

**WALTER ERNST FRIEDRICH SCHEIBIG**

**MOTORES À ÍMÃS PERMANENTES DE COMUTAÇÃO ELETRÔNICA DE  
ALTA VELOCIDADE:  
UMA ABORDAGEM AO MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR**

**Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo, para  
obtenção do Título de Doutor em  
Engenharia**

**São Paulo  
1995**

**WALTER ERNST FRIEDRICH SCHEIBIG**

**MOTORES À IMÃS PERMANENTES DE COMUTAÇÃO ELETRÔNICA DE  
ALTA VELOCIDADE:  
UMA ABORDAGEM AO MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR**

Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Doutor em Engenharia

São Paulo

1995

**WALTER ERNST FRIEDRICH SCHEIBIG**

**MOTORES À IMÃS PERMANENTES DE COMUTAÇÃO ELETRÔNICA DE  
ALTA VELOCIDADE:  
UMA ABORDAGEM AO MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR**

Tese apresentada à Escola Politécnica  
da Universidade de São Paulo para  
obtenção do título de Doutor em Engenharia

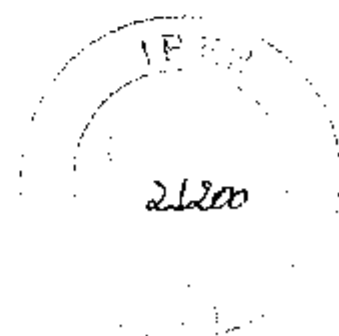
Área de concentração: Engenharia Elétrica

Orientador:

Prof. Dr José Roberto Cardoso

São Paulo

1995



Dedico este trabalho à minha  
esposa Isabel e aos meus filhos  
Gustavo e Rodolfo.

## **AGRADECIMENTOS**

Agradeço à Coordenadoria de Projetos Especiais (COPESP) do Ministério da Marinha do Brasil, por apoiar e financiar este trabalho, desde a construção do protótipo até a elaboração deste.

Agradeço ao meu orientador Prof. Dr. José Roberto Cardoso, não só profissionalmente, pelo incentivo e discernimento quanto aos rumos desta pesquisa, mas também pela sua amizade.

Agradeço ao meu chefe Comandante Fernando da Costa Magalhães pelo contínuo apoio dado para realização deste trabalho.

Agradeço, em especial, aos engenheiros e técnicos abaixo relacionados que diretamente contribuíram para a execução deste trabalho:

Rubens Rossi Ferramenta

Eduardo Iwata

Jorge Alberto da Silva

Odair Dona Rego

Wanderlei Marinho da Silva

Marcos Cesar Machado

Edson Ribeiro

Rubens Frederico Millan

Waldir Mauch de Carvalho

Irênio Clodoaldo Glória

Décio Borges de Souza

Vagner Januário

Agradeço à Seção de Eletromagnetismo e Dispositivos Eletromagnéticos, Projeto Mecânico, Estruturas, Metalurgia e à Oficina Mecânica da Copesp II, pelo importante auxílio neste trabalho.

Agradeço, também, à Neusa Yosimoto pela revisão bibliográfica.

## SUMÁRIO

<b>1 INTRODUÇÃO</b> .....	1
1.1 INTRODUÇÃO.....	1
1.2 OBJETIVOS.....	4
<b>2 ASPECTOS CONSTRUTIVOS E DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE IMÃS PERMANENTES DE COMUTAÇÃO ELETRÔNICA (BDCM)</b> .....	5
<b>3 MODELO ANALÍTICO DE CÁLCULO DA TENSÃO INDUZIDA NO MOTOR</b> .....	12
3.1 INTRODUÇÃO.....	12
3.2 MODELOS MATEMÁTICOS DO ÍMÃ PERMANENTE.....	12
3.2.1 Modelo por cargas magnéticas.....	18
3.2.2 Modelo por corrente distribuída (capa de corrente).....	23
3.3 Modelo do ímã adotado e cálculo do campo magnético.....	26
3.3.1 Magnetização radial.....	28
3.3.2 Magnetização paralela.....	29
3.3.3 Campo Magnético.....	30
3.3.3.1 Magnetização radial.....	33
3.3.3.2 Magnetização paralela.....	34
3.4 TENSÃO INDUZIDA NO MOTOR.....	38
3.4.1 Motor com ferro no estator.....	38
3.4.2 Motor sem Ferro no Estator.....	41
<b>4 CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO MÉDIO, PERDAS NO FERRO (MFR) E POR CORRENTE INDUZIDAS NO COBRE (MSF) E RENDIMENTO</b> .....	44
4.1 MOTOR COM FERRO RANHURADO.....	44
4.1.1 Conjugado Eletromagnético Médio.....	44
4.1.2 Perdas no ferro.....	47
4.1.3 Rendimento.....	50
4.2 MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR.....	51
4.2.1 Conjugado Eletromagnético Médio.....	51
4.2.2 Perdas por correntes induzidas no cobre.....	52
4.2.3 Rendimento.....	54
<b>5 DIMENSIONAMENTO ELETROMAGNÉTICO DOS MOTORES</b> .....	56
5.1 INTRODUÇÃO.....	56
5.2 MOTOR COM FERRO RANHURADO NO ESTATOR.....	59
5.2.1 Circuito Magnético.....	59
5.2.1.1 Magnetização radial ou paralela dos ímãs.....	59
5.2.1.2 Largura do ímã.....	61
5.2.1.2.1 Patamar da tensão induzida ou densidade de fluxo.....	62
5.2.1.2.2 Conjugado de "cogging".....	64
5.2.1.3 Dimensões das partes ferromagnéticas.....	66

5.2.2	Modelo por Elementos Finitos do Motor em vazio.....	71
5.2.3	Circuito Elétrico.....	77
5.2.4	Modelo por Elementos Finitos do motor em carga.....	80
5.2.5	Cálculo do Conjugado Médio , Potência Mecânica e Rendimento.....	81
5.3	MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR.....	82
5.3.1	Comparação da densidade de fluxo : modelo analítico x MEF.....	82
5.3.2	Circuito Magnético.....	84
5.3.2.1	Magnetização radial e paralela.....	84
5.3.2.2	Variação da densidade de fluxo radial com o raio.....	86
5.3.2.3	Largura do ímã.....	87
5.3.2.4	Outras dimensões.....	89
5.3.3	Circuito Elétrico.....	90
5.3.4	Modelo por elementos finitos do motor em carga.....	93
5.3.5	Conjugado, Potência Mecânica e Rendimento.....	94
<b>6</b>	<b>ENSAIOS.....</b>	<b>96</b>
6.1	ENSAIOS.....	96
6.1.1	Introdução.....	96
6.1.2	Motor de Histerese.....	97
6.1.3	Motores BDCM.....	99
6.2	COMPARAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL.....	103
6.2.1	Motor com ferro ranhurado (MFR).....	103
6.2.1.1	Formas de onda da tensão induzida.....	103
6.2.1.2	Conjugado Eletromagnético Médio.....	108
6.2.1.3	Conjugado Frenante por perdas no ferro.....	109
6.2.1.4	Rendimento.....	111
6.2.2	Motor sem ferro.....	112
6.2.2.1	Formas de onda da tensão induzida.....	112
6.2.2.2	Conjugado Eletromagnético Médio.....	119
6.2.2.3	Conjugado Frenante devido a correntes induzidas no cobre.....	120
6.2.2.4	Rendimento.....	120
6.3	COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MOTORES.....	121
6.3.1	Motores BDCM.....	121
6.3.1.1	Valor Máximo da Tensão induzida.....	121
6.3.1.2	Formas de onda de tensão e corrente.....	122
6.3.1.3	Característica Conjugado-Corrente.....	125
6.3.1.4	Característica Conjugado-Rotação.....	126
6.3.1.5	Desempenho dos motores BDCM para várias rotações.....	127
6.3.2	Comparação Motores BDCM com o Motor de Histerese.....	132
6.3.2.1	Várias rotações.....	132
6.3.2.2	Rotação de 24.000 rpm.....	134

<b>7 CONCLUSÕES</b> .....	136
<b>ANEXOS</b>	
<b>A1-Equações do campo magnético radial devido a uma bobina entre duas estruturas ferromagnéticas cilíndricas</b> .....	142
<b>A2-Levantamento Experimental do Conjugado de rolamento dos Motores BDCM</b> .....	149
<b>A3-Levantamento Experimental do conjugado de "cogging" do MFR</b> .....	151
<b>A4-Levantamento experimental da densidade de fluxo radial com "ponta Hall" no MSF</b> .....	153
<b>REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS</b> .....	157



## LISTA DE FIGURAS

Figura 2.1 Figura mostrando o motor com seu acionamento, os sinais dos sensores e os de chaveamento dos transístores, assim como as formas de onda de tensão induzida, corrente e conjugado. ....	11
Figura 3.1 - Curva de primeira magnetização e ciclo de histerese de um material ferromagnético [12]. ....	13
Figura 3.2 - Características de segundo quadrante de alguns ímãs permanentes [12]. ....	15
Figura 3.3 Modelo de cargas magnéticas idealizado para o ímã permanente. ....	22
Figura 3.4 Modelo de correntes distribuídas idealizado para o ímã permanente. ....	25
Figura 3.5 Curva B-H do ímã permanente no segundo quadrante. Ímã ideal, ímã real e curva B-H adotada. Densidade de fluxo remanente=0,87 T, permeabilidade relativa de "recoil"= 1,11 para o ímã real. ....	27
Figura 3.6 Ímã com magnetização radial. ....	29
Figura 3.7 Ímã com magnetização paralela. ....	30
Figura 3.8 Bobina entre dois cilindros ferromagnéticos. ....	31
Figura 3.9 Corte transversal da máquina elétrica com ímãs permanentes. ....	33

Figura 5.1 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para ímãs de 120 graus e 180 graus elétricos- Magnetização radial e paralela.....	60
Figura 5.2 Patamar da distribuição da densidade de fluxo versus ângulo do ímã, obtida pelo modelo do capítulo 3. ....	63
Figura 5.3 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 ângulos de ímãs 36, 39, 42 graus mecânicos. ....	64
Figura 5.4 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro, para ângulo de ímã de 39 graus, com estator sem inclinação, inclinado de 0,5 e 1 ranhura.....	66
Figura 5.5 Desenho esquemático da lâmina do motor MFR. ....	70
Figura 5.6 Modelo por elementos finitos do motor. ....	72
Figura 5.7 Linhas de campo do motor com o ímã de 39 graus e valores de densidade de fluxo(MFR) .....	73
Figura 5.8 a) Comparação da distribuição da densidade de fluxo no entreferro obtida pelo Método Analítico com a obtida pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), sem considerar a inclinação de ranhura (MFR) b) Distribuição da densidade de fluxo obtida pelo (raio médio no entreferro = 28,9 mm).....	74
Figura 5.9 Comparação entre o patamar da distribuição da densidade de fluxo obtido pelo Método Analítico e o obtido pelo MEF (MFR).....	75
Figura 5.10 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 larguras de ímãs 36, 39 e 42 graus mecânicos, obtida pelo MEF (MFR). ....	76
Figura 5.11 Corte transversal e longitudinal do motor com ferro ranhurado no estator (MFR). ....	79
Figura 5.12 Linhas de fluxo do motorr em carga (MFR).....	80
Figura 5.13 Distribuição da densidade de fluxo radial no entreferro com o motor em carga (MFR).....	80

Figura 5.1 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para ímãs de 120 graus e 180 graus elétricos- Magnetização radial e paralela.....	60
Figura 5.2 Patamar da distribuição da densidade de fluxo versus ângulo do ímã, obtida pelo modelo do capítulo 3. ....	63
Figura 5.3 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 ângulos de ímãs 36, 39, 42 graus mecânicos. ....	64
Figura 5.4 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro, para ângulo de ímã de 39 graus, com estator sem inclinação, inclinado de 0,5 e 1 ranhura.....	66
Figura 5.5 Desenho esquemático da lâmina do motor MFR. ....	70
Figura 5.6 Modelo por elementos finitos do motor. ....	72
Figura 5.7 Linhas de campo do motor com o ímã de 39 graus e valores de densidade de fluxo(MFR) ....	73
Figura 5.8 a) Comparação da distribuição da densidade de fluxo no entreferro obtida pelo Método Analítico com a obtida pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), sem considerar a inclinação de ranhura (MFR) b) Distribuição da densidade de fluxo obtida pelo (raio médio no entreferro = 28,9 mm).....	74
Figura 5.9 Comparação entre o patamar da distribuição da densidade de fluxo obtido pelo Método Analítico e o obtido pelo MEF (MFR).....	75
Figura 5.10 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 larguras de ímãs 36, 39 e 42 graus mecânicos, obtida pelo MEF (MFR). ....	76
Figura 5.11 Corte transversal e longitudinal do motor com ferro ranhurado no estator (MFR). ....	79
Figura 5.12 Linhas de fluxo do motorr em carga (MFR). ....	80
Figura 5.13 Distribuição da densidade de fluxo radial no entreferro com o motor em carga (MFR).....	80

Figura 5.14 Linhas de fluxo para o motor sem ferro (MSF) no estator e valores das densidades de fluxo .....	83
Figura 5.15 Comparação da distribuição de densidade de fluxo para 3 raios $r=25,6125$ , $24,075$ e $22,5375$ mm ----- Modelo Analítico + MEF (MSF) .....	84
Figura 5.16 Distribuição da densidade de fluxo para o raio de $24,075$ mm, considerando o ímã com magnetização radial e paralela (MSF). .....	85
Figura 5.17 Valor da densidade de fluxo radial em função do raio para dois ângulos diferentes (centro da distribuição e $-30$ graus elétricos) (MSF) .....	86
Figura 5.18 Soma do fluxo para 3 raios em função do ângulo mecânico do ímã (MSF) .....	88
Figura 5.19 Valor médio de "Br" em função do ângulo mecânico do ímã (MSF) .....	89
Figura 5.20 Distribuição da densidade de fluxo equivalente em função do ângulo elétrico (MSF) .....	90
Figura 5.21 Linhas de fluxo do motor em carga (MSF) .....	93
Figura 5.22 Distribuição da densidade de fluxo no raio de $24,075$ mm do MSF .....	94

Figura 6.1 Características de entrada em sincronismo do Motor de Histerese com entreferro aumentado para 0,36 mm, na rotação de 24000 rpm.....98

Figura 6.2 Tensão induzida fase-neutro do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 197,83 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.....104

Figura 6.3 Tensão induzida fase-fase do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 198,65 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.....105

Figura 6.4 Tensão induzida fase-neutro do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 392,42 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.....107

Figura 6.5 Conjugado eletromagnético médio para o MFR, em diversas rotações..... 109

Figura 6.6 Perdas no ferro do FeSi laminado 0,1 mm. Equação da curva ajustada..... 110

Figura 6.7: Comparação teórico-experimental do conjugado frenante de perdas no ferro.....

Figura 6.8: Comparação teórico-experimental do rendimento do motor MFR, para várias rotações..... 112

Figura 6.9 Tensão induzida na bobina exploratriz $r=27,85\text{mm}$ do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 199,48 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental. ....	113
Figura 6.10 Tensão induzida na bobina exploratriz $r = 24 \text{ mm}$ do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 99,74 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental. ....	114
Figura 6.11 Tensão induzida fase-neutro do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 197,83 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental. ....	115
Figura 6.12 Tensão induzida fase-fase do motor sem ferro (MSF) para uma de rotação de 197,02 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental. ....	116
Figura 6.13 Tensão induzida fase-neutro do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 399,6 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental. ....	118
Figura 6.14 Conjugado eletromagnético médio do motor MSF para várias frequências de rotação. Desvio percentual em relação ao conjugado teórico de 0,125 Nm. ....	119
Figura 6.15 Conjugado frenante devido às corrente induzidas no cobre para várias frequências de rotação (MSF). ....	120
Figura 6.16 Gráfico mostrando a comparação teórico-experimental do rendimento do motor sem ferro (MSF), para várias frequências de rotação. ....	121
Figura 6.17 Valor de pico da tensão induzida fase-neutro e fase-fase para os motores com ferro ranhurado (MFR) e sem ferro (MSF). ....	122



Figura 6.27 Comparação experimental do rendimento para os três motores.....	133
Figura 6.28 Comparação experimental do fator de potência para os três motores.....	133
Figura A1.1 Figura mostrando bobina inserida em duas estruturas ferromagnéticas cilíndricas.....	142
Figura A1.2 Figura mostrando um condutor entre duas estruturas cilíndricas ferromagnéticas.....	143
Figura A1.3 Figura mostrando bobina entre dois cilindros ferromagnéticos, mostrando os raios.....	146
Figura A2.1 Gráfico do conjugado de rolamento dos motores BDCM para várias rotações.....	150
Figura A3.1 Gráfico do conjugado de "cogging" de pico em função do ângulo de inclinação de renhura.....	152
Figura A4.1 Comparação entre valores de densidade de fluxo medidos com ponta Hall e valores obtidos do modelo teórico para raio de 24 mm (MSF).....	154
Figura A4.2 Comparação entre valores de densidade de fluxo medidos com ponta Hall e valores obtidos do modelo teórico para raio de 25,6 mm (MSF).....	154
Figura A3.3 Valores medidos das densidades de fluxo ao longo do comprimento axial ou longitudinal para $\theta=0^\circ$ fixo e raio de 24,0 mm.....	155
Figura A3.4 Valores medidos das densidades de fluxo ao longo do comprimento axial ou longitudinal para $\theta=0^\circ$ fixo e raio de 25,6 mm.....	156



## LISTA DE TABELAS

Tabela 2.1 Tabela mostrando o período de condução de cada transistor (cada lacuna corresponde a 60° elétricos), as fases conectadas e a tensão induzida fase-fase vista pelo barramento CC.....	9
Tabela 6.1 Valores medidos de resistência dos motores BDCM - fase-neutro (fn) e fase-fase (ff).....	99
Tabela 6.2 Valores medidos de indutância, sem o rotor, dos motores BDCM - fase-neutro (fn) e fase-fase (ff).....	100
Tabela 6.3 Tabela das grandezas elétricas dos motores BDCM quando estão em vazio a 24.000 rpm. ....	101
Tabela 6.4 Tabela comparativa das constantes para os motores BDCM com ferro ranhurado e sem ferro (MFR e MSF).....	122
Tabela 6.5 Tabela comparativa das constantes Conjugado-Corrente e dos motores com ferro ranhurado e sem ferro (MFR e MSF). ....	126
Tabela 6.6 : Tabela comparativa dos motores. Valores por unidade. Valor base de Conjugado: 25 Ncm Valor base de Volume: $8,867 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$ (incluído cabeceira de bobina).....	134

## LISTA DE ABREVIATURAS

BDCM	"Brushless DC Motor" (Motor sem escova de corrente contínua)
CA	Corrente Alternada
CC	Corrente Contínua
CD	"Compact Disc"
MEF	Método dos Elementos Finitos
MFR	Motor (BDCM) com ferro ranhurado (no estator)
MSF	Motor (BDCM) sem ferro (no estator)
rpm	Rotações por Minuto

## LISTA DE SÍMBOLOS

- $a$  - Raio interno do rotor ferromagnético [m]
- $\vec{A}$  - Vetor potencial magnético [Wb/m]
- $b$  - Raio interno do estator ferromagnético [m]
- $b_p$  - Passo do ímã [m]
- $B$  - Valor da densidade de fluxo magnético [T]
- $\vec{B}$  - Vetor densidade de fluxo [T]
- $B_{ce}$  - Valor máximo da densidade de fluxo na coroa do estator [T]
- $B_{cr}$  - Valor máximo da densidade de fluxo na coroa do rotor [T]
- $B_d$  - Valor máximo da densidade de fluxo no dente [T]
- $B_e$  - Valor máximo da densidade de fluxo no raio médio do entreferro [T]
- $B_{eq}(0)$  - Valor da densidade de fluxo equivalente fase-neutro para cada ângulo  $\theta$
- $B_n$  - Valor máximo da  $n$ -ésima harmônica de densidade de fluxo magnético [T]
- $B_r$  - Valor da densidade de fluxo remanente [T]
- $B'_{r1}$  - Valor da densidade de fluxo radial para um raio genérico de uma bobina de 1 espira [T]
- $B'_{r2}$  - Valor da densidade de fluxo radial para um raio genérico de  $2p$  bobinas de 1 espira [T]
- $B_{rc1}$  - Valor da densidade de fluxo radial devido a camada de corrente na superfície curva  $r=c_1$  (ímã com magnetização paralela) [T]
- $B_{rc2}$  - Valor da densidade de fluxo radial devido a camada de corrente na superfície curva  $r=c_2$  (ímã com magnetização paralela) [T]
- $B_{rl}$  - Valor da densidade de fluxo radial devido a camada de corrente nas laterais do ímã (ímã com magnetização paralela) [T]

- $B_r$  - Valor da densidade de fluxo radial produzida por toda a bobina para um raio genérico (ímã com magnetização radial) [T]
- $B_{rp}$  - Valor da densidade de fluxo radial produzida por todas as bobinas para um raio genérico (ímã com magnetização paralela) [T]
- " $B.r$ "( $\theta$ ) - Produto médio " $B.r$ " para cada ângulo  $\theta$  [T.m]
- $c$  - Raio de uma bobina de uma espira [m]
- $c_1$  - Raio interno do ímã [m]
- $c_2$  - Raio externo do ímã [m]
- $c_i$  - Inclinação de ranhura medida no raio externo do estator [m]
- $C$  - Conjugado Eletromagnético médio [Nm]
- $C_r$  - Conjugado frenante [Nm]
- $d$  - Diâmetro do fio (m)
- $D_c$  - Diâmetro do condutor [mm]
- $D_e$  - Diâmetro médio no entreferro [m]
- $D_{ec}$  - Diâmetro externo do estator [m]
- $D_r$  - Diâmetro interno do rotor ou diâmetro interno do ímã [m]
- $D_{ei}$  - Diâmetro externo do ímã [m]
- $D_{er}$  - Diâmetro externo do rotor [m]
- $\vec{H}_i$  - Vetor intensidade de campo interno [Ae/m]
- $e_l$  - Espessura da lâmina [m]
- $e$  - Comprimento radial do entreferro [m]
- $E$  - Tensão do barramento CC (V)
- $E_{fn}$  - Valor máximo da tensão induzida fase-neutro [V]
- $E_n$  - Valor máximo da tensão induzida fase-fase [V]
- $f$  - Frequência da tensão induzida [Hz]
- $f_n$  - Frequência da  $n$ ésima harmônica de campo [Hz]
- $F_{br}$  - Fator da densidade de fluxo para toda bobina num raio genérico

- $F_{tn}$  a  $F_{Bn}$  - Fatores para cálculo das densidades de fluxo radial
- $H$  - Valor da intensidade de campo [Ae/m]
- $H_c$  - Valor da intensidade de campo coercitiva [Ae/m]
- $\vec{H}$  - Vetor intensidade de campo [Ae/m]
- $I_p$  - Corrente de pico ou valor máximo da corrente [A]
- $I_{ef}$  - Corrente eficaz [A]
- $\vec{J}$  - Vetor densidade de corrente volumétrica [A/m<sup>2</sup>]
- $K_{emp}$  - Fator de empacotamento
- $k_{cfe}$  - Constante de perdas por corrente induzidas no ferro (MFR)
- $k_{cicu}$  - Constante de perdas por correntes induzidas no cobre (MSF)
- $k_h$  - Constante de perdas histeréticas
- $k_m$  - Fator de correção para  $M_o$
- $\vec{K}'$  - Vetor densidade de corrente superficial [A/m]
- $K'_L$  - Valor da densidade de corrente superficial na lateral do imã [A/m]
- $K'_c$  - Valor da densidade de corrente superficial na superfície curva do imã [A/m]
- $K_e$  - Fator que relaciona a tensão induzida fase-fase e a tensão induzida fase-fase
- $K_{ekn}$  - Fator de inclinação para enésima harmônica
- $l$  - Comprimento efetivo dos condutores na ranhura ou comprimento longitudinal do pacote [m]
- $l_{cr}$  - Largura da coroa do rotor [m]
- $l_{ce}$  - Largura da coroa do estator [m]
- $l_r$  - Comprimento longitudinal do rotor [m]
- $m$  - número de fases
- $M$  - Valor da magnetização [Ae/m]

- $\dot{M}$  - Vetor magnetização [Ae/m]
- $M_0$  - Valor da magnetização para imã com permeabilidade de "recoil"=1  
[Ae/m]
- $\bar{M}_0$  - Vetor magnetização para imã com permeabilidade de "recoil"=1
- $n$  - Ordem da harmônica
- $nh$  - Expoente das perdas histeréticas (aproximadamente 2)
- $n_r$  - Frequência de rotação do campo [Hz]
- $\bar{n}$  - Vetor normal à saída da superfície
- $N$  - Número de condutores série por fase
- $N_{cr}$  - Número de condutores por ranhura
- $p$  - Número de pares de pólos
- $p_{cife}$  - Perdas por corrente induzidas no ferro por unidade de massa [W/kg]
- $p'_{cife}$  - Perdas por correntes induzidas no ferro por unidade de volume [W / m<sup>3</sup>]
- $p_h$  - Perdas histeréticas por unidade de massa [W/kg]
- $P_{fe}$  - Perdas no ferro no motor [W]
- $P_h$  - Perdas histeréticas no motor [W]
- $P_{ccu}$  - Perdas por correntes induzidas no cobre [W]
- $P_J$  - Perdas Joule no enrolamento do estator [W]
- $P_{mec}$  - Potência Mecânica [W]
- $P_{sup}$  - Perdas Suplementares [W]
- $q$  - Número de ranhuras por pólo e por fase
- $r$  - Raio ou distância entre dois pontos [m]
- $r_a$  - Raio médio no entreferro [m]
- $R_{fn}$  - Resistência fase-neutro do motor [ $\Omega$ ]
- $s$  - Área [m<sup>2</sup>]
- $S$  - Número de ranhuras do estator
- $t_d$  - Largura de dente do estator [m]

- v - Volume [ $m^3$ ]
- V - Potencial elétrico [V]
- $V_d$  - Volume dos dentes do motor [ $m^3$ ]
- $v_e$  - Velocidade do campo magnético no raio médio do entreferro [m/s]
- $V_{ce}$  - Volume na coroa do estator [ $m^3$ ]
- $V_n$  - Volume de cobre no raio  $r_1$  [ $m^3$ ]
- w - Largura crítica do imã em termos de conjugado de "cogging" [m]
- $w_d$  - Largura do dente do estator [m]
- .
- $\alpha$  - Ângulo do imã ( $^\circ$  mecânicos)
- $\alpha_i$  - Fator de distribuição de fluxo
- $\beta$  - Patamar da distribuição da densidade de fluxo ( $^\circ$  elétricos)
- $\chi$  - Susceptibilidade magnética
- $\epsilon$  - Permissividade do meio [F.m]
- $\phi$  - Fluxo magnético por pólo ( total ou por comprimento) [Wb ou Wb/m]
- $\varphi$  - Potencial escalar magnético (modelo coulombiano do imã) [A/m]
- $\eta$  - Rendimento
- $\mu$  - Permeabilidade magnética [H/m]
- $\mu_r$  - Permeabilidade magnética relativa
- $\mu_0 = 4\pi 10^{-7} \text{H/m}$  - Permeabilidade magnética no ar
- $\theta$  - Ângulo genérico ( $^\circ$  mecânicos)
- $\rho$  - Resistividade elétrica [ $\Omega.m$ ]
- $\rho_m$  - Densidade de carga magnética volumétrica [A /  $m^2$ ]
- $\sigma$  - Densidade do FeSi [ $kg / m^3$ ]
- $\sigma_m$  - Densidade de carga magnética superficial [A/m]
- $\tau$  - Passo polar [m]

- $\tau_d$  - Duração da mudança de -B para +B da distribuição de densidade de fluxo (seg)
- $\Omega$  - Potencial magnético escalar (modelo para cálculo do campo magnético) [A/m]
- $\omega$  - Frequência angular do rotor [rad/seg]
- $\xi$  - Metade do ângulo formado por uma bobina inserida entre dois cilindros ferromagnéticos [° mecânicos]



## RESUMO

Motores a ímãs permanentes de comutação eletrônica ("Brushless DC Motors") têm sido amplamente estudados por causa, principalmente, do seu ótimo desempenho e tamanho reduzido quando comparados com outros motores. Para altas velocidades estes motores têm encontrado seu espaço, e uma forma de manter este desempenho em velocidades muito altas é o motor sem ferro no estator (MSF).

Inicialmente, são apresentados os aspectos construtivos e de funcionamento destes motores BDCM.

Foram obtidas equações da distribuição da densidade de fluxo no entreferro, num raio genérico, para um motor com ferro de ímãs permanentes com magnetização radial ou paralela. A inclinação de ranhura do estator do motor com ferro ranhurado (MFR), que afeta a distribuição da densidade de fluxo, foi levada em conta, através da aplicação do fator de inclinação para cada harmônica de campo. A partir das equações anteriormente obtidas e fazendo o raio interno igual a zero, também foi obtida a distribuição da densidade de fluxo para um raio genérico nos condutores do motor sem ferro no estator. Com a distribuição de densidade de fluxo em 3 raios nos condutores foi determinada a forma de onda da tensão induzida fase-neutro e fase-fase do motor sem ferro no estator (foi suposta análise bidimensional).

O conjugado eletromagnético médio foi obtido através da distribuição de densidade de fluxo no entreferro, para o MFR, e através da distribuição em 3 raios nos condutores, para o MSF. O conjugado frenante, devido às perdas no ferro do MFR, foi determinado através de dois modelos da literatura, Siemon e Errard. Foi desenvolvido um modelo de cálculo do conjugado frenante, devido às

correntes induzidas no cobre do MSF, a partir do modelo teórico de perdas no ferro de material laminado.

A partir dos modelos desenvolvidos foram dimensionados e construídos dois motores BDCM com o mesmo rotor, um MFR e outro MSF, com diâmetro de entreferro igual a um motor de histerese e com rotação máxima de 24.000 rpm. Critérios para o dimensionamento dos motores BDCM são apresentados.

Resultados experimentais como: a forma de onda da tensão induzida, o conjugado frenante devido às perdas no ferro do MFR e às correntes induzidas no cobre do MSF e o rendimento, são comparados com os obtidos pelos modelos.

Além disto, as características externas e o desempenho destes dois motores BDCM são comparados entre si e, também, o desempenho, com o motor de histerese em várias rotações. Na rotação máxima de 24.000 rpm é feita também uma comparação da relação conjugado/volume destes três motores.

## ABSTRACT

### **Electronically Commutated Permanent Magnet Motors: An approach to the Ironless Motor**

Electronically Commutated Permanent Magnet Motors (Brushless DC Motors "BDCM") has been widely studied mainly due to their great performance and compact size when compared with other motors. These motors have found their applications for high speeds, but for very high speeds the ironless construction (stators without teeth and back iron) is more suitable because it keeps the good performance, like efficiency and power factor.

First of all, constructive and operational aspects of the BDCM are presented.

Equations of the flux density distribution in the air gap, in a generic radius, for a normal BDCM (with iron in stator and rotor), with radial or parallel magnetization of the permanent magnets were obtained. The stator slots inclination which affects the density distribution was considered, through the application of the inclination factor for each harmonic field. From these equations mentioned above, and setting the inside radius zero (for inside stator), the flux density distribution along the conductor for the ironless motor was also obtained. With the flux density distribution in 3 radius on the conductors, the induced voltage waveform phase-neutral and phase-phase was determined. A bidimensional analysis was supposed.

The medium electromagnetic torque were obtained through the flux density distribution in the air gap for a normal motor and through the equivalent distribution for the ironless motor. The drag torque due to iron losses was

obtained from two models of the literature. For the ironless motors, a model to evaluate the losses induced in the copper's motor was developed.

It was dimensioned and constructed two BDCM motors with the same rotor, one normal and the other, ironless. They have the same air-gap diameter as an Hysteresis motor with a maximum rotation of 24.000 rpm. Criterious for the dimension of the two motors are shown.

Experimental results, like induced voltage waveform, drag torque and efficiency are compared with the models developed.

Furthermore, the external characteristics and the performance of the two BDCM motors are compared each other and to the performance of the hysteresis motor, in diferent rotations. At the 24.000 rpm maximum rotation, a comparison of torque/volume relation among these three motors is also established.

## 1 INTRODUÇÃO

### 1.1 INTRODUÇÃO

Motores de alta velocidade têm se restringido a motores de gaiola, histerese e relutância. Os motores de gaiola, antes que os de histerese e de relutância, apresentam limitação de velocidade devido a problemas de tensão mecânica máxima admissível no seu rotor. O fato de motores de histerese e de relutância poderem utilizar materiais, no seu rotor, com limites de escoamento (tensão mecânica máxima admissível) maiores, os capacita a atingir grandes velocidades. No entanto, estes tipos de motores apresentam as seguintes desvantagens : baixo fator de potência (menor que 50%) e menor rendimento (em torno de 65 %). Este tipo de característica faz com que estes motores tenham uma quantidade de cobre relativamente alta no seu estator, por causa da maior força magneto-motriz necessária.

Já um motor de ímãs permanentes de comutação eletrônica ("Brushless DC Motor" BDCM) pode produzir fatores de potência e rendimentos em torno de 90%. O motor sem ferro no estator (MSF) pode produzir rendimentos mais altos do que o motor com ferro ranhurado (MFR), principalmente para altas velocidades. Já o motor de ímãs permanentes MFR tem a vantagem de possuir uma relação conjugado/volume maior, implicando uma economia não só no cobre do estator, mas também no ferro do estator e rotor, quando comparados, neste caso, aos motores de gaiola, histerese ou relutância . Em aplicações onde o volume do motor é limitado, o MFR pode ser uma opção.

A seguir, são resumidas as vantagens e desvantagens dos motores aqui abordados:

#### Vantagens do Motor de Histerese

- Construção simplificada do motor (rotor consiste de tubo maciço)
- Não necessita de sensores de posição

#### Desvantagens do Motor de Histerese

- Relação conjugado/volume baixa
- Baixo fator de potência
- Rendimento médio

#### Vantagens do BDCM:

- alto rendimento
- alto fator de potência
- alta relação conjugado/volume (principalmente o MFR)

#### Vantagens do BDCM sem ferro no estator (MSF):

- sem força radial (muito pequena) quando descentrado
- sem conjugado de ranhura "cogging torque"
- possibilidade de altos rendimentos em rotações mais elevadas
- relação conjugado/volume maior que o Motor de Histerese

As vantagens apresentadas acima do motor BDCM sem ferro no estator (MSF) nos levaram a pesquisar este motor para aplicação em alta velocidade.

Como desvantagens dos motores BDCM, podemos citar:

- alto custo dos ímãs permanentes
- necessidade de sensores de posição do rotor (existe a possibilidade de trabalhar sem sensores "sensorless", com um aumento na eletrônica )
- fabricação mais onerosa do motor (principalmente por causa dos ímãs permanentes do rotor)

## 1.2 OBJETIVOS

Os objetivos principais que norteiam este trabalho estão relacionados abaixo:

-Desenvolvimento de uma metodologia para levantamento teórico da forma de onda de tensão induzida, do valor do conjugado médio, do conjugado frenante por correntes induzidas no cobre (perdas) e do rendimento para o motor de ímãs permanentes de comutação eletrônica sem ferro no estator.

-Dimensionamento e construção de dois motores de ímãs permanentes de comutação eletrônica, um com ferro ranhurado e outro sem ferro, com o mesmo rotor e com diâmetro de entreferro igual ao motor de histerese de [1] e com rotação limite de 24.000 rpm, tendo em vista comparações que serão feitas entre estes motores.

-Comparação teórico-experimental da forma de onda de tensão induzida, do valor de conjugado médio, do conjugado frenante (devido a perdas no ferro para o MFR e a correntes induzidas no cobre para o MSF ) e do rendimento para os dois motores de ímãs permanentes.



## 2 ASPECTOS CONSTRUTIVOS E DE FUNCIONAMENTO DO MOTOR DE ÍMÃS PERMANENTES DE COMUTAÇÃO ELETRÔNICA (BDCM)

O motor propriamente dito consiste de um estator onde temos um enrolamento (alojado em núcleo ferromagnético ou não) e de um rotor onde são colocados ímãs permanentes, sempre arranjados em pares polares. Estes ímãs produzem o fluxo de excitação. A interação deste fluxo com as correntes nas bobinas do estator, no tempo certo, resultará em conjugado. A fim de que as bobinas do enrolamento recebam corrente no instante adequado, a localização do campo produzido pelo rotor precisa ser conhecido e isto é feito através de sensores óticos ou sensores tipo Hall ou "encoders". Os sinais gerados por estes sensores são recebidos pela eletrônica de comutação que chaveará correntes nas bobinas no tempo certo. As características principais deste motor são [2]:

- (1) distribuição retangular (ou trapezoidal) de densidade de fluxo no entreferro, apesar de podermos ter distribuição senoidal [3,4,5]
- (2) correntes com forma retangular ou próxima a retangular .
- (3) enrolamento de estator concentrado, apesar de podermos ter enrolamento distribuído e encurtado ou até fracionário [6].

No motor BDCM MFR tem-se uma distribuição retangular (ou melhor, trapezoidal) da densidade de fluxo e uma onda de corrente retangular . Esta condição permite que o motor tenha o mínimo de harmônicas de conjugado e uma máxima densidade de potência por volume [7]. No motor BDCM MSF a distribuição de densidade de fluxo é quase que senoidal e a excitação (corrente) é quase retangular. Uma análise da influência da forma de onda de corrente e da distribuição da densidade de fluxo sobre o conjugado instantâneo é feita na referência [8]. Os motores em questão, tanto o MFR como o MSF, funcionam à base de passos, ou seja, o campo do estator muda de posição angular de passo em passo e não continuamente como no motor de ímãs permanentes senoidal

sem escovas. Neste último, a tensão é senoidal (excitação senoidal), a onda de corrente é senoidal, todas as fases estão sempre ligadas e o motor reagirá como um motor síncrono CA de ímãs permanentes.[2,6]. A vantagem deste último é também a menor ondulação de conjugado às custas da necessidade de uma eletrônica e de um sensor mais sofisticado, como o encoder [6]

Nos motores objetos desta tese, temos sempre uma das fases desligadas, havendo troca de fase (ou comutação) conforme o movimento do rotor. Esta troca de fases é ditada pela eletrônica de comutação, e por isto também o nome motor de ímãs permanentes de comutação eletrônica [4,9]. Este motor apresenta características externas conjugado-rotação e conjugado-corrente semelhantes às características de um motor de corrente contínua e por isso também recebe o nome de "Brushless DC Motor" ou BDCM

Existem várias formas construtivas do motor de ímãs permanentes sem escovas [10]:

- 1)Rotor interno (campo magnético radial)
- 2)Rotor externo(campo magnético radial)
- 3)Disco (campo magnético Axial)

Quem determina a forma construtiva é a forma disponível do ímã e principalmente a aplicação[6]. Aplicações onde se deseja, por exemplo, um motor com baixa inércia (servo sistemas), o motor certamente será de rotor interno. Por outro lado, onde se deseja velocidade uniforme e constante em média e alta rotação, um motor de rotor externo se aplica bem. Às vezes, por causa do espaço disponível, um motor de disco pode ser mais conveniente, como por exemplo em acionadores de disco de computadores ou toca discos CD.

Normalmente, as formas construtivas 1) e 2) possuem estator com núcleo ferromagnético laminado ranhurado. Na estrutura 3) é difícil a elaboração dos dentes do motor.

As três formas construtivas também podem ser do tipo sem ranhura ("slotless"), para eliminação do conjugado de "cogging" (conjugado de relutância entre dentes do estator e ímãs do rotor), problemático principalmente em baixas rotações. Nesta forma construtiva o enrolamento do estator está apoiado a um núcleo ferromagnético laminado ou próximo a um núcleo ferromagnético maciço que gira junto com o rotor (para evitar perdas no ferro) [11]. A função deste núcleo ferromagnético é o fechamento do fluxo magnético. Há uma versão do motor "slotless" a qual não contém o núcleo de ferro do enrolamento do estator (motor sem ferro no estator -MSF) [6]. Este motor, apesar de não ser eficiente do ponto de vista de conjugado por volume, pode ser muito útil para velocidades, acima de 50.000 rpm, onde as perdas no ferro causariam aquecimento excessivo [5]. Este tipo de motor é o tema principal desta tese. Para altas velocidades, o motor de rotor interno apresenta problemas no que diz respeito à retenção dos ímãs. É necessário usar uma capa não magnética de retenção. O rotor do tipo interno pode apresentar basicamente duas configurações de ímãs, uma com os ímãs montados na superfície e outra com os ímãs radialmente situados entre peças polares de ferro doce, resultando num projeto mais barato .

O motor de rotor externo apresenta, basicamente, uma configuração de ímãs, ou seja, arcos ou paralelepípedos de ímãs colados na superfície interna de um copo de material ferromagnético. A retenção dos ímãs é automaticamente provida, o que torna este motor adequado a altas velocidades.

No caso do motor sem ferro no estator, o rotor é idêntico ao rotor do motor com ferro ranhurado no estator, e o enrolamento do estator, em vez de estar entre dentes ferromagnéticos está apoiado em material plástico ou em um material não magnético e nem condutor. Existem formas alternativas de enrolamento como o Faulhaber, romboédrico, sino e bola [12]. Estes enrolamentos resultam num tubo rígido à parte. Como não temos ferro no

estator, o fluxo magnético do ímã se fecha ,de um pólo para outro, pelo "ar" (condutores do motor), tendo portanto uma grande relutância a vencer. Isto provoca um fluxo disperso maior no anel do rotor em relação aos motores com ferro ranhurado.

O enrolamento do estator é composto de fases que podem ser acionadas individualmente [13] , ou através de um circuito dado pela figura 2.1 no caso trifásico. As fases do motor podem estar ligadas em triângulo ou estrela.

Como neste trabalho se trata de um motor trifásico, necessitamos de 3 sensores de posição, que podem ser do tipo Hall, alojados no estator e defasados de 120 graus no espaço e podem ser sensibilizados pelos ímãs do próprio rotor. Destes três sensores com o rotor girando obtemos 3 sinais defasados de 120 ° elétricos com largura de pulso de 180° graus ( $S_A, S_B, S_C$  conforme figura 2.1). Estes três sinais passarão por uma lógica eletrônica que gerará 6 sinais que, por sua vez, através de "drives", acionarão os 6 transistores num intervalo de 60 °. Neste intervalo, sempre dois transistores estarão conduzindo, ou seja, duas das três fases do motor estarão ligadas ao barramento CC, conforme diagrama da figura 2.1 ou tabela 2.1. A diferença de tensão entre o barramento CC e a tensão induzida fase-fase, juntamente com as indutâncias e resistência dos enrolamentos das fases, definirão a corrente que passará por estas .

O ajuste da posição dos sensores definirá também a forma de onda da corrente. O ideal é que esta forma seja retangular , ou seja, 2 vezes 60 ° em nível zero, 2 vezes 60° em nível positivo e 2 vezes 60° em nível negativo (6 pulsos de 60 ° em um ciclo), conforme figura 2.1. Para que isto ocorra, é necessário que a tensão induzida fase-fase tenha a forma trapezoidal e com um patamar suficientemente grande (60 ° no caso) para que não tenhamos picos de correntes muito elevados, devido à possível grande diferença entre tensão de

barramento e tensão induzida. É interessante também que a tensão induzida esteja centrada no período de condução daquele transistor. No caso de motores sem ferro no estator, a tensão induzida fase-neutro ou fase-fase já apresenta o aspecto mais senoidal. Neste caso, para centrarmos a onda com o período de condução do transistor é necessário que a tensão induzida fase-fase esteja atrasada de  $30^\circ$  elétricos do início de condução do transistor, conforme figura 2.1 (válido para motor trifásico). Como exemplo, verificamos que a centragem ocorre quando o valor máximo de  $e_{AB}$  estiver atrasado de  $30^\circ$  do início de condução de T1 ou início de  $i_A$  (diagrama da figura 2.1); quando temos os transistores T1 e T6 conduzindo a tensão induzida,  $e_{AB}$  está sendo vista pelo barramento CC durante  $60^\circ$  elétricos; quando T6 deixa de conduzir, inicia-se a condução de T2 ou a fase C é conectada (comutação da fase B para a fase C) e a tensão  $e_{AC}$  aparece durante  $60^\circ$  elétricos frente ao barramento CC. A seguir, é mostrada tabela 2.1 de condução dos transistores, fases ligadas e respectivas tensões induzidas vistas pelo barramento CC:

Transis. conduz.	T1 T6	T1 T2	T3 T2	T3 T4	T5 T4	T5 T6	T1 T6
Fases Conec.	AB	AC	BC	BA	CA	CB	AB
Tensão induz.	$e_{AB}$	$e_{AC}$	$e_{BC}$	$e_{BA}$	$e_{CA}$	$e_{CB}$	$e_{AB}$

Tabela 2.1 Tabela mostrando o período de condução de cada transistor (cada lacuna corresponde a  $60^\circ$  elétricos), as fase conectadas e a tensão induzida fase-fase vista pelo barramento CC.

O conjugado do motor é proporcional ao produto da corrente pela tensão induzida. Assim, caso a corrente seja retangular e a tensão induzida fase-fase seja trapezoidal com patamar suficientemente grande, teremos um conjugado sem ondulação para o motor com ferro ranhurado. Já no motor sem ferro teremos um produto que resultará numa ondulação de conjugado, que pode ser visto na figura 2.1. Quanto menor for a diferença entre o valor máximo da tensão induzida e o valor a  $-30^\circ$  deste máximo, menor também será a ondulação de conjugado.

Quanto às perdas, no motor com ferro ranhurado no estator temos um limitante na velocidade, uma vez que estas são altas e crescem muito com a velocidade. É necessário utilizar chapas de ferro com espessura muito pequena (de difícil obtenção). No motor sem ferro existem perdas induzidas no cobre, que podem facilmente ser reduzidas com a utilização de fios de cobre mais finos em paralelo, no estator. Isto garante que poderemos atingir rendimentos melhores no MSF em altas velocidades.

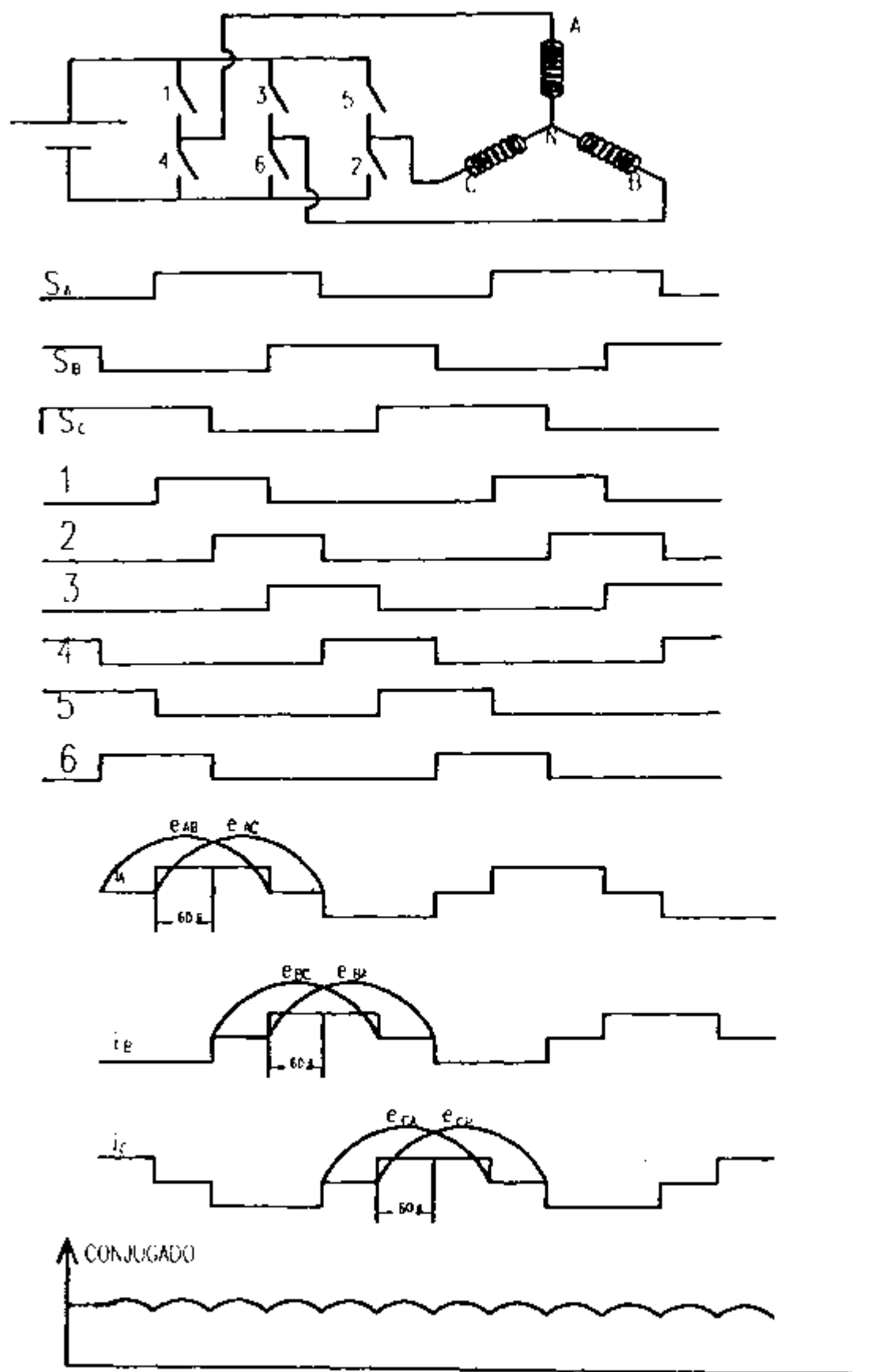


Figura 2.1 Figura mostrando o motor com seu acionamento, os sinais dos sensores e os de chaveamento dos transístores, assim como as formas de onda de tensão induzida, corrente e conjugado.

### **3 MODELO ANALÍTICO DE CÁLCULO DA TENSÃO INDUZIDA NO MOTOR**

#### **3.1 INTRODUÇÃO**

A necessidade de modelos analíticos [14] vem do fato de eles facilitarem a parametrização e, conseqüentemente, a otimização dos projetos.

O projeto ou análise de um motor a ímãs permanentes depende de conhecermos a distribuição da densidade de fluxo no entreferro, para o caso do motor com ferro, e nos condutores ativos, no caso do motor sem ferro. Esta distribuição da densidade de fluxo é obtida, analiticamente, através da solução da equação de Poisson ou da equação de Laplace para o potencial magnético, com aplicação de condições de contorno adequadas. O ímã, nestes casos, é representado por uma distribuição superficial de cargas magnéticas nas superfícies perpendiculares à magnetização, ou por duas capas de corrente nas suas superfícies paralelas à magnetização. A seguir, a título de um melhor entendimento, são apresentados os modelos matemáticos do ímã permanente que permitem a obtenção do potencial magnético e, portanto, da densidade de fluxo.

#### **3.2 MODELOS MATEMÁTICOS DO ÍMÃ PERMANENTE**

Todo material ferromagnético apresenta uma curva de primeira magnetização e um ciclo de histerese que é a curva  $B \times H$  (densidade de fluxo  $\times$  intensidade de campo) nos quatro quadrantes, conforme figura 3.1



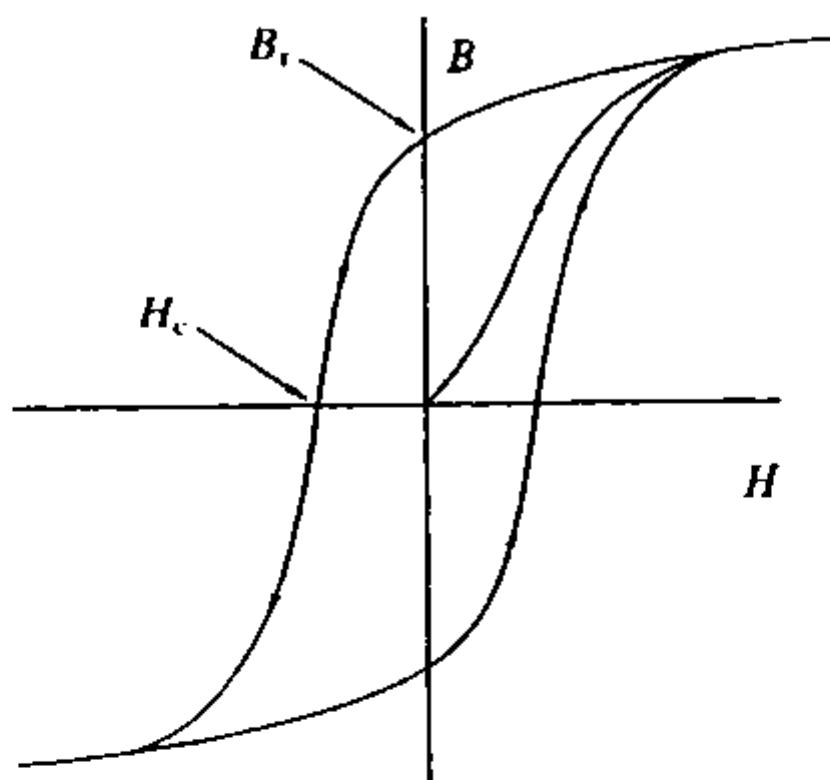


Figura 3.1 - Curva de primeira magnetização e ciclo de histerese de um material ferromagnético [12].

Na curva de primeira magnetização podemos determinar a permeabilidade magnética do material  $\mu$  e a permeabilidade relativa  $\mu_r$  do material para qualquer ponto, utilizando a equação abaixo:

$$\mu = \frac{B}{H}$$

$$\mu = \mu_r \mu_0$$

$\mu$  - permeabilidade magnética [H/m]

$\mu_r$  - permeabilidade magnética relativa

$\mu_0 = 4\pi 10^{-7}$  H/m - permeabilidade magnética no ar

Nos ciclos de histerese podemos destacar dois pontos de importância: a densidade de fluxo remanente  $B_r$  e a intensidade de campo coercitiva  $H_c$ , conforme figura 3.1.

Os valores das grandezas  $\mu$ ,  $B_r$  e  $H_c$  determinam se o material é "mole", "semi-duro" ou "duro" magneticamente.

Um material "mole" magneticamente, necessita de uma intensidade de campo  $H$  pequena para se obter um valor relativamente alto de densidade de fluxo, ou seja, ele apresenta valores altos de permeabilidade e valores baixos de  $H_c$  (intensidade de campo necessária para retirarmos todo o fluxo remanente). Estes materiais podem ter até  $B_r$  altos (da ordem de 1T), como os aços. Também existem materiais com valores baixos de  $B_r$  ou  $B_s$  (densidade de fluxo de saturação), como os ferrites magnéticos "moles" ( $B_s$  da ordem de 0,3 T). A intensidade de campo coercitiva dos materiais "moles", é baixa e pode variar de aproximadamente 0,3 A/m até aproximadamente 1600 A/m. As permeabilidades magnéticas relativas podem chegar até aproximadamente 350.000.

Os materiais "semi-duros" apresentam intensidade de campo coercitiva entre aproximadamente 1600 A/m e aproximadamente 40.000 A/m. As permeabilidades magnéticas relativas variam de dezenas a aproximadamente algumas centenas de unidades. São materiais que apresentam aplicação em motores de histerese, por exemplo. No começo do século, estes materiais eram os ímãs permanentes da época.

Os materiais "duros" magneticamente, ou ímãs permanentes, apresentam valores altos de intensidade de campo coercitiva, normalmente acima de 40.000 A/m e é desejável que apresentem altos valores de densidade de fluxo remanente. Os ímãs permanentes, normalmente, são caracterizados pelo segundo quadrante (curva de desmagnetização). Existem, basicamente, 3 tipos

diferentes de ímãs permanentes usados em motores pequenos de corrente contínua, conforme figura 3.2 [11].

- 1) Alnico
- 2) Ferrites ou ímãs cerâmicos
- 3) Ímãs de terras-raras (Samário-Cobalto e Neodímio-Ferro-Boro)

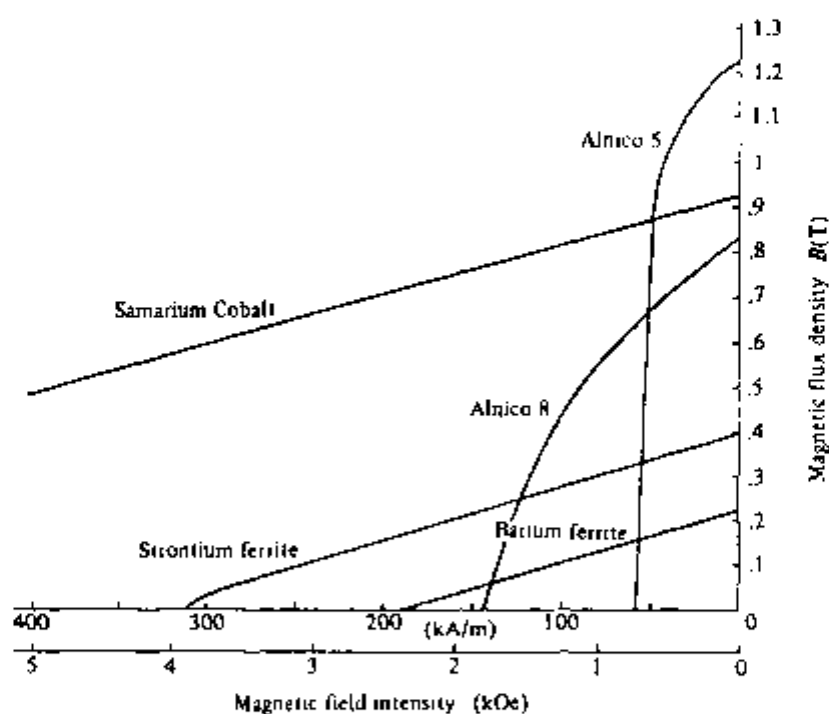


Figura 3.2 - Características de segundo quadrante de alguns ímãs permanentes [12].

A diferença básica está no formato da curva do segundo quadrante e nos valores de  $B_r$  e  $H_c$ . Estas características determinam comportamentos diferentes no circuito magnético em que o ímã estiver inserido.

Um ímã como o Alnico, apresenta um "joelho" na curva do segundo quadrante, valor relativamente alto de  $B_r$  e valor não alto de  $H_c$ , conforme figura 3.2. Isto implica que, caso o ponto de operação (determinado pela reta de carga) do ímã estiver acima do "joelho", e este sofrer uma mudança no seu circuito magnético (por exemplo, a retirada do rotor de um motor de corrente contínua), e a reta de carga passar a abaixo do "joelho" e depois fecharmos novamente o circuito magnético, retornando à reta de carga original, o par B-H caminhará sobre uma curva com permeabilidade relativa de recuperação ("recoil") próxima de 1 e o ponto de operação apresentará uma densidade de fluxo menor. O ímã perdeu magnetização e terá que ser novamente magnetizado.

Já os ímãs cerâmicos (ferrite de bário e ferrite de estrôncio) e de terras raras apresentam uma reta no segundo quadrante com permeabilidade de "recoil" próxima de "1", o que impossibilita a sua desmagnetização num processo de manuseio descrito anteriormente. As diferenças dos ímãs cerâmicos e de terras raras está, basicamente, nos valores de  $H_c$  e  $B_r$  e no custo. Os ímãs de terras raras apresentam um custo mais elevado, mas apresentam valores de  $H_c$  e  $B_r$  no mínimo o dobro.

A fim de não termos problemas de manuseio e de obter valores elevados de densidade de fluxo (0,7 a 0,9 T) no entreferro e, conseqüentemente, uma compactação de um motor pequeno de corrente contínua ou de comutação eletrônica com ranhura no estator, é necessária a utilização de ímãs de terras raras. Com estes ímãs, no caso de motores sem ferro no estator, conseguimos densidade de fluxo da ordem de 0,2 T, no raio médio dos condutores.

Os ímãs de terras raras têm aberto uma janela para novas tecnologias [2], principalmente na área de motores elétricos.

Teoricamente, um volume de material que manifesta uma magnetização  $M$  pode ser descrito por dois modelos diferentes [14]: modelo por cargas magnéticas (modelo coulombiano) e modelo por correntes distribuídas (modelo amperiano).

O ímã permanente pode ser descrito pela seguinte equação:

$$\vec{B} = \mu_0 (\vec{H} + \vec{M}) \quad (3.1)$$

onde:

$\vec{B}$  -vetor densidade de fluxo no ímã [T]

$\vec{H}$ - vetor intensidade de campo magnético [Ae/m]

$\vec{M}$ - vetor magnetização [Ae/m]

O primeiro termo da equação (1.1) ( $\mu_0 H$ ) é a densidade de fluxo que existirá se o magneto for retirado e a força magnetizante permanecer no valor  $H$  [2]. O segundo termo ( $\mu_0 M = J$ ) pode ser considerado como a contribuição do ímã para a densidade de fluxo, dentro do seu próprio volume [2].

A magnetização de um ímã é função da intensidade de campo, e é dada por:

$$\vec{M} = \vec{M}_0 + \chi \vec{H} \quad (3.2)$$

onde:

$\vec{M}_0$  vetor magnetização quando o vetor intensidade de campo é nulo

$\chi$  - susceptibilidade magnética

Assim, substituindo a equação (3.2) na (3.1), obtemos:

$$\vec{B} = \mu_0 (\mu_r \vec{H} + \vec{M}_o) \quad (3.3)$$

onde:

$$\mu_r = (1 + \chi) \quad (3.4)$$

$$B_r = \mu_o M_o \quad (3.5)$$

$\mu_r$  - permeabilidade relativa de recuperação ("recoil")

$B_r$  - densidade de fluxo remanente

Quando o ímã permanente é ideal,  $\mu_r = 1$  ( $\chi = 0$ ), pela equação (3.2), temos:

$$\vec{M} = \vec{M}_o \quad (3.6)$$

Esta hipótese foi considerada nas referências [15,16,17,18,19]

### 3.2.1 Modelo por cargas magnéticas

Quando não temos correntes impressas no sistema, podemos escrever:

$$\text{rot} \vec{H} = 0 \quad (3.7)$$

Valendo a equação acima, existirá um potencial magnético escalar " $\varphi$ ", tal que:

$$\vec{H} = -\text{grad}(\varphi) \quad (3.8)$$

Sabendo também que :

$$\text{div}\vec{B} = 0 \quad (3.9)$$

Aplicando a equação (3.1) em (3.9), obtemos:

$$\text{div}(\mu_o(\vec{H} + \vec{M})) = 0 \quad (3.10)$$

E aplicando (3.3) em (3.9), obtemos:

$$\text{div}(\mu_o(\mu_r\vec{H} + \vec{M}_o)) = 0 \quad (3.11)$$

Assim, utilizando a equação (3.8) em (3.10) e (3.8) em (3.11), obtemos:

$$\nabla^2\varphi = \text{div}(\vec{M}) \quad (3.12)$$

$$\nabla^2\varphi = \frac{\text{div}(\vec{M}_o)}{\mu_r} \quad (3.13)$$

A referência [15] resolve a equação (3.13), considerando o potencial em coordenadas cilíndricas. Porém, a magnetização do ímã, neste caso, é considerada radial ( $\vec{M}_o$  não varia com  $\theta$ ), ou seja,

$$\operatorname{div}(\vec{M}_o) = \frac{M_o}{r} \quad (3.14)$$

As equações (3.12) e (3.13) apresentam semelhança com as equações da eletrostática [16,17], onde:

$$\nabla^2 V = \frac{-\rho}{\epsilon} \quad (3.15)$$

V - potencial elétrico [V]

$\rho$  - densidade de carga volumétrica [C / m<sup>3</sup>]

$\epsilon$  - permissividade do meio [F.m]

Comparando a equação (3.12) com a equação (3.15), podemos escrever[16]:

$$\operatorname{div}(\vec{M}) = -\rho_m \quad (3.16)$$

onde :

$\rho_m$  - densidade de carga magnética volumétrica [A / m<sup>2</sup>]

Assim, da equação (3.12) e (3.16), temos:

$$\nabla^2 \varphi = -\rho_m \quad (3.17)$$



O potencial escalar magnético e a intensidade de campo são dados por [16]:

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_v \frac{\rho_m}{r} dv + \int_s \frac{\sigma_m}{r} ds \right] \quad (3.18)$$

Da equação (3.8) resulta:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \left[ \int_v \frac{\rho_m \vec{r}}{r^3} dv + \int_s \frac{\sigma_m \vec{r}}{r^3} ds \right] \quad (3.19)$$

onde:

$r$  - distância do ponto da fonte até o ponto do campo [m]

$\sigma_m$  - densidade de carga magnética superficial [A/m]

No caso de um ímã ideal ( $\mu_r = 1$ ),  $\rho_m = -\text{div}(\vec{M}) = 0$ , não temos a densidade de carga volumétrica, mas somente a densidade de carga superficial [16], dada por:

$$\sigma_m = \vec{M}_o \cdot \vec{n} \quad (3.20)$$

Assim, para um ímã ideal, como mostrado na figura 3.3, temos [16,18] :

$$\varphi = \frac{1}{4\pi} \left( \int_{s_1} \frac{\sigma_m}{r_1} ds_1 - \int_{s_2} \frac{\sigma_m}{r_2} ds_2 \right) \quad (3.21)$$

Da equação (3.8) temos:

$$\vec{H} = \frac{1}{4\pi} \left( \int_{s_1} \frac{\sigma_m \vec{r}_1}{r_1^3} ds_1 - \int_{s_2} \frac{\sigma_m \vec{r}_2}{r_2^3} ds_2 \right) \quad (3.22)$$

onde os símbolos podem ser vistos naquela figura 3.3.

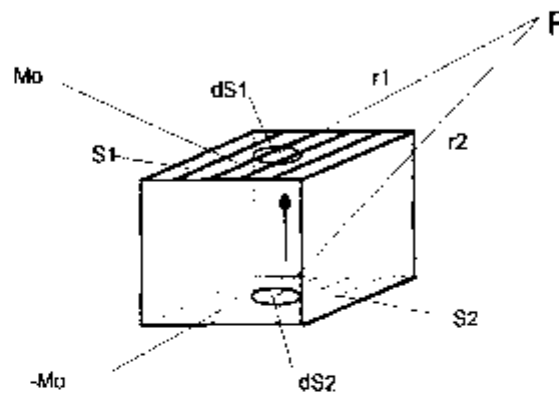


Figura 3.3 Modelo de cargas magnéticas idealizado para o ímã permanente

Para um ímã permanente, conforme mostrado na figura 3.3, com magnetização  $M_0$ , podemos considerar que fora do ímã não temos magnetização ( $M_0=0$ ), e que só existe uma magnetização interna ( $M_0$ ). Assim, para a superfície do pólo norte do ímã da figura 1, temos a seguinte igualdade [19]:

$$-\text{div}(\vec{M}) = -\vec{n} \cdot (\vec{M}_0 - \vec{M}_0) = M_0 = \sigma_m \quad (3.23)$$

Para o pólo sul ou face inferior temos:

$$-\text{div}(\vec{M}) = -\vec{n} \cdot (\vec{M}_0 - \vec{M}_0) = -M_0 = -\sigma_m \quad (3.24)$$

A referência [18] utiliza a solução dada pela equação (3.21) num sistema cartesiano tridimensional, sem considerar as imagens das cargas magnéticas na estrutura de ferro oposta ao ímã. Face ao grande raio interno do motor (122,5 mm) , a adoção de um sistema cartesiano e a não consideração das imagens nos planos opostos ao do ímã é justificável. O ímã é considerado ideal.

A referência [16] analisa um motor de disco, considerando as sucessivas imagens. Utiliza também as equações (3.20) e (3.21). No entanto, o sistema de coordenadas é para um motor de disco e o ímã também é considerado ideal.

### 3.2.2 Modelo por corrente distribuída (capa de corrente)

A partir de  $\text{div}\vec{B} = 0$  podemos definir o vetor potencial magnético  $\vec{A}$ , tal que:

$$\vec{B} = \text{rot}(\vec{A}) \quad (3.25)$$

Impõe-se ainda  $\text{div}(\vec{A}) = 0$ , para garantir a unicidade de  $\vec{A}$ .

Aplicando o rotacional na equação (3.25) , obtemos:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\text{rot}(\vec{B}) \quad (3.26)$$

Aplicando a equação (3.1) na equação (3.26), e admitindo a ausência de fonte corrente impressa, obtemos[19 ]:

$$\nabla^2 \vec{A} = -\mu_0 \text{rot}(\vec{M}) \quad (3.27)$$

O vetor potencial magnético pode ser escrito por [20].

$$\vec{A} = \frac{\mu_0}{4\pi} \int_v \frac{\text{rot}(\vec{M})}{r} dv + \frac{\mu_0}{4\pi} \int_s \frac{\vec{M} \times \vec{n}}{r} ds \quad (3.28)$$

onde:

$$\text{rot}(\vec{M}) = \vec{J}' \quad (3.29)$$

$$\vec{M} \times \vec{n} = \vec{K}' \quad (3.30)$$

onde:

$\vec{J}'$  vetor densidade de corrente volumétrica [A/m<sup>2</sup>]

$\vec{K}'$  vetor densidade de corrente superficial [A/m]

A equação (3.29) representa a corrente volumétrica, enquanto que (3.30) é a corrente superficial. Para magnetização rígida não temos a corrente volumétrica,  $\text{rot}(\vec{M}) = 0$ , restando apenas a corrente superficial dada pela equação (3.30). Na superfície de contorno do ímã [20] valem as seguintes condições contorno:

$$\vec{n} \cdot (\vec{B}_i - \vec{B}_e) = 0 \quad (3.31)$$

$$\vec{n} \times (\vec{H}_i - \vec{H}_e) = \vec{K} \quad (3.32)$$

onde:

$\vec{B}_i$  vetor densidade de fluxo interno [T]

$\vec{B}_e$  vetor densidade de fluxo externo [T]

$\vec{H}_i$  vetor intensidade de campo interno [Ae/m]

$\vec{H}_e$  vetor intensidade de campo externo [Ae/m]

Considerando a equação (3.1), a condição (3.32) é equivalente a:

$$\vec{n} \times (\vec{B}_i - \vec{B}_e) = \mu_0 (\vec{K} + \vec{K}') \quad (3.33)$$

$$\vec{K}' = (\vec{M}_e - \vec{M}_i) \times \vec{n} \quad (3.34)$$

Como  $\vec{M}_e = 0$  e fazendo  $\vec{M}_i = \vec{M}$ , a equação (3.34) é equivalente a (3.30),

onde:

$\vec{M}$  - vetor magnetização

$\vec{n}$  - vetor normal à saída da superfície

Como foi mostrado, o campo magnético produzido em qualquer ponto, tanto dentro como fora de um ímã permanente tendo magnetização uniforme  $\vec{M}$ , é exatamente aquele produzido por uma distribuição de corrente superficial no ímã de densidade dada pela equação (3.30):

Caso a magnetização seja rígida  $M = M_0$ , podemos escrever  $K' = M_0 = \frac{B_r}{\mu_0}$

A figura 3.4 mostra a capa de corrente:

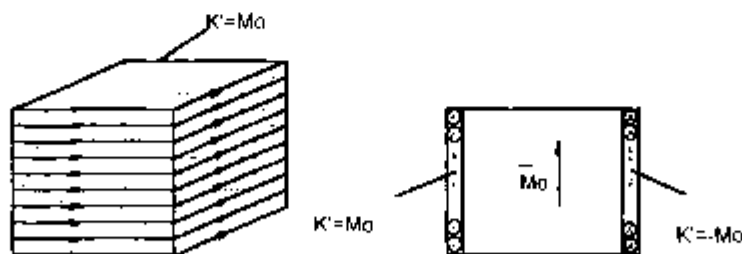


Figura 3.4 Modelo de correntes distribuídas idealizado para o ímã permanente

### 3.3 Modelo do ímã adotado e cálculo do campo magnético

O modelo adotado é o sugerido por N. Boules [21], com modificações para aplicação no motor sem ferro. Neste modelo são consideradas a curvatura do motor, a magnetização radial ou paralela e um fator de correção para ímã não ideal ( $\mu_r \neq 1$ ). Na referência [22] a curvatura do motor não é considerada. O modelo adotado [21] é aplicado também, mais tarde, pelo mesmo autor, para reduzir o conteúdo harmônico da tensão induzida (tomando-a mais senoidal) em uma máquina de ímãs permanentes [23].

Caso  $M = M_0$  ( $\mu_r = 1$ ) para qualquer  $H$ , a curva de  $M$  na característica de desmagnetização do ímã no segundo quadrante é uma reta paralela ao eixo  $x$ , intensidade de campo ( $M = M_0$ ). Para um ímã com  $\mu_r \neq 1$ , a curva de  $M$  apresenta uma queda dependendo da intensidade de campo  $H$ , conforme figura 3.5. O ímã normalmente opera em pontos na linha  $B$ - $H$ , onde  $B_r/2 < B < B_r$  [21]. A máxima queda de desmagnetização nesta região em  $B = B_r/2$  é  $\Delta M$ . A figura 3.5 mostra as curvas no segundo quadrante de um ímã ideal e do ímã utilizado neste trabalho:

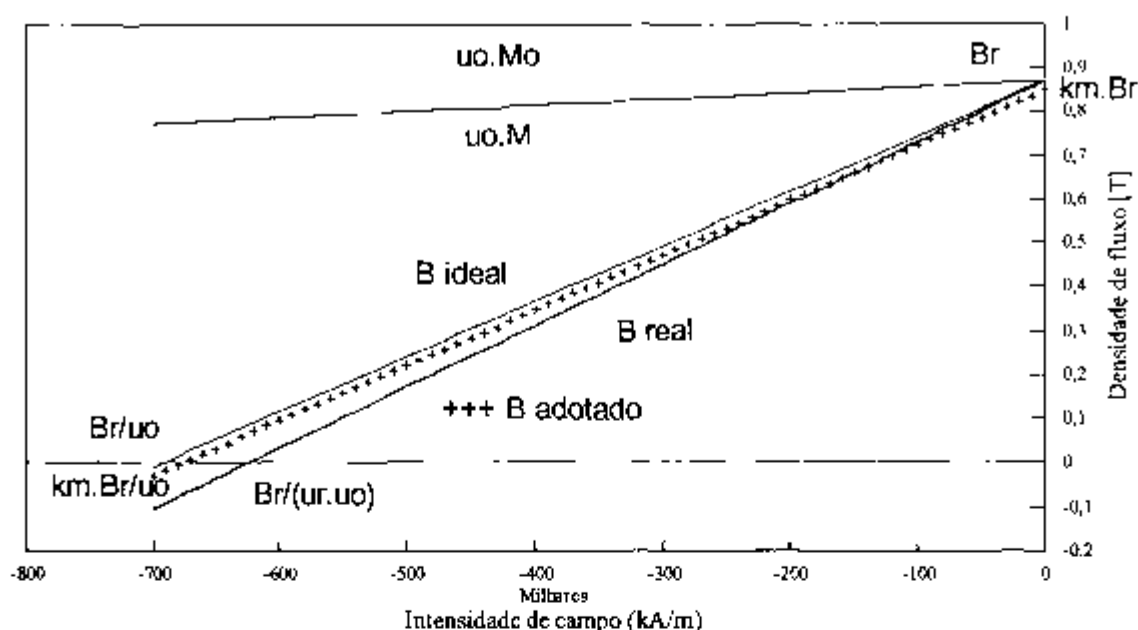


Figura 3:5 Curva B-H do ímã permanente no segundo quadrante. Ímã ideal, ímã real e curva B-H adotada. Densidade de fluxo remanente=0,87 T , permeabilidade relativa de "recoil"= 1,11 para o ímã real.

A queda de magnetização, para  $B_r/2$ , é dada por [21]:

$$\Delta \bar{M} = -\frac{\chi}{2(1+\chi)} \bar{M}_0 \quad (3.35)$$

É feita uma correção em  $M_0$  [21] de tal forma a considerar a curva de desmagnetização com  $\mu_r \neq 1$  ( $\chi \neq 0$ ). O valor a ser multiplicado por  $M_0$  é dado por [21]:

$$k_m = \frac{(1+0,75\chi)}{(1+\chi)} \quad (3.36)$$

onde  $k_m$  é o fator de redução de  $M_0$

Assim, a magnetização será considerada rígida ( $\mu_r = 1$ ) com  $M$  corrigido dado por:

$$\bar{M} = k_m \frac{\bar{B}_r}{\mu_0} \quad (3.37)$$

onde:

$k_m$  -fator de correção para  $M_0$

A curva B-H com  $M_0$  corrigido é mostrada na figura 3.5 (B adotado).

O máximo erro neste caso é metade do que ocorreria se  $M$  fosse considerado igual a  $M_0$  [21].

### 3.3.1 Magnetização radial

Neste caso, teremos somente capa de corrente nas laterais do ímã, e o valor da densidade de corrente superficial, observando a equação (3.30), será dado por:

$$K'_L = k_m \frac{B_r}{\mu_0} \quad (3.38)$$

onde:

$K'_L$  -valor da densidade de corrente superficial na lateral do ímã (A/m)

Nas superfícies curvas, teremos( figura 3.6)



$$K'_c = \vec{M} \times \vec{n} = 0 \quad (3.39)$$

onde:

$K'_c$  -valor da densidade de corrente superficial na superfície curva do ímã (A/m)

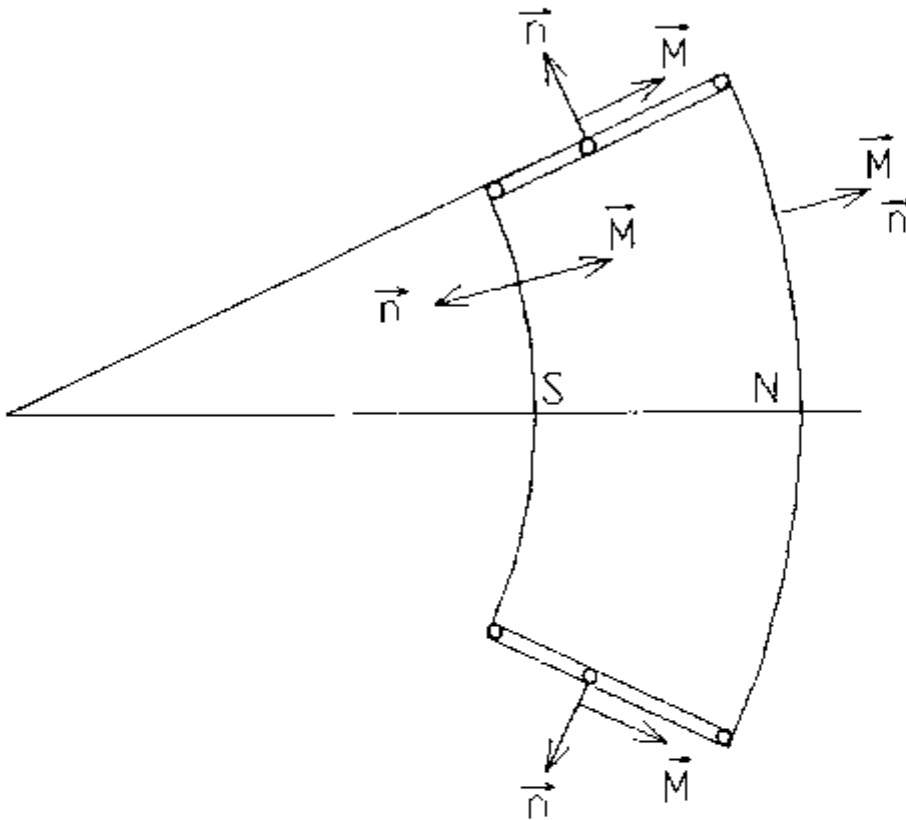


Figura 3.6 Ímã com magnetização radial

### 3.3.2 Magnetização paralela

Nas superfícies laterais, teremos (figura 3.7):

$$K'_L = M \sin(90 + \alpha / 2) \quad (3.40)$$

Nas superfícies curvas, teremos (figura 3.7):

$$K'_c = M \sin \theta \quad (3.41)$$

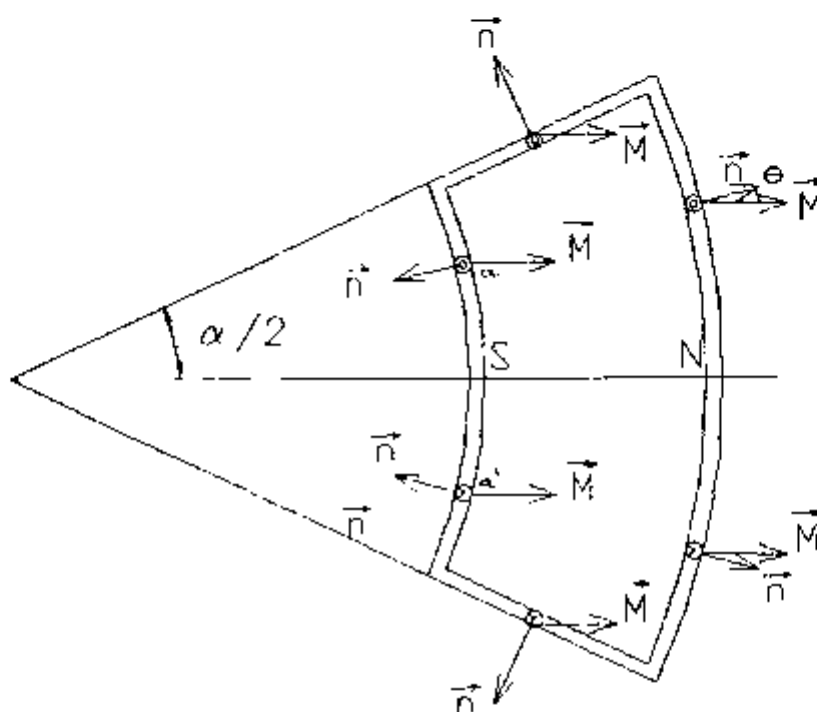


Figura 3.7 Ímã com magnetização paralela

### 3.3.3 Campo Magnético

Por causa da linearidade da corrente, o campo magnético, em qualquer ponto, pode ser obtido por integração do campo produzido por cada uma dessas bobinas.

Inicialmente, obtém-se o campo magnético para uma bobina simples com um ângulo  $2\xi$  e carregando uma corrente  $i$ , localizada no raio "c" no entreferro entre dois cilindros de permeabilidade magnética infinita, como mostrado na figura 3.8. A solução deste problema clássico foi obtido por Hague [24] (veja Anexo A1), que resolveu a equação de Laplace em coordenadas cilíndricas, para o potencial magnético escalar  $\Omega$ .

$$\nabla^2 \Omega = 0 \quad (3.42)$$

Inicialmente, Hague determinou a solução de  $\Omega$  para um condutor entre dois cilindros ferromagnéticos, aplicando a condição de contorno de continuidade da intensidade de campo magnético tangencial nas superfícies do estator e do rotor. Depois, ele obteve a solução para uma bobina (dois condutores com correntes opostas) inserida entre dois cilindros ferromagnéticos (Anexo A1)

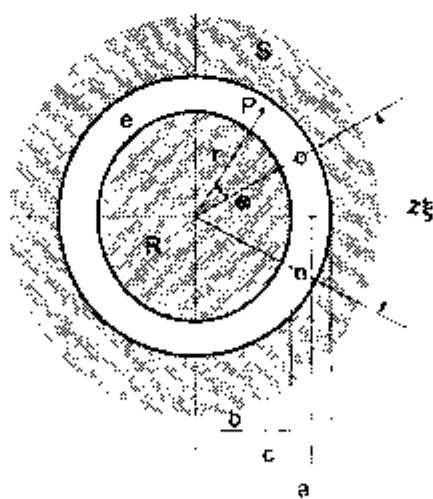


Figura 3.8 Bobina entre dois cilindros ferromagnéticos

Boules apresenta as equações de campo na superfície do estator e do rotor para uma bobina. Retomando as equações apresentadas por Hague (Anexo A1), temos que a densidade de fluxo magnético radial produzido por uma bobina, de uma espira, entre dois cilindros ferromagnéticos para um **RAIO GENÉRICO** é dada por:

$$B'_{rg} = \sum_{n=1}^{\infty} F_n \cos(n\theta) \quad (3.43)$$

onde:

$$F_n = \frac{1}{\pi} \frac{\mu_0 j}{c^n} \left( r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n+1}} \right) \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \sin(n\xi) \quad r < c \quad (3.44)$$

O raio  $r$  é menor que o raio da bobina

Considerando uma máquina de  $2p$  pólos, teremos  $2p$  bobinas. A componente radial será dada por [21]:

$$B_{rg} = \sum_{m=0}^{\infty} 2p F_n \cos(n\theta) \quad (3.45)$$

onde:

$$n = (2j+1)p \quad j \text{ de } 1 \text{ a } \infty \quad (3.46)$$

O levantamento do campo magnético se dará no entreferro da máquina com ímãs permanentes, conforme figura 3.9, a seguir:

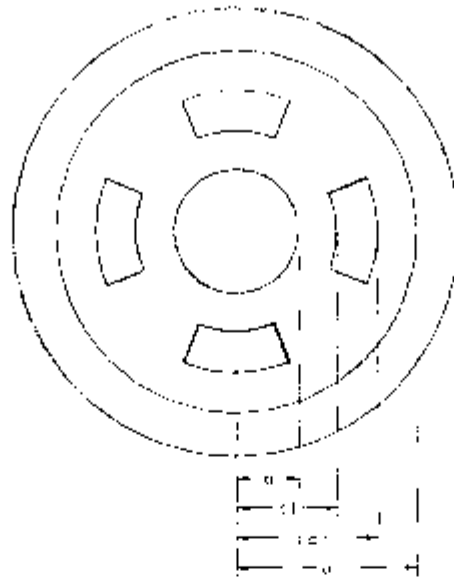


Figura 3.9 Corte transversal da máquina elétrica com ímãs permanentes

### 3.3.3.1 Magnetização radial

Na lateral do ímã, entre  $c_1$  e  $c_2$ , temos que o valor incremental de corrente é dado por:

$$\Delta i = K'_L dc = k_m \frac{B_r}{\mu_0} dc \quad (3.47)$$

A densidade de fluxo radial produzida por toda a bobina, num raio genérico, é dada por:

$$B_n = \int_{c_1}^{c_2} B_{r0} dc = \sum_{m=0}^{\infty} F_{bn} \cos(n\theta) \quad (3.48)$$

onde:

$$F_{bn} = F_{ln} \sin\left(\frac{n\alpha}{2}\right) \left(r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n-1}}\right) (F_{2n} + a^{2n}F_{3n}) \quad (3.49)$$

com:

$$F_{1n} = \frac{2pk_m B_r}{\pi(a^{2n} - b^{2n})} \quad (3.50)$$

$$F_{2n} = \frac{C_2^{(1+n)} - C_1^{(1+n)}}{1+n} \quad (3.51)$$

$$F_{3n} = \frac{C_2^{(1-n)} - C_1^{(1-n)}}{1-n} \quad \text{para } n \neq 1 \quad (3.52)$$

$$F_{4n} = \ln\left(\frac{C_2}{C_1}\right) \quad \text{para } n=1 \quad (3.53)$$

O fluxo por pólo e por comprimento é dado por:

$$\varphi = \int_{-\pi/2p}^{\pi/2p} B_r r d\theta = 2r \sum_{m=0}^{\infty} (-1)^m \frac{F_{bm}}{n} \quad (3.54)$$

### 3.3.3.2 Magnetização paralela

O campo, neste caso, é resultado de 3 componentes [21]:

- 1)  $B_{rL}$  densidade de fluxo radial devido à camada de corrente nas laterais do ímã ( $K'_L$ )
- 2)  $B_{rc1}$  densidade de fluxo radial devido à camada de corrente na superfície curva  $r=c_1$  ( $-K_c$ )
- 3)  $B_{rc2}$  densidade de fluxo radial devido à camada de corrente na superfície curva  $r=c_2$

Supondo a linearidade do campo magnético, a densidade de fluxo radial total será a soma das 3 densidades:

$$B_{rp} = B_{rL} + B_{rc1} + B_{rc2} \quad (3.55)$$

1) Campo devido à superfície lateral e igual à projeção da magnetização paralela sobre a superfície lateral (multiplicação por um  $\cos(\alpha / 2)$ ):

$$K'_L = k_m \frac{B_r}{\mu_0} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.56)$$

$$B_{rL} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{nL} \cos(n\theta) \quad (3.57)$$

$$F_{nL} = F_{bn} \cos\left(\frac{\alpha}{2}\right) \quad (3.58)$$

2) Campo devido à superfície  $r=c_1$ . Considerando a espira "a a'" com abertura de ângulo  $2\xi$ , a corrente num elemento angular  $d\xi$  é:

$$i = -K'_c c_1 d \xi \quad (3.59)$$

Utilizando as equações (3.37) e (3.41) em (3.59) obtemos:

$$i = -k_m \frac{B_c}{\mu_0} c_1 \sin(\xi) d \xi \quad (3.60)$$

Integrando  $\xi$  de 0 a  $\alpha/2$ , obtemos a distribuição da densidade de fluxo devido toda a camada de corrente. Assim:

$$B_{rc1} = \int_0^{\alpha/2} \sum_{m=0}^{\infty} F_{6n} \cos(n\theta) \sin(n\xi) \sin(\xi) d\xi \quad (3.61)$$

resultando:

$$B_{rc1} = \sum_{n=0}^{\infty} F_{nc1} \cos(n\theta) \quad (3.62)$$

onde:

$$F_{6n} = -F_{7n} \left( r^n + \frac{b^{2n}}{r^{n-1}} \right) \left( \frac{c_1^{2n} + a^{2n}}{c_1^{n-1}} \right) \quad (3.63)$$

$$F_{nc1} = 0,5 F_{6n} F_{7n} \quad (3.64)$$

com:

$$F_{7n} = \sin\left(\frac{(n-1)\alpha/2}{(n-1)}\right) - \sin\left(\frac{(n+1)\alpha/2}{(n+1)}\right) \quad \text{para } n \neq 1 \quad (3.65)$$



$$F_{7n} = \frac{\alpha}{2} - \frac{\sin \alpha}{2} \quad \text{para } n=1 \quad (3.66)$$

3) Campo devido à capa de corrente em  $r=c_2$ . Por analogia a 2), temos:

$$B_{nc2} = \sum_{m=0}^{\infty} F_{nc2} \cos(n\theta) \quad (3.67)$$

onde:

$$F_{nc2} = 0,5 F_{bn} F_{7n} \quad (3.68)$$

com:

$$F_{bn} = -F_{1n} \left( r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n+1}} \right) \left( \frac{c_2^{2n} + a^{2n}}{c_2^{n-1}} \right) \quad (3.69)$$

Assim, a densidade de fluxo total será dada por:

$$B_m = \sum_{n=0}^{\infty} (F_{nL} + F_{nc1} + F_{nc2}) \cos(n\theta) \quad (3.70)$$

O fluxo por pólo e por unidade de comprimento pode ser determinado por:

$$\phi = 2r \sum_{m=0}^{\infty} \frac{(-1)^m}{n} (F_{nL} + F_{nc1} + F_{nc2}) \quad (3.71)$$

### 3.4 TENSÃO INDUZIDA NO MOTOR

De posse da expressão da densidade de fluxo magnética, para um raio genérico no motor, podemos calcular a tensão induzida nos enrolamentos do motor:

#### 3.4.1 Motor com ferro no estator

O valor máximo da tensão induzida por fase-neutro máxima no motor é dada por:

$$E_m = N \cdot v_e \cdot B_e \cdot l \quad (3.72)$$

onde:

$v_e$  - velocidade do campo magnético no raio médio do entreferro [m/s]

$B_e$  - valor máximo da densidade de fluxo no raio médio do entreferro [T]

$l$  - comprimento efetivo dos condutores na ranhura [m]

$N$  - número de condutores série por fase

A velocidade, em função da frequência de rotação do campo  $n_r$ , é dada por:

$$v_e = 2 \cdot \pi \cdot n_r \cdot r_e \quad (3.73)$$

onde:

$r_e$  - raio médio no entreferro [m]

Portanto, o valor máximo da tensão induzida fase-neutro é dado por:

$$E_{m} = 2 \cdot \pi \cdot n_r \cdot N \cdot B_e \cdot r_e \cdot I \quad (3.74)$$

A frequência da tensão induzida ,  $f$  , é dada por:

$$f = p \cdot n_r \quad (3.75)$$

Para atenuar o conjugado de ranhura-dente ("cogging-torque"), as ranhuras do estator podem ser inclinadas no sentido longitudinal, normalmente de um passo de dente. Isto acarreta, principalmente, uma diminuição no patamar da forma de onda da tensão induzida. Este efeito pode ser considerado multiplicando-se cada harmônica obtida no modelo anterior, pelo fator de inclinação de ranhura [25], dado por:

$$K_{skn} = \frac{\text{sen} \frac{n \cdot c_i \cdot \pi}{2 \cdot \tau}}{\frac{n \cdot c_i \cdot \pi}{2 \cdot \tau}} \quad (3.76)$$

onde:

$n$  - ordem da harmônica

$c_i$  - inclinação de ranhura medida no raio externo do estator [m]

$\tau$  - passo polar [m]

Para inclinação de um passo de ranhura (ou 1 dente ) a relação  $c_i/\tau$  , pode ser, também, dada por:

$$\frac{c_t}{\tau} = \frac{2p}{S} \quad (3.77)$$

onde:

S - número de ranhuras do estator

O patamar da tensão induzida por fase deve ter, no mínimo, o seguinte valor para motores de comutação eletrônica (patamares menores acarretam picos de corrente e, portanto, conjugados indesejáveis de comutação):

$$\beta = \frac{m-1}{m} \quad (3.78)$$

onde :

m - número de fases

Caso o motor tenha 3 fases, o patamar mínimo é de 120 graus elétricos para uma fase.

Caso o motor de 3 fases seja ligado com um ponto em comum ("ligação estrela"), o patamar entre terminais de duas fases deve ser, no mínimo, de 60 graus elétricos.

### 3.4.2 Motor sem Ferro no Estator

Para calcularmos a tensão induzida num motor sem ferro, a rigor teríamos que fazer a somatória de todas as tensões induzidas nos condutores da ranhura. Para calcular a tensão induzida num condutor necessitamos da densidade de fluxo neste condutor. Esta densidade de fluxo será calculada com o modelo desenvolvido anteriormente, fazendo o raio  $b = 0$  ou pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). Para simplificar o cálculo desta tensão induzida, dividiremos a ranhura, ao longo do raio, em 3 camadas e calcularemos a densidade de fluxo para cada camada.

Notemos que na equação (3.74) aparece um produto "B.r". Para este motor definiremos um produto "B.r" médio dado por:

$$"B.r" = \frac{B_{r1} \cdot r_1 + B_{r2} \cdot r_2 + B_{r3} \cdot r_3}{3} \quad (3.79)$$

É razoável tomarmos a média, uma vez que a densidade de fluxo radial varia de forma praticamente linear com o raio. Isto será discutido no capítulo 5.

Estimaremos a forma de onda da tensão induzida fase-neutro, da seguinte maneira:

Tendo a densidade de fluxo , em função do ângulo (de grau em grau por exemplo), para 3 raios diferentes, calcularemos o seguinte:

1) para cada ângulo  $\theta$  da densidade de fluxo, acharemos o produto médio "B.r"

$$"B.r"(\theta) = \frac{B_{r1,\theta} \cdot r_1 + B_{r2,\theta} \cdot r_2 + B_{r3,\theta} \cdot r_3}{3} \quad (3.80)$$

2) Dividiremos o produto médio por um raio, no caso o raio médio, achando uma densidade de fluxo equivalente para cada ângulo  $\theta$ ,  $B_{eq}(\theta)$ .

$$B_{eq}(\theta) = \frac{B \cdot r(\theta)}{r_2} \quad (3.81)$$

3) Calcularemos a tensão induzida por fase para cada ângulo por:

$$E_m(\theta) = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot N \cdot r_2 \cdot B_{eq}(\theta) \cdot l \quad (3.82)$$

Repetindo o processo 1 a 2, por exemplo, de grau em grau, entre 0 e 180 graus elétricos, obtemos a forma de onda da densidade de fluxo equivalente.

Repetindo o processo de 1) a 3), por exemplo, de grau em grau, entre 0 e 180 graus elétricos, obtemos a forma de onda da tensão induzida fase-neutro. Para sabermos agora a forma de onda da tensão fase-fase, basta subtrairmos duas formas de onda obtidas anteriormente, defasadas de 360/m graus elétricos (120 graus no caso de 3 fases).

Ou:

$$E_{\pi}(\theta) = E_m(\theta) - E_m(\theta - 120^\circ) \quad (3.83)$$

O valor máximo da tensão fase-neutro, será dado por:

$$E_m(90^\circ) = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot N \cdot r_2 \cdot B_{eq}(90^\circ) \cdot l \quad (3.84)$$

$$E_m(90^\circ) = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot N \cdot r_2 \cdot B_{\text{eq}}(90^\circ) \cdot l \quad (3.84)$$

Ou por:

$$E_m(90^\circ) = 2 \cdot \pi \cdot n \cdot N \cdot r_2 \cdot "B \cdot r"(90^\circ) \cdot l \quad (3.85)$$

Definiremos a relação entre o valor máximo da tensão induzida fase-neutro e a tensão induzida fase-fase, da seguinte maneira:

$$K_e = \frac{E_n}{E_m} \quad (3.86)$$

O valor máximo da tensão fase-fase será dada por:

$$E_n(90^\circ) = 2 \cdot K_e \cdot \pi \cdot n \cdot N \cdot r_2 \cdot "B \cdot r"(90^\circ) \cdot l \quad (3.87)$$

## 4 CONJUGADO ELETROMAGNÉTICO MÉDIO, PERDAS NO FERRO (MFR) E POR CORRENTE INDUZIDAS NO COBRE (MSF) E RENDIMENTO

### 4.1 MOTOR COM FERRO RANHURADO

#### 4.1.1 Conjugado Eletromagnético Médio

Num motor BDCM podem existir basicamente 3 tipos de conjugados [26]:

- 1) conjugado de relutância devido à variação da indutância própria do enrolamento da fase com a posição do rotor.
- 2) conjugado de ranhura "cogging torque", devido à interação entre o campo magnético do ímã e os dentes do estator. O campo dos ímãs procura a posição de mínima relutância.
- 3) conjugado de alinhamento ou mútua, devido à interação entre o campo magnético dos ímãs e a corrente de fase.

A primeira componente, no caso de ímãs montados na superfície do rotor com permeabilidade de "recoil" próxima de 1, é próxima a zero, ou seja a indutância própria varia pouco com a posição do rotor.

A segunda componente, no caso de motores com estatores ranhurados, aparece mesmo tomando-se a providência da inclinação de ranhura, ou inclinação dos ímãs. Nos motores sem dentes, "slotless", e sem ferro no estator, "ironless", não temos esta componente.



A terceira componente é, normalmente a predominante . Idealmente esta componente é linearmente proporcional à corrente. Nos ateremos, a seguir, a esta componente.

Existe na verdade, uma outra componente de conjugado que é dada pelas perdas no ferro, no caso do motor com ferro ranhurado (MFR), e pelas correntes induzidas no cobre para o motor sem ferro. Trata-se de um conjugado frenante.

Para calcularmos o conjugado eletromagnético médio do motor (denominado simplesmente a posteriori de conjugado) , recorreremos à lei da força de Lorentz, dada por:

$$\vec{F} = i \int d\vec{l} \times \vec{B} \quad (4.1)$$

A forma como varia B ao longo do passo polar, isto é, se B é retangular, trapezoidal ou senoidal, e se a corrente na fase também segue este formato, determina o valor do torque total produzido por todas as fases, bem como se há ou não ondulação do mesmo ("ripple" de conjugado) [13].

O conjugado será dado por:

$$C = 2.N_{cr}.I_p.B_e.r_e.2.p.I \quad (4.2)$$

ou:

$$C = 4.N_{cr}.I_p.B_e.l.r_e.p \quad (4.3)$$

onde:

$N_{cr}$  - número de condutores por ranhura

$I_p$  - corrente de pico ou valor máximo da corrente [A]

$B_s$  - valor máximo da densidade de fluxo no entreferro [T]

$l$  - comprimento longitudinal do pacote [m]

$r_s$  - raio médio no entreferro [m]

Caso as bobinas estejam ligadas em série, com  $N$  espiras, o número de condutores por ranhura será dado por:

$$N_{cr} = \frac{N}{2p} \quad (4.4)$$

No caso de motor de 3 enrolamentos, a corrente, idealmente, será quadrada, com um patamar de 120 graus elétricos. A corrente de pico se relaciona com a corrente eficaz da seguinte forma[3]:

$$I_p = \sqrt{\frac{3}{2}} \cdot I_{ef} \quad (4.5)$$

O conjugado, identicamente, também pode ser calculado por [27 ]:

$$C = \frac{2}{3} \cdot (2 \cdot p \cdot r_r \cdot l) \cdot r_e \cdot B_e \cdot K_s \quad (4.6)$$

onde:

$$K_s = \frac{3 \cdot (N/2) \cdot I}{p \cdot r_a} \quad (4.7)$$

#### 4.1.2 Perdas no ferro

O motor com ferro no estator apresenta perdas no ferro, histeréticas e por corrente induzidas, devido ao campo magnético alternado. As perdas no ferro por unidade de massa, considerando um campo alternado senoidal em um material ferromagnético, podem ser representadas pela seguinte expressão:

$$P_{fe} = P_h + P_{cife} \quad (4.8)$$

onde:

$P_h$  perdas histeréticas por unidade de massa [W/kg]

$P_{cife}$  perdas por corrente induzidas no ferro [W/kg]

Estas perdas, em função da frequência e da densidade de fluxo, podem ser representadas por:

$$P_{fe} = k_h \cdot B^{nh} \cdot f + K_{cife} \cdot B^2 \cdot f^2 \quad (4.9)$$

onde:

$k_h$  constante de perdas histeréticas [W/T/Hz]

B valor máximo da densidade de fluxo [T]

nh expoente das perdas histeréticas (aproximadamente 2)

f frequência [Hz]

$k_{\text{efe}}$  constante de perdas por corrente induzidas [W / T<sup>2</sup> / Hz<sup>2</sup>]

Estas perdas no ferro produzem um conjugado frenante dado por:

$$C_r = \frac{P_{fe}}{\omega} \quad (4.10)$$

onde:

$C_r$  Conjugado frenante [Nm]

$P_{fe}$  Perdas no ferro no motor [W]

$\omega$  frequência angular do rotor [rad/seg]

A frequência angular do rotor  $\omega$  está relacionada com a frequência f por:

$$\omega = \frac{2\pi f}{p} \quad (4.11)$$

onde p é o número de pares de pólos do motor

Como, neste caso, o campo não é senoidal e sim trapezoidal, o cálculo destas perdas não se dá da forma tradicional de uma máquina elétrica de campo senoidal. Pode-se-ia calcular as perdas tomando a série de Fourier da onda espacial de densidade de fluxo para cada parte do motor (dente e coroa ou elemento), e fazer a soma das perdas devidas às componentes harmônicas da

série e, posteriormente, somar as perdas das partes consideradas [28]. No entanto, verificou-se que as perdas são sempre devidas a uma variação de indução e, portanto, com forma de onda trapezoidal, ocorrem somente durante a fase de reversão de indução ( $\pm B$ ) [29]. Esta mudança, que ocorre duas vezes por período, é completamente determinada por esta amplitude  $2B$  e sua duração  $\tau_d$  [29]. A derivada da indução tem o valor de  $2B/\tau_d$  durante o tempo  $\tau_d$  e se torna zero na parte remanescente do meio período [30]

Slemon, em seu artigo [31], considerou este fato e obteve expressões de perdas por correntes induzidas nos dentes e coroa do estator. Para as perdas histeréticas procedeu-se como se a onda de campo fosse senoidal com frequência fundamental igual à onda trapezoidal. Assim, a expressão obtida [31] é:

$$P_{te} = \sigma \cdot k_h \cdot f \cdot [V_d \cdot B_d^{nh} + V_{ce} \cdot B_{ce}^{m}] + \frac{4}{\pi} \cdot \sigma \cdot k_{cife} \cdot f^2 \cdot \left[ \frac{r_a}{p \cdot w_d} \cdot V_d \cdot B_d^2 + \frac{V_{ce} \cdot B_{ce}^2}{\alpha} \right] \quad (4.12)$$

onde:

$\sigma$  densidade do FeSi [ $\text{kg} / \text{m}^3$ ]

$V_d$  volume dos dentes do motor [ $\text{m}^3$ ]

$B_d$  valor máximo da densidade de fluxo no dente [T]

$V_{ce}$  volume na coroa do estator [ $\text{m}^3$ ]

$B_{ce}$  valor máximo da densidade de fluxo na coroa do estator [T]

$w_d$  largura do dente do estator [m]

$\alpha$  ângulo do ímã [rad]

As perdas para onda trapezoidal também podem ser aproximadas considerando as perdas obtidas por variação senoidal para uma frequência  $1/(2\tau_d)$  [32,33]. Assim:

$$P_{fe} = \sigma \cdot k_h \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \tau_d}\right) \cdot (V_d \cdot B_d^{nh} + V_{ce} \cdot B_{ce}^{nh}) + \sigma \cdot k_{cife} \cdot \left(\frac{1}{2 \cdot \tau_d}\right)^2 \cdot (V_d \cdot B_d^2 + V_{ce} \cdot B_{ce}^2) \dots \dots \dots (4.14)$$

Caso o patamar da onda trapezoidal possua 120 graus elétricos, temos que:

$$\frac{1}{2 \cdot \tau_d} = \frac{f}{2 \cdot T/6} = \frac{3}{2} \cdot f \quad (4.15)$$

Ou seja a frequência a ser considerada no cálculo das perdas no ferro é 1,5 vezes a frequência de alimentação do motor (para patamar de 120 graus).

#### 4.1.3 Rendimento

O rendimento do motor com ferro ranhurado pode ser expresso da seguinte forma:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_j + P_{fe} + P_{sup}} \quad (4.16)$$

onde:

$$P_{mec} = C \cdot \omega \quad (4.17)$$

$$P_j = 3 \cdot R_{fn} \cdot I_{ef}^2 \quad (4.18)$$

onde:

$R_{fn}$  resistência fase-neutro do motor

$I_{ef}$  corrente eficaz de fase no motor

As perdas suplementares dadas por  $P_{sup}$  são de difícil obtenção e não serão consideradas neste trabalho. Um estudo sobre este tipo de perda é feito em [32].

## 4.2 MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR

### 4.2.1 Conjugado Eletromagnético Médio

O conjugado de forma análoga à equação (4.2), será dado por:

$$C = 2.N_c \cdot I_p \cdot "B.r" \cdot l \cdot 2.p \quad (4.19)$$

Para um motor trifásico, o intervalo em que duas determinadas fases ficam simultaneamente ligadas corresponde a 60 graus elétricos [2] ( $180/m$  onde  $m$  é o número de fases). Assim, idealmente e dependendo da posição dos sensores, enquanto uma fase está ligada a outra é ligada a -30 graus elétricos do centro da tensão induzida de linha (ligação estrela) ou densidade de fluxo (sendo zero graus o centro da densidade de fluxo) e desligada a +30 graus elétricos do centro da densidade de fluxo, conforme figura 2.1.

Para o motor sem ferro no estator, o conjugado será calculado utilizando-se a equação (4.19) e considerando o valor "B.r", dado pela equação (3.79). O conjugado médio é a média entre o produto da tensão induzida, que será proporcional à densidade de fluxo, e uma constante ( a corrente), no intervalo -30 graus + 30 graus, conforme figura 2.1. Assim basta determinarmos o valor médio da densidade de fluxo equivalente no raio médio, no intervalo -30 +30 graus (intervalo de 60 graus elétricos), e utilizar a equação (4.19).

O valor médio de "B.r", será aproximado, como média aritmética de "B.r", entre -30 graus elétricos e zero grau (centro da distribuição de densidade de fluxo que corresponde a zero grau). Assim:

$$"B.r" = \frac{"B.r"_{(-30^\circ)} + "B.r"_{(0^\circ)}}{2} \quad (4.20)$$

A densidade de fluxo em carga, isto é, com corrente nos condutores, será considerada igual à densidade de fluxo em vazio, já que a reação de armadura poder ser desprezada, no caso de motor sem ferro no estator, conforme [18,34].

#### 4.2.2 Perdas por correntes induzidas no cobre

O cobre no estator do motor sem ferro, com o rotor girando com ímãs permanentes magnetizados, será sede de correntes induzidas mesmo com o enrolamento em aberto [18]. Estas correntes induzidas provocarão perdas e conjugado frenante. Para calcular estas perdas, consideraremos o cálculo teórico das perdas no ferro por correntes induzidas por unidade de volume, em material laminado submetido a campo alternado senoidal, dado por [35]:

$$p'_{\text{cifa}} = \frac{1}{24} \frac{(2 \cdot \pi \cdot f)^2 \cdot e_L^2 \cdot B^2}{\rho} \quad (4.21)$$

Ou, por unidade de massa:

$$p_{\text{cifa}} = \frac{\pi^2 \cdot f^2 \cdot e_L^2 \cdot B^2}{6 \cdot \sigma \cdot \rho} \quad (4.22)$$



onde:

$p'_{\text{cfe}}$  perdas no ferro por unidade de volume [ $W/m^3$ ]

$p_{\text{cfe}}$  perdas no ferro por unidade de massa [ $W/kg$ ]

$e_L$  espessura da lâmina [m]

$\rho$  resistividade elétrica do material [ $\Omega.m$ ]

Utilizaremos a mesma fórmula anterior para cálculo das perdas por correntes induzidas no cobre, considerando " $e_L$ " como o diâmetro do fio.

Como a forma de onda da densidade de fluxo  $B$  não é senoidal, consideraremos, para cálculo das perdas totais, a somatória das perdas de cada harmônica da onda. Como também a amplitude da onda de densidade de fluxo varia com o raio, consideraremos 3 raios, como no cálculo da tensão induzida e do conjugado. Cada raio compreenderá um volume de cobre.

As perdas por corrente induzidas no cobre podem ser escritas da seguinte forma, para uma determinada harmônica de campo " $h$ " e para um determinado volume de cobre  $V_{ri}$ :

$$P_{\text{ccu}} = k_{\text{ccu}} \cdot V_{ri} \cdot \sigma \cdot B_p^2 \cdot f_n^2 \quad (4.23)$$

onde:

$$k_{\text{ccu}} = \frac{\pi^2(d^2)}{6 \cdot \sigma \cdot \rho_{\text{cu}}} \quad (4.24)$$

com:

- $P_{cicu}$  perdas por correntes induzidas no cobre [W]  
 $K_{cicu}$  constante de perdas por corrente induzidas no cobre [ $m^4 / kg / \Omega$ ]  
 $d$  diâmetro do fio (m)  
 $\rho_{cu}$  resistividade elétrica do cobre (na temperatura em que o cobre se encontra) [ $\Omega m$ ]  
 $V_n$  volume de cobre no raio  $r_n$  [ $m^3$ ]  
 $B_n$  valor máximo da enésima harmônica de densidade de fluxo magnético [T]  
 $f_n$  frequência da enésima harmônica de campo [Hz]

As perdas totais por correntes induzidas no cobre, considerando a contribuição de todas as harmônicas de densidade de fluxo, em 3 raios, são dadas por:

$$P_{cicu} = k_{cicu} \cdot \sigma \sum_{j=1}^3 V_n \sum_{n=1}^{\infty} B_n^2 \cdot f_n^2 \quad (4.25)$$

O conjugado frenante devido às correntes induzidas no cobre será dado por:

$$C_f = \frac{P_{cicu}}{\omega} \quad (4.26)$$

### 4.2.3 Rendimento

O rendimento do motor sem ferro pode ser expresso da seguinte forma:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_j + P_{cicu} + P_{sup}} \quad (4.27)$$

onde:

$$P_{\text{mec}} = C \cdot \omega$$

$$P_j = 3 \cdot R_m \cdot I_{\text{ef}}^2$$

$R_m$  resistência fase-neutro do motor

$I_{\text{ef}}$  corrente eficaz de fase no motor

As perdas suplementares dadas por  $P_{\text{sup}}$  são de difícil obtenção e não serão consideradas neste trabalho.

## 5 DIMENSIONAMENTO ELETROMAGNÉTICO DOS MOTORES

### 5.1 INTRODUÇÃO

O dimensionamento a seguir não pretende ser um roteiro de cálculo genérico para qualquer motor a ímãs permanentes de comutação eletrônica, uma vez que ele apresenta particularidades que, dependendo dos objetivos, aplicações e das disponibilidades, podem mudar. Neste dimensionamento já partimos do diâmetro do entreferro (mesmo do motor de Histerese) e da disponibilidade de pastilhas de ímãs com dimensões já pré-estabelecidas.

Para dimensionamento dos motores utilizamos métodos clássicos, auxiliados pelo modelo analítico de cálculo desenvolvido nos capítulos 3 e 4 e pelo Método dos Elementos Finitos (MEF). O modelo analítico foi testado, inicialmente, com exemplos da referência [21], mostrando sua validade para motores com ferro ranhurado no estator e será também confrontado com MEF, no transcorrer deste trabalho. Suporemos também que a análise bidimensional é válida no caso do motor sem ferro no estator [34]. Faremos, já neste capítulo, uma comparação entre alguns resultados do modelo analítico com o MEF. No capítulo 6, mais adiante, faremos a comparação teórico/experimental para verificação final da validade do modelo.

Dispondo de pastilhas de SmCo5 de dimensão 31x23x12(a) mm (onde (a) indica a dimensão a ser magnetizada) , e tendo em vista a comparação destes motores com o motor de histerese da referência [1], **adotou-se o diâmetro de 58.3 mm (diâmetro interno do estator do motor de histerese da Dissertação de Mestrado) como referência [1].**

Como se trata de um motor de alta velocidade (24000 rpm), e como os motores sem ferro no estator conhecidos são de rotor externo [18,34 e 36] (menor caminho a ser percorrido pelo fluxo magnético criado pelos ímãs), adotou-se também esta forma construtiva. Assim, o diâmetro interno do rotor será de 58,3 mm. A única referência sobre motor de estator interno sem ferro é apresentada em [37]. Motores de alta velocidade a ímãs permanentes com rotor interno necessitam de uma capa para contenção dos ímãs. Nesta capa, feita normalmente de material condutor e não magnético, ocorrem perdas devido à ondulação de campo, provocada pelas ranhuras/dentes do MFR. Estas perdas, para serem minimizadas, implicam motores com entreferros grandes (dez vezes maior que os normais 6 mm)[38].

Tendo em vista as considerações anteriores, e que motores sem ferro no estator têm um número de pólos maiores que em motores BDCM convencionais, devido ao menor caminho de percurso do fluxo [34], decidiu-se escolher 8 pólos como o número de pólos do motor (igual ao da referência [36]). O número de pólos não pode ser muito pequeno, pois o caminho para percurso do fluxo magnético se torna maior (menor densidade de fluxo no condutor no caso de motor sem ferro no estator) e nem muito grande, tendo em vista que colocaremos, neste trabalho, também um estator de FeSi, que teria perdas muito altas no ferro devido à elevada frequência de acionamento. Teríamos também problemas no conversor, por causa dos chaveamentos em frequência elevadas.

Considerando o tamanho da pastilha, e que esta precisa ser arredondada para melhor acomodação no ferro do rotor, adotou-se um diâmetro externo do ímã de 73 mm.

O número de fases do motor será escolhido como três, acarretando, assim, para 1 ranhura por pólo e por fase ( $q=1$ ) e oito pólos, estatores de vinte e

quatro ranhuras. Além disto, adotaremos a ligação com um ponto comum ou ligação "estrela".

O entreferro mínimo do motor "e" calculado por [27] é dado por :

$$e = 0,2 + 0,003\sqrt{r_e l}$$

$$e = 0,2 + 0,003\sqrt{29,15 \cdot 23}$$

$$e = 0,28\text{mm}$$

onde :

$r_e$  - raio médio no entreferro [m]

$l$  - comprimento longitudinal do rotor [m]

Adotaremos, no entanto, um valor de entreferro mecânico de 0,5 mm, tendo em vista a alta rotação do motor e a eventual folga entre a face externa do ímã e o suporte destes (copo de aço 4140). O rotor não sofrerá retífica interna, permitindo assim acomodar pequenas diferenças de raio de um pólo para outro. O material deste copo é o aço 4140, uma vez que este, tratado termicamente de modo adequado, apresenta uma tensão de escoamento máxima em torno de 88 kgf/mm<sup>2</sup>, sensivelmente maior que o aço 1020 normal.

A direção de magnetização do ímã (radial ou paralela) e o abraçamento polar (largura do ímã ) têm influência direta sobre o desempenho do motor [39].

## 5.2 MOTOR COM FERRO RANHURADO NO ESTATOR

### 5.2.1 Circuito Magnético

O comprimento longitudinal útil de ímã utilizável, para o motor ranhurado com ferro no estator, é de 20 mm, uma vez que necessitamos de 3 mm para atuação dos sensores de posição tipo Hall, pois a pastilha tem um comprimento de 23 mm.

As dimensões já definidas são as seguintes:

- $l$  - comprimento longitudinal útil do pacote do motor - 20 mm
- $D_r$  - diâmetro interno do rotor ou diâmetro interno do ímã - 58,3 mm
- $D_e$  - diâmetro externo do ímã - 73 mm
- $D_{e\sigma}$  - diâmetro externo do estator - 57,3 mm
- $e$  - comprimento radial do entreferro - 0,5 mm

#### 5.2.1.1 Magnetização radial ou paralela dos ímãs

Com as dimensões acima definidas podemos verificar, utilizando o modelo do capítulo 3, como se comportam as distribuições da densidade de fluxo para 2 larguras de ímãs: 120 graus e 180 graus com magnetização radial e paralela.

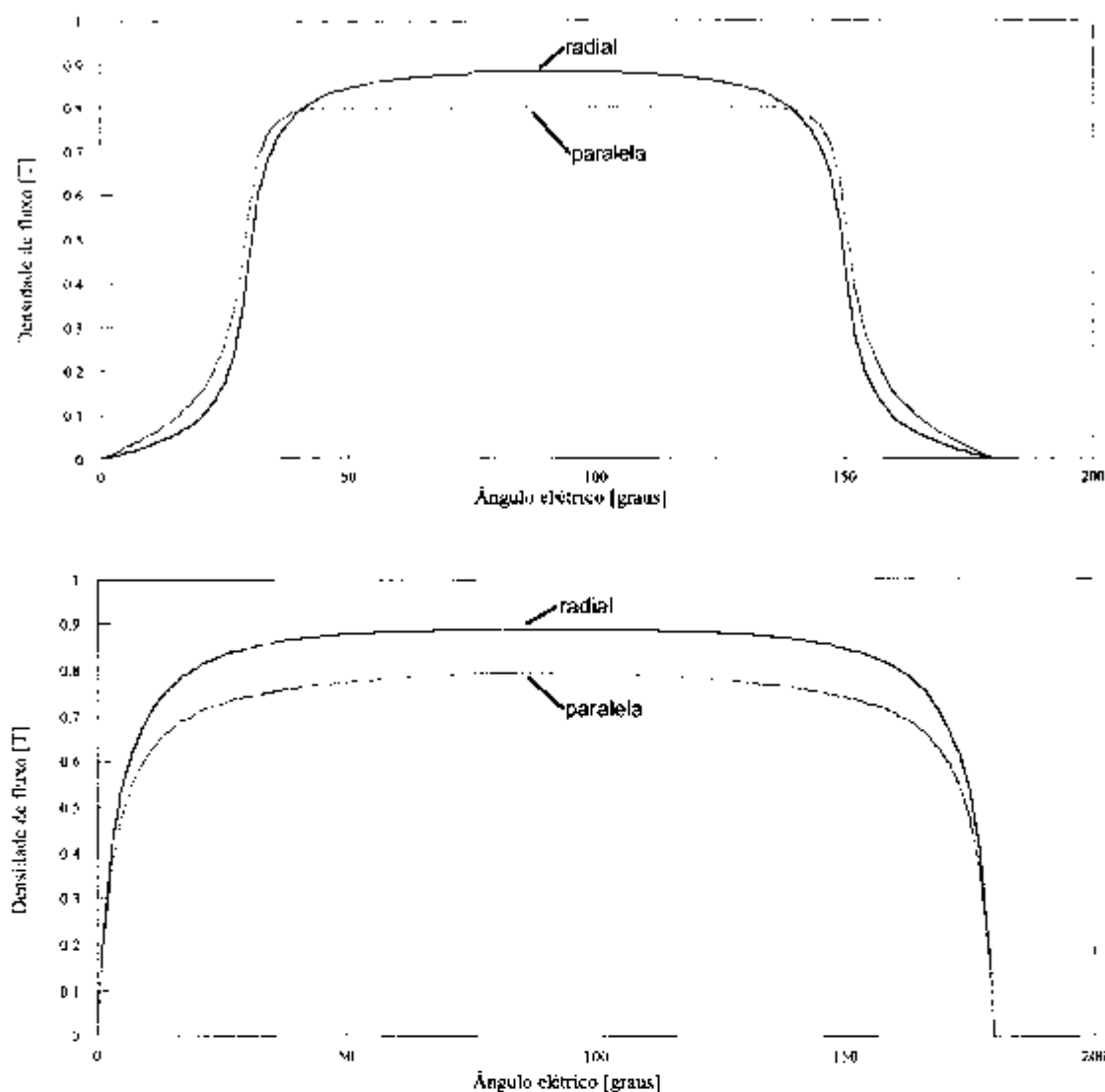


Figura 5.1 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para ímãs de 120 graus e 180 graus elétricos- Magnetização radial e paralela.

Dos gráficos da figura 5.1 verificamos que a magnetização radial apresenta não só fluxo magnético maior, mas um maior valor máximo de densidade de fluxo. No entanto, a magnetização paralela para um ângulo de 120 graus apresenta um patamar mais uniforme, o que é desejável para minimizar a pulsação de conjugado.



Por motivos de facilidade de construção e pelo fato de os pólos não serem compostos por vários pedaços de ímãs (medida a ser adotada para se aproximar da magnetização radial), os ímãs destes motores serão de **magnetização paralela**. Caso os pólos fossem compostos de vários pedaços, conseguiríamos nos aