text{A3.17})$$

onde  $x=1$  indica que todas as variáveis  $x, y_1, y_2, \dots, y_j$  e  $z$  são iguais a unidade.

Diferenciando a equação (A3.15) com relação a  $x$ , obtemos

$$\frac{dN}{dt} = \left\{ \lambda_f \cdot (\bar{\nu} - 1 - \epsilon) - \lambda_c \right\} N + \sum_i \lambda_i \cdot \bar{C}_i + q \quad (\text{A3.18})$$

onde  $\bar{\nu} = \sum \nu \cdot p(\nu, m_1, m_2, \dots, m_j)$  é o número médio de neutrons prontos produzidos por fissão. Definindo o tempo de vida dos neutrons prontos como

$$\Lambda = \frac{1}{\lambda_f + \lambda_c + \epsilon \cdot \lambda_f} \quad (\text{A3.19})$$

podemos reescrever (A3.19) da seguinte maneira:

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\Lambda} \left\{ \frac{\lambda_f \cdot \bar{\nu}}{\lambda_f + \lambda'_c} - 1 \right\} N + \sum_{i=1}^J \lambda_i \cdot \bar{C}_i + q \quad (\text{A3.20})$$

ou melhor,

$$\frac{dN}{dt} = \frac{1}{\Lambda} k \cdot (1 - \beta) \cdot N + \sum_{i=1}^J \lambda_i \cdot \bar{C}_i + q \quad (\text{A3.21})$$

onde  $k \cdot (1 - \beta) = \frac{\lambda_f \cdot \bar{\nu}}{\lambda_f + \lambda'_c}$ ,  $k$  é constante e  $\lambda'_c = \lambda_c + \epsilon \cdot \lambda_f$

De maneira similar, diferenciando-se a equação (A3.13) com relação a  $y_i$ , obtemos

$$\frac{d\bar{C}_i}{dt} = \lambda_f \cdot \bar{\nu}_i \cdot N - \lambda_i \cdot \bar{C}_i \quad i = 1, 2, 3, \dots, J \quad (A3.22)$$

onde  $\bar{\nu}_i = \sum_{m, \nu} m \cdot p(\nu, m_1, m_2, \dots, m_j)$  é o número de átomos precursores produzidos por fissão, ou seja,

$$\bar{\nu}_i = \frac{\beta \cdot \bar{\nu}}{(1 - \beta)} \quad (A3.23)$$

Utilizando a equação (A3.23) e a definição da constante  $k$  apresentada acima, obtemos

$$\frac{d\bar{C}_i}{dt} = \frac{\beta_i \cdot k}{\Lambda} N - \lambda_i \cdot \bar{C}_i \quad (A3.24)$$

As equações (A3.21) e (A3.24) são idênticas as equações de cinética pontual obtidas, no Capítulo 2, a partir da equação de difusão.

A razão de detecção média é obtida diferenciando-se a equação (A3.15) com relação a  $z$ ,

$$\frac{d\bar{z}}{dt} = \epsilon \cdot \lambda_f \cdot N \quad (A3.25)$$

As flutuações em torno desses valores médios podem ser estudadas, tomando-se a segunda derivada com relação a uma das variáveis da equação (A3.15) e o quadrado da primeira derivada com relação a mesma variável dessa mesma equação. Desse modo, obtemos quando realizamos essas operações com relação as variáveis  $x$  e  $z$ , respectivamente,

$$\frac{d\overline{\mu}_{nn}(t)}{dt} = 2 \cdot \overline{\mu}_{nn}(t) \cdot \left\{ \lambda_f \cdot (\overline{\nu}-1-\epsilon) - \lambda_c \right\} + \lambda_f \cdot \overline{\nu} \cdot (\overline{\nu}-1) \cdot N + 2 \sum_{i=1}^J \lambda_i \cdot \overline{\mu}_{nc_i}(t) \quad (\text{A3.26})$$

$$\frac{d\overline{\mu}_{nn}(t)}{dt} = 2 \cdot \epsilon \cdot \lambda_f \cdot \overline{\mu}_{nc}(t) \quad (\text{A3.27})$$

onde definimos

$$\overline{\mu}_{nn} = \overline{N^2} - \overline{N}^2 - \overline{N} = \sigma_n^2 - \overline{N} \quad (\text{A3.28})$$

$$\overline{\mu}_{zz} = \overline{z^2} - \overline{z}^2 - \overline{z} = \sigma_z^2 - \overline{z} \quad (\text{A3.29})$$

$$\overline{\mu}_{nc_i} = \overline{(N - \overline{N}) \cdot (C_i - \overline{C}_i)} = \overline{NC_i} - \overline{N} \cdot \overline{C}_i \quad (\text{A3.30})$$

e assim por diante.

Equações para  $\overline{\mu}_{c_i c_j}(t)$ ,  $\overline{\mu}_{zz}(t)$ ,  $\overline{\mu}_{nz}(t)$ ,  $\overline{\mu}_{nc_i}(t)$ , podem ser obtidas para formar um conjunto completo de 44 equações diferenciais de 1ª ordem (assumindo 6 grupos de precursores de neutrons atrasados).

A teoria apresentada resumidamente neste Apêndice, com algumas pequenas modificações, é capaz de explicar e predizer grande parte dos resultados experimentais obtidos através da análise das flutuações da população neutrônica de reatores de potência zero. Dentre elas podemos citar o experimento de  $\alpha$ -Rossi e o experimento da razão média-variancia de Feynmann.

A obtenção das funções autocorrelação e correlação cruzada, a partir da técnica de balanço de probabilidade, não se dá de modo claro e imediato. No entanto, foi demonstrado por Pluta /25/ que conhecendo a variancia

$$\sigma_z^2 = \overline{x^2} - \bar{x}^2 \quad (\text{A3.31})$$

De-se obter a função autocorrelação a partir da expressão

$$\phi_{nn}(\tau) = \frac{1}{2} \frac{d^2 \sigma^2(\tau)}{d\tau^2} \quad (\text{A3.32})$$

Utilizando as equações (A3.25) e (A3.27) e após alguma manipulação algébrica, encontramos

$$\phi_{nn}(\tau) = \epsilon \cdot \lambda_r \cdot N \cdot \left\{ \sum_i \frac{1}{2} \cdot Y_i \cdot \alpha_i \cdot e^{-\alpha_i |\tau|} + \delta(\tau) \right\} \quad (\text{A3.33})$$

de

$$Y_i = \frac{2 \cdot \epsilon \cdot \lambda_r}{N} \left\{ \frac{\overline{\mu_{nn}} + N + \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j \cdot (N \cdot \overline{\nu_j} + \overline{\mu_{ncj}})}{\lambda_j - \alpha_i}}{\alpha_i \left\{ 1 + \lambda_r \cdot \sum_{j=1}^J \frac{\lambda_j \cdot \overline{\nu_j}}{(\lambda_j - \alpha_i)^2} \right\}} \right\} \quad (\text{A3.34})$$

$\alpha_i$  são as raízes da equação inhour

$$\rho(s) = \frac{\Lambda}{k} s + s \sum_{j=1}^J \frac{\beta_j}{s + \lambda_j} \quad (\text{A3.35})$$

A densidade espectral de potência própria é obtida através da transformada de Fourier da função autocorrelação, então escrevemos

$$\Phi_{nn}(f) = \epsilon \cdot \lambda_r \cdot N \cdot \left\{ 1 + \frac{\sum_i Y_i \cdot \alpha_i}{\alpha_i^2 + (2\pi f)^2} \right\} \quad (\text{A3.36})$$

## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Albrechet, R. W., The measurement of dynamic Nuclear Reactor parameters using the variance of the number of neutrons detected, Nucl. Sci. and Eng., 14, 1962.
2. Bendat, J. S. e Biersol, A. G., Random Data: analysis and measurements procedures. New York, John Willey and Sons Inc., 1971.
3. Bennett, E. F., The Rice Formulation of Pile Noise, Nucl. Sci. Eng., 8:53-61, 1960.
4. Bitelli, U. D., Silva, A. A., Coelho, P. R. P., Yamaguchi, M., Calibração de Potência do Reator IPEN-MB01. Relatório Interno - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 1989.
5. Cohn, C. E., Determination of Reactor Kinetic Parameters by Pile Noise Analysis, Nucl. Sci. and Eng., 5:331-335, 1959.
6. Cohn, C. E., A simplified theory of Pile Noise, Nucl. Sci. and Eng., 7:472, 1960.
7. Dragt, J. B., Accurate Reactor Noise measurements in a Low Power Critical Reactor, Nukleonic, 4, 1966.
8. Fermi, E., Feynman, R. P., Hoffman, F. de, Theory of the criticality of the water boiler and the determination of the number of delayed neutrons, USAEC Report MDDC-383(LADC-269). Los Alamos Scientific Laboratory, 1944.

9. Ferreira, P. S. B., Silva, A. A., Medida do parâmetro  $\beta/\Lambda$  por análise de ruído no reator IPEN-MB01. Relatório Interno - Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, São Paulo, 1990.
10. Goldman, S., Frequency Analysis, Modulation and Noise. New York, Mc Graw Hill Book Company, Inc., 1948.
11. Gotoh, S., Transfer Function measurement of ionization chambers with the use of uncorrelated Reactor Noise, J. of Nucl. Sci. and Tech., 3[9], 1966.
12. Henry, A. F., Nuclear Reactor Analysis. The Massachusetts Institute of Technology Press, 1975.
13. Martins, F. R., Moreira, J. M. L. e Yamaguchi, M., Interpretation of noise experiments with point kinetics, Proceedings of the International Conference on the Physics of Reactors: Operation, Design and Computation. Marseille, França. 1990.
14. Moore, M. N., The determination of Reactor Transfer Functions from measurements at Steady Operation, Nucl. Sci. and Eng., 3:387-394, 1958.
15. Moore, M. N., The Power Noise Transfer Function of a Reactor, Nucl. Sci. and Eng., 6:448-452, 1959.
16. Nascimento, J. A. do, Aplicação de técnica de reconhecimento padrão a sinais aleatórios para monitoração automática de sistemas dinâmicos com ênfase em reatores nucleares. São Paulo, 1981. (Dissertação de mestrado, IPEN-CNEN/SP).

17. Nomura, T., Reactivity measurements by reactor noise analysis using two detector correlation method, Nucl. Sci. and Eng., 3:14-19, 1966.
18. Oliveira, J. M. C., Os métodos de correlação no estudo dos Reatores Nucleares, Publicações do Laboratório de Física e Engenharia Nucleares. Notas Internas, 1976.
19. Osborn, R. K., A question regarding the interpretation of Spectral Density measurements in Nuclear Reactor, Fluctuation and Die-away phenomena.
20. Pacilio, N., Jorio, V. M., Norelli, P., Mosiello, R., Colombino, A. e Zingoni, E., Toward a unified theory of Reactor Neutron Noise Analysis Techniques, Annals of Nucl. Energy, 3, 1976.
21. Pacilio, N., Ciofalo, M., Cirillo, M., Conversano, R., Magri, L., Napolitano, C., Trozzi, C., Vaccaro, R. e Violante, V., Bartlett formalism generating functions, and Z-transforms in fluctuation and noise theory, Annals of Nucl. Energy, 10, 1983.
22. Pacilio, N., Ciofalo, M., Cirillo, M., Conversano, R., Magri, L., Napolitano, C., Trozzi, C., Vaccaro, R. e Violante, V., Statistical Physics: some basic principles of fluctuation and noise theory, Annals of Nucl. Energy, 10[6], 1983.
23. Pál, L., On the theory of stochastic processes in Nuclear Reactors, Nuovo Cimento, 1958.
24. Pál, L., Statistical fluctuations of Neutron Multiplication, Proceedings of Second United Nations International Conference on the Peaceful Uses of Atomic Energy, vol. 16, pag 687, Geneva, 1958. United Nations, New York, 1959.

25. Pluxa, P. R., An analysis of fluctuations in a boiling water reactor by methods of stochastic processes, APED-4071, 1962.
26. Sheff, J. R. e Albrecht, R. W., The space dependence of Reactor Noise, Nucl. Sci. Eng., 24(3) e 26(2), 1966.
27. Simões, G. P., Medidas e Análises de Ruído Neutrônico do Reator de Pesquisa tipo piscina, do Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares. São Paulo, 1979. (Dissertação de mestrado, IPEN/CNEN-SP)
28. Stegemann, D. e Borgwaldt, H., A common theory for neutronic noise analysis experiments in nuclear reactors, Nukleonic, Bd. 7.
29. Stegemann, D. e Seifritz, W., Comments on the comparison between Cross and Autospectral Density measurements in Nuclear Reactors, Nukleonic, 3, 1967.
30. Stegemann, D. e Seifritz, W., Reactor-Noise Analysis, Institut für Kerntechnik, Technische Universität Hannover, Federal Republic of Germany. Publicação interna.
31. Suzuki, E., A method for measuring absolute Reactor power through neutron fluctuation, J. of Nucl. Sci. and Tech., 3[3], 1966.
32. Thie, J. A., Reactor Noise. New York, Rowman and Littlefield Inc., 1963.
33. Uhrig, R. E. e Badgley, R. W., Power Spectral Density measurements in a subcritical Nuclear Reactor, Nucl. Sci. and Eng., 19, 1964.
34. Uhrig, R. E., Random Noise Techniques in Nuclear Reactor Systems. New York, The Ronald Press Company, 1970.
35. Watson, F. V., On the connection between the neutronic and

detection process, Atomkernergie (ATKE), 24, 1974.

36. Williams, M. M. R., Random Processes in Nuclear Reactors. New York, Pergamon Press, 1974.

37. Zolotukhin, V. G., e Molginer, A. I., Measuring the characteristics of kinetics of a reactor by statistical p-method, At. Energy (USSR), 10(4):377-379, 1961.

38. Uitert, G. C., Kleiss, E. B. J., Dam, H. Van, Vildhuis, D., Determination of noises soucer and space dependent reactor transfer functions from measured output signals only, SMORN III - third : Specialists meeting on reactor noise, Japan, 1981.

39. Kozma, R., Mesko, L., Katona, T., Studies of stochastic theory of coupled reactor kinetic-termohidraulic systems, KFKI, 1983.

40. Akcasu, A. Z., Stolle, A., Comments on the noise equivalent source in the Langevin technique, Ann. Nucl. Energy, 1989, v.16(10) p.493-508.

41. Mingchang, Z., Review of the 5<sup>th</sup>specialists meeting on reactor noise, Nucl. Power Eng., 1989, v.10(3) p.30-32.

42. Two detector cross correlation noise technique and its application in measuring reactor kinetic parameters, Chin. J. Nucl. Sci. Eng., 1988, v.4(3) p.252-259.