

GERSON MARINUCCI

DESENVOLVIMENTO DE NUCLEO ALVEOLAR (COLMEIA)
NAO-PLANO APLICADO A ESTRUTURAS SANDUICHE

Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia.

São Paulo
1992

GERSON MARINUCCI

DESENVOLVIMENTO DE NÚCLEO ALVEOLAR (COLMEIA)
NAO-PLANO APLICADO A ESTRUTURAS SANDUICHE



Dissertação apresentada à Escola
Politécnica da Universidade de
São Paulo para obtenção do
título de Mestre em Engenharia.

Area de Concentração:
Engenharia Mecânica

Orientador:
Prof. Dr. Cético Taniguchi
Professor Titular do Departamen
to de Engenharia Naval da EPUSP

São Paulo
1992

Aos meus pais, Noemi e José
e minhas irmãs Eliane e
Ninive.

A minha esposa, Mirlusa e
aos meus filhos Mariana
Beatriz e Leonardo Filipe.

AGRADECIMENTOS

Ao Prof. Dr. Célso Taniguchi orientador e amigo que sempre estimulou e apoiou o desenvolvimento desta dissertação.

Ao Prof. Dr. Hazim A. Al-Oureshi pelos ensinamentos e revisões da presente dissertação.

Aos colegas Milton R. Ranzini Neto e Sérgio M. Kodama pela contribuição no desenvolvimento do trabalho.

A Kyosuke Gohara, Edson Ribeiro e Nivaldo Calvejani na preparação dos desenhos.

A Candelária P. Camargo pela ajuda nas pesquisas bibliográficas e recuperação de referências.

A Sanny A.N.C. Nascimento pela dedicação na tarefa de digitação e das diversas revisões, com auxílio de Andréa Eugenio e Lucimar dos Santos.

A COPESP através do seu Presidente Eng. Othon Luiz Pinheiro da Silva, do Chefe de Departamento Eng. Fernando da Costa Magalhães e do Chefe de Divisão Eng. Hamilton Ferreira Gomes de Abreu pelo incentivo e apoio.

Ao Ipen através do seu Superintendente Dr. Spero Penha Morato pelo apoio.

SUMARIO

Lista de tabelas	VIII
Lista de figuras	IX
Simbologia	XIII
Resumo	XV
"Abstract"	XVI
1 APRESENTAÇÃO	1
1.1 Generalidades	1
1.2 Objetivos da Dissertação	6
1.3 Revisão Bibliográfica	7
2 INTRODUÇÃO AOS MATERIAIS COMPOSTOS	11
2.1 Definição de Material Composto	11
2.2 Classificação dos Materiais Compostos	14
2.2.1 Compostos Particulados	16
2.2.2 Compostos Fibrados	17
2.2.2.1 Composto de Camada Única (Lamina)	17
2.2.2.2 Compostos de Multicamadas	19
3 ANÁLISE MICROMECAÂNICA	22
3.1 Densidade do Composto	23
3.2 Propriedades Elásticas na Direção Longitudinal	28
3.3 Propriedades Elásticas na Direção Transversal	31

4	ANÁLISE MACROMECAÂNICA DE UMA LÂMINA ORTOTRÓPICA	35
4.1	Relação Tensão-Deformação	35
4.2	Constantes de Engenharia para Materiais Ortotrópicos	38
4.3	Relação Tensão-Deformação para Materiais Ortotrópicos no estado Plano de Tensão	41
4.4	Relações Tensão-Deformação para Lâminas com Orientações Aleatórias	44
5	ANÁLISE MACROMECAÂNICA DO LAMINADO	51
5.1	Relações Tensão-Deformação	52
5.2	Equações Constitutivas do Laminado	56
5.3	Análises das Tensões e Deformações na Lâmina	64
6	COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DOS MATERIAIS COMPOSTOS TIPO SANDUICHE	68
6.1	Materiais Empregados	70
6.1.1	Madeiras Leves	70
6.1.2	Espumas Plásticas de Poliuretano	72
6.1.3	Espumas de PVC	75
6.1.4	Outras Espumas	76
6.1.5	Estruturas Tipo Colméia (Honeycomb)	77
7	DESENVOLVIMENTO DE COLMEIAS NÃO-PLANAS	80

7.1	Colocaco do Problema	88
7.2	Geometria das Células da Lmnia não-plana	82
7.3	A contra-sela	93
8	CONCLUSÕES E SUGESTÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	105
	REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	107
	BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA	113
	APENDICE A - CRITERIOS DE FALHA	A.1
	APENDICE B - CALCULO ESTRUTURAL DE UM CILINDRO MONOCO QUE	B.1
	APENDICE C - MODOS DE FALHA EM ESTRUTURAS TIPO SANDUICH QUE	C.1

LISTA DE TABELAS

1.1	Propriedades mecânicas de metais e fibras	4
6.1	Características mecânicas de espumas de poliuretano	73
6.2	Comparação das propriedades mecânicas da espuma de poliuretano x madeira balsa	75
B.1	Tensões e deformações médias nas camadas do laminado Direções Principais	B.16
B.2	Camadas a apresentar ruptura pelo critério de Tsai-Hill	B.18
B.3	Camadas a apresentar ruptura pelo critério da Tensão Máxima	B.20

LISTA DE FIGURAS

Fig. 1.1	Esquema Simplificado do Projeto de Lâminas	2
Fig. 1.2	Esquema Simplificado do Projeto do Laminado	3
Fig. 2.1	Classificação dos Materiais Compostos	15
Fig. 2.2	Representação esquemática de uma lâmina unidirecional	18
Fig. 2.3	Representação esquemática de um laminado empregando-se o código "SLC"	21
Fig. 3.1	Representação de um composto unidirecional carregado longitudinalmente	28
Fig. 3.2	Representação de um composto unidirecional carregado transversalmente	31
Fig. 4.1	Representação de uma lâmina com o reforço orientado unidirecionalmente	43
Fig. 4.2	Representação de uma lâmina ortotrópica com os eixos principais orientados de um ângulo θ com relação aos eixos globais	45
Fig. 5.1	Geometria de deformação no plano x - z	53

Fig. 5.2	Forças e momentos de um laminado plano	57
Fig. 5.3	Geometria de um laminado de n camadas	58
Fig. 5.4	Vista explodida de um laminado simétrico de 3 camadas	64
Fig. 6.1	Placa submetida a flexão com carregamento concentrado	68
Fig. 6.2	Distribuição das tensões em uma placa submetida a flexão com carregamento concentrado	69
Fig. 6.3	Corte de uma madeira balsa indicando que as fibras da madeira ficam no sentido da espessura ..	71
Fig. 6.4	Componentes de uma estrutura tipo sanduíche com núcleo tipo colméia	77
Fig. 7.1	Colméia Plana	81
Fig. 7.2	Colméia Não-plana	81
Fig. 7.3	Corte de um cilindro destacando os hexágonos regulares no raio médio	82
Fig. 7.4	Geometria dos Trapézios I e II	83
Fig. 7.5	Vista tridimensional da célula da colméia	84

Fig. 5.2	Forças e momentos de um laminado plano	57
Fig. 5.3	Geometria de um laminado de n camadas	58
Fig. 5.4	Vista explodida de um laminado simétrico de 3 camadas	64
Fig. 6.1	Placa submetida a flexão com carregamento concentrado	68
Fig. 6.2	Distribuição das tensões em uma placa submetida a flexão com carregamento concentrado	69
Fig. 6.3	Corte de uma madeira balsa indicando que as fibras da madeira ficam no sentido da espessura ..	71
Fig. 6.4	Componentes de uma estrutura tipo sanduíche com núcleo tipo colméia	77
Fig. 7.1	Colméia Plana	81
Fig. 7.2	Colméia Não-plana	81
Fig. 7.3	Corte de um cilindro destacando os hexágonos regulares no raio médio	82
Fig. 7.4	Geometria dos Trapézios I e II	83
Fig. 7.5	Vista tridimensional da célula da colméia	84

Fig. 7.6	Hexágonos situados no raio inferior, raio médio e raio superior posicionados em um mesmo plano .	85
Fig. 7.7	Linhas construtivas do trapézio II	89
Fig. 7.8	Representação dos trapézios do raio médio e raio inferior para determinação do parâmetro x	90
Fig. 7.9	Destaque da geometria dos trapézios I e II	91
Fig. 7.10	Arestas do trapézio I	92
Fig. 7.11	Arestas do trapézio II	93
Fig. 7.12	Contra-sela	94
Fig. 7.13	Indicação do raio da contra-sela R	95
	cs	
Fig. 7.14	Exemplo de uma contra-sela real	96
Fig. 7.15	Número de trapézios para o comprimento do cilindro	99
Fig. 7.16	Perspectiva para visualização dos parâmetros necessários a obtenção do número de células no perímetro do cilindro	100
Fig. 7.17	Parâmetros para determinação do número de células no perímetro do cilindro	101

Fig. 7.18 Erro que determina o número de células no perímetro do cilindro	103
A.1 Carregamento uniaxial com ângulo Θ em relação a orientação da fibra	A.3
A.2 Comparação entre os critérios da Tensão Máxima e Tsai-Hill	A.5
B.1 Elemento infinitesimal de um cilindro considerado apenas a ação das cargas N_x , N_Θ , $N_{x\Theta}$	B.4
B.2 Representação das tensões e deformações médias nas camadas do laminado - Direcções Principais	B.17
C.1 Tipos de células para construção de núcleos alveolares	C.3
C.2 Modos de falha de estruturas tipo sanduíche	C.5

S I M B O L O G I A

- C = Comprimento do Cilindro
- h = Distância entre os centróides das faces
- L = Lado do hexágono posicionado no plano médio
- L_e = Lado do trapézio II no diâmetro externo
- L_i = Lado do trapézio II no diâmetro interno
- n = Número de células no perímetro da colméia (no círculo)
- n_p = Número de períodos
- n_t = Número de trapézios
- P = Período
- p_e = Soma das bases dos trapézios I e II no raio externo da contra-sela.
- p_i = Soma das bases dos trapézios I e II no raio interno da contra-sela.
- R = Raio interno do cilindro de "honeycomb"
- R_{cs} = Raio da contra-sela (linha média)

R_i = Raio interno da contra-sela

R_m = Raio médio da colméia

T = Comprimento entre os lados paralelos dos hexágonos no diâmetro interno até a sua linha média.

t_c = Espessura da colméia

t_f = Espessura da placa de face

U = Comprimento entre os lados paralelos dos hexágonos no diâmetro externo até a sua linha média

W = Comprimento entre os lado paralelos dos hexágonos do plano médio até a sua linha média.

LETRA GREGA

α = ângulo que define n

RESUMO

O autor teve necessidade de projetar e fabricar um cilindro que atendesse aos requisitos de baixo peso específico, aliado a elevada resistência mecânica, de modo a suportar alta pressão interna.

Após pesquisa de vários materiais a solução encontrada foi utilizar estruturas tipo Sanduíche com placas de face de Material Composto que são empregadas na indústria aeroespacial e naval e aplicadas em larga escala na forma de painéis. Entretanto, ao tentar executar a tarefa deparou-se com um problema inesperado que foi a difícil conformação desse material (colméia) na forma cilíndrica razão que motivou o desenvolvimento desse trabalho criando assim uma estrutura tipo Sanduíche de modo a possibilitar projetos que atendam aos requisitos citados.

'Abstract'

The author had the need to design and to manufacture a cylinder that fulfilled the requirements of low specific weight allied to high mechanical strength to withstand high internal pressure.

After the research of different kinds of materials the solution found was to use "Sandwich Structures" with face sheets of Composite Material that are used in aerospace and naval/ship building industries in large quantities in the form of sandwich plates (panels). However, he had an unexpected problem when he tried to do the task due to the difficulty of mouldability of this material (honeycomb) in the cylindrical mould, which caused the development of this work creating a sandwich structure that enables projects that can fulfill the requirements mentioned above.

CAPITULO 1 - APRESENTAÇÃO

1.1 Generalidades

Os severos requisitos de desempenho exigidos pelos programas aeroespaciais vêm propiciando o desenvolvimento de novos materiais, bem como de técnicas para fabricação de componentes estruturais. Normalmente elevados valores de resistência e rigidez específicas são procurados, obtendo-se frequentemente soluções através do uso de materiais compostos (Composite Materials) particularmente plásticos termofixos dotados de reforços fibrosos e cujo emprego contribui também na redução do número de elementos componentes e de etapas de fabricação.

Na elaboração de um componente estrutural em material composto procura-se otimizar o aproveitamento das ótimas propriedades mecânicas associadas aos reforços fibrosos. A seleção do reforço leva sempre em conta aspectos que variam desde o custo desses materiais até o desempenho pretendido e a técnica de fabricação empregada.

Quase sempre tais reforços aparecem envoltos num material homogêneo que mantém seu posicionamento relativo e serve como elemento de conformação básica da peça tendo ainda a função de atuar como meio para distribuição das tensões entre os filamentos. Esse material, comumente denominado matriz, tem como exemplos mais usuais os polímeros termofixos

particularmente as resinas poliéster e epoxi sendo, entretanto, crescente a utilização de metais como, por exemplo, o alumínio e o titânio constituindo-se assim as matrizes metálicas [5].

As camadas da peça ou componente assim produzidos são distribuídas ao longo da estrutura segundo orientações pré-determinadas constituindo o que se chama de lâminas, unidades básicas na formação de um componente cuja estrutura global, obtida por um conjunto justaposto de lâminas de materiais e orientações selecionadas pelo projetista, é denominada laminado.

As condições de projeto da lâmina e posteriormente do laminado serão apresentadas nos capítulos subsequentes, entretanto, mostramos os esquemas simplificados dessas condições nas figuras 1 e 2 para que o leitor tenha consciência das etapas envolvidas num projeto de componentes empregando-se Material Composto [19].

PROJETO DE LAMINAS

Dados: Resistência da fibra e da matriz
Propriedades elásticas das mesmas

Obter: Resistência da Lâmina
Propriedades elásticas das mesmas

Figura 1.1 - Esquema Simplificado do Projeto de Lâminas

PROJETO DO LAMINADO

Dados: Carga no Laminado
Propriedades das Lâminas

Obter: Espessura de cada Lâmina
Número de Lâminas
Orientação da mesmas

Figura 1.2 - Esquema Simplificado do Projeto do Laminado

A cadeia de projeto envolvendo material composto inicia-se com o projeto da lâmina, como mostra a figura 1.1. A previsão das constantes elásticas de engenharia (E , G , ν) para uma lâmina a partir das características da fibra e da matriz ainda apresentam problemas nas precisões teóricas quanto à falta de exatidão e de generalidade.

No projeto do laminado, figura 1.2, se consideradas como corretas as características das lâminas não existe o problema de exatidão de forma absoluta, mas sim de custo e sofisticação nas técnicas de otimização principalmente no projeto de estruturas mais complexas.

O desenvolvimento e implementação de técnicas e procedimentos para medição e experimentação sobre o comportamento dos materiais compostos é uma área ainda em aberto. Testes de tração simples, compressão, impacto, estudos de propagação de trincas e à fadiga, flambagem, determinação de tensões e seus vários aspectos são alguns dos procedimentos que apresentam problemas de ordem básica e teórica como

projetos de corpo de prova, suportes e fixação. Somente após conhecidos e manipulados esses procedimentos poderão ser definidos normas, regras e padrões consistentes.

Apresentamos adiante (Tabela 1.1) propriedades típicas de alguns materiais utilizados na formação de compostos incluindo comparações com metais [3].

Tabela 1.1 - Propriedades mecânicas de metais e fibras

Materia Prima	Densidade (ρ) (KM/m^3)	Resist. a Tração (σ) (GPa)	E/ρ Km	Módulo (E) (GPa)	E/ρ (Km)
Aço	76,6	1,00	23	207	2,7
Alumínio	26,3	0,62	24	73	2,8
Berílio	18,2	1,70	93	300	16,5
Titânio	46,1	1,90	41	115	2,5
Fibra de Vidro-E	25,4	3,40	134	72	2,9
Fibra de Vidro-S	24,8	4,00	194	86	3,5
Fibra de Carbono H.N	19,0	2,90	121	277	19,8
Fibra de Carbono H.S	18,0	2,90	156	233	12,9
Kevlar-29	14,0	2,73	195	83	5,9
Kevlar-49	14,0	2,73	195	130	9,3
Boro	26,0	3,50	135	420	16,2
Al_2O_3 (Fibra)	40,0	2,00	50	470	11,7
SiC (Fibra)	34,0	2,30	68	400	14,1

* exceção do valor atribuído ao aço

Quando comparados com os metais os componentes de material composto são resistentes à corrosão, não-magnéticos, não-condutores e apresentam uma excepcional relação resistência/peso. A sua maior desvantagem é a máxima temperatura de serviço que é abaixo de 200^o C para as matrizes orgânicas e 550^o C para as matrizes metálicas. O campo de aplicação é bastante diversificado estando presente em quase todo tipo de atividades na terra, no mar e na área aeroespacial. Como exemplo de aplicações militares temos o envelope do combustível sólido de foguetes, estruturas de satélites, vasos, componentes empregados em mísseis e aviões de combate. De aplicações civis tanques de armazenagem, barcos, tubos, molas helicoidais, chassis de automóveis de competição como, por exemplo, os da McLaren, veículos de transporte urbano e equipamentos para obtenção de energia eólica.

Na fabricação de componentes estruturais feitos de plástico reforçado (fiber reinforced organic matrix composites) cuidados devem ser tomados nos procedimentos de fabricação. A qualidade do componente pode não ser atendida e o custo pode se tornar excessivo se procedimentos inadequados forem empregados. Portanto, o processo de fabricação deve ser selecionado cuidadosamente para garantir que tanto qualidade quanto custo sejam aceitáveis.

1.2 Objetivos da Dissertação

Há aplicações que requerem aumento de rigidez do componente estrutural sem, contudo, aumentar a massa de tal componente de maneira significativa. Tanto incorporando-se nervuras quanto aumentando-se a espessura da peça estes acarretarão aumento do peso específico indo contra o que se deseja que é a diminuição do mesmo.

Para resolver tal problema são construídas peças na qual finas cascas são "coladas" em ambas as faces de um núcleo de material leve constituindo-se o que é chamado de estrutura sanduíche. Madeira, espuma e colméia (honeycomb) são os materiais mais comumente utilizados como núcleo.

Este trabalho fará um estudo sobre colméias não-planas aplicadas a estruturas sanduíche de modo a possibilitar a fabricação de peças cilíndricas, pois a fabricação das mesmas utilizando-se placas planas de "honeycomb" torna a tarefa bastante difícil.

Inclui também a apresentação de ferramentas de cálculo de modo a tornar possível o projeto das placas de face (face sheets) da Estrutura Sanduíche, sobretudo por ser elas responsáveis pela resistência aos esforços de tração e/ou compressão, para conjuntamente com a colméia (núcleo) garantir que a estrutura esteja adequada às solicitações que lhe serão impostas em serviço (veja apêndice C).

1.3 Revisão Bibliográfica

Os trabalhos publicados apresentam uma clara predominância no estudo de estruturas tipo sanduiche na forma plana como destacou Heitz [12], que aborda aspectos práticos para fabricação de componentes. Nessa mesma linha a Hexcel [13] apresenta considerações sobre ambiente (temperatura, flamabilidade, transferência de calor), estrutura (resistência, fadiga, rigidez, desempenho do adesivo) e analisa aspectos econômicos na seleção correta do núcleo, da face e do adesivo. Mostra também materiais que são empregados na fabricação das colméias e dos adesivos, bem como tabelas que fornecem propriedades de vários tipos de colméias. Há algum destaque sobre cálculo e projeto. Sobre esse assunto Mukhopadhyay e Sierakowski [20] analisam uma estrutura sanduiche sob efeitos combinados de cargas mecânicas e higrotérmicas. Kim e Hong [17] empregam o método da energia para análise da flambagem de uma placa simplesmente apoiada sendo as faces da estrutura fabricada segundo a técnica de camadas cruzadas. A análise inclui a deformação das camadas do adesivo e do núcleo devido ao cisalhamento e as deformações transversais do mesmo. Paydar e Libove [22] fazem uma análise das tensões de uma placa que tem variação linear da espessura e Cheng [9] faz um estudo crítico de uma placa de seção transversal trapezoidal submetida a torção, enquanto Gupta e Jain [11] estudaram a vibração axisimétrica de uma placa que também

apresenta variação linear da espessura. Dentro dessa linha de trabalho, Paydar [21] analisa a estabilidade de uma estrutura tipo sanduíche na qual há variação da espessura do núcleo ao longo do comprimento, detendo-se no estudo da flambagem.

Um trabalho mais consistente foi conduzido por Vinson [27] que desenvolve uma solução analítica para análise e projeto, com objetivo de obter o menor peso de um painel sujeito a cargas compressivas uniaxiais no qual emprega-se como núcleo colméias de células hexagonais ou células quadradas. A espessura das faces, do núcleo, da parede da célula, bem como do tamanho da célula são também determinadas analiticamente. Mesma preocupação tiveram Aim e Villefranche [1] que conduziram um estudo de otimização da massa (peso) do tubo central do satélite Intelsat V onde as possibilidades mais imediatas para a fabricação era alumínio 2024, Magnésio e Berílio de massas respectivamente 25,8 Kg; 20,9 Kg e 9,6 Kg. A outra possibilidade era de um cilindro de estrutura sanduíche que apresentava massa de 6,4 Kg.

No estudo da fratura Carlsson, Sendlein e Merry [7] apresentam um novo teste no qual sujeitam a região de colagem entre a face e o núcleo a uma tensão de cisalhamento caracterizando a fratura da interface núcleo/face e Kassapoglou, Jonas e Abbott [16] analisam experimentalmente e analiticamente em um painel o efeito de impacto a baixa velocidade para detectar a influência desse efeito na

resistência à compressão.

A dificuldade maior tem sido encontrar trabalhos sobre fabricação de núcleos tipo colméia. Na utilização de núcleos de espuma Bhat e Wang [4] apresentam as propriedades mecânicas de espumas Rohacell e Ethafam incluindo no trabalho colméias. Com um pouco mais de detalhes Chiao e Borris [10] apresentam um modelo de cura para colméias fabricadas de Nomex e impregnadas com resinas fenólicas que, segundo os autores, reduz o tempo do processo de fabricação de maneira significativa, resultando em núcleos com equivalentes propriedades mecânicas em relação aos que adotam ciclos convencionais de cura.

Ao se examinar a bibliografia, que é apresentada no final deste trabalho, observa-se que há uma extensa literatura publicada à respeito de material composto, quando se encaminha o estudo para laminados sólidos (monocoque). Entretanto quando a análise se detem em estruturas tipo sanduíche o número de livros e artigos publicados é consideravelmente menor. Boa parte desses dedicam-se às placas sendo que em relação às cascas a maioria dos autores apresentam teorias que versam sobre flambagem com poucos trabalhos que mostram estudos mais elaborados sobre flexão, pressão interna, pressão externa, métodos de projeto e análise de tensões. Maiores dificuldades serão encontradas ao se coletar bibliografia para consulta e pesquisa à respeito de

fabricação, pois o disponível faz abordagens bastante primárias e incompletas sobre o assunto. Em relação à fabricação do núcleo alveolar (colméia), a restrição é ainda maior devido ao fato compreensível de tais tecnologias ser acessível apenas aos funcionários das empresas que o produzem.

Salientando o que foi mencionado no parágrafo anterior o leitor observará que no desenvolvimento da técnica que é apresentada no capítulo 7 não haverá menção de bibliografias. Tal fato se deve principalmente ao ineditismo do trabalho que, no entanto, não impede de estarmos prontos para recebermos informações e colaborações sobre o assunto, de modo a podermos aprimorar cada vez mais a técnica proposta.

CAPITULO 2.0 - INTRODUÇÃO AOS MATERIAIS COMPOSTOS

2.1 Definição de Material Composto

O significado do substantivo "composto" em material composto indica que o mesmo apresenta ou é formado por duas partes ou mais. Deste modo, poderíamos então concluir que todo material, tendo dois ou mais materiais distintos ou fases, poderia ser considerado como material composto. Na verdade para ser representativo da definição moderna de "composto" ou "material composto" para aplicações aeroespaciais, náuticas, automotiva e outras áreas técnicas admite-se que as fases constituintes apresentem nítida diferença nas propriedades físicas. Por exemplo, geralmente plásticos contêm pequenas quantidades de cargas, lubrificantes, absorvedores de ultravioleta e outros materiais que por razões comerciais tais como economia e facilidade de processamento são adicionados e não são classificados como compostos. Portanto, na nossa definição material composto é o material que apresenta dois ou mais constituintes quimicamente diferentes que na escala macroscópica mostra uma interface bem definida separando esses elementos constituintes. O material assim obtido pela associação dessas diferentes fases exibem quase sempre melhores qualidades que seus elementos componentes que separadamente não possuem.

Nas aplicações onde se utiliza materiais compostos a(s) fase(s) descontínua(s) é(são) imersa(s) em uma fase contínua. A fase descontínua comumente são os reforços enquanto que a fase contínua é denominada de matriz. É importante salientar que as propriedades dos compostos são fortemente influenciadas pelas propriedades dos elementos constituintes do material, concentração, distribuição da concentração e orientação, bem como pela geometria do filamento tal como forma e tamanho.

A concentração é usualmente medida em termos de massa ou fração volumétrica que é a contribuição de um único elemento em relação às propriedades do composto. Por exemplo, para um determinado projeto podemos precisar de 65% de fibra de carbono ou para outro de 55% de fibra de vidro em fração volumétrica.

A distribuição da concentração é a medida da homogeneidade ou uniformidade que determina quanto um volume representativo do material pode diferir nas propriedades físicas e mecânicas em relação às propriedades médias do material.

A orientação do reforço afeta a isotropia do sistema. Quando o reforço está na forma de partículas com todas dimensões aproximadamente iguais o composto comporta-se como um material isotrópico cujas propriedades são independentes da direção. No caso de processos que empregam

fibras curtas esses reforços não apresentam dimensões iguais umas em relação às outras, contudo, devido à distribuição aleatória que essas fibras apresentam no material podemos apresentar tal composto como tendo um comportamento "quasi-isotrópico". Há, entretanto, processos onde a orientação da fibra faz o material comportar-se anisotropicamente especialmente nos que utilizam fibras contínuas onde a anisotropia pode ser desejada. Portanto, podemos notar que a anisotropia em materiais compostos pode ser "controlada" pelo projeto e fabricação o que acaba sendo uma das grandes vantagens desses materiais frente aos consagrados pela engenharia como aço e alumínio.

Nos trabalhos onde são fabricados peças de material composto as matrizes mais comumente utilizadas são as poliméricas que têm como exemplos epoxi, poliéster, fenólicas, ester-vinílicas, as quais pertencem ao grupo das termofixas. Para matrizes metálicas utiliza-se o alumínio, níquel e titânio sendo este último de aplicação rara. O material de reforço utilizado pelos laboratórios de desenvolvimento e indústrias são: fibra de carbono, fibra de vidro, Kevlar e fibra de boro sendo esta última empregada com matriz metálica. A escolha da matriz a ser empregada no material depende da aplicação final do produto (fibra/matriz). Para utilização do material em baixas temperaturas (até 200 °C) são usadas geralmente resinas

poliméricas como, por exemplo, as epoxies enquanto que as matrizes metálicas são recomendadas em aplicações onde se requer altas temperaturas (até 550^o C).

2.2 Classificação dos Materiais Compostos

A classificação de um material fornece informações ao usuário que são importantes para a aplicação final do mesmo. Aqui, faremos uma apresentação mais genérica para que o leitor possa, ao ter contato com material composto, se posicionar das várias possibilidades de utilização e fabricação de componentes e estruturas empregando-se tal material. A figura 2.1 auxiliará nessa compreensão.

Nos materiais compostos a resistência é bastante influenciada pela geometria do reforço, fato já mencionado anteriormente, de modo que é conveniente fazer essa classificação baseada nesse aspecto. Com respeito a esta classificação lembramos que os particulados apresentam uma natureza não fibrosa e podem ser esféricas, cúbicas, tetragonais ou qualquer outra forma regular ou irregular, mas quase sempre equiaxial. Já a fibra apresenta como característica o fato de possuir um comprimento muito maior quando comparado com as dimensões da seção transversal da mesma e tais compostos recebem a denominação de compostos fibrados.

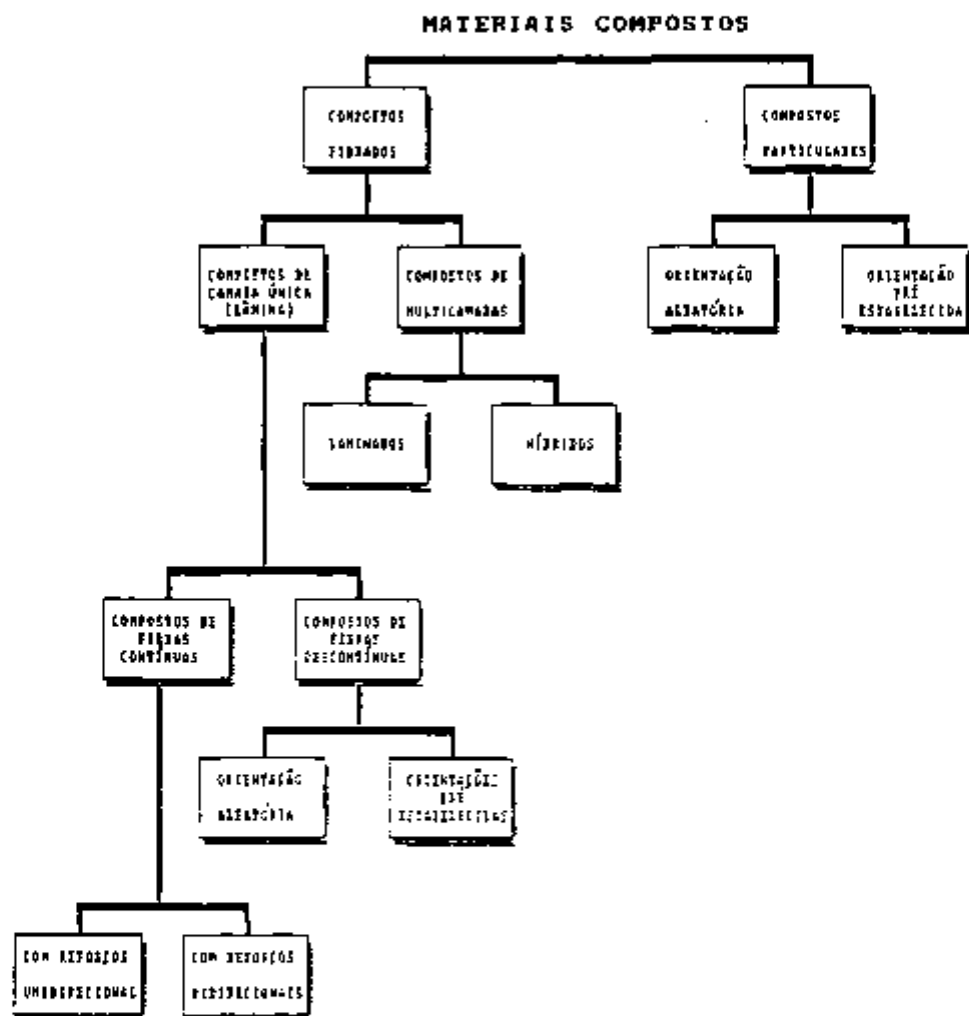


Fig. 2.1 - Classificação dos Materiais Compostos

2.2.1 Compostos Particulados

Os compostos particulados são constituídos por partículas de um ou mais materiais suspensos numa matriz de outro material, podendo ser não-metálicos ou metálicos, nas suas várias possibilidades de combinação. Como exemplo dessas possíveis combinações, citamos o concreto que é um composto não-metálico em não-metálico. Outro exemplo de um composto bastante empregado na tecnologia moderna são as partículas metálicas de alumínio e perclorato oxidante em uma matriz flexível de poliuretano, e portanto não-metálica, que participam na formação dos propelentes sólidos de foguetes. Partículas de chumbo, misturadas a cobre em aço garantem uma melhor usinabilidade deste último que representa mais uma aplicação de compostos particulados só que metálicos em metálicos [15].

A vantagem das partículas nos compostos é o aumento de rigidez apesar de não proporcionar contribuição para o correspondente aumento de resitência. Outro objetivo é a modificação das propriedades da matriz para atender necessidades como melhora das propriedades térmicas e elétricas, aumento da resitência a abrasão e muitas vezes garantir o desempenho do material a temperaturas elevadas.

2.2.2 Compostos Fibrados

2.2.2.1 Compostos de Camada Única (Lâmina)

O leitor, ao deparar com as propriedades mecânicas das fibras como indicado pela tabela 1.1, deve imaginar quão estúpido seria então fabricar peças utilizando para cálculo as propriedades mencionadas. No entanto deve-se lembrar que devido às reduzidas dimensões da seção transversal das fibras elas não são empregadas diretamente para a fabricação de peças e componentes de engenharia. Há necessidade da matriz que apresenta a incumbência de manter as fibras posicionadas de forma adequada ao mesmo tempo que transfere para as mesmas a carga que a peça recebe, bem como criar uma proteção contra ações externas e facilitar o manuseio. A relação entre o volume de fibra e de matriz e o volume da peça estabelece respectivamente as frações volumétricas de fibra e resina.

O termo utilizado "composto de camada única" ou lâmina do inglês, "layer" ou "ply" representa de fato o elemento ou a camada básica em um material reforçado com fibra. A representação de uma lâmina é feita na figura 2.2. Entretanto, a denominação camada única (single layer) pode ser aplicada também a compostos fabricados de várias camadas distintas empregando-se fibras contínuas e que apresentam as mesmas propriedades e orientações. Componentes moldados com

Fibras curtas, embora não apresentando uniformidade na orientação das fibras ao longo da espessura e nem camadas distintas, também são classificados como compostos de camada única. Esse último, ao utilizar fibras curtas, recebe a denominação de compostos reforçados com fibras descontínuas.

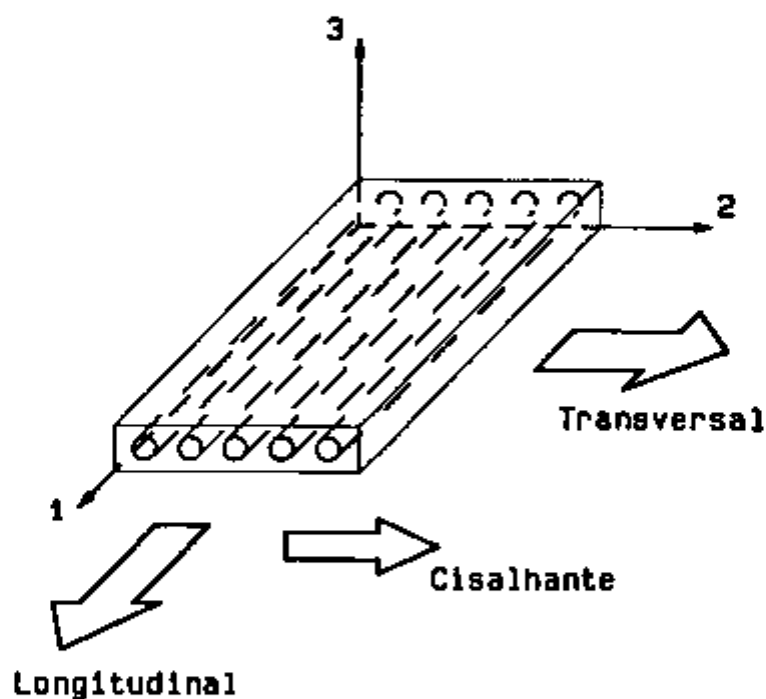


Fig. 2.2 - Representação esquemática de uma lâmina unidirecional

2.2.2.2 Compostos de Multicamadas

Em aplicações estruturais muitas vezes há exigências que obrigam a peça ou o componente a apresentar resistência em determinadas direções, isto é, o composto apresenta várias camadas (lâminas) e estas são, digamos, empilhadas, obedecendo orientações que variam de acordo com o estabelecido para cada projeto. Quando as matérias primas constituintes de cada camada são as mesmas o composto recebe a denominação de laminado, enquanto que quando as camadas apresentam matérias primas diferentes é chamado de híbrido. Um exemplo de composto híbrido seria o de uma peça que apresente a composição de camadas utilizando-se carbono/epoxi e Kevlar/epoxi dispostas em orientações a critério do estabelecido pelos engenheiros de projeto e cálculo.

A vantagem que o composto híbrido oferece vem do fato de se conseguir propriedades que não seriam obtidas em um conjugado onde apenas um tipo de reforço ou eventualmente matriz fosse empregado. Nesse aspecto é importante colocar que os materiais compostos quando projetados recebem uma denominação específica de modo a possibilitar a sua identificação adequada. Como um aço 1020, onde sabemos que o mesmo apresenta 0,2% de carbono ou um alumínio 7075 T6 que indica ser uma liga com cobre, zinco e magnésio no qual foi feito um tratamento térmico de solubilização e envelhecimento

também se faz necessário estabelecer um código para materiais compostos. O SLC (Standard Laminate Code) emprega uma identificação onde os seguintes itens são mostrados:

- orientação de uma camada específica com relação aos eixos de referência;
- número de camadas para cada orientação;
- a sequência de empilhamento para formar o material e
- a indicação do material utilizado em cada camada.

Esses itens são representados esquematicamente na fig 2.3 e os índices "S" e "T" mostram respectivamente que o laminado é simétrico em relação à linha neutra (LN) e que o número de camadas empregadas para formação do material estão totalmente representadas.

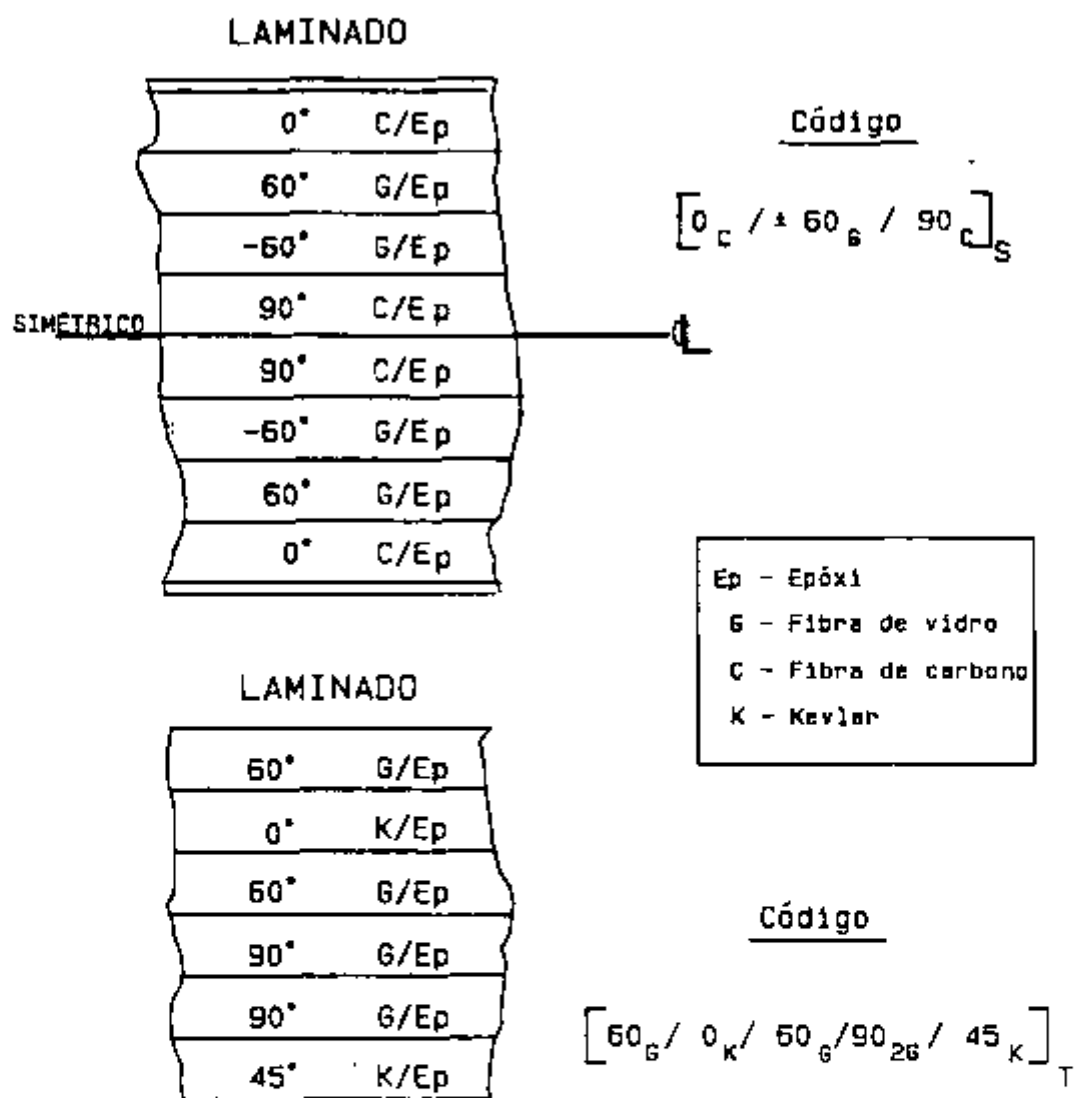


Fig. 2.3 - Representação esquemática de um laminado empregando-se o código "SLC".

CAPITULO 3.0 - ANALISE MICROMECHANICA

Nos capitulos anteriores foi destacado que o material composto é bastante influenciado pelas propriedades das matérias primas que o constitui, pela interação entre as mesmas e sua respectiva distribuição. Assim a resistência e rigidez desejada de um determinado composto pode ser alcançada simplesmente pela variação da quantidade ou porcentagem dessas matérias primas.

Nesta análise, o estudo é dirigido principalmente para os elementos que formam o material, ou seja, as matérias primas que são as fibras e a resina. Pode-se afirmar que as propriedades nas mesmas variam de "ponto" para "ponto" e nesse caso o composto é considerado heterogêneo sendo examinado ou analisado em uma escala microscópica.

O principal objetivo da micromecânica é a determinação das propriedades mecânicas em termos dos elementos constituintes do material, bem como as proporções relativas de reforço e matriz. Para desenvolvimento desse estudo as seguintes hipóteses são geralmente colocadas:

- a lâmina é elástica e livre de tensões internas e térmicas;
- as fibras são uniformes nas propriedades e diâmetro, contínuas, paralelas no composto e regularmente espaçadas;

- a matriz é considerada homogênea, isotrópica e apresenta comportamento linear elástico e
- há uma perfeita ligação entre fibra e matriz bem como ausência de vazios.

3.1 Densidade do Composto

Como já mencionado, um dos fatores mais importantes na determinação das propriedades dos compostos é a proporção relativa de matriz e reforço no material. Essa proporção relativa pode ser fornecida como fração de peso ou fração de volume. A primeira é obtida durante a fabricação da peça como também através dos métodos experimentais onde corpos de prova são retirados após a fabricação. A segunda é de utilidade nas análises teóricas e para tanto deseja-se que uma relação entre frações de peso e volume seja colocada.

Considera-se o volume de uma peça fabricada de material composto como V_c , que contém fibras de mesmo diâmetro de volume V_f , matriz de volume V_m e que inclui volume de vazios V_v com correspondentes massas M_c , M_f e M_m . Os subscritos c , f , m e v denotam composto, fibra, matriz e vazios, respectivamente.

É facilmente aceito que:

$$M_c = M_f + M_m \quad (3.1)$$

e

$$V_c = V_f + V_m + V_v \quad (3.2)$$

As proporções relativas de matriz e fibra que mencionamos há pouco são obtidas através das frações de peso (massa) ou de volume (volumétrica) que podem ser encontradas dividindo respectivamente as equações (3.1) e (3.2) por M_c e V_c . Portanto:

$$1 = \frac{M_f}{M_c} + \frac{M_m}{M_c} \quad (3.3)$$

e

$$1 = \frac{V_f}{V_c} + \frac{V_m}{V_c} + \frac{V_v}{V_c} \quad (3.4)$$

As frações de peso (massa) e volume são definidas como:

$$m_f = \frac{M_f}{M_c}, \quad m_m = \frac{M_m}{M_c} \quad (3.5)$$

e

$$v_f = \frac{V_f}{V_c}, \quad v_m = \frac{V_m}{V_c}, \quad v_v = \frac{V_v}{V_c} \quad (3.6)$$

Assim podemos reescrever (3.3) e (3.4) na forma:

$$m_f + m_m = 1$$

ou (3.7)

$$\frac{\sum m_i}{M_c} = \sum m_i = 1$$

e

$$v_f + v_m + v_v = 1$$

ou (3.8)

$$\frac{\sum v_i}{V_c} = \sum v_i = 1$$

Para se estabelecer as relações de conversão entre as frações de massa e de volume a densidade ρ_c do composto deve ser obtida. Esta pode ser conseguida em termos

da densidade dos elementos constituintes (fibra e matriz) e suas frações de massa e volume. Logo a densidade ρ_c pode ser escrita em função somente das frações de massa e esta advém de (3.1) ou em função somente das frações volumétricas advindo então de (3.2). Logo:

$$\rho_c = \frac{M_c}{V_c} = \frac{1}{\frac{V_c}{M_c}} = \frac{1}{\frac{V_f}{M_c} + \frac{V_m}{M_c} + \frac{V_v}{M_c}}$$

(3.9)

$$\rho_c = \frac{1}{\frac{m_f}{\rho_f} + \frac{m_m}{\rho_m} + \frac{m_v}{\rho_v}}$$

e

$$\rho_c = \frac{M_c}{V_c} = \frac{\rho_f V_f + \rho_m V_m}{V_c}$$

(3.10)

$$\rho_c = \rho_f v_f + \rho_m v_m$$

O valor de v_v chamado de fração de vazios é expresso como:

$$v_v = 1 - (v_f + v_m) \quad (3.11)$$

ou em termos de massa e densidade através de (3.9)

$$v_v = 1 - \left(\frac{m_f}{\rho_f} + \frac{m_m}{\rho_m} \right) \cdot \rho_c \text{ (medido)} \quad (3.12)$$

É importante destacar que a densidade obtida teoricamente é dada por:

$$\rho_{\text{teórico}} = \frac{1}{\frac{m_f}{\rho_f} + \frac{m_m}{\rho_m}} \quad (3.13)$$

o que leva (3.12) também a ser escrita como:

$$v_v = 1 - \frac{\rho_c \text{ (medido)}}{\rho_c \text{ (teórico)}} \quad (3.14)$$

3.2 Propriedades Elásticas na Direção Longitudi- nal

Ressaltando-se mais uma vez as hipóteses colocadas para modelar um composto unidirecional de que as fibras apresentem uniformidade no diâmetro, sejam contínuas e paralelas no composto e que haja perfeita ligação entre a fibra e a matriz. Para este modelo assumimos que as deformações da fibra, matriz e composto na direção longitudinal são iguais [2]. Então:

$$\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m \quad (3.15)$$

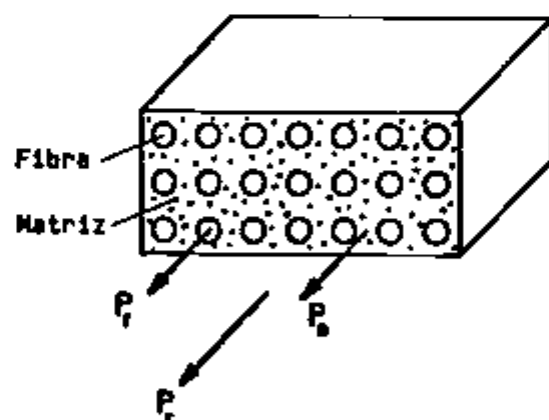


Fig. 3.1 - Representação de um composto unidirecional carregado longitudinalmente.

Como a fibra e matriz apresentam comportamento elástico as tensões pela lei de Hooke são dadas por:

$$\sigma_f = E_f \epsilon_f \quad (3.16)$$

$$\sigma_m = E_m \epsilon_m$$

Essas tensões σ_f e σ_m atuam nas seções transversais A_f e A_m respectivamente e são induzidas pela carga total P_c aplicada paralela às fibras, conforme mostra a figura 3.1, que é a soma da carga P_f que atua nas fibras e da carga P_m que atua na matriz. Portanto

$$P_c = P_f + P_m \quad (3.17)$$

e que

$$P_f = \sigma_f A_f = (E_f \epsilon_f) A_f \quad (3.18)$$

$$P_m = \sigma_m A_m = (E_m \epsilon_m) A_m$$

Colocando (3.18) em (3.17) teremos

$$P_c = \sigma_c A_c = \sigma_f A_f + \sigma_m A_m$$

ou

$$\sigma_c = \sigma_f \frac{A_f}{A_c} + \sigma_m \frac{A_m}{A_c} \quad (3.19)$$

ou ainda

$$\sigma_c = \sigma_f v_f + \sigma_m v_m \quad (3.20)$$

Desde que o composto apresente um comportamento elástico que faça valer a equação $\sigma_c = E_c \epsilon_c$ e lembrando que $\epsilon_c = \epsilon_f = \epsilon_m$ teremos de (3.20)

$$\sigma_c = E_c \epsilon_c = (E_f \epsilon_f) v_f + (E_m \epsilon_m) v_m \quad (3.21)$$

$$E_c = E_f v_f + E_m v_m$$

As equações (3.20) e (3.21) na forma geral podem ser escritas

$$\sigma_c = \sum_{i=1}^n \sigma_i v_i \quad (3.22)$$

$$E_c = \sum_{i=1}^n E_i v_i \quad (3.23)$$

estabelecem o que se costuma chamar de "regra da mistura" indicando que a contribuição da fibra e da matriz em relação às propriedades médias do composto são proporcionais às frações volumétricas.

3,3 Propriedades Elásticas na Direção Transversal

Um modelo matemático que represente as propriedades transversais do composto pode ser construído da mesma maneira do utilizado na passagem anterior considerando as hipóteses já apontadas.

Para representar este modelo assumimos que a tensão nas fibras e matriz é a mesma e esta atua na direção perpendicular às fibras, como mostrado esquematicamente na fig. 3.2. Nessa situação, a elongação do composto (Δt), representada por δ , é a soma das elongações da fibra δ_f^c e da matriz δ_m^c [2]. Assim,

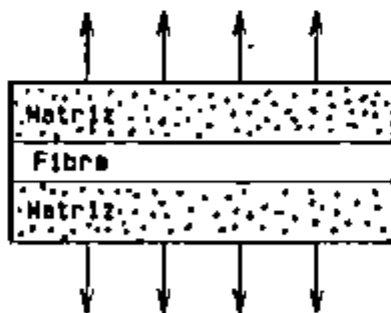


Fig. 3.2 - Representação de um composto unidirecional carregado transversalmente

$$\sigma_c = \sigma_f + \sigma_m \quad (3.24)$$

em termos de deformação teremos

$$\epsilon_c t_c = \epsilon_f t_f + \epsilon_m t_m \quad (3.25)$$

onde t_c é a espessura do composto e t_f , t_m as espessuras da camada de fibra e matriz respectivamente. Desde que as frações volumétricas de fibra e matriz possam ser escritas como

$$v_f = \frac{t_f}{t_c} \quad \text{e} \quad v_m = \frac{t_m}{t_c} \quad (3.26)$$

e substituindo (3.26) em (3.25) obtém-se

$$\epsilon_c = \epsilon_f v_f + \epsilon_m v_m \quad (3.27)$$

Como assumimos que as tensões na fibra e na matriz são iguais podemos colocar as deformações na forma

$$\epsilon_f = \frac{\sigma_c}{E_f} \quad \text{e} \quad \epsilon_m = \frac{\sigma_c}{E_m} \quad (3.28)$$

que substituída em (3.27) fornece

$$\frac{1}{E_c} = \frac{1}{E_f} \nu_f + \frac{1}{E_m} \nu_m \quad (3.29)$$

As equações (3.27) e (3.29) na forma geral podem ser escritas

$$\epsilon_c = \sum_{i=1}^n \epsilon_i \nu_i \quad (3.30)$$

$$E_c = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{E_i} \nu_i} \quad (3.31)$$

O desenvolvimento para obtenção do módulo de elasticidade transversal (G_{12}) e do coeficiente de Poisson não serão apresentados devido ao raciocínio apresentar a mesma lógica, contudo as equações na forma geral que regem essas duas propriedades estão colocadas abaixo (3).

$$G_{12} = \frac{1}{\sum_{i=1}^n \frac{1}{G_i} \nu_i} \quad (3.32)$$

$$V_{12} = \sum_{i=1}^n V_i \cdot v_i \quad (3.33)$$

CAPITULO 4.0 - ANALISE MACROMECHANICA DE UMA LAMINA ORTOTROPICA

Nesse capitulo, a análise em uma lâmina é feita de modo que as tensões nas fibras e na resina não agem nas mesmas individualmente como supunha a micromecânica, ou seja, levando em conta as interações entre os elementos constituintes, mas apresentando um valor médio aparente.

Como mencionado anteriormente, uma peça ou um componente fabricado de material composto é formado pela sobreposição de lâminas que recebe o nome de laminado. As propriedades do mesmo podem ser antecipadas quando se conhece as propriedades das lâminas que o constitui e ainda que o comportamento do laminado é governado pelo comportamento das lâminas individuais. Portanto, para se analisar ou projetar um laminado se requer um completo conhecimento do comportamento da lâmina.

4.1 Relação Tensão-Deformação [3] [15] [28]

A lei de Hooke generalizada mostra que

$$\sigma_{ij} = C_{ijkl} \epsilon_{kl}$$

e

(4.1)

$$\epsilon_{ij} = S_{ijkl} \sigma_{kl}$$

que apresenta uma notação mais conveniente na seguinte forma:

$$\sigma_i = C_{ij} \epsilon_j$$

$$e \tag{4.2}$$

$$\epsilon_i = S_{ij} \sigma_j$$

sendo σ_i, σ_j componentes da tensão; ϵ_j, ϵ_i os componentes da deformação, C_{ij} a matriz de rigidez e S_{ij} a matriz de flexibilidade.

A matriz de rigidez (C_{ij}) e a matriz de flexibilidade (S_{ij}) possuem 36 elementos. De modo geral, entretanto, para materiais anisotrópicos são válidas as relações $C_{ij} = C_{ji}$ e $S_{ij} = S_{ji}$ o que reduz a matriz de 36 para 21 elementos. Como a análise é desenvolvida considerando ortotropia, ou seja, há dois planos de simetria de propriedades no material havendo necessariamente simetria em relação ao terceiro, implica que o número de constantes é reduzido para 9 na matriz. Assim as relações tensão-deformação ficam, respectivamente, na forma:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ C_{21} & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ C_{31} & C_{32} & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ C_{41} & C_{42} & C_{43} & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ C_{51} & C_{52} & C_{53} & C_{54} & C_{55} & C_{56} \\ C_{61} & C_{62} & C_{63} & C_{64} & C_{65} & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4.3)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & C_{14} & C_{15} & C_{16} \\ & C_{22} & C_{23} & C_{24} & C_{25} & C_{26} \\ & & C_{33} & C_{34} & C_{35} & C_{36} \\ & & & C_{44} & C_{45} & C_{46} \\ & & & & C_{55} & C_{56} \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} e_1 \\ e_2 \\ e_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4.4)$$

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_3 \\ \tau_{23} \\ \tau_{31} \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} C_{11} & C_{12} & C_{13} & 0 & 0 & 0 \\ & C_{22} & C_{23} & 0 & 0 & 0 \\ & & C_{33} & 0 & 0 & 0 \\ & & & C_{44} & 0 & 0 \\ & & & & C_{55} & 0 \\ & & & & & C_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \epsilon_3 \\ \gamma_{23} \\ \gamma_{31} \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4.5)$$

onde σ_i, τ_{ij} são tensões normais e de cisalhamento enquanto que ϵ_i, γ_{ij} deformações normais e de cisalhamento respectivamente com $i, j = 1, 2, 3$. Vale lembrar que as mesmas relações podem ser aplicadas de modo a atender $\epsilon_i = S_{ij} \sigma_j$.

4.2 Constantes de Engenharia para Materiais Ortótrópicos

A determinação das constantes de engenharia são obtidas através de ensaios mecânicos e expressas ou determinadas através da relação $\epsilon = S \sigma$ de modo que serão apresentadas como elementos da matriz de flexibilidade. Assim essa matriz em termos das constantes de engenharia é dada por:

$$S = \begin{bmatrix}
 1 & -\nu & -\nu & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 E & E & E & 0 & 0 & 0 \\
 1 & 2 & 3 & & & \\
 -\nu & 1 & -\nu & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 12 & & 32 & & & \\
 \hline
 E & E & E & & & \\
 1 & 2 & 3 & & & \\
 -\nu & -\nu & 1 & 0 & 0 & 0 \\
 \hline
 13 & 23 & & & & \\
 \hline
 E & E & E & & & \\
 1 & 2 & 3 & & & \\
 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 & 0 \\
 & & & 23 & & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} & 0 \\
 & & & & 31 & \\
 0 & 0 & 0 & 0 & 0 & \frac{1}{G} \\
 & & & & & 12
 \end{bmatrix} \quad (4.6)$$

onde E_1 , E_2 e E_3 são os módulos de elasticidade longitudinal ou módulos de Young nas direções 1, 2 e 3; G_{23} , G_{31} e G_{12} os módulos de elasticidade transversal nos planos 2-3, 3-1 e 1-2 respectivamente e o coeficiente de Poisson (ν) que é dado pela relação

$$\nu_{ij} = - \frac{\epsilon_j}{\epsilon_i}$$

A matriz de rigidez [C] é obtida pela inversão da matriz de flexibilidade [S] como pode ser facilmente deduzido da equação (4.2). Os termos C_{ij} não nulos são dados por:

$$C_{11} = \frac{1 - \nu_{23} \nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$C_{12} = \frac{\nu_{21} + \nu_{31} \nu_{23}}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$C_{13} = \frac{\nu_{31} + \nu_{21} \nu_{32}}{E_2 E_3 \Delta}$$

$$C_{22} = \frac{1 - \nu_{13} \nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}$$

(4.7)

$$C_{23} = \frac{\nu_{32} + \nu_{12} \nu_{31}}{E_1 E_3 \Delta}$$

$$C_{33} = \frac{1 - \nu_{12} \nu_{21}}{E_1 E_2}$$

$$C_{44} = G_{23}$$

$$C_{55} = G_{31}$$

$$C_{66} = G_{12}$$

onde

$$\Delta = \frac{1 - \nu_{12} \nu_{21} - \nu_{23} \nu_{32} - \nu_{31} \nu_{13} - 2\nu_{21} \nu_{32} \nu_{13}}{E_1 E_2 E_3} \quad (4.8)$$

e notando-se que $S_{ij} = S_{ji}$ com $i, j = 1, 2, 3$ tem-se de (4.6)

$$\frac{\nu_{ij}}{E_i} = \frac{\nu_{ji}}{E_j} \quad (4.9)$$

4.3 Relação Tensão-Deformação para Materiais Ortotrópicos no estado Plano de Tensão

Para situações onde a espessura do material é bem menor em relação às outras duas dimensões, que aliás é o que

apresenta a maioria dos trabalhos desenvolvidos empregando-se material composto, o estudo é feito para uma lâmina, conforme mostra a figura 4.1, considerando estado plano de tensão ou deformação, segundo as hipóteses colocadas em 4.10, gerando ou

$$\sigma_3 = \tau_{23} = \tau_{31} = 0 \text{ ou } \epsilon_3 = \gamma_{23} = \gamma_{31} = 0 \quad (4.10)$$

reduzindo as matrizes de rigidez e flexibilidade de modo a formar as seguintes relações tensão-deformação:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \\ 0 & 0 & 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix}$$

(4.11)

$$\begin{bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} S_{11} & S_{12} & 0 \\ S_{12} & S_{22} & 0 \\ 0 & 0 & S_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix}$$

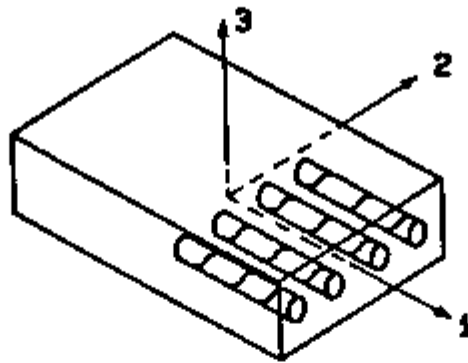


Fig. 4.1 - Representação de uma lâmina com o reforço orientado unidirecionalmente

sendo que os elementos da matriz de rigidez reduzida Q_{ij} são dados como:

$$Q_{11} = \frac{E_1}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{E_1^2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2} \quad (4.12)$$

$$Q_{12} = Q_{21} = \frac{\nu_{12} E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{\nu_{12} E_1 E_2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2}$$

$$Q_{22} = \frac{E_2}{1 - \nu_{12}\nu_{21}} = \frac{E_1 E_2}{E_1 - \nu_{12}^2 E_2}$$

$$Q_{66} = G_{12}$$

Lembrando mais uma vez que

$$\frac{\nu_{12}}{E_1} = \frac{\nu_{21}}{E_2} \quad (4.13)$$

4.4 Relações Tensão-Deformação para Lâminas com Orientações Arbitrárias

Salientamos que um laminado é formado pela justaposição sucessiva de várias lâminas obedecendo orientações pré-estabelecidas. As propriedades mecânicas dessas lâminas quase sempre fornecem valores tomando-se como referência as direções principais das mesmas denominadas de 1-2, conforme indicado pela figura 4.2. Assim ao definir-se um sistema global x-y para o laminado teremos as várias lâminas formando um ângulo θ com as direções principais 1-2 tornando interessante, assim, conhecer as propriedades da lâmina nesse sistema de modo a obter-se as propriedades do laminado.

A relação que expressa as tensões nas coordenadas 1-2 em termos das tensões nas coordenadas x-y é dada abaixo e recebe o nome de matriz de transformação [28] denominada por [T]. Assim:

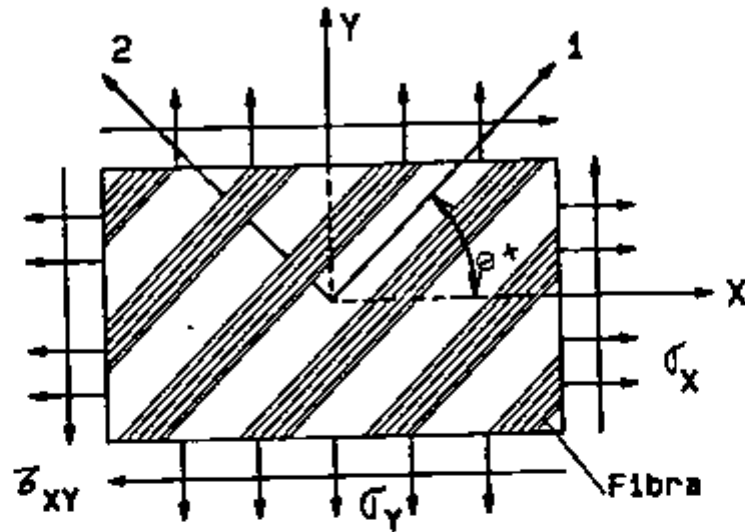


Fig. 4.2 - Representação de uma lâmina ortotrópica com os eixos principais orientados de um ângulo θ com relação aos eixos globais.

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} = T \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.14)$$

onde

$$T = \begin{bmatrix} \frac{2}{\cos^2 \theta} & \frac{2}{\sin^2 \theta} & 2 \operatorname{sen} \theta \operatorname{cose} \theta \\ \frac{2}{\sin^2 \theta} & \frac{2}{\cos^2 \theta} & -2 \operatorname{sen} \theta \operatorname{cose} \theta \\ -\operatorname{sen} \theta \operatorname{cose} \theta & \operatorname{sen} \theta \operatorname{cose} \theta & \frac{2}{\cos^2 \theta} - \frac{2}{\sin^2 \theta} \end{bmatrix} \quad (4.15)$$

O que deseja-se na verdade são as tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} como função de σ_1 , σ_2 e τ_{12} o que é obtido facilmente pela inversão da matriz [T] indicada por [T]⁻¹. Logo:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} \begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{bmatrix} \quad (4.16)$$

onde

$$[T]^{-1} = \begin{bmatrix} \frac{2}{\cos\theta} & \frac{2}{\sin\theta} & -2 \sin\theta \cos\theta \\ \frac{2}{\sin\theta} & \frac{2}{\cos\theta} & 2 \sin\theta \cos\theta \\ \sin\theta \cos\theta & -\sin\theta \cos\theta & \cos^2\theta - \sin^2\theta \end{bmatrix} \quad (4.17)$$

podendo as mesmas relações ser aplicadas para obter-se ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} como função de ϵ_1 , ϵ_2 e γ_{12} de modo a ter-se:

$$\begin{bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_y \\ \frac{1}{2} \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} & & \\ & & \\ & & \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \frac{1}{2} \gamma_{12} \end{bmatrix} \quad (4.18)$$

Para que possamos estabelecer a relação tensão-deformação nas coordenadas x-y antes será necessário colocar que na equação (4.11) em vez das deformações ε_1 , ε_2 e γ_{12} será usado as deformações tensoriais ε_1 , ε_2 e $\varepsilon_{12} = \varepsilon_{21}$ e que $\varepsilon_{12} = 1/2 \gamma_{12}$ [28]. Assim a representação da matriz que relaciona tensão com deformação para uma lâmina nas coordenadas principais 1-2 será:

$$\begin{bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \sigma_{12} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} Q_{11} & 0 & 0 \\ 0 & Q_{22} & 0 \\ 0 & 0 & 2Q_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \varepsilon_{12} \end{bmatrix} \quad (4.19)$$

A relação tensão-deformação em x-y pode ser agora obtida manipulando-se (4.16) e (4.19) e posteriormente a equação (4.18) de maneira inversa o que resulta em:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = [T]^{-1} [Q] [T] \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.20)$$

Com o propósito de garantir uniformidade nas relações $(\sigma) = (Q)(\epsilon)$ a matriz $[\bar{Q}]$, que é similar a matriz $[Q]$ da equação (4.11), será definida em termos das deformações de modo a obter-se as tensões nas lâminas quando orientadas de maneira arbitrária. Assim teremos:

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & 0 \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & 0 \\ 0 & 0 & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \epsilon_{xy} \end{bmatrix} \quad (4.21)$$

sendo $[\bar{Q}]$, chamada "matriz de rigidez reduzida transformada" onde os elementos \bar{Q}_{ij} são dados pela equações abaixo, denominadas de 4.22:

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\cos^4 \theta + \sin^4 \theta)$$

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{22} &= Q_{11}^4 \operatorname{sen}^2 \theta + Q_{22}^4 \operatorname{cos}^2 \theta + 2 (Q_{12}^2 + 2Q_{66}^2) \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{cos}^2 \theta \\ \bar{Q}_{16} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \operatorname{cos}^3 \theta \operatorname{sen} \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \operatorname{cos} \theta \operatorname{sen}^3 \theta \\ \bar{Q}_{26} &= (Q_{11} - Q_{12} - 2Q_{66}) \operatorname{cos} \theta \operatorname{sen}^3 \theta - (Q_{22} - Q_{12} - 2Q_{66}) \operatorname{cos}^3 \theta \operatorname{sen} \theta \\ \bar{Q}_{66} &= (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \operatorname{sen}^2 \theta \operatorname{cos}^2 \theta + Q_{66} (\operatorname{sen}^4 \theta + \operatorname{cos}^4 \theta) \end{aligned}$$

Definindo certas funções que são independentes do ângulo, chamadas de Invariantes, Tsai e Pagano [26] reescreveram os componentes da matriz \bar{Q} como:

$$\begin{aligned} \bar{Q}_{11} &= U_1 + U_2 \operatorname{cos} (2\theta) + U_3 \operatorname{cos} (4\theta) \\ \bar{Q}_{12} &= U_4 - U_3 \operatorname{cos} (4\theta) \\ \bar{Q}_{22} &= U_1 - U_2 \operatorname{cos} (2\theta) + U_3 \operatorname{cos} (4\theta) \\ \bar{Q}_{16} &= -1/2 U_2 \operatorname{sen} (2\theta) - U_3 \operatorname{sen} (4\theta) \\ \bar{Q}_{26} &= -1/2 U_2 \operatorname{sen} (2\theta) + U_3 \operatorname{sen} (4\theta) \\ \bar{Q}_{66} &= U_5 - U_3 \operatorname{cos} (4\theta) \end{aligned} \tag{4.23}$$

onde:

$$U_1 = 1/8 (3 Q_{11} + 3Q_{22} + 2Q_{12} + 4Q_{66})$$

$$U_2 = 1/2 (Q_{11} - Q_{22})$$

$$U_3 = 1/8 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 4Q_{66})$$

$$U_4 = 1/8 (Q_{11} + Q_{22} + 6Q_{12} - 4Q_{66})$$

$$U_5 = 1/8 (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} + 4Q_{66})$$

CAPITULO 5.0 - ANALISE MACROMECHANICA DE UM LAMINADO

Os materiais comumente utilizados para fabricação de peças e componentes como aço e alumínio muitas vezes não preenchem requisitos de projeto, onde tensão específica e módulo específico são fatores determinantes na escolha do material. Para atender tais necessidades, a escolha recai sobre materiais compostos avançados, empregando-se quase sempre reforços como fibra de carbono, Kevlar e fibra de vidro.

Como já destacado, o material é "fabricado" pela justaposição de sucessivas lâminas em orientações pré-estabelecidas de modo a atender requisitos de projeto. No capítulo anterior, apresentamos as equações constitutivas generalizadas para uma lâmina de material composto. Entretanto, o comportamento mecânico do laminado é regido pelas propriedades constituintes de cada lâmina e este capítulo mostrará as equações onde se obtém a deformação em qualquer das camadas do laminado quando submetido a esforços que geram deslocamentos e curvaturas do plano médio. As tensões através da espessura do laminado serão também obtidas.

Para o desenvolvimento da teoria é admitido que haja perfeita ligação entre as lâminas ao mesmo tempo que não existe escorregamento de uma em relação à outra. É colocado também, como hipótese, que a matriz que permanece entre as lâminas seja infinitesimalmente fina e não deformável por cisalhamento.

5.1 Relações Tensão-Deformação

Consideremos a deformação da seção de um laminado delgado no plano x-z, conforme mostra a figura 5.1. Assumiu-se que a linha BAD originalmente reta e perpendicular à superfície média permaneça nessa mesma situação após o laminado sofrer deformação (alongamento e flexão) e com o mesmo comprimento. Isso significa dizer que as deformações cisalhantes no plano perpendicular à superfície média serão consideradas como zero, isto é, $\gamma_{xz} = \gamma_{yz} = 0$ e a deformação ϵ_z será ignorada. Assumimos também que o ponto A na superfície média sofre os deslocamentos u^o , v^o e w^o ao longo das direções x, y e z respectivamente, enquanto o ponto C arbitrário que está a uma distância z_c do plano médio terá os deslocamentos u e v também nas direções x e y respectivamente e apresentando o mesmo deslocamento w^o do ponto A na direção z. Isto reduz as deformações do laminado somente para ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} . Assim o deslocamento u do ponto C será dado

por

$$u_c = u^o - z_c \bar{\alpha} \quad (5.1)$$

sendo $\bar{\alpha}$ a inclinação da normal BAD na direção x. O subscrito "o" denota o deslocamento na posição do plano médio. Assim

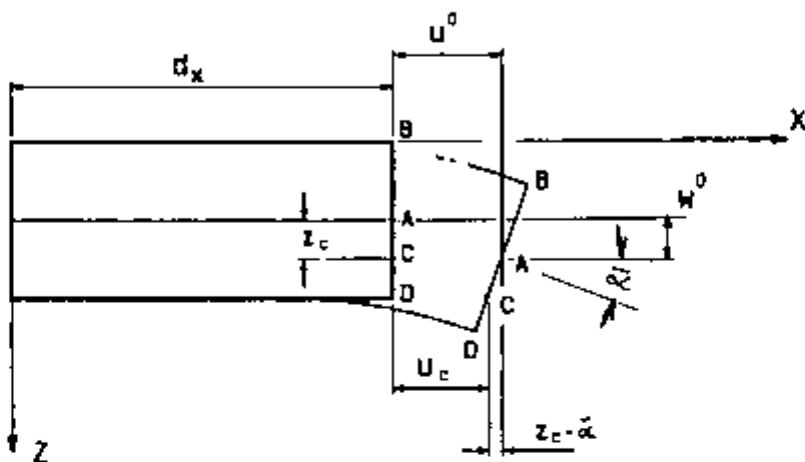


Fig. 5.1 - Geometria de deformação no plano x-z

$$\alpha = \frac{\partial w^0}{\partial x} \quad (5.2)$$

e

$$u_c = u^0 - z_c \frac{\partial w^0}{\partial x} \quad (5.3)$$

Da mesma maneira, o deslocamento v na direção y é dado por

$$v_e = v^0 - z_e \frac{\partial w^0}{\partial y} \quad (5.4)$$

Definindo $\epsilon_x^0 = \frac{\partial u^0}{\partial x}$ e $k_x = -\frac{\partial^2 w^0}{\partial x^2}$ então se $\frac{\partial u_e}{\partial x} = \epsilon_x$

$$\epsilon_x = \epsilon_x^0 + z_e k_x$$

e do mesmo modo

$$\epsilon_y = \epsilon_y^0 + z_e k_y \quad (5.5)$$

$$\gamma_{xy} = \gamma_{xy}^0 + 2z_e k_{xy}$$

onde ϵ_x^0 , ϵ_y^0 e γ_{xy}^0 representam as deformações do plano médio

e k_x , k_y e k_{xy} as curvaturas do laminado. Podemos colocar a

equação (5.5) na forma

$$\begin{bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_y \\ \gamma_{xy} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix} + z \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix} \quad (5.6)$$

ou de maneira compacta como

$$[\epsilon] = [\epsilon^0] + z [k] \quad (5.7)$$

admitindo que o laminado sofre pequenas deformações.

As tensões em qualquer lâmina, por exemplo, a K-ésima pode ser obtida substituindo-se a equação (5.6) em (4.21) de onde se terá

$$\begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix}_K = \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_y^0 \\ \gamma_{xy}^0 \end{bmatrix}_K + z \begin{bmatrix} \bar{Q}_{11} & \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{16} \\ \bar{Q}_{12} & \bar{Q}_{22} & \bar{Q}_{26} \\ \bar{Q}_{16} & \bar{Q}_{26} & \bar{Q}_{66} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} k_x \\ k_y \\ k_{xy} \end{bmatrix}_K \quad (5.8)$$

5.2 Equações Constitutivas do Laminado

As equações constitutivas podem ser obtidas relacionando-se as forças e momentos resultantes que agem no laminado com as deformações do plano médio e as curvaturas. Essas forças e momentos podem ser determinadas pela integração das correspondentes tensões através da espessura (t) do laminado, pois, como sabemos, a distribuição de tensão varia de camada para camada ao longo da espessura. As orientações positivas das forças e momentos estão representadas na figura 5.2. Deste modo teremos

$$\begin{aligned} N_x &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x dz \\ N_y &= \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y dz \\ N_{xy} &= \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} dz \end{aligned} \quad (5.9)$$

e

$$M_x = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_x \cdot z \cdot d z$$

$$M_y = \int_{-t/2}^{t/2} \sigma_y \cdot z \cdot d z \quad (5.10)$$

$$M_{xy} = \int_{-t/2}^{t/2} \tau_{xy} \cdot z \cdot d z$$

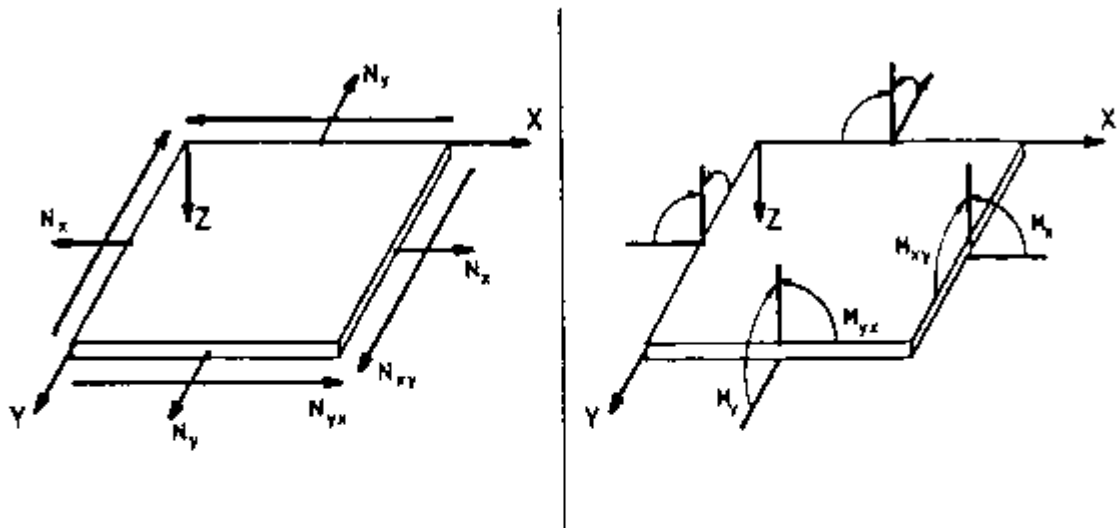


Fig. 5.2 - Forças e Momentos em um laminado plano

Consideraremos o laminado como consistindo de n lâminas (camadas) ortotrópicas, conforme mostrado pela figura 5.3. A contribuição de cada lâmina K para formar a força e o momento resultantes atuando no plano médio do laminado é dado por

$$\begin{bmatrix} N \\ N \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \int_{t_{K-1}}^{t_K} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} dz \quad (5.11)$$

e

$$\begin{bmatrix} M \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \int_{t_{K-1}}^{t_K} \begin{bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_y \\ \tau_{xy} \end{bmatrix} z \cdot dz \quad (5.12)$$

onde t_K e t_{K-1} estão indicadas na figura 5.3.

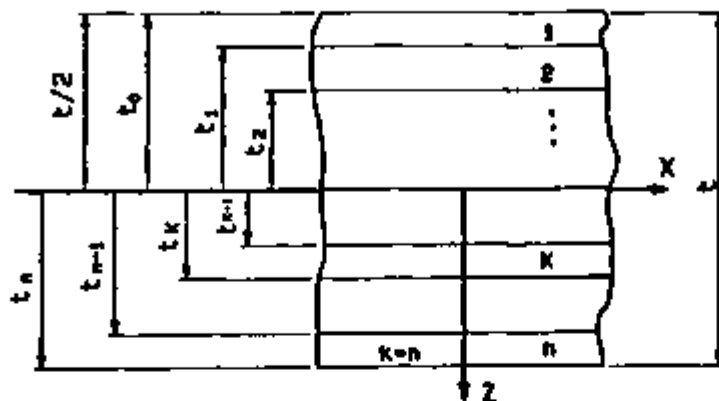


Fig. 5.3 - Geometria de um laminado com n camadas.

A equação (5.8) mostrou que a tensão na camada K é $\{\sigma\}_K = \{\bar{Q}\}_K \{\epsilon\}_K + z \{\bar{Q}\}_K \{k\}$ e dessa maneira podemos reescrever as equações (5.11) e (5.12) na forma de obter-se a força e momento resultantes em termos da deformação do plano médio e as curvaturas correspondentes. Substituindo a equação (5.8) nas equações (5.11) e (5.12) teremos

$$\begin{bmatrix} N \\ N_x \\ N_y \\ N_{xy} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \left[\int_{t_{K-1}}^{t_K} \{\bar{Q}\}_{ijK} \{\epsilon\}_K dz + \int_{t_{K-1}}^{t_K} \{\bar{Q}\}_{ijK} \{k\} z dz \right] \quad (5.13)$$

e

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \sum_{K=1}^n \left(\int_{t_{K-1}}^{t_K} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{bmatrix} z \, dz + \int_{t_{K-1}}^{t_K} \begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_K \begin{bmatrix} k \end{bmatrix} z^2 \, dz \right) \quad (5.14)$$

Nas equações acima, o leitor poderá observar que a matriz $[\bar{Q}]$ permanece constante em uma lâmina, pois $[\bar{Q}]$ é função apenas do ângulo θ (que é o ângulo formado entre as direções globais x-y e as direções principais 1-2) e da matriz $[Q]$ sendo essa última somente dependente das propriedades mecânicas dos elementos constituintes da lâmina. Também percebe-se que a deformação do plano médio (ϵ^0) e a curvatura (k) permanecem constantes para cada lâmina. Essas considerações tornam as equações (5.13) e (5.14) mais simples, de modo que podemos expressá-las como

$$\begin{bmatrix} \begin{bmatrix} N_x \\ N_y \end{bmatrix} \\ \begin{bmatrix} M_x \\ M_y \\ M_{xy} \end{bmatrix} \end{bmatrix} = \left(\sum_{K=1}^n \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} dz \right) \right) \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ k \end{bmatrix} + \left(\sum_{K=1}^n \left(\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} z \, dz \right) \right) \begin{bmatrix} k \end{bmatrix} \quad (5.15)$$

$$\begin{bmatrix} \text{[N]} \\ \text{[M]} \\ \text{[J]} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} \sum_{K=1}^n ([\bar{Q}]_{ij})_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} z \, dz \\ \sum_{K=1}^n ([\bar{Q}]_{ij})_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} z^2 \, dz \end{bmatrix} [\mathcal{E}]^0 + \begin{bmatrix} \sum_{K=1}^n ([\bar{Q}]_{ij})_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} z \, dz \\ \sum_{K=1}^n ([\bar{Q}]_{ij})_K \int_{t_{K-1}}^{t_K} z^2 \, dz \end{bmatrix} [k] \quad (5.16)$$

Uma forma de facilitar a interpretação das equações (5.15) e (5.16) é introduzir o conceito de novas três matrizes denominadas por [A], [B] e [D] de modo a ter-se

$$[\text{N}] = [\text{A}] [\mathcal{E}]^0 + [\text{B}] [k] \quad (5.17)$$

e

$$[\text{M}] = [\text{B}] [\mathcal{E}]^0 + [\text{D}] [k] \quad (5.18)$$

onde

$$[\text{A}]_{ij} = \sum_{K=1}^n [\bar{Q}]_{ij})_K (t_K - t_{K-1})$$

$$[\text{B}]_{ij} = \frac{1}{2} \sum_{K=1}^n [\bar{Q}]_{ij})_K (t_K^2 - t_{K-1}^2) \quad (5.19)$$

$$[D]_{ij} = \frac{1}{3} \sum_{K=1}^n [\bar{Q}]_{ijK} (t_K^3 - t_{K-1}^3)$$

As equações (5.17) e (5.18) reunidas permitem uma melhor compreensão das equações constitutivas e podem ser apresentadas na forma

$$\begin{bmatrix} N \\ \text{---} \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A & B \\ B & D \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ \text{---} \\ k \end{bmatrix} \quad (5.20)$$

Pelas equações anteriormente mostradas podemos notar que a matriz [A] relaciona as forças resultantes [N] que atuam no laminado com as deformações [ϵ^0] do plano médio ao mesmo tempo que a matriz [D] relaciona os momentos resultantes [M] com as curvaturas [k] da mesma superfície média. Essas matrizes são denominadas respectivamente de matriz de rigidez extensional e matriz de rigidez de flexão. A matriz [B], chamada de matriz de acoplamento, apresenta função em ambas as equações e estabelece ligação entre forças e momentos resultantes com curvaturas [k] e deformação [ϵ^0] respectivamente.

A presença da matriz de acoplamento [B] nas equações constitutivas implica que as forças normais N_x e N_y e força cisalhante N_{xy} agindo no plano médio de um laminado

resultam não apenas em deformações extensionais ϵ^0 e cisalhantes γ_{xy} , mas ainda em flexão e torção produzindo as curvaturas k_x , k_y e k_{xy} respectivamente, do mesmo modo que a ação dos momentos fletores M_x e M_y e do torçor M_{xy} provocam deformações no plano médio além das curvaturas. Caso a matriz [B] apresente valor nulo fica claro pela matriz [A] que forças resultantes normais provocarão deformações cisalhantes em adição às deformações normais e que forças resultantes cisalhantes serão acompanhadas por deformações normais além das deformações cisalhantes. O mesmo raciocínio pode ser aplicado em relação à matriz [D] em que os momentos fletores e o momento torçor estarão envolvidos com flexão e torção. Portanto, percebe-se que a matriz de acoplamento [B], apresentando valor nulo traz uma vantagem importante ao laminado quando este não sofre tratamento térmico e a reação química da matriz se processa a temperatura ambiente, pois as flexões e torções serão eliminadas. O leitor poderá observar que o caminho escolhido pelos projetistas para tornar a matriz [B] nula é o de estabelecer simetria geométrica em relação ao plano médio de modo a ter-se, além das mesmas propriedades e orientação, igual distância entre as respectivas camadas em relação ao plano médio (linha neutra). Essa dedução fica clara ao analisar-se a equação (5.19) e ilustrada pela figura 5.4.

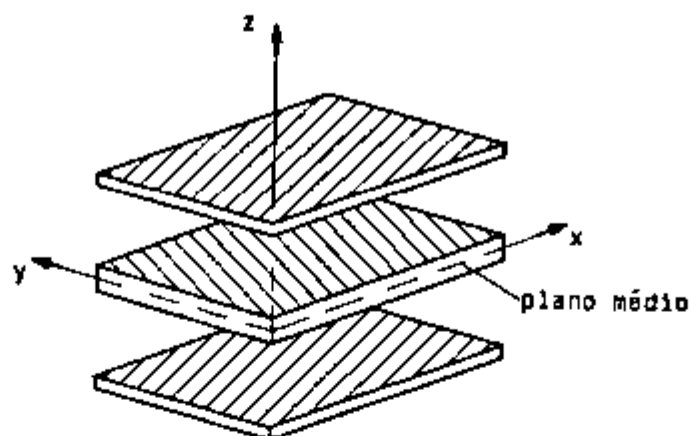


Fig. 5.4 - Vista explodida de um laminado simétrico de 4 camadas.

5.3 Análise das Tensões e Deformações na Lâmina

Como destacado várias vezes em passagens anteriores, o material composto é obtido pela justaposição de sucessivas camadas com orientações pré-estabelecidas. Assim, no projeto de um componente é fundamental o cuidado que se deve ter ao examinar o comportamento de cada camada frente as cargas que atuam no laminado e conseqüentemente as tensões e deformações que estarão presentes em cada uma dessas camadas. Uma análise camada a camada deve ser feita de modo a prognosticar qual a carga que provoca início de falha ou como comumente chamado "First Ply Failure - FPF". Portanto para

encaminhar esta questão final da análise determinaremos as tensões e deformações de cada lâmina causadas pela ação da carga externa.

Vamos considerar para efeitos práticos um laminado sujeito a uma carga externa P que provoca as deformações ϵ_x , ϵ_y e γ_{xy} e as tensões σ_x , σ_y e τ_{xy} na lâmina K . Observamos pela equação (5.6) que as primeiras são funções das deformações do plano médio, das curvaturas e da distância geométrica "z" até o plano médio (linha neutra) do laminado enquanto que as tensões na lâmina podem ser diretamente calculadas pelas equações (4.21) ou (5.8) e aqui novamente teremos de calcular as deformações (ϵ^0) e as curvaturas (k) que conforme estabelecido pela equação (5.20) apresenta relação com cargas aplicadas. Retomando as equações (5.17) e (5.18) teremos

$$[N] = [A] [\epsilon^0] + [B] [k]$$

$$[M] = [B] [\epsilon^0] + [D] [k]$$

As deformações centrais (plano médio) podem ser obtidas de (5.17) como

$$[\epsilon^0] = [A]^{-1} [N] - [A]^{-1} [B] [k] \quad (5.21)$$

que substituída em (5.18) fornece

$$[M] = [B] [A]^{-1} [N] - ([B] [A]^{-1} [B] - [D]) [k] \quad (5.22)$$

As equações (5.21) e (5.22) podem ser combinadas para formar o que se denomina de equações constitutivas parcialmente invertidas. Então teremos:

$$\begin{bmatrix} \epsilon^0 \\ M \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} A^* & B^* \\ C^* & D^* \end{bmatrix} \begin{bmatrix} N \\ k \end{bmatrix} \quad (5.23)$$

onde:

$$A^* = [A]^{-1}$$

$$B^* = -[A]^{-1}[B]$$

$$C^* = [B][A]^{-1} = -[B]^T$$

$$D^* = [D] - [B][A]^{-1}[B]$$

Agora as equações (5.21) e (5.22) podem ser reescritas na seguinte forma:

$$[\epsilon^0] = [A^*][N] + [B^*][k] \quad (5.24)$$

$$[M] = [C^*][N] + [D^*][k] \quad (5.25)$$

Resolvendo a equação (5.25) para k teremos

$$[k] = [D^*]^{-1}[M] - [D^*]^{-1}[C^*][N] \quad (5.26)$$

e que substituindo na equação (5.24) fornece

$$[\epsilon^0] = \begin{bmatrix} [A] & [B] \\ [B]^T & [D] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} [B] \\ [D] \end{bmatrix}^{-1} [M] \quad (5.27)$$

Combinando as equações (5.26) e (5.27) teremos as equações constitutivas completamente invertidas que são expressas como segue:

$$\begin{bmatrix} \epsilon \\ \kappa \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A'] & [B'] \\ [B']^T & [D'] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} [A'] & [B'] \\ [B']^T & [D'] \end{bmatrix}^{-1} \begin{bmatrix} [N] \\ [M] \end{bmatrix} \quad (5.28)$$

onde

$$[A'] = [A] - [B] [D]^{-1} [C] = [A] + [B] [D]^{-1} [B]^T$$

$$[B'] = [B] [D]^{-1}$$

$$[C'] = - [D]^{-1} [C] = [B']^T = [B']^T$$

$$[D'] = [D]^{-1}$$

Portanto as deformações e tensões de cada camada podem ser calculadas como função das cargas aplicadas no laminado dando chance ao projetista de proceder a uma análise criteriosa de camada a camada através do critério de falha por ele escolhido. (Veja Apêndice A).

CAPITULO 6.0 - COMPORTAMENTO ESTRUTURAL DE MATERIAIS
COMPOSTOS TIPO SANDUICHE

Quando uma placa é submetida à flexão como mostra a figura 6.1 pode observar-se o seguinte fenômeno: as fibras superiores da placa se encurtam e as inferiores se alongam demonstrando com isso que na face superior existem esforços importantes de compressão e na inferior de tração.

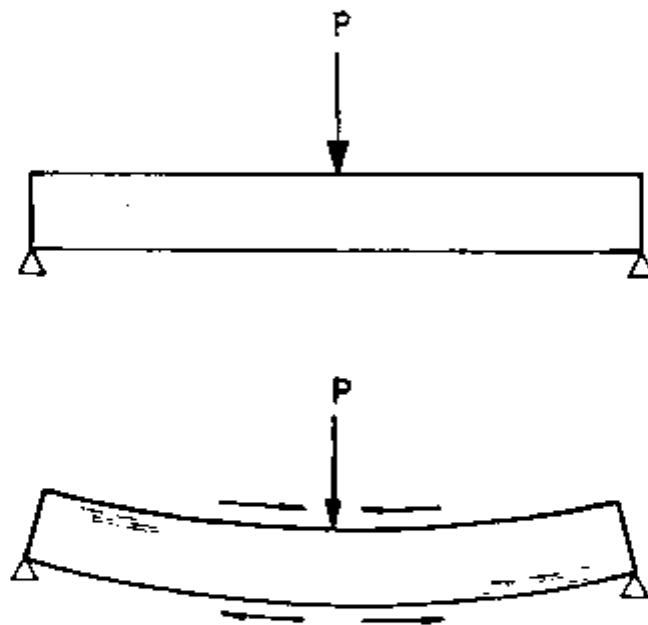


Fig. 6.1 - Placa submetida à flexão com carregamento concentrado

Olhando com mais detalhe a figura 6.2 pode-se notar que os maiores esforços localizam-se junto às faces reduzindo-se no interior da placa invertendo-se na linha neutra (LN) passando de compressão para tração.

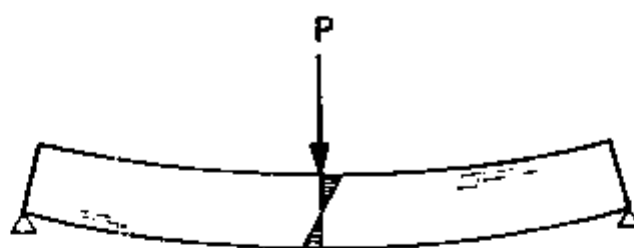


Fig. 6.2 - Distribuição das tensões em uma placa submetida a flexão com carregamento concentrado.

Isto significa que nos problemas de flexão apenas o material próximo às faces da estrutura é solicitado de modo que consegue-se que a fibra trabalhe essencialmente à tração e à compressão que são as solicitações para as quais ela está melhor adequada. Já as tensões de cisalhamento são máximas no eixo neutro o que faz com que o material do núcleo próximo ao mesmo seja capaz de absorver e resistir às tensões de cisalhamento.

Esta é a base teórica que justifica porque as estruturas sanduiche são uma resposta técnica quando se deseja contornar as condições de flexibilidade de uma placa.

As condições básicas para o correto funcionamento das estruturas sanduiche são:

- a) O núcleo apesar de leve deve ser suficientemente rígido para manter estável a distância entre as duas camadas de fibra;
- b) O núcleo não deve ser frágil a ponto de apresentar trincas paralelas às faces, pois nesse caso uma lâmina ficaria desvinculada da outra, ou melhor, uma casca da outra desfazendo o efeito sanduíche e
- c) A adesão na interface entre as cascas e o núcleo deve assegurar a permanência da estrutura.

6.1 Materiais Empregados

6.1.1 Madeiras Leves

A mais conhecida das madeiras leves aplicadas em estruturas sanduíche é a balsa cuja densidade varia de 100 a 250 kg/m³.

O uso da balsa pode reduzir em certas condições o peso de uma estrutura de fibra de vidro de forma considerável. Um bom exemplo foi o caso do trimaran de regata de 52' (15,85 m) Kioala IV que pesou 4100 kg contra 7200 kg do mesmo barco feito de fibra de vidro maciço, resultando também 40% mais leve que outras "Kioalas" de alumínio. [23]

A balsa é vendida geralmente na forma de células quadradas de 2" x 2" (50,8 x 50,8 mm) com alturas variáveis de

acordo com as necessidades de espessura do sanduiche. Os sistemas de recorte, secagem e tratamento são feitos por firmas reconhecidas e essas técnicas, quando bem empregadas, garantem melhor qualidade ao produto final. A fibra da madeira é mantida no sentido da espessura desses pequenos quadrados (figura 6.3) os quais apresentam esse formato para acompanhar superfícies com curvaturas. As razões para escolher esta forma de corte, chamada de "end grain", são as seguintes:

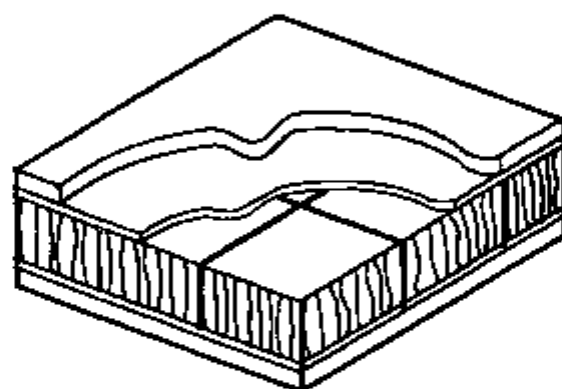


Fig. 6.3 - Corte de uma madeira balsa indicando que as fibras da madeira ficam no sentido da espessura.

- a) A função do núcleo do sanduiche é manter rigidamente a distância entre as duas cascas de fibra e a balsa que como outras madeiras tem maior resistência à tração e compressão no sentido das fibras do que no sentido transversal a elas.

b) penetração da resina pelos extremos das fibras é facilitada para melhor ancoragem nos esforços de tração.

6.1.2 Espumas Plásticas de Poliuretano

As espumas de poliuretano são as mais usadas no Brasil para estruturas sanduiche. Existem em diversas densidades que variam de 35 até mais de 200 kg/m³.

As mais frequentemente encontradas no mercado nacional são aqueles que tem formulação desenvolvida para otimizar o isolamento térmico. Porém, as que mais interessam para uso em sanduiche são as estruturais, isto é, aquelas cuja formulação foi desenvolvida para maior resistência mecânica e pouco peso.

Abaixo, na Tabela 6.1, são dadas algumas características mecânicas de espumas de poliuretano estruturais baseado em informações da Unitex Ltd (EUA).

Quando se usa poliuretano como núcleo de um sanduiche estrutural é necessário usar material com mais de 55 kg/m³ no caso de peças de médio desempenho, como seria o caso de barcos ou carros esportivos. A espuma encontrada no comércio é de expansão natural à pressão atmosférica e pesa entre 32 e 40 kg/m³. Caso tenha que ser usada esse tipo de espuma levar em conta que não é a mais adequada para uso como núcleo de estruturas sanduiche.

Tabela 6.1 - Características mecânicas de espumas de poliuretano

Tipo	Densidade kg/m ³	Resist. à Tração kg/cm ²	Resist. à compressão kg/cm ²	Resist. ao cisalhamento kg/cm ²	Alongação média %	Módulo Young kg/cm ²
CRF A 55	82/88	11,2	6,8	6,7	21,8	246,8
CRF A 65	106/112	16,2	9,5	9,5	14,8	486,8
CRF A 128	289/224	32,7	20,8	24,2	8,8	1254,8

A espuma de poliuretano tem boa adesão ao "fiberglass" seja com a fibra laminada sobre a espuma ou quando o poliuretano é expandido entre paredes de "fiberglass".

Quando a espuma é preparada por sistemas manuais misturando-se os dois componentes e despejando-se rapidamente no espaço a ser preenchido as seguintes precauções devem ser tomadas:

- a) O material misturado deverá aumentar seu volume durante a expansão de aproximadamente 25 ou 30 vezes;
- b) Dependendo das formulações, a reação de expansão pode demorar entre 2 e 50 segundos após a mistura;

- c) Deixar respiros necessários para a saída do ar quando cresce a espuma;
- d) Prever que a resistência dos moldes suporte a pressão da expansão da espuma contra as paredes do mesmo;
- e) No mesmo espaço a ser ocupado podem-se fazer expansões sucessivas uma sobre a outra e
- f) Fazer testes prévios para determinar os tempos de reação de expansão e gelificação assim como o aumento de volume.

Na Tabela 6.2 que segue é feita comparação de propriedades entre espuma de poliuretano e balsa. [8]

O sistema de utilizar espuma de poliuretano como núcleo pode não trazer vantagens estruturais, porém, pode satisfazer necessidades em termos de segurança no caso de barcos, bóias e etc. Considerando que a espuma de poliuretano tem aproximadamente 80% de células fechadas devemos prever que um compartimento cheio com esta espuma estará sujeito a um certo grau de absorção de água e que produzirá efeitos negativos tal como o aumento sensível de peso. Esse inconveniente pode ser evitado procurando fazer uma correta impermeabilização.

Tabela G.2 - Comparação das propriedades mecânicas da espuma
 de poliuretano x madeira balsa
 **

	Resist. à compressão τ_c	Resist. ao impacto τ_i	Resist. ao cisalhamento τ_{ci}	Módulo de compressão E_c	Módulo de cisalhamento E_{ci}	Módulo de flexão E_f
Poliuretano 38 kg/m ³	2,3	*	*	49	*	42
Poliuretano 48 kg/m ³	3,4	*	*	70	*	63
Poliuretano 130 kg/m ³	*	*	7	*	102	*
Balsa 100 kg/m ³	axial 01 transv. 9,5	bem melhor que o Poliuretano	*	axial 23000 transv. 800	*	*
Balsa 150 kg/m ³	axial 150 transv. 7	bem melhor que o Poliuretano	23	axial 54000 transv. 1000	1030	*

6.1.3 Espumas de PVC

Existem dois tipos de espumas de PVC no mercado internacional:

- a) As desenvolvidas inicialmente, tipo Airex (Suíça), que possuem um certo grau de resiliência, isto é, um painel sanduíche feito com essas espumas se caracteriza por aceitar um certo grau de flexibilidade sem fraturas no núcleo. Também apresentam melhores condições de resistência ao impacto e

2

** todas unidades em kg/cm
 * valores não determinados

- b) As espumas de PVC chamadas "cross linked" que apresentam uma estrutura molecular mais rígida, produzindo painéis com menor deflexão para uma mesma carga, o que em certos casos pode ser preferível.

As espumas de PVC são fabricadas com densidades que variam entre 25 a 200 kg/m³.

6.1.4 Outras Espumas

As espumas de poliestireno rígido tem aplicação limitada na construção de painéis sanduiche por duas razões:

- a) São incompatíveis com as resinas poliéster e algumas epoxies devido a estes provocarem deterioração da espuma e
- b) Foram desenvolvidas para isolamento e embalagens e geralmente apresentam reduzida resistência mecânica.

Existem também no exterior outras espumas plásticas menos usadas, tais como as de acetato de celulose, as metacrilamida e também os materiais tipo Coremat que são materiais fibrosos de fios de poliéster com microesferas plásticas, ocas no seu interior e que no instante da aplicação são impregnadas com resina produzindo um núcleo um pouco mais pesado que os três principais tipos mencionados, porém, sua aplicação é muito prática para casos de laminação fina.

6.1.5 Estruturas Tipo Colméia (Honeycomb)

A estrutura sanduiche mais sofisticada é sem dúvida a de colméia. Consiste num núcleo composto por células no qual são 'coladas' em suas duas faces cascas (vide figura 6.4), que podem ser de materiais diversos como:

- a) Papel celulose;
- b) Papel aramida, tipo Kevlar;
- c) Plásticos diversos PVC, ABS e outros;
- d) Fibra de vidro e
- e) Metais como, por exemplo, alumínio.

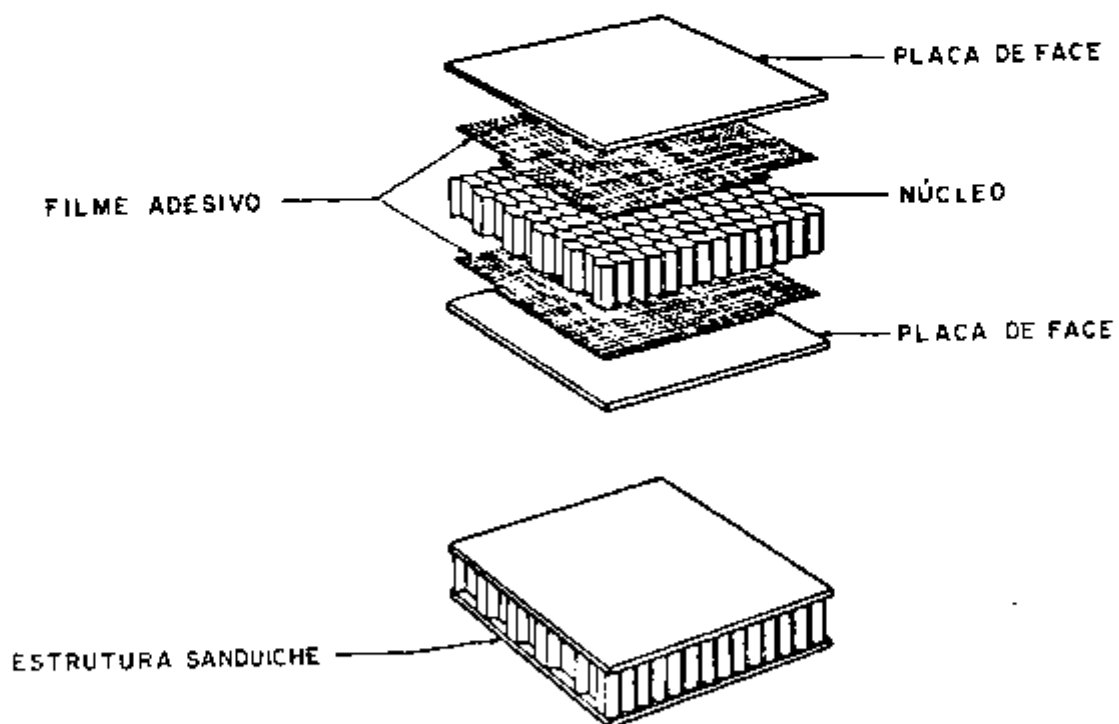


Fig. 6.4 - Componentes de uma estrutura tipo sanduiche com núcleo tipo colméia

Sobre os sistemas anteriormente descritos, como madeiras e espumas, pode-se esperar a vantagem de ter ainda maior leveza para a mesma rigidez. Contudo, apresenta alguns inconvenientes de ordem prática que fazem reservar sua aplicação as estruturas do tipo aeronáutico ou a veículos de alto desempenho como foguetes, carros de corrida ou barcos de regata. Tais inconvenientes são os seguintes:

- a) A colagem das bordas das colméias com as faces de fibra pela sua natureza é um ponto crítico, onde se necessita de muitas precauções e tecnologia para conseguir uma ligação confiável;
- b) Devido a extrema rigidez, no caso da peça estar submetida a impactos, pode ser desaconselhável sua aplicação em regiões onde tal aconteça;
- c) Adaptam-se com dificuldades às superfícies curvas e
- d) O custo é maior que dos materiais anteriormente citados.

Nos processos de laminação de painéis sanduíche três sistemas podem ser destacados:

- a) Sistema Linear:

Sobre o molde fêmea, após aplicação do

desmoldante e do gelcoat, lamina-se a primeira face estrutural. Com a última camada fresca cola-se o núcleo. Continua-se com a laminação da face estrutural interna. Esse processo garante apenas uma das faces da peça com acabamento.

b) Sistema Simétrico:

Lamina-se ambas as faces nos respectivos moldes. Com as últimas camadas ainda no estado gel aplica-se o núcleo numa delas e prensa-se adequadamente o conjunto para obter a unidade do painel. Esse processo apresenta a vantagem de se obter peças acabadas nas duas faces.

c) Sistema de Injeção:

Após a montagem preliminar das duas faces laminadas injeta-se a espuma. Esse processo é aplicado em estruturas sanduíche onde o núcleo é somente de espuma.

CAPITULO 7.0 - DESENVOLVIMENTO DE COLMÉIAS NÃO-PLANAS

7.1 Colocação do Problema

A colméia é um recurso estrutural versátil e de baixo peso específico. Se bem utilizado, resistirá à compressão e à flexão.

Como explicado, a colméia é normalmente usada em superfícies planas ou levemente curvas, como exemplo, bordo de ataque em asas de aviões e seus interiores, piso de iates, bem como em automóveis de competição. Raramente é usado em superfícies esféricas e cilíndricas, pois quase sempre apresenta variações dimensionais.

A colméia não-plana acarreta dificuldades na sua conformação necessitando de células com geometria variável, devendo as mesmas serem conjugadas. Ao mesmo tempo não devem apresentar torção em suas paredes e principalmente eliminar o efeito "sela". Esse efeito aparece quando a colméia plana é usada ou obrigada a assumir superfícies não-planas, como, por exemplo, num cilindro. Para eliminar o efeito sela foi desenvolvida a teoria da contra-sela, ou seja, foi criado todo um desenvolvimento matemático com a utilização de computador, que permite dessa maneira eliminar os problemas que surgem ao se utilizar uma placa plana para projetos onde haja necessidade da colméia não-plana. A teoria da contra-sela possibilita, portanto, a utilização de colméias em estruturas

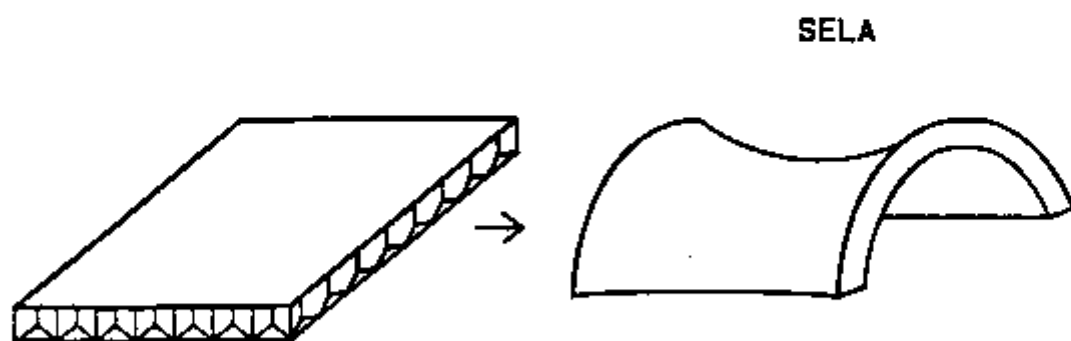


Figura 7.1 - Colméia Plana

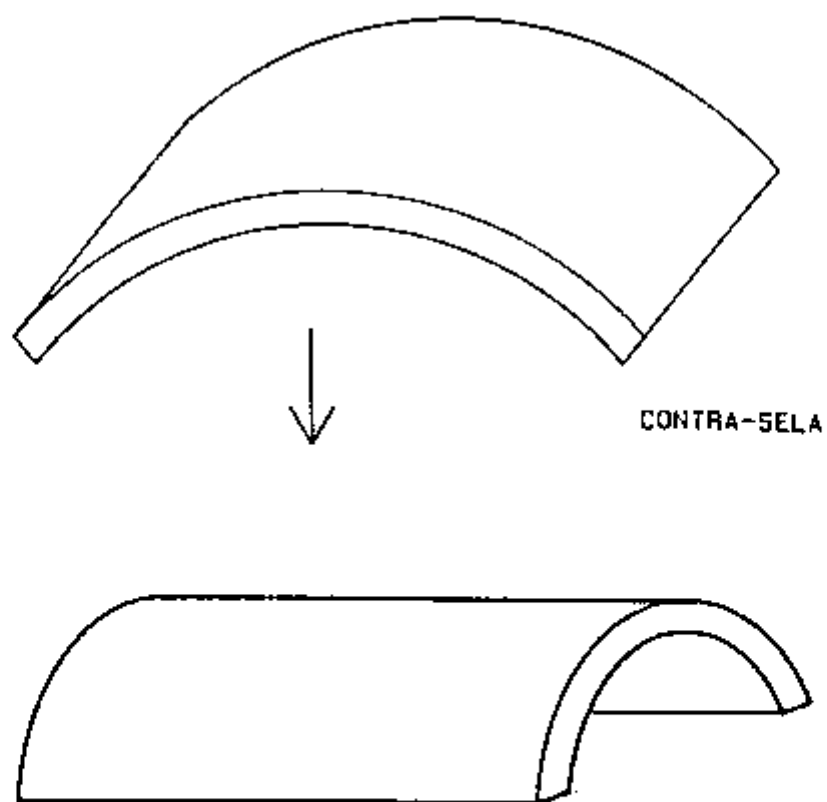


Figura 7.2 - Colméia Não-Plana

sanduíche onde a aplicação do mesmo na forma plana se tornaria impossível ou pelo menos muito difícil. As figuras 7.1 e 7.2 ilustram o problema.

7.2 Geometria das Células da Colméia Não-Plana Solução Numérica

A colméia aqui desenvolvida será constituída de várias tiras (contra-selas) coladas axialmente e de maneira ordenada em relação ao eixo de um cilindro sendo que em seu raio médio os hexágonos serão regulares, conforme mostrado pela figura 7.3.

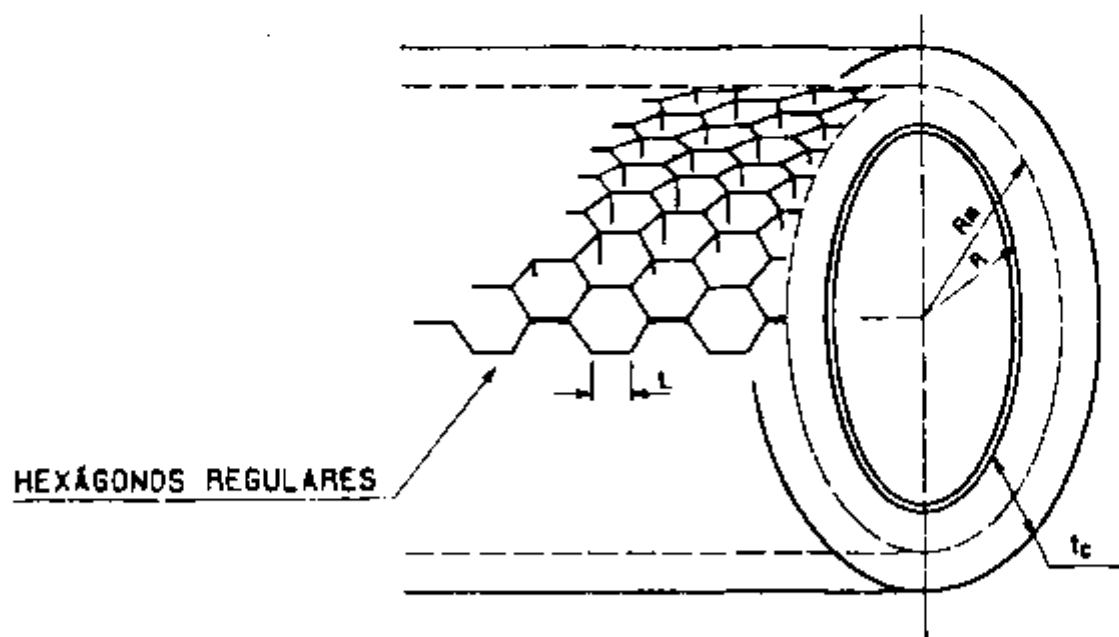
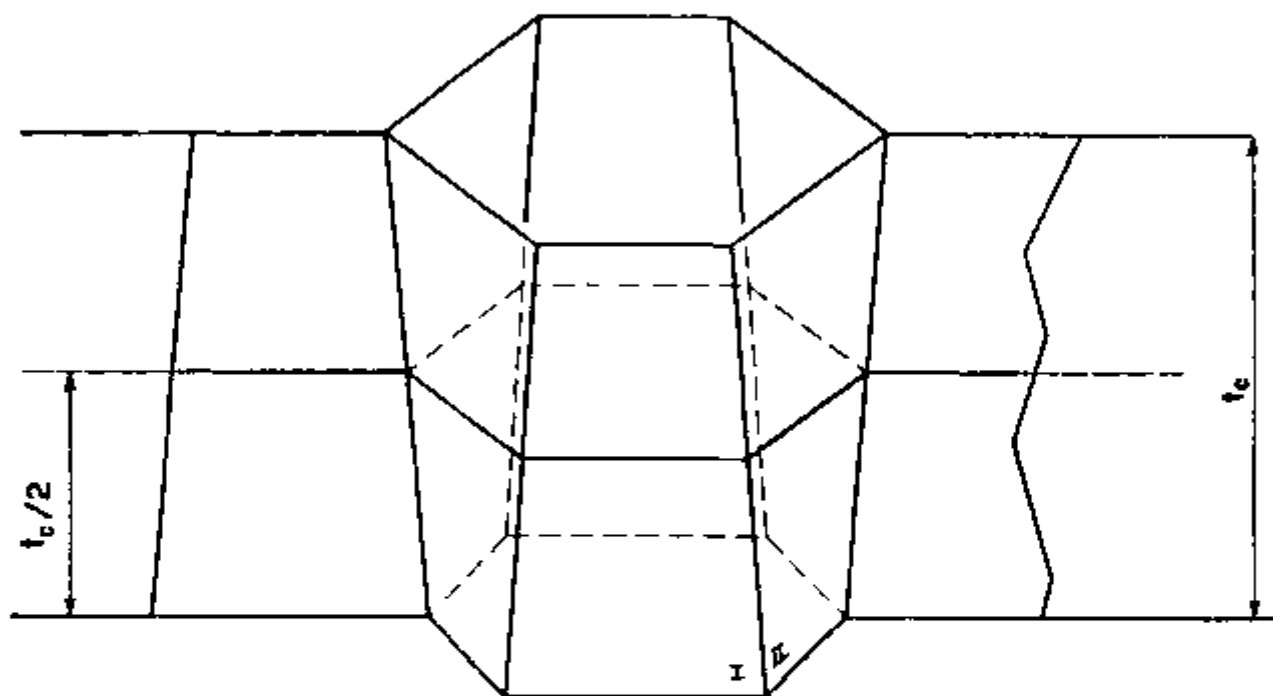


Fig. 7.3 - Corte de um cilindro destacando os hexágonos regulares no raio médio

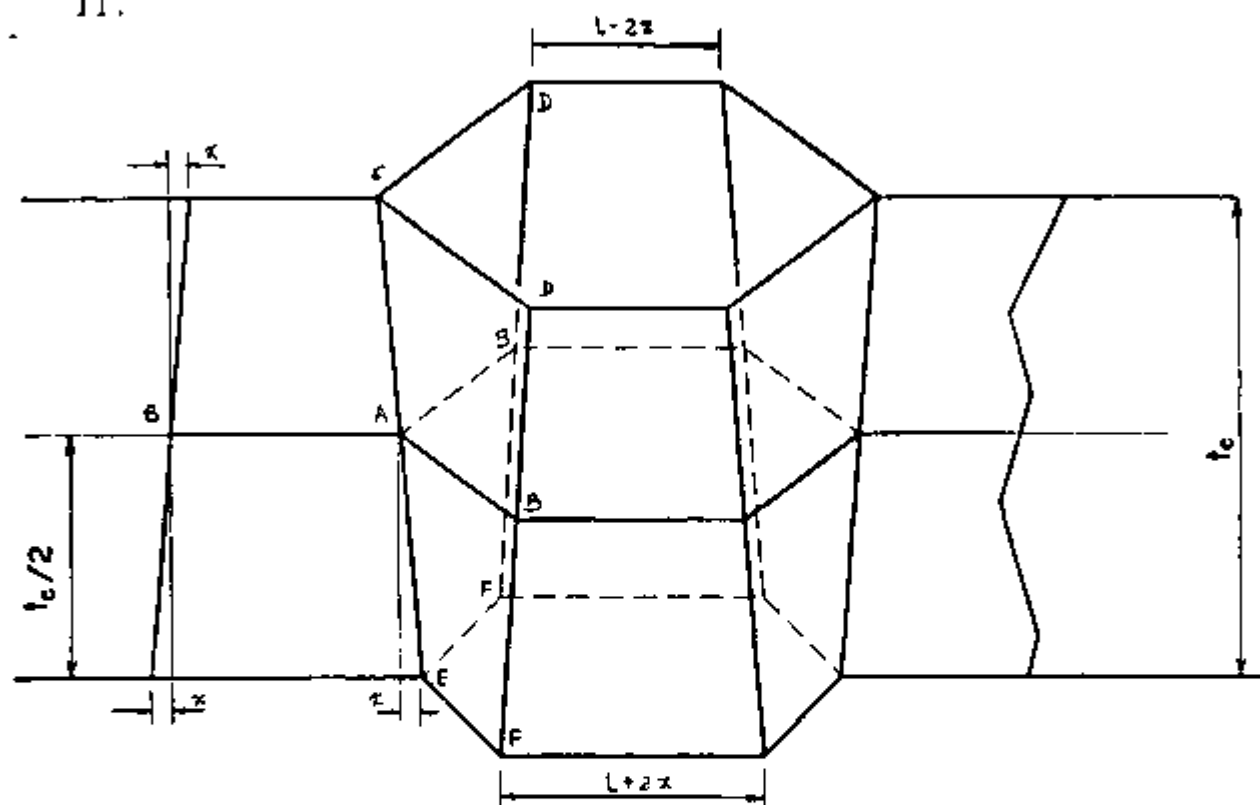
Conforme anteriormente citado, os hexágonos no raio médio serão regulares e de lado L . É importante mostrar a geometria que os mesmos devem assumir nos diâmetros externo e interno de maneira que os hexágonos vizinhos sempre se



EIXO DO CILINDRO

Fig. 7.4 - Geometria dos trapézios I e II

conjuguem sem haver torção das superfícies do núcleo. A figura 7.4 mostra com clareza como ficam tais formas e dela observa-se que as paredes da célula são contruídas por dois tipos de trapézios que se repetem alternadamente, assinalados por I e II.



EIXO DO CILINDRO

Fig. 7.5 - Vista tridimensional da célula da colméia

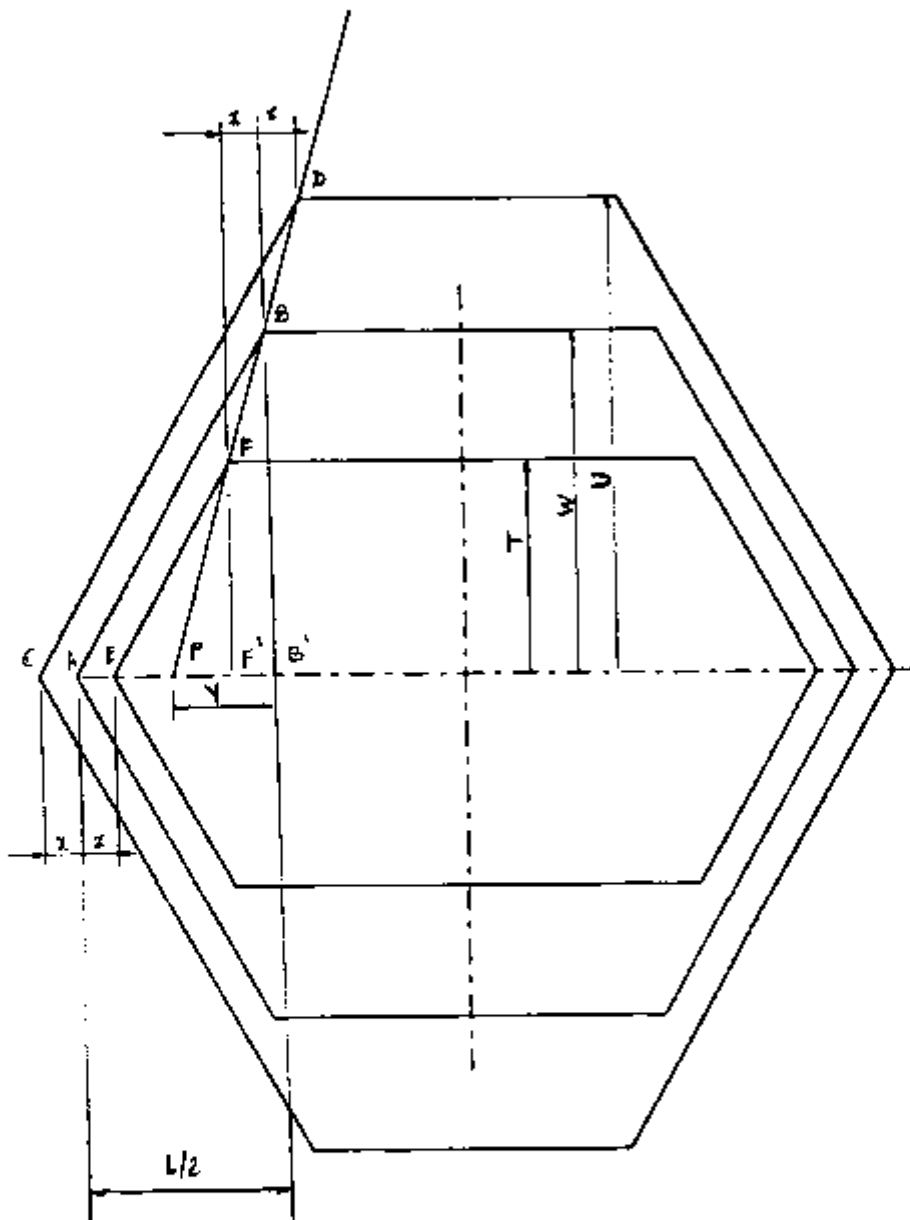
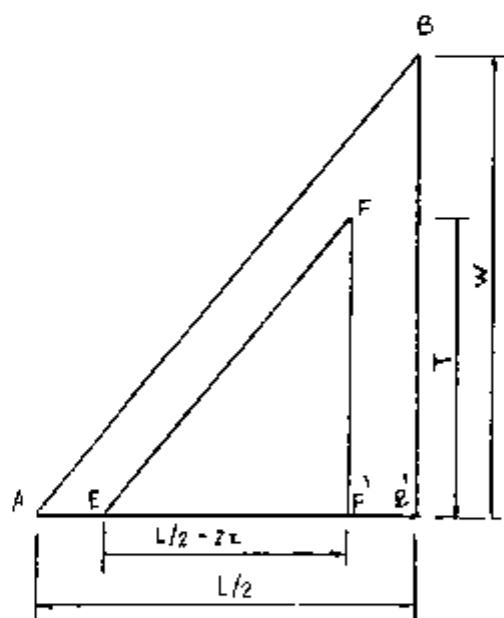


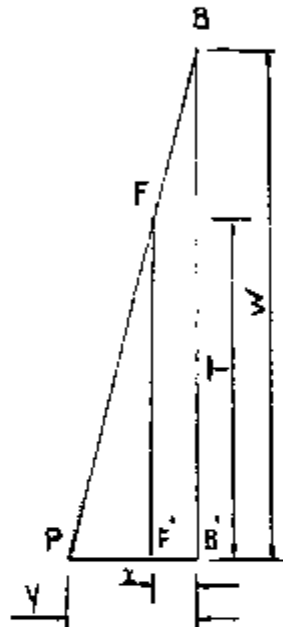
Fig. 7.6 - Hexágonos situados no raio inferior, raio médio e raio superior posicionados em um mesmo plano.

O indicado por II é o que se deve evitar torção e para garantirmos que tal realmente aconteça o trapézio indicado por I deve estar na direção radial, paralelo ao eixo e o valor de x , que determinará os lados dos hexágonos posicionados no diâmetro interno e externo, precisa ser conhecido, conforme mostra a figura 7.5. Para tanto, será desenhado num mesmo plano os três hexágonos, como indicado pela figura 7.6. Pela semelhança dos triângulos ABB' e EFF' e com auxílio da mesma figura temos:



$$\frac{L/2}{L/2 - 2x} = \frac{W}{T} \implies T = \frac{W(L/2 - 2x)}{L/2} \quad (7.1)$$

Fazendo novamente semelhança de triângulos entre PBB' e PFF' e com T, determinado na passagem anterior, obtemos Y que permite a localização do ponto P' ou P.



$$\frac{W}{T} = \frac{Y}{Y-x} \quad (7.2)$$

como:

$$T = \frac{W(L/2 - 2x)}{L/2}, \text{ tem-se:}$$

$$\frac{W}{\frac{W(L/2 - 2x)}{L/2}} = \frac{Y}{Y-x} \quad (7.3)$$

$$\text{de onde obtém-se } Y = \frac{L}{4} \quad (7.4)$$

Pela figura 7.7 podemos perceber a necessidade que existe da localização do ponto P' (sobre o eixo do cilindro) ou ponto P (no plano médio). Esses pontos marcam construtivamente como será a forma do trapézio II, indicado na mesma figura, de maneira que a torção seja realmente evitada.

O valor obtido de Y permite também a determinação dos hexágonos posicionados no diâmetro interno e externo. Por essas razões o valor de Y é de importância no desenvolvimento desse trabalho.

O valor de x pode agora ser obtido através da relação de triângulos semelhantes que melhor pode ser compreendida observando-se a figura 7.8.

Por semelhanças dos triângulos A'AP' e A''AE tem-se:

$$\frac{\frac{L}{4}}{R} = \frac{x}{\frac{t}{2}} \quad (7.5)$$

$$\text{De onde } x = \frac{t \cdot L}{8 R} \quad (7.6)$$

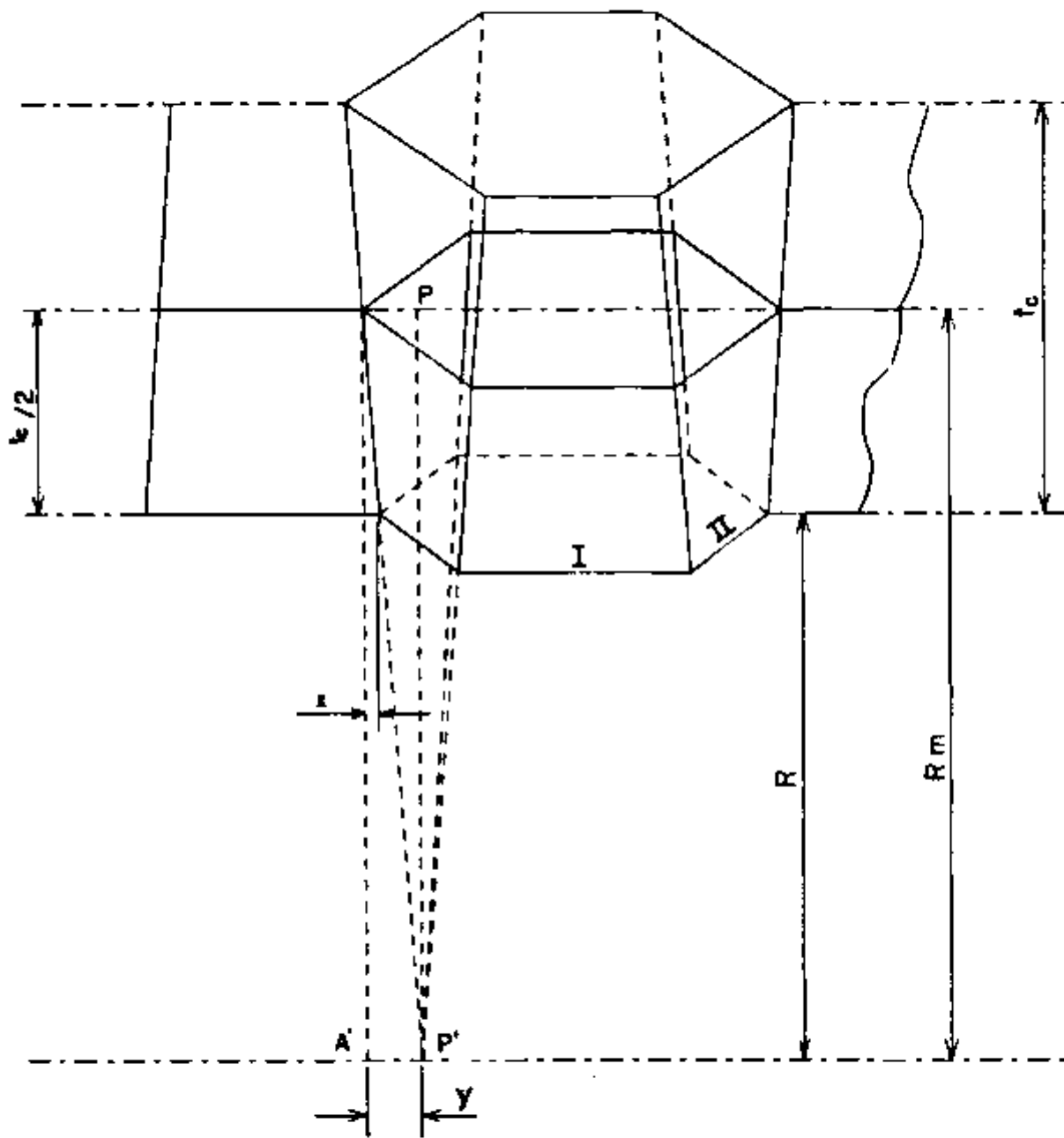


Fig. 7.7 - Linhas construtivas do trapézio II

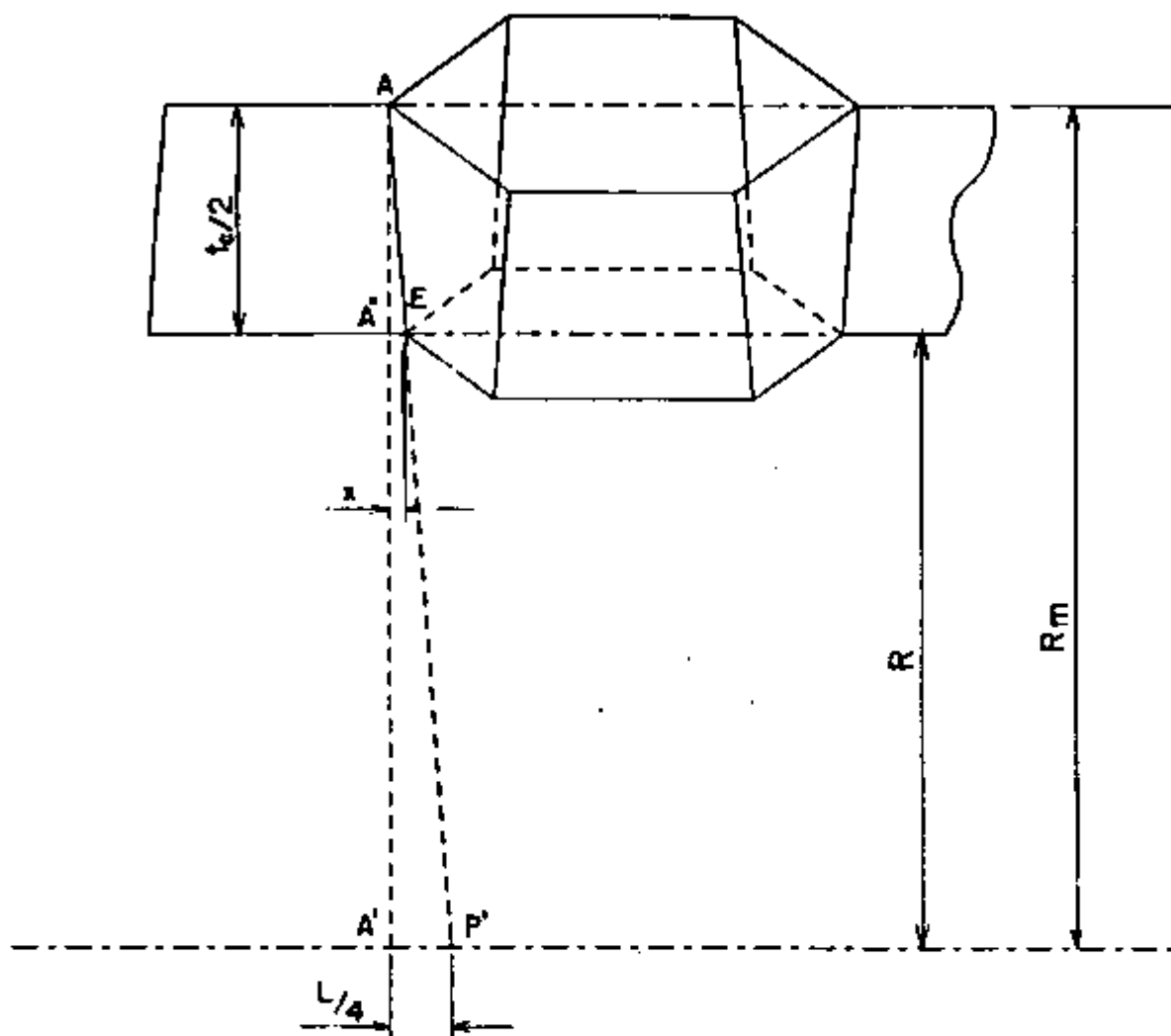


Fig. 7.8 - Representação dos trapézios do raio médio e raio inferior para determinação do parâmetro "x"

Podemos agora determinar os lados dos trapézios I e II o que permitirá determinar os hexágonos situados no diâmetro interno e externo. A figura 7.9 mostra o que se pretende.

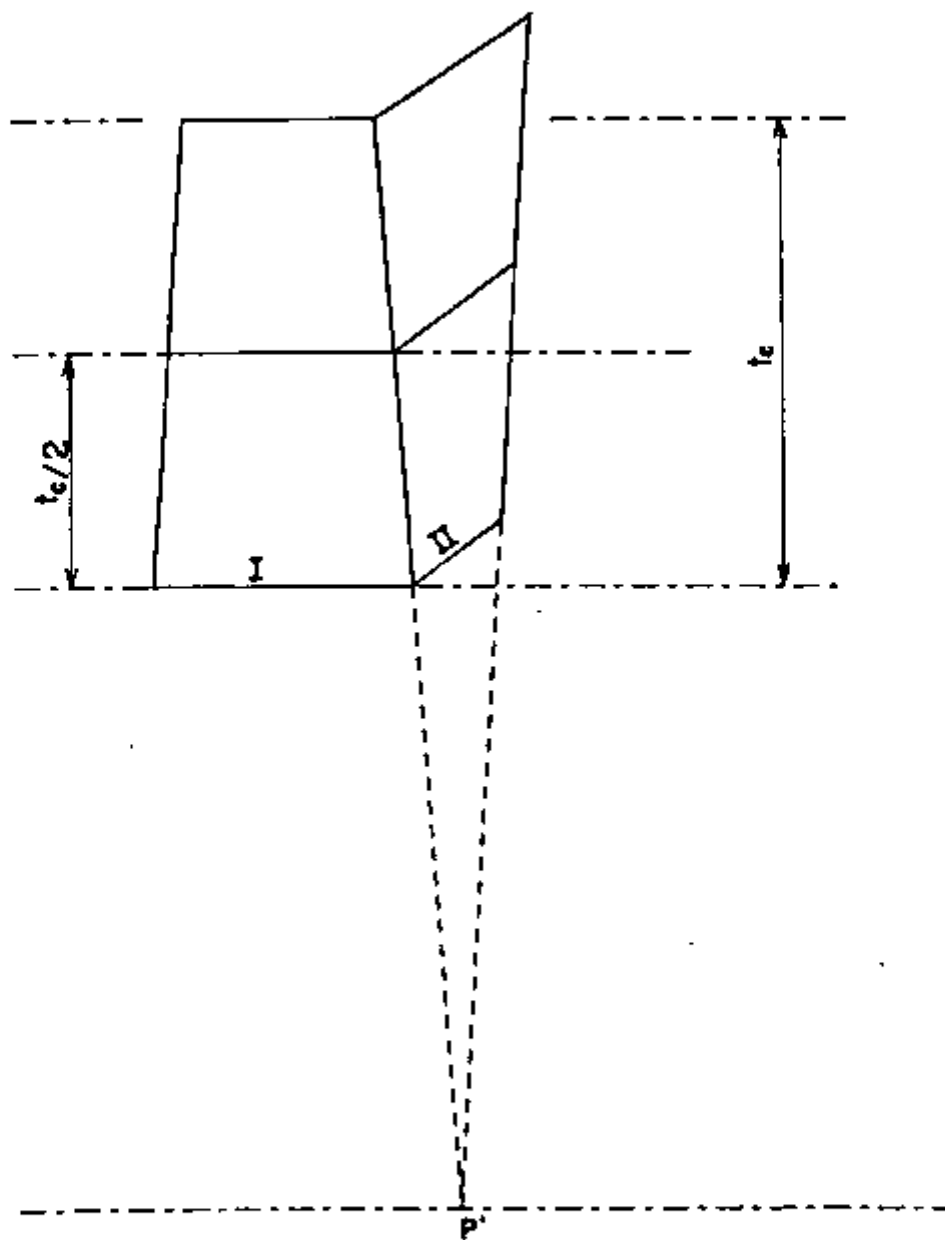


Fig. 7.9 - Destaque da geometria dos trapézios I e II

Deste modo os lados do trapézio I são obtidos da figura 7.10 com o auxílio de x determinado pela equação (7.6).

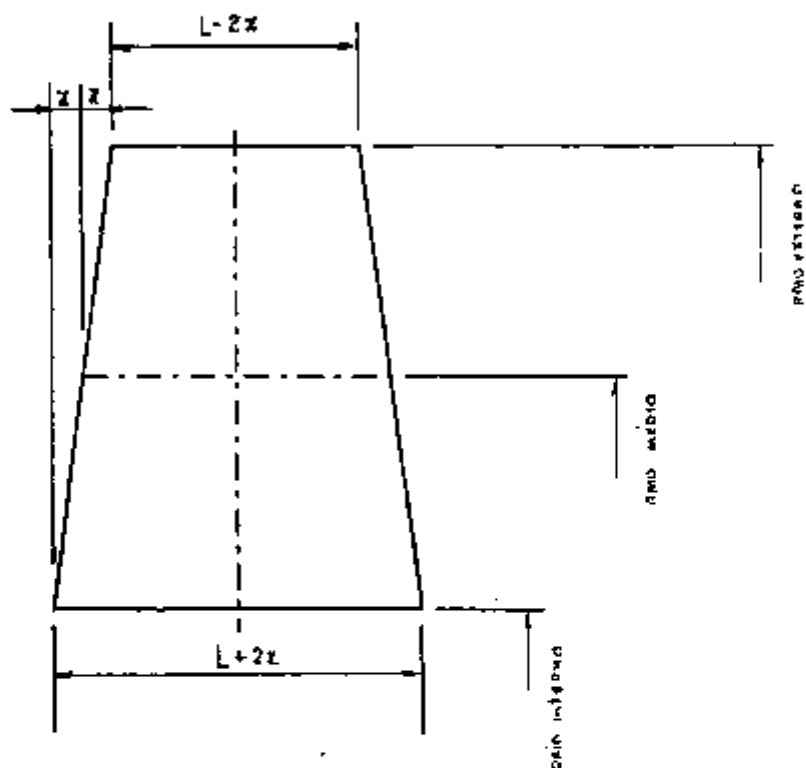


Fig. 7.10 - Arestas do trapézio I

Para o trapézio II, através da figura 7.11, tem-se:

$$L_i = \left(\frac{L}{2} - 2x \right) + \left[\frac{\pi(R - \frac{c}{2})}{m} + \frac{t}{n} \right]^{1/2} \quad (7.7)$$

e

$$L = \left(\left(\frac{L}{2} + 2x \right)^2 + \left[\frac{\pi \left(R + \frac{c}{2} \right)^2}{m} \right] \right)^{1/2} \quad (7.8)$$

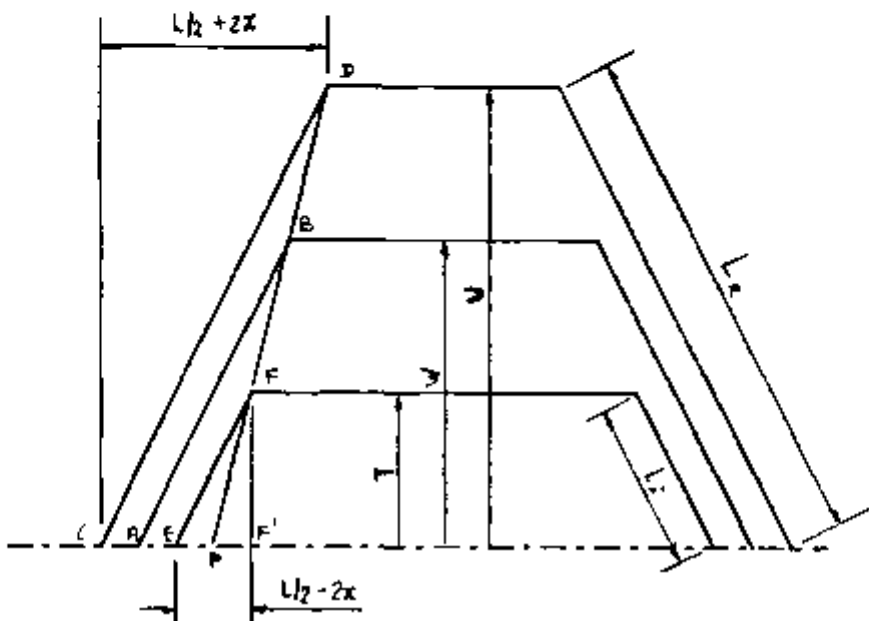


Fig. 7.11 - Arestas do trapézio II

Os valores de L_i e L_e poderão apresentar pequena aproximação caso n também o tenha.

7.3 A Contra-Sela

Agora, posicionando os dois trapézios no mesmo plano, como indicado pela figura 7.12, obteremos as tiras que convenientemente ordenadas irão gerar as células da colméia

(Honeycomb). Conforme pode ser observado pela mesma figura, quando os trapézios são colocados lado a lado, alternadamente, estes formam uma curvatura circunferencial e a esse formato fica caracterizado o que se chama de contra-sela.

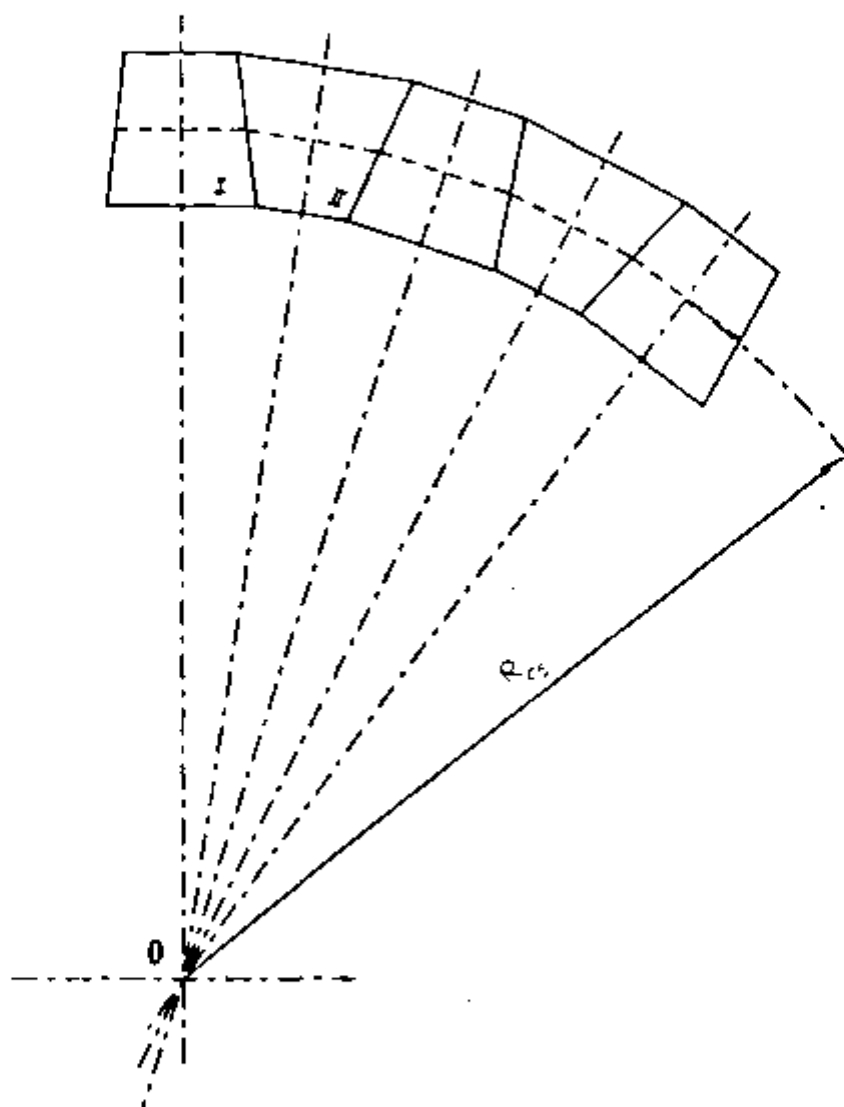


Fig. 7.12 - Contra-sela

Para que seja possível gerar a tira unitária, exemplificada na figura 7.14 de um exemplo real, ainda se faz necessário obter o raio médio da contra-sela o qual foi denominado de R_{cs} que é melhor observado pela figura 7.13.

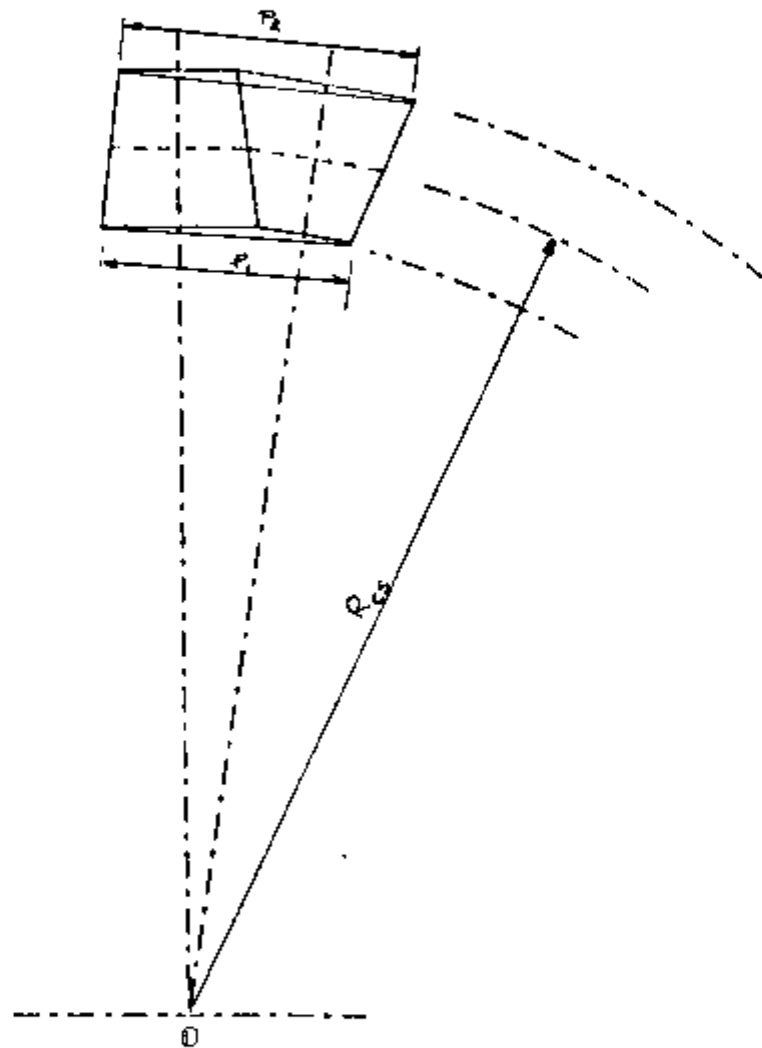


Fig. 7.13 - Indicação do raio da contra-sela R_{cs}

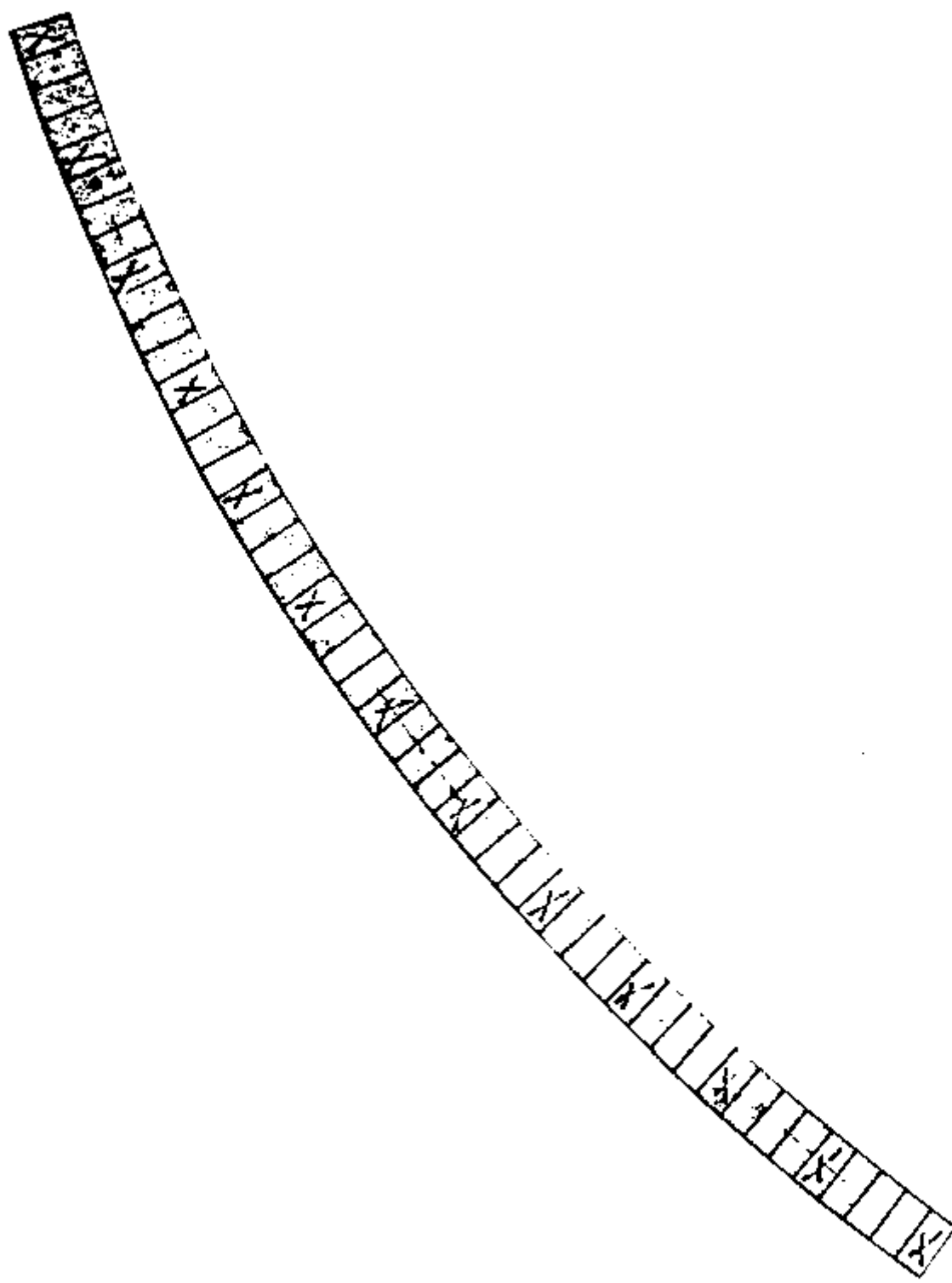


Fig. 7.14 - Exemplo de uma contra-sela real

Assim, os lados dos dois trapézios, seja no diâmetro externo como no diâmetro interno, serão aproximados por arcos e para a relação de triângulos semelhantes, que será mostrada a seguir, esses arcos serão aproximados por cordas. Vale lembrar que essas aproximações são extremamente pequenas devido ao fato de os lados dos dois trapézios realmente se aproximarem de um arco e esta é tanto menor quanto maior for o número de células no perímetro da colméia.

Pela figura 7.13 utilizando a relação dos triângulos semelhantes tem-se:

$$\frac{p_e / 2}{R_i + t_c} = \frac{p_i / 2}{R_i} \quad (7.9)$$

de onde R_i é determinado por

$$R_i = \frac{P_i \cdot t_c}{p_e - p_i} \quad (7.10)$$

Mais uma vez observando-se a mesma figura teremos facilmente o valor de R_{cs} .

$$R_{cs} = R_i + \frac{t_c}{2} \quad (7.11)$$

Portanto:

$$R_{cs} = t \left(\frac{1}{c} + \frac{1}{2} \frac{1}{\frac{P}{P_i} \left(\frac{e}{P_i} - 1 \right)} \right) \quad \text{ou}$$

$$R_{cs} = \frac{t}{c} + t \left(\frac{1}{2} \frac{P_i}{P} \left(\frac{e}{P_i} - 1 \right) \right) \quad (7.12)$$

Finalmente, só nos resta determinar quantos trapézios (n) são necessários em uma tira para que o comprimento C do cilindro seja completamente preenchido, bem como o número de células (n) para fechamento do perímetro.

O número de trapézios (n) é obtido pela interpretação da figura 7.15. Assim temos:

$$C = n \cdot \frac{P}{4}, \text{ sendo } P = 3L \quad (7.13)$$

$$\text{Como } n = \frac{n}{t} \text{ tem-se: } C = \frac{n}{t} \cdot \frac{P}{4} \quad (7.14)$$

Da relação anterior, obtem-se n .

$$n = \frac{4C}{P} \quad \text{ou} \quad n = \frac{4C}{3L} \quad (7.15)$$

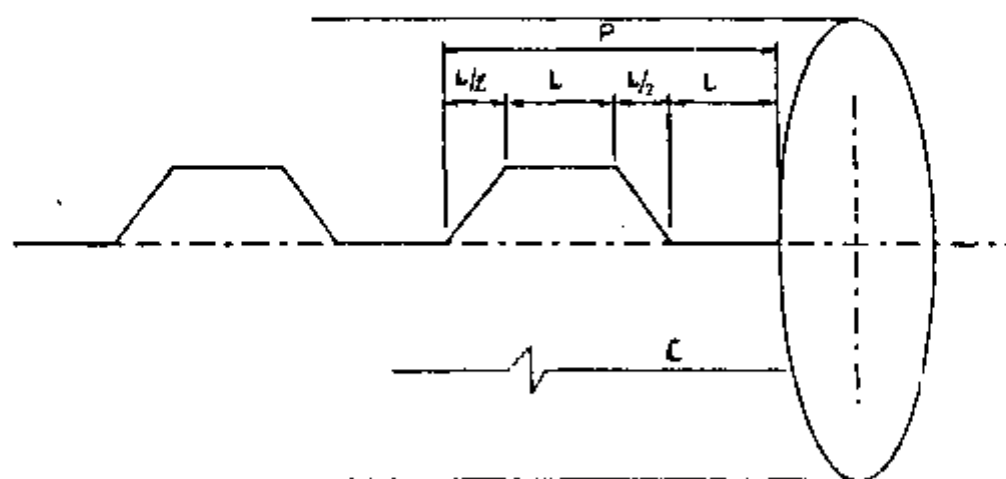


Fig. 7.15 - Número de trapézios para o comprimento do cilindro

O número de células (n) para o fechamento do perímetro também é obtido de maneira simples com o auxílio das figuras 7.16, 7.17 e 7.18.

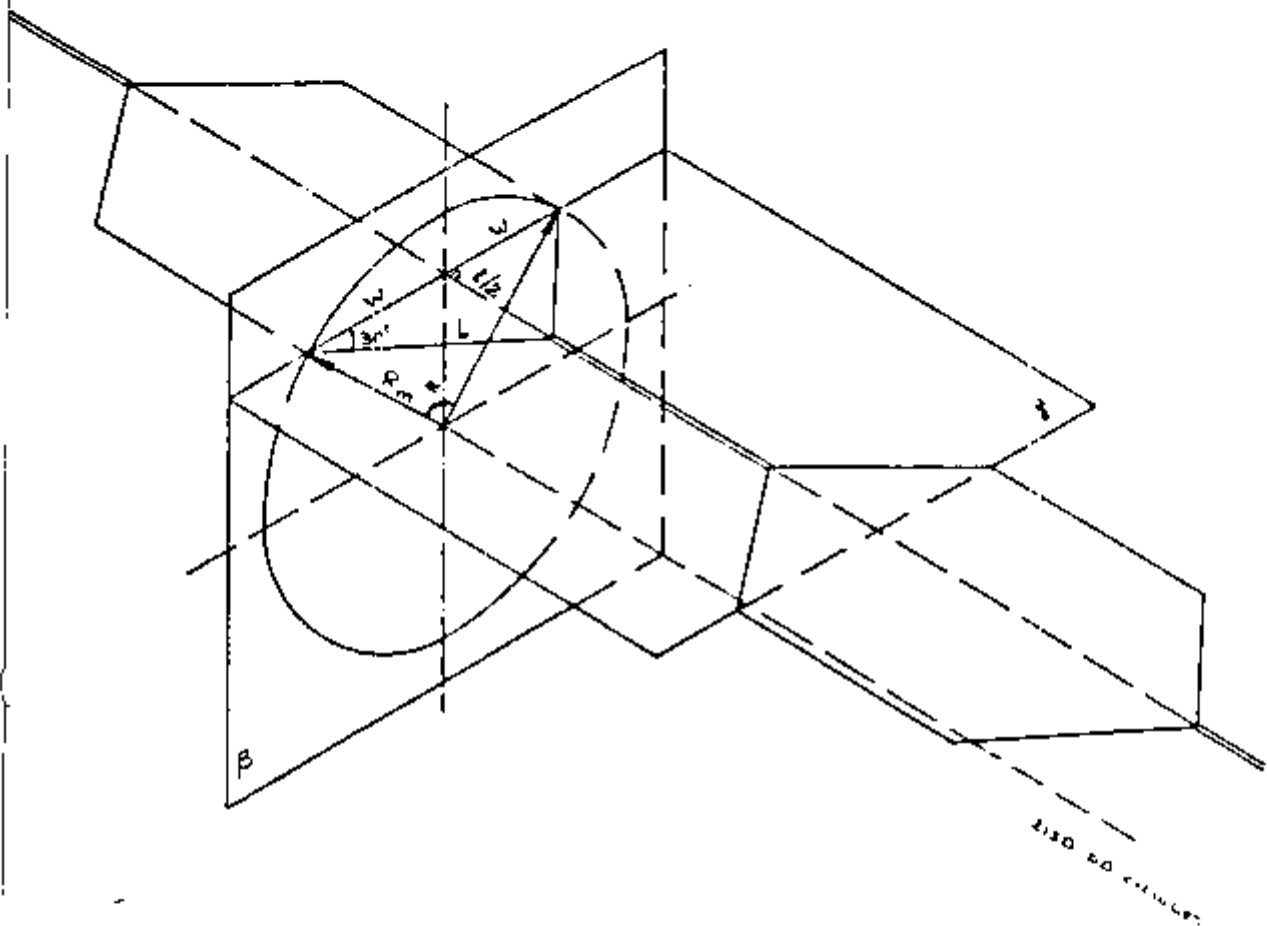
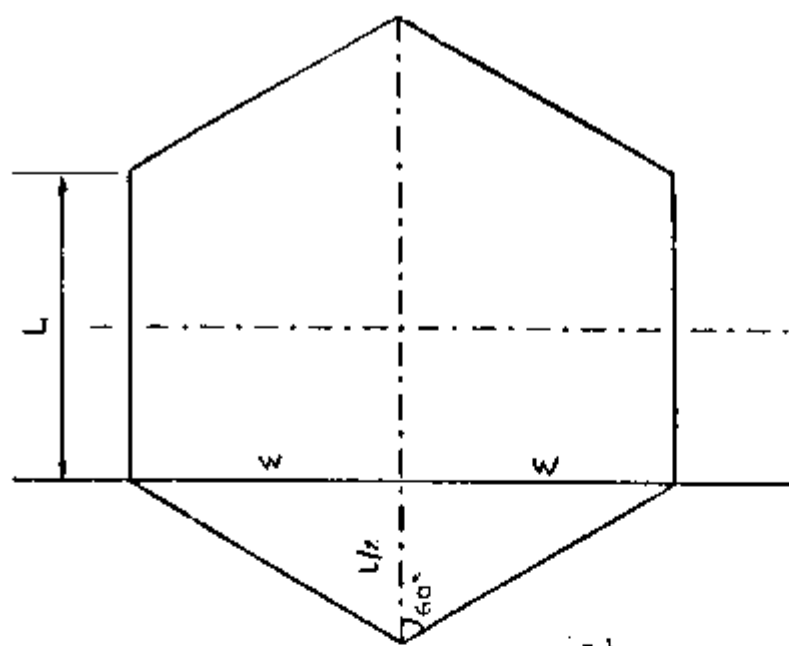
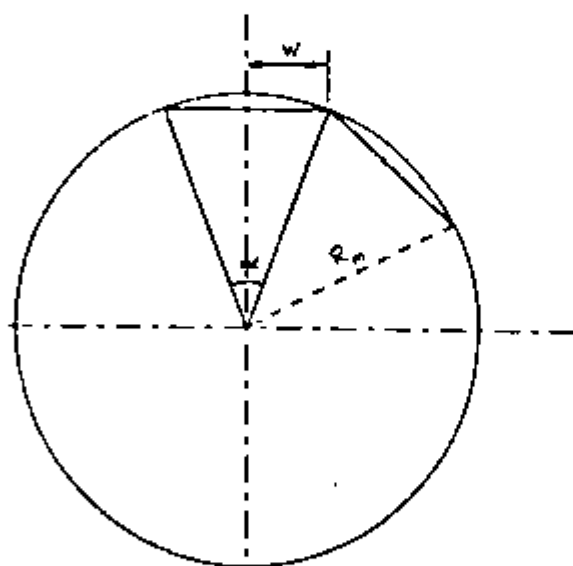


Fig. 7.16 - Perspectiva para visualização dos parâmetros necessários a obtenção do número de células no perímetro do cilindro.



a)



(b)

Fig. 7.17 - Parâmetros para determinação do número de células no perímetro do cilindro.

Da fig. 7.17-a tem-se:

$$\operatorname{sen} 60^\circ = \frac{W}{L} \Rightarrow \frac{\sqrt{3}}{2} = \frac{W}{L} \Rightarrow W = L \frac{\sqrt{3}}{2} \quad (7.16)$$

sendo o valor de L fornecido (dado) de acordo com a necessidade estrutural do componente.

Da figura 7.17-b tem-se:

$$\operatorname{sen} \frac{\alpha}{2} = \frac{W}{R_m} \Rightarrow \alpha = 2 \left(\operatorname{sen}^{-1} \left(\frac{W}{R_m} \right) \right) \quad (7.17)$$

sendo W obtido da equação 7.16 e R_m da Fig. 7.7. Portanto
 $n = \frac{360^\circ}{\alpha}$ onde α é fornecido em graus.

Vale lembrar que quanto maior o número de células (n) no perímetro cada vez mais real fica a aproximação feita na equação 7.17 em relação à Figura 7.17-b, ou seja, $2W$ se aproxima de αR_m como é ilustrado pela figura 7.18.

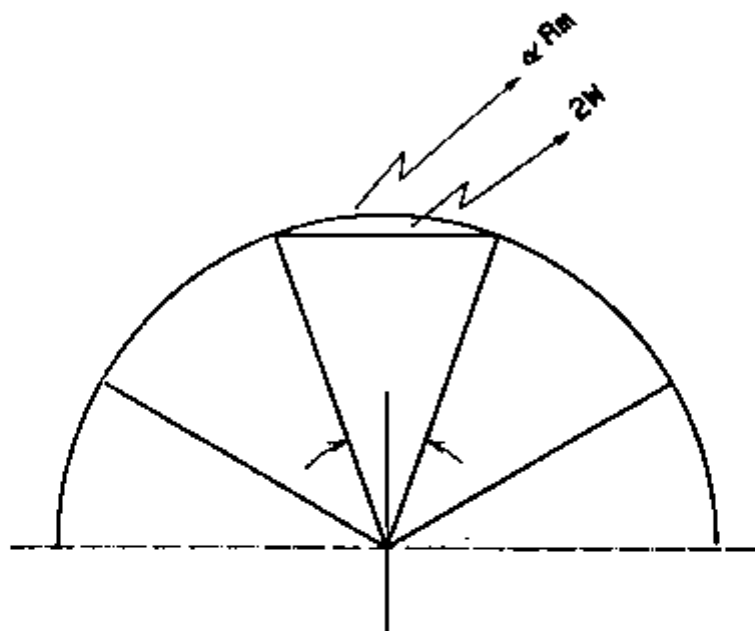


Fig. 7.18 - Erro que determina o número de células no perímetro do cilindro

O valor de n obtido deve ser um número inteiro e desta maneira devemos ajustar L ou R nas equações (7.16) ou (7.17).

Com o desenvolvimento efetuado julgamos ser

possível a construção real de uma estrutura sanduíche na forma cilíndrica ou outra geometria desejada de modo a atender requisitos de projeto onde baixo peso específico e elevada resistência mecânica são exigidos.

Destaca-se aqui que na falta de recursos automatizados de produção o autor e equipe confeccionaram alguns protótipos com o objetivo de ensaiá-los com as eventuais cargas de trabalho. No entanto, após várias tentativas em nosso parque industrial, não foi possível a realização dos ensaios, devido à necessidade de mandris especiais, nem a confecção automatizada da colméia como propôs o trabalho. Não obstante acreditamos que o desenvolvimento efetuado é importante e estamos tentando conduzir um projeto conjunto com a Escola Theobaldo De Nigris (SENRI) no sentido de viabilizar a fabricação de colméias cilíndricas a custos compatíveis.

CAPITULO 8.0 - CONCLUSOES E SUGESTOES PARA TRABALHOS FUTUROS

Quando a análise do problema é encaminhada apenas somente sob a ótica econômica, o que sabemos não ser correto, possivelmente os valores dispendidos, por exemplo em dólares, não serão muito inferiores aos que se gastariam em uma estrutura monocoque. Entretanto, o grande benefício se verifica na análise técnica, pois onde há necessidade de obter elementos de peso específico cada vez menores, sem contudo perder a capacidade do material de suportar cargas cada vez mais elevadas, conduz os engenheiros à escolha de materiais que apresentam núcleo de "honeycomb" aliado a placas de face de grande capacidade de resistência. Desse modo, este trabalho contribui para esse fim abrindo possibilidade do emprego da técnica de estruturas sanduiche também a elementos cilíndricos, permitindo aumento do momento de inércia da estrutura e, por conseguinte, a rigidez, sem elevar de modo significativo o peso específico da mesma. A importância do aumento de inércia torna-se de valor em estruturas submetidas à flambagem e à flexão sendo que neste último, como sabemos, a tensão é determinada por $\sigma = Mc/I$. Já em estruturas sujeitas à pressão interna, o aumento da espessura é um dos parâmetros analisados, garantindo no elemento menores tensões tangenciais e longitudinais.

Como proposta para continuidade da técnica

apresentada deseja-se desenvolver o processo, bem como projetar e fabricar o ferramental necessário a industrialização da colméia cilíndrica oferecendo desse modo ao mercado uma possibilidade real de fabricação de componentes cilíndricos em Estrutura Sanduíche.

REFERENCIAS BIBLIOGRAFICAS

- [1] AIM, R; VILLEFRANCHE P. Optimisation d'un Tube Central de Satellite: Application à Intelsat V. Intespace, v. 5, p. 35-44, 1978.
- [2] AGARWAL, D.B; BROUTMAN, L.J. Analysis and Performance of Fiber Composites. New York, John Wiley & Sons Inc., 1980
- [3] AL-QUIRESHI, H. A. Composite Materials: Fabrication and Analysis. 3 ed. São José dos Campos, s. ed, 1984.
- [4] BHAT, B.T; WANG, T.G. A Comparison of Mechanical Properties of Some Foams and Honeycomb. Journal of Materials Science, p. 5157-5162, 1990.
- [5] BOSCOV, J; CORRÊA, R. Aplicações de Materiais Conjugados no Programa Brasileiro e Pesquisa de Foguetes. In: Congresso Brasileiro de Engenharia e Ciências dos Materiais, VI., Rio de Janeiro, 1984. Anais CBECIMAT, p. 320-24, 1984.

- [6] CALVEJANI, N.L; KODAMA, C.S; YAZAKI, C.K.
Análises de Estruturas pelos Métodos Analítico e Numérico. São Paulo, EPU SP, 1991/ apresentado no curso Materiais Compósitos Avançados. Manuscrito/
- [7] CARLSSON, L.A; SENDLEIN, L. S; MERRY, S.L.
Characterization of Face Sheet/Core Shear Fracture of Composites Sandwich Beams. Journal of Composite Materials, v. 25, p. 101-116, 1991.
- [8] CARVALHO, C; BUTIKEFER, R. Propriedades Mecânicas e Elásticas de Estrutura Sanduiche. São Paulo, Ocfibras Ltda. s.d.
- [9] CHENG, S. Torsion of Sandwich plates of Trapezoidal Cross Section. Asme-Journal of Applied Mechanics, v. 28, p. 363-366, 1961.
- [10] CHIRO, L; BORRIS, P.W. Honeycomb Core Modeling, SAMPE Journal, october 1988.

- [11] GUPTA, A.P; JAIN, M. Axisymmetric Vibration of Annular Sandwich Plates of Linearly Varying Thickness. Journal of Sound and Vibration, v. 80, p. 329-337, 1982.
- [12] HEITZ, E. Construction D'éléments Sandwich en Plastique Renforcé. Verre textile, n. 1, p. 17-21, 1978.
- [13] HEXCEL 158 24. Hexcel Corporation-Structural Division, 1987.
- [14] HILL, R. The Mathematical Theory of Plasticity. London, Oxford University Press, 1950.
- [15] JONES, R.M. Mechanics of Composite Materials. Washington, D.C., Scripta Book Company, 1975.
- [16] KASSAPOGLOU, C; JONAS, P.J; ABBOTT, R. Compressive Strength of Composites Sandwich Panels After Impact Damage: An experimental and Analytical Study. Journal of Composites Technology and Research, v. 10, n. 2, p. 65-73, 1988.

- [17] KIM, C; HONG, C. Viscoelastic Sandwich Plates with Crossply Faces. *Journal of Structural Engineering*, v. 114, n. 1, p. 150-164, 1988.
- [18] LUBIN, G. ed. *Handbook of Composites*. New York Van Nostrand Reinhold Company, 1982.
- [19] MENDONÇA, P.T.R. Uma Formulação de elementos Finitos para Cascas Delgadas Multilaminadas. Florianópolis, 1983. 128 p. Dissertação (Mestrado) - Universidade Federal de Santa Catarina.
- [20] MUKHOPADHYAY, A.K; SIERAKOWSKI, RL. On Sandwich Beams with Laminate Facings and Honeycomb Cores Subjected to Hygrothermal Loads. *Journal of Composite Materials*, v. 24, p. 382-418, 1990.
- [21] PAYDAR, N. Buckling analysis of Sandwich Columns of Linearly Varying Thickness. *AIAA - American Institute of Aeronautics and Astronautics*, v. 26, n. 6, p. 756-759, 1987.

- [22] PRYDAR, N; LIBOVE, C. Stress Analysis of Sandwich Plates with Unidirectional Thickness Variation. ASME Journal of Applied Mechanics, v. 53, p. 609-613, 1986.
- [23] SETTI, J.M.L. Tecnologia do Fiberglass, Rio de Janeiro, Isis Oliveira Pellizzaro, 1974.
- [24] TSAI, S.W. Strength Characteristics of Composite Materials. s.l. NASA-OR-224, 1965.
- [25] TSAI, S. W. Strength Theories of Filamentary Structures. In. R.T. Schwartz and H.S. Schwartz (eds.) Fundamental Aspects of Fiber Reinforced Plastic Composites, New York, Interscience, 1968.
- [26] TSAI, S.W; PAGANO, N.J. Invariant Properties of Composite Materials. s.l., Technomic Publ. Co. 1968. pp 233-53.
- [27] VINSON, J.R. Optimum Design of Composite Honeycomb Sandwich Panels Subject to Uniaxial Compression. AIAA Journal, v. 24, p. 1690-1696, 1986.

[28] VINSON, J.R; CHOU, T. Composite Materials and
Their use in Structures. London, Applied
Science Publishers Ltd. 1975.

BIBLIOGRAFIA RECOMENDADA

BENETT, A.B. Carbon Fiber Composites: A Light Weight Alternative Mechanical Engineering, p. 34-40, setembro, 1981.

BROUTMAN, L. J; KROCK, R.H. Engineering Applications of Composites. London, Academic Press, 1974.

HOLMES, M; JUST, D.J. GRP in Structural Engineering. London, Applied Science Publishers, 1983.

KELLY, A; MILEIKO, S.T. Handbook of Composites. New York, Elsevier Science Publishers, New York, 1983.

PLANTEMA, F.J. Sandwich Construction. London, John Wiley & Sons, 1966.

SCHWARTZ, M.M. Composite Materials Handbook. New York, McGraw-Hill, 1976.

VINSON, J.R; SIERAKOWSKI, R.L. The behavior of
Structures Composed of Composite Materials.
Netherlands, Martinus Nijhoff Publishers, 1986.

VINSON, J.R; TAYA, MINORU. Ed. Recent Advances in
Composites in the USA and Japan. Hampton, 1983.

APENDICES

A - CRITERIOS DE FALHA

B - CALCULO ESTRUTURAL DE UM CILINDRO MANDEQUE

C - MODOS DE FALHA EM ESTRUTURAS SANDUICHE

Estes apêndices foram incluídos para fornecer uma ferramenta e um exemplo de aplicação possibilitando ao leitor uma compreensão mais profunda do trabalho de projeto e cálculo de estruturas fabricadas de Material Composto.

As teorias que serão mostradas nos apêndices A e C assinalam pontos importantes para antever as possíveis falhas do componente projetado, enquanto que o apêndice B traduz de uma maneira prática as análises macromecânicas da lâmina e do laminado que foram apresentadas nos capítulos 4 e 5, respectivamente.

APÊNDICE A - CRITÉRIOS DE FALHA

Há inúmeras teorias desenvolvidas que abordam o assunto e podemos destacar entre as mais importantes a Teoria da Tensão Máxima, Teoria de Tsai-Hill, Teoria da Deformação Máxima, Teoria de Al-Qureshi e Teoria de Tsai-Wu. Faremos uma breve apresentação das duas primeiras, pois indica ser as mais empregadas pelos engenheiros de projeto e cálculo.

A.1 Teoria da Tensão Máxima

A compreensão desse método é simples e estabelece que as tensões nas direções principais (1-2) de uma lâmina ortotrópica devem ser menores que aquelas estabelecidas como admissíveis por ensaios mecânicos e que são denominadas de σ_{11}^t , σ_{11}^c , σ_{22}^t , σ_{22}^c e $\bar{\tau}_{12}$. Caso essa relação não seja obedecida há a possibilidade de fratura do material o que pode comprometer estrutura onde esse componente está empregado. Deste modo tem-se:

$$\begin{aligned} - \sigma_{11}^c &\leq \sigma_1 \leq \sigma_{11}^t \\ - \sigma_{22}^c &\leq \sigma_2 \leq \sigma_{22}^t \\ \bar{\tau}_{12} &\leq \bar{\tau}_{12} \end{aligned} \tag{A.1}$$

Nas aplicações onde temos a tensão σ_1 de tração fazendo um ângulo Θ com a direção de orientação da fibra, recebendo assim a denominação de σ_x , conforme mostrado pela figura A.1, podemos expressar as mesmas relações da página anterior de uma forma mais direta e prática para análise. Sabemos que as relações entre σ_1 , σ_2 e τ_{12} e σ_x é dada por:

$$\begin{aligned}\sigma_1 &= \sigma_x \cos^2 \Theta \\ \sigma_2 &= \sigma_x \sin^2 \Theta\end{aligned}\tag{A.2}$$

$$\tau_{12} = \sigma_x \sin \Theta \cos \Theta$$

que quando substituídas na equação A.1 resultará em

$$\begin{aligned}\sigma_x &\left(\frac{\sigma_{11}^t}{2 \cos^2 \Theta} \right. \\ \sigma_x &\left(\frac{\sigma_{22}^t}{2 \sin^2 \Theta} \right. \\ \sigma_x &\left(\frac{\tau_{12}}{\sin \Theta \cos \Theta} \right.\end{aligned}\tag{A.3}$$

indicando portanto que a falha deverá ocorrer quando σ exceder qualquer uma das três tensões mostradas acima.

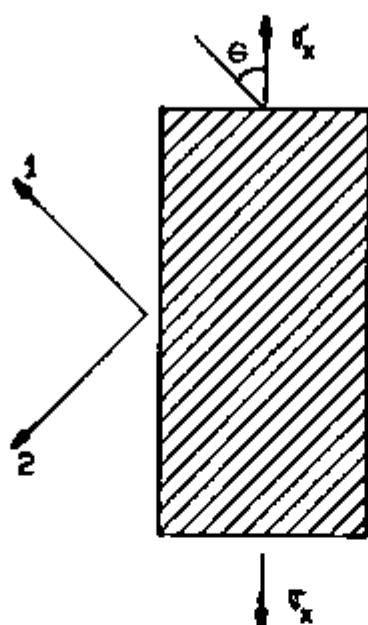


Fig. A.1 - Carregamento uniaxial com ângulo θ em relação a orientação da fibra.

A.2 Teoria de Tsai-Hill

O trabalho desenvolvido por Hill [14] é na verdade uma extensão da teoria de Von Mises (ou Von Mises-Hencky), denominada de critério de Von Mises ou Teoria da Máxima Energia de Distorção. Hill estabeleceu um critério de falha para materiais anisotrópicos que mais tarde foi adaptado para materiais compostos laminados por Tsai [25] recebendo o nome então de Teoria de Tsai-Hill.

A.3

Essa teoria coloca que em um estado plano de tensão para um material ortotrópico a falha deve iniciar quando a seguinte desigualdade for violada:

$$\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{11}^t}\right)^2 - \left[\left(\frac{\sigma_1}{\sigma_{11}^t}\right)\left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{11}^t}\right)\right] + \left(\frac{\sigma_2}{\sigma_{22}^t}\right)^2 + \left(\frac{\bar{\sigma}_{12}}{\bar{\sigma}_{12}^t}\right)^2 \leq 1 \quad (A.4)$$

Do mesmo modo que no primeiro critério quando a tensão faz um ângulo Θ com a direção da fibra podemos aplicar as equações A-2 na inequação A-4 e obter

$$\frac{\cos^4 \Theta}{(\sigma_{11}^t)^2} + \left[\frac{1}{(\bar{\sigma}_{12}^t)^2} - \frac{1}{(\sigma_{11}^t)^2}\right] \cos^2 \Theta \sin^2 \Theta + \frac{\sin^4 \Theta}{(\sigma_{22}^t)^2} + \frac{1}{\sigma_x^2}$$

É importante observar que nesse caso há apenas uma função para estabelecer a tensão máxima que o material pode resistir e não três como no critério da Tensão Máxima e também que o critério de Tai-Hill leva em consideração a interação que há entre as tensões σ_{11} , σ_{22} e $\bar{\sigma}_{12}$ o que não ocorre no primeiro critério abordado onde as tensões de falha presumi-se ocorrer independentemente.

Para estabelecer melhor ainda a comparação entre os dois critérios é apresentada na figura A-2, para um laminado fibra de vidro-E/resina epoxi, as curvas que mostram

a relação $\frac{\sigma_x}{t}$ variando em função do ângulo θ onde percebe-se que o critério de Tsai-Hill é mais conservador em relação ao critério de Tensão Máxima.

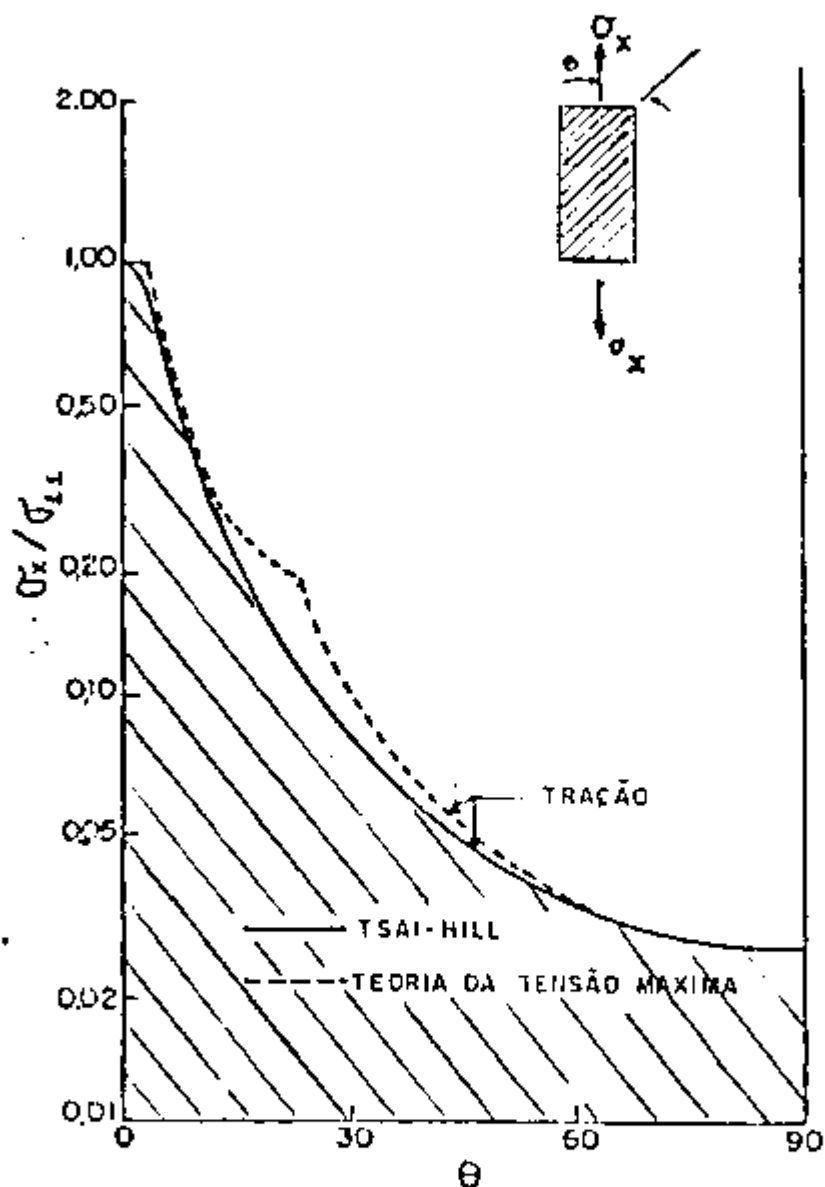


Fig. 11.2 - Comparação entre os critérios da Tensão Máxima e Tsai Hill

Para que seja observado a importância desses critérios no trabalho de projeto de um componente fabricado de Material Composto o cálculo de um cilindro monocoque é apresentado no Apêndice B onde o Critério da Tensão Máxima e o Critério de Tsai-Hill são destacados a partir do item B.2.9.

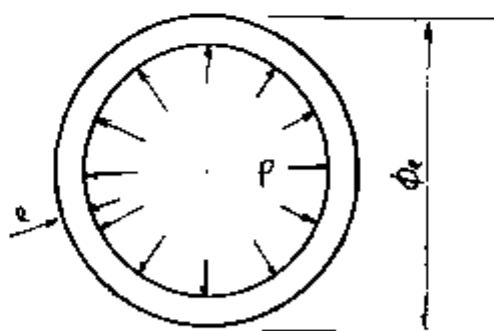
APENDICE B - CALCULO ESTRUTURAL DE UM CILINDRO MONOCOQUE

Para a escolha do melhor produto onde a decisão da equipe de projeto recaia sobre cilindros de material composto, dada a possibilidade de escolha entre cilindros de parede dupla, empregando-se colméia no núcleo, e cilindros de parede única (monocoque), torna-se importante entre outros pontos o cálculo estrutural comparativo frente às solicitações que a peça sofre, a análise custo/benefício das possibilidades e garantia de reprodutibilidade na fabricação.

O cálculo estrutural de um cilindro monocoque que trabalha com pressão interna é apresentado a seguir como ilustração [6].

B.1 Procedimento

B.1.1 Cilindro Adotado



Configuração do Bobinamento = $[90^{\circ} / \pm 20^{\circ} / 90^{\circ}]_s$

Número de Camadas = 8

Material das Camadas = carbono/epoxi

Espessura Total (e) = 2 mm

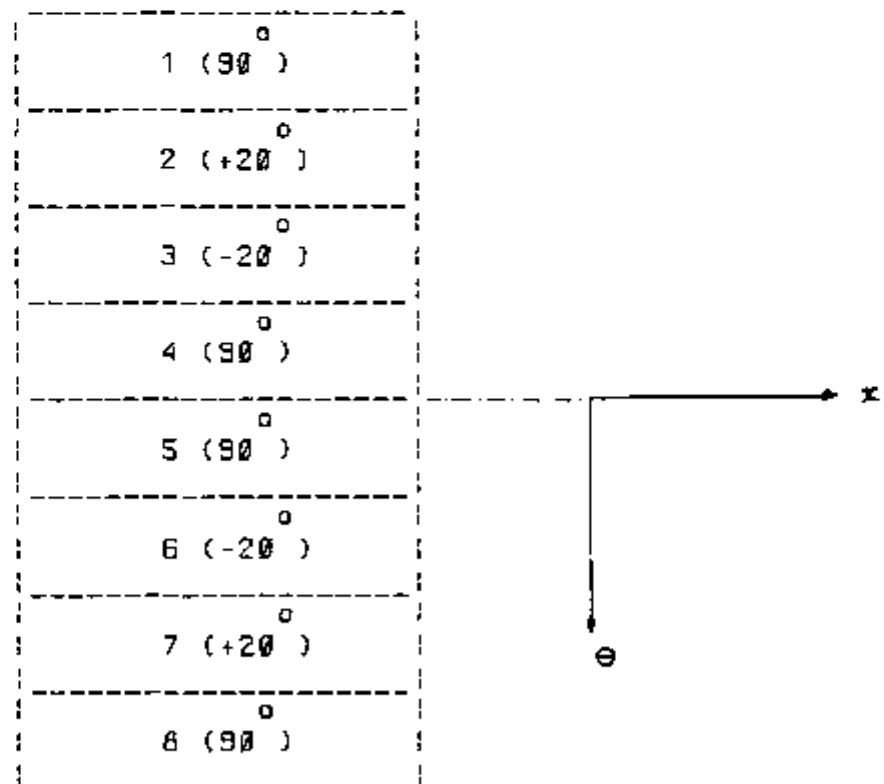
Espessura por Camada = 0,25 mm

Diâmetro Interno (d_i) = 176 mm

Pressão Interna (P) = 100 kgf/cm²

B.1.2 Características do Laminado

Configuração



Propriedades Mecânicas

	CAMADAS 1 A 8
E_{11}^2 (kgf/mm ²)	14.780
E_{22}^2 (kgf/mm ²)	980
G_{12}^2 (kgf/mm ²)	490
ν_{12}	0,3
σ_{11}^t	180
σ_{11}^c	125
σ_{22}^t	5
σ_{22}^c	25
$\bar{\sigma}_{12}$	7

B.1.3 Carregamento Considerado

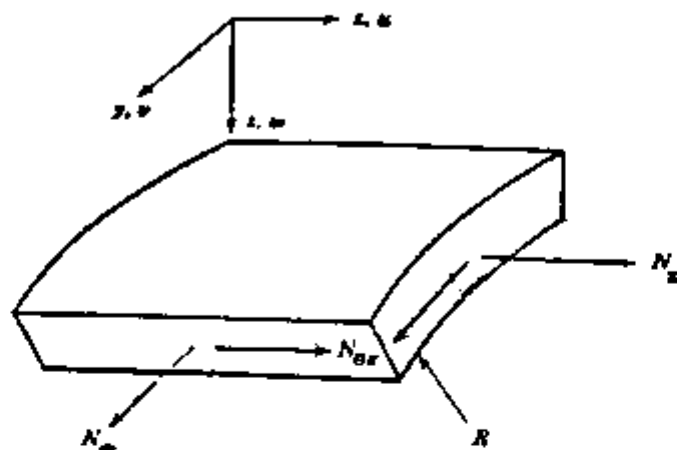


Fig. B.1 - Elemento infinitesimal de um cilindro considerado apenas a ação das cargas N_x , N_θ e N_r

Tensão Longitudinal

$$\bar{\sigma}_x = \frac{pr}{(r+t) - r} = \frac{1 \times 88}{(90) - 88} = 21,75 \text{ kgf/mm}^2$$

Tensão Circunferencial

$$\bar{\sigma}_\theta = \frac{pr}{t} = \frac{1 \times 88}{2} = 44,00 \text{ kgf/mm}^2$$

D.4

Cargas no elemento

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix} dz$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \int_{-t/2}^{t/2} \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \tau_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix} t = \begin{Bmatrix} 21,75 \\ 44,00 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 2$$

$$\begin{Bmatrix} N_x \\ N_\theta \\ N_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 43,50 \\ 88,00 \\ 0 \end{Bmatrix} \text{ kgf/mm}$$

B.2 Cálculo das Tensões e Deformações pelo Método Analítico

B.2.1 Matriz de Rigidez Reduzida [Q] nas direções da fibra

B.5

B.2.1.1 Determinação de ν_{21}

Empregando-se a equação 4.9 tem-se

$$\frac{E_{11}}{\nu_{12}} = \frac{E_{22}}{\nu_{21}} \Rightarrow \nu_{21} = \frac{0,30 \times 9,80}{14\,780} = 0,02$$

B.2.1.2 Determinação dos Elementos Q_{ij} da Matriz de Rigidez Reduzida

$$Q_{11} = \frac{E_{11}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{14\,780}{1 - (0,3 \times 0,02)} = \frac{14\,780}{0,994} = 14869,2 \text{ kgf/mm}^2$$

$$Q_{12} = \frac{\nu_{12} E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{(0,3)(980)}{0,994} = 295,8 \text{ kgf/mm}^2$$

$$Q_{22} = \frac{E_{22}}{1 - \nu_{12} \nu_{21}} = \frac{980}{0,994} = 985,9 \text{ kgf/mm}^2$$

$$Q_{66} = \frac{G}{12} = 490 \text{ kgf/mm}^2$$

B.6

Assim:

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 14869,2 & 295,8 & 0 \\ 295,8 & 985,9 & 0 \\ 0 & 0 & 490 \end{bmatrix} \quad (\text{kgf/mm}^2)$$

B.2.2 Matriz de Rigidez Reduzida Transformada (\bar{Q})

$$\bar{Q}_{11} = Q_{11} \cos^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \sin^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{12} = (Q_{11} + Q_{22} - 4Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{12} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

$$\bar{Q}_{22} = Q_{11} \sin^4 \theta + 2(Q_{12} + 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{22} \cos^4 \theta$$

$$\bar{Q}_{16} = \bar{Q}_{26} = 0$$

$$\bar{Q}_{66} = (Q_{11} + Q_{22} - 2Q_{12} - 2Q_{66}) \sin^2 \theta \cos^2 \theta + Q_{66} (\sin^4 \theta + \cos^4 \theta)$$

Então teremos:

B.2.2.1 Para $\Theta = 90^\circ$

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_{90} = \begin{bmatrix} 985,9 & 295,8 & 0 \\ 295,8 & 14869,2 & 0 \\ 0 & 0 & 490,0 \end{bmatrix} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

B.2.2.2 Para $\Theta = 20^\circ$

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_{20} = \begin{bmatrix} 11871,0 & 1669,9 & 3868,7 \\ 1669,9 & 1235,7 & 593,4 \\ 3868,7 & 593,4 & 1864,1 \end{bmatrix} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

B.2.2.3 Para $\Theta = -20^\circ$

$$\begin{bmatrix} \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \\ \bar{Q}_{ij} \end{bmatrix}_{-20} = \begin{bmatrix} 11871,0 & 1669,9 & -3868,7 \\ 1669,9 & 1235,7 & -593,4 \\ -3868,7 & -593,4 & 1864,1 \end{bmatrix} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

B.2.3 Matriz de Rigidez Extensional [A]

$$[A]_{ij} = \sum_{k=1}^n (\bar{Q})_{ij} (t_K - t_{K-1})$$

Os valores de \bar{Q}_{ij} são obtidos do item (B.2.2) e os

valores de t_K e t_{K-1} de (B.1.2). Assim teremos:

$$[A] = \begin{bmatrix} 12856,9 & 1965,7 & 0 \\ 1965,7 & 16104,9 & 0 \\ 0 & 0 & 2354,1 \end{bmatrix} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

A matriz $[A]^{-1}$ (matriz inversa de [A]) será utilizada posteriormente e é dada por:

$$[A]^{-1} = \begin{bmatrix} 79,3 & -9,7 & 0 \\ -9,7 & 63,3 & 0 \\ 0 & 0 & 424,8 \end{bmatrix} \cdot 10^{-6} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

B.2.4 Matriz de Acoplamento [B]

$$\begin{bmatrix} B \\ ij \end{bmatrix} = \frac{1}{2} \sum_{i=1}^n (\bar{Q})_{ij} (t_K^2 - t_{K-1}^2)$$

Como o laminado apresenta simetria em relação ao eixo neutro (LN), seu valor é nulo. Esse fato pode ser verificado aplicando-se a equação acima.

B.2.5 Matriz de Rigidez de Flexão

$$\begin{bmatrix} D \\ ij \end{bmatrix} = \frac{1}{3} \sum_{i=1}^n (\bar{Q})_{ij} (t_K^3 - t_{K-1}^3)$$

$$\begin{bmatrix} D \\ ij \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 3604,9 & 569,3 & 483,6 \\ 569,3 & 6219,9 & 74,2 \\ 483,6 & 74,2 & 698,7 \end{bmatrix} \text{ (kgf/mm}^2\text{)}$$

B.2.6 Cálculo das Deformações Centrais ($\hat{\epsilon}$) e Curvaturas (k)

Na situação de carregamento apresentada o momento fletor é nulo e as curvaturas, representadas por k, não existem e portanto assumem valor nulo.

Assim tem-se através da equação 5.28:

$$\{\epsilon^0\} = [A] \{N\} + [B] \{M\}$$

$$\{k\} = [C] \{N\} + [D] \{M\}$$

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_\theta^0 \\ \epsilon_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,596 \\ 5,147 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

$$\begin{Bmatrix} k_x \\ k_\theta \\ k_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 0 \\ 0 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

B.2.7 Cálculo das Deformações Totais em cada Lâmina

Sabemos que $\{\epsilon\} = \{\epsilon^0\} + z \{k\}$, porém como as deformações k 's são nulas implica que $\{\epsilon\} = \{\epsilon^0\}$. Logo

$$\begin{Bmatrix} \epsilon_x \\ \epsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} \epsilon_x^0 \\ \epsilon_\theta^0 \\ \gamma_{x\theta}^0 \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 2,596 \\ 5,147 \\ 0 \end{Bmatrix} \times 10^{-3}$$

para todas as camadas do laminado, ou seja, todas as camadas apresentam a mesma deformação.

B.2.8 Cálculo das Tensões e Deformações nas Direções Principais (1-2)

Também é dado pela equação 5.8 que

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_K = [Q]_K \begin{Bmatrix} \epsilon_1 \\ \epsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix}$$

sendo essa tensão obtida para o sistema global (x-θ). Deste modo, as tensões e deformações no sistema local (1-2) são dadas como segue

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix}_K = [T]_K \begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix}_K$$

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = [T] \begin{Bmatrix} \varepsilon_x \\ \varepsilon_\theta \\ \gamma_{x\theta} \end{Bmatrix}$$

K K

Assim teremos:

Lamina 1 (90°)

$$\begin{Bmatrix} \sigma_x \\ \sigma_\theta \\ \tau_{x\theta} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 4,08 \\ 77,30 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(kgf/mm²)

90°

$$\begin{Bmatrix} \sigma_1 \\ \sigma_2 \\ \tau_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 77,30 \\ 4,08 \\ 0 \end{Bmatrix}$$

(kgf/mm²)

90°

$$\begin{Bmatrix} \varepsilon_1 \\ \varepsilon_2 \\ \gamma_{12} \end{Bmatrix} = \begin{Bmatrix} 5,147 \\ 2,596 \\ 0 \end{Bmatrix} \cdot 10^{-3}$$

90°

Lâmina 2 (+20°)

$$\begin{array}{l|l|l} \sigma_x & & 39,41 \\ \sigma_\theta & = & 10,69 \\ \tau_{x\theta} & & 13,10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{(kgf/mm}^2\text{)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l} \sigma_1 & & 44,47 \\ \sigma_2 & = & 5,63 \\ \tau_{12} & & 0,80 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{(kgf/mm}^2\text{)} \end{array}$$

$$\begin{array}{l|l|l} \epsilon_1 & & 2,89 \\ \epsilon_2 & = & 4,85 \\ \gamma_{12} & & 0,82 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ 10^{-3} \end{array}$$

Lâmina 3 (-20°)

$$\begin{array}{l|l|l} \sigma_x & & 39,41 \\ \sigma_\theta & = & 10,69 \\ \tau_{x\theta} & & -13,10 \end{array} \quad \begin{array}{l} \\ \\ \text{(kgf/mm}^2\text{)} \end{array}$$

σ_1		44,47	
σ_2	=	5,63	(kgf/mm ²)
σ_{12}	\circ	-0,80	
	-20		
ϵ_1		2,89	
ϵ_2	=	4,85	10 ⁻³
ϵ_{12}	\circ	-0,82	
	-20		

Vale lembrar que conforme é mostrado pelo item B.1.2 deste apêndice, onde é apresentada a configuração adotada para o laminado em análise, temos que as lâminas 1, 4, 5 e 8 são bobinadas com $\theta = 90^\circ$, lâmina 2 e 7 com $\theta = +20^\circ$ e lâminas 3 e 6 com $\theta = -20^\circ$. Deste modo os valores de tensão e deformação médios calculados para a lâmina 1, lâmina 2 e lâmina 3, que representam o laminado com todas as camadas, são mostrados na tabela B.1.

LAMINA	ϵ_1	ϵ_2	γ_{12}	σ_1 2 (kgf/mm)	σ_2 2 (kgf/mm)	τ_{12} 2 (kgf/mm)
1	0,00515	0,00260	0	77,30	4,08	0
2	0,00289	0,00485	0,00082	44,47	5,63	0,80
3	0,00289	0,00485	-0,00082	44,47	5,63	-0,80
4	0,00515	0,00260	0	77,30	4,08	0
5	0,00515	0,00260	0	77,30	4,08	0
6	0,00289	0,00485	-0,00082	44,47	5,63	-0,80
7	0,00289	0,00485	0,00082	44,47	5,63	0,80
8	0,00515	0,00260	0	77,30	4,08	0

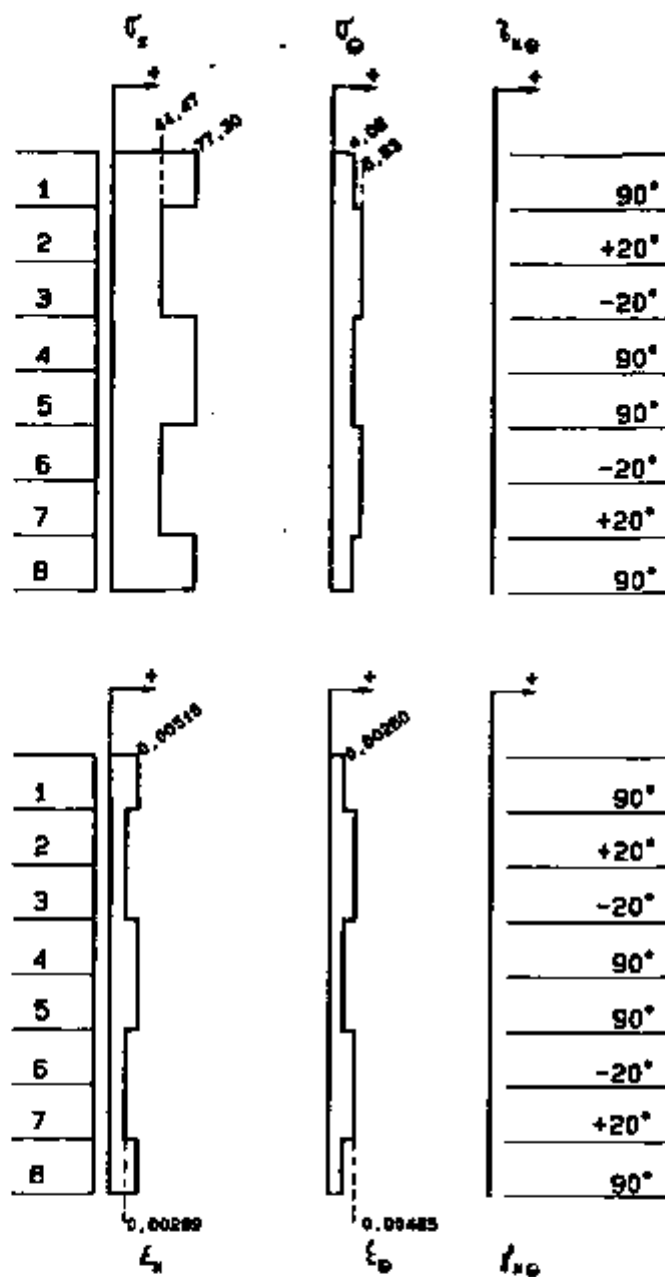
Tabela B.1 - Tensões e Deformações Médias nas Camadas do Laminado - Direções Principais

As tensões e deformações nas lâminas para orientações a 90° (camadas 1, 4, 5 e 8), a $+20^\circ$ (camadas 2 e 7) e a -20° (camadas 3 e 6) no sistema local (1-2) são representadas graficamente na figura B.2.

B.2.9 Critérios de Falha

B.2.9.1 Critério de Tsai-Hill [24]

Lembrando que a margem de segurança MS é dada por:



escala σ / σ_x 1:5
 escala σ / σ_y 1:1
 escala σ / ϵ 1000:1

Fig. B.2 - Representação das tensões e deformações médias nas camadas do laminado - Direções Principais

$$MS = FS - 1$$

e que o fator de segurança FS por Tsai-Hill é

$$FS = \frac{1}{\sqrt{\frac{\sigma_1^2}{\sigma_{11}^t} + \frac{\sigma_2^2}{\sigma_{22}^t} - \frac{\sigma_1 \sigma_2}{\sigma_{11}^t} + \frac{\tau_{12}^2}{\bar{\sigma}_{12}^2}}}$$

teremos para o nosso problema os valores de margem de segurança, que estão indicados na tabela B.2, destacando as camadas que devem apresentar ruptura.

LAMINA	MS	OBSERVACAO
1	0,091	-
2	- 0,134	falhou
3	- 0,134	falhou
4	0,091	-
5	0,091	-
6	- 0,134	falhou
7	- 0,134	falhou
8	0,091	-

Tabela B.2 - Camadas que deverão apresentar ruptura pelo critério de Tsai-Hill

B.2.9.2 Critério da Tensão Máxima

Esse critério de falha estabelece que a mesma ocorrerá se pelo menos uma das 3 condições abaixo não for satisfeita.

$$- \sigma_{11}^c \leq \sigma_1 \leq \sigma_{11}^t$$

$$- \sigma_{22}^c \leq \sigma_2 \leq \sigma_{22}^t$$

$$\tau_{12} \leq \bar{\tau}_{12}$$

Deste modo, tem-se apresentado pela tabela B.3, as camadas que deverão apresentar falha segundo esse critério. Os valores de tensão empregados para o cálculo estão indicados no item B.1.2 e tabela B.1, o mesmo acontecendo para o critério de Tsai-Hill.

Uma recomendação útil se faz no sentido de comparar o cálculo feito para o laminado com as duas teorias de falha apresentadas e evitar que tal verificação seja feita apenas empregando-se uma delas. A importância da comparação recai no fato, importante por sinal, de o critério de Tsai-Hill não mostrar em que direção a falha ocorrerá indicando apenas que a camada deve apresentar falha. O outro critério, denominado de Tensão Máxima, mostra em qual direção estará

ocorrendo a ruptura da camada, o que abre perspectiva de estudo para eventualmente se alterar condições de projeto apenas favorecendo a direção que não atende a condição estabelecida pelo critério. A certeza que se tem, no entanto, é conhecer que fatores devem ser alterados para evitar a falha do componente que se está projetando, fatores estes que podem incluir a matéria prima escolhida e orientação das fibras como, eventualmente, até as condições de projeto.

Esse cálculo apresentado como ilustração foi escolhido propositalmente e mostra que alguns dos fatores

LAMINA	σ_1 t σ_{11}	σ_2 t σ_{22}	ζ_{12} $\bar{\zeta}_{12}$	OBSERVAÇÃO
1	0,429	0,816	0	-
2	0,247	1,126	0,114	falhou
3	0,247	1,126	0,114	falhou
4	0,429	0,816	0	-
5	0,429	0,816	0	-
6	0,247	1,126	0,114	falhou
7	0,247	1,126	0,114	falhou
8	0,429	0,816	0	-

Tabela B.3 - Camadas a apresentar ruptura pelo critério da Tensão Máxima.

destacados no parágrafo anterior devem ser manipulados de modo a corrigir o problema (falha) e garantir satisfatoriamente as condições de trabalho do componente.

APÊNDICE C - MODOS DE FALHA EM ESTRUTURAS TIPO SANDUICHE

O engenheiro, ao optar por componentes onde estruturas sanduiche com núcleo de colméia (honeycomb) são empregados, deve naturalmente, antes de qualquer conclusão quanto ao modo de falha, garantir que o projeto tenha sido conduzido acertadamente.

Os passos seguidos pelos profissionais de projeto e cálculo podem ser resumidamente decritos como segue [18]:

- a) Definir as cargas ou as condições de carregamento
- b) Definir o tipo de viga
- c) Definir as deflexões máximas
- d) Selecionar o material das faces

As considerações a serem feitas devem incluir limitação de massa, cargas, corrosão e custos.

Deve-se também escolher espessuras padrões para executar os cálculos iniciais e ter em mente que tais espessuras afetam diretamente a tensão da face e a deflexão. O material empregado na face deve ser selecionado de acordo com a necessidade de utilização do componente e pode ser alumínio, aço inoxidável, titânio, fibra de carbono, fibra de vidro e Kevlar.

- e) Primeira aproximação do cálculo

Após a primeira estimativa da espessura h da

estrutura sanduiche, lembrando que $h = t_f + t_c$, outra seleção da espessura das faces t_f ou módulo de elasticidade do material das faces E_f deve ser feita para conseguir um valor h desejável de modo a atender, sem comprometer a estrutura, o carregamento imposto.

Como as espessuras do material das faces e do núcleo (honeycomb) são padronizadas a escolha deve recair sobre valores que garantam segurança em relação às espessuras obtidas pelo cálculo. É aconselhável verificar novamente a deflexão e a tensão.

f) Seleção do Núcleo

Calcula-se a tensão de cisalhamento no núcleo adequando-a às várias possibilidades de escolha quanto ao material no qual o mesmo pode ser fabricado. Há disponibilidade de núcleos alveolares fabricados de aço inoxidável, titânio, alumínio, fibra de carbono/resina, fibra de vidro/resina e papel Nomex. Dependendo da aplicação pode-se optar por núcleos de espuma e madeira balsa. Refina-se a seleção, incluindo considerações sobre compatibilidade entre os materiais a serem empregados, tamanho das células e tipo das mesmas que é destacado pela figura C.1. Como exemplo, é importante lembrar que se a opção recair pelo emprego de fibra de carbono como placa de face e de alumínio como núcleo a presença de umidade, fato comum na área naval e aeronáutica,

poderá acarretar o fenômeno da corrosão galvânica. Deve-se observar também que a resistência nas direções L e W, conforme indicado pela figura C.1, não são as mesmas.

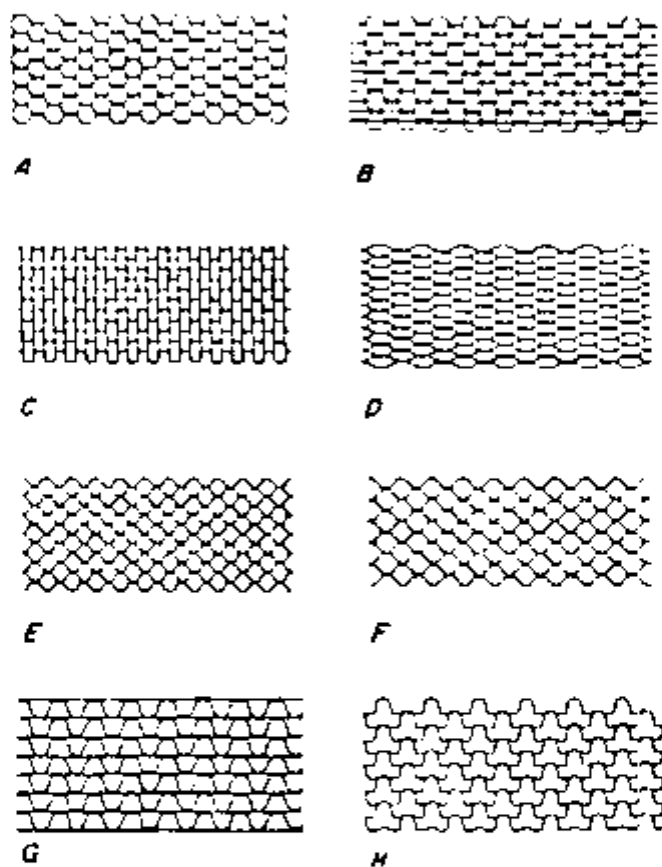


Fig. C.1 - Tipos de células para construção de núcleos alveolares.

g) Avaliação da deflexão

O que ocorre é que para muitas aplicações no

cálculo da deflexão a parte que cabe ao cisalhamento é geralmente desprezada. No entanto para aplicações onde pequenas deflexões devam ocorrer ou com o componente sendo curto ou apresentando grande espessura a deflexão devido à parte cisalhante deve ser calculada o que pode influenciar na seleção do núcleo devido ao módulo de cisalhamento necessário para tal.

Uma vez projetada a estrutura tipo sanduiche, atenção deve ser dada aos possíveis modos de falha do componente e, se necessário, reavaliar todo o trabalho feito no sentido de garantir que a peça exerça suas funções sem qualquer risco que possa comprometer a estrutura como um todo. Na prática, entretanto, esta etapa pode ser feita em paralelo com algumas das passagens anteriores, onde foram descritos os passos a serem seguidos para o projeto da estrutura.

Os modos de falha são apresentados na figura C.2 e destacaremos quais os requisitos que devem ser procurados para evitar tais falhas. São eles:

a) As placas de face devem ser espessas o suficiente para resistir às tensões de tração, compressão e cisalhamento induzidas pelas cargas.

b) O núcleo deve ter resistência suficiente para resistir às tensões de cisalhamento induzidas pelas cargas.

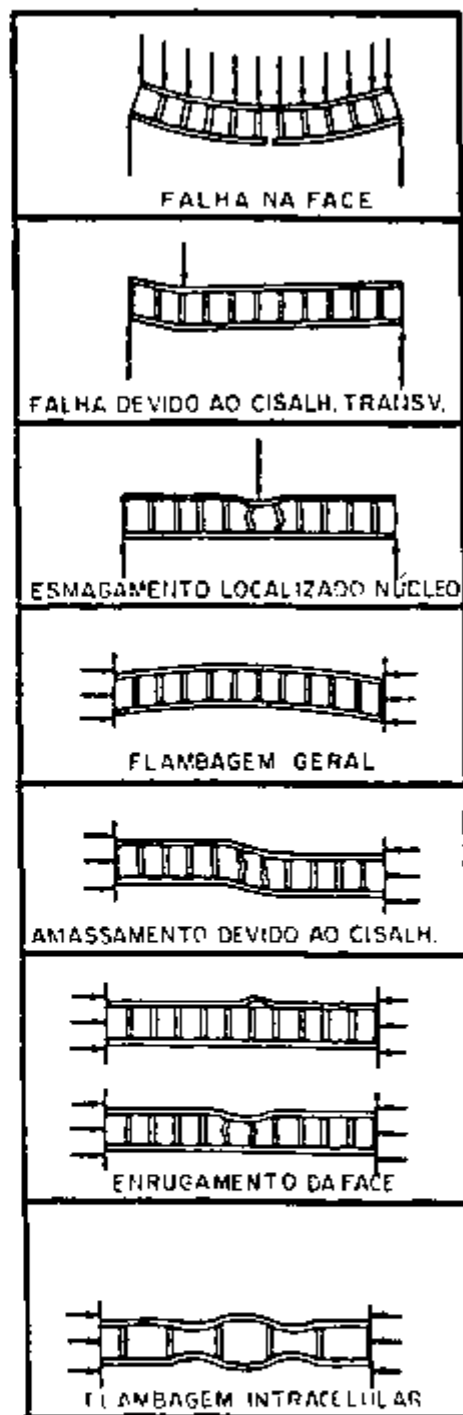


Fig. C.2 - Modos de falha de estruturas tipo sanduíche

c) O núcleo deve ter resistência suficiente a compressão para resistir ao esmagamento devido às cargas de projeto que agem normal às faces da peça ou tensões de compressão induzidas pela flexão.

d) O núcleo deve ser espesso e ter suficiente módulo de cisalhamento para impedir flambagem geral e amassamento pela ação das cargas axiais.

e) A resistência à compressão das faces e módulo de compressão do núcleo devem ser suficientes para impedir o enrugamento das faces pela ação das cargas axiais.

f) As células do núcleo devem ser pequenas o suficiente de modo a impedir as deformações intercelulares pela ação das cargas axiais.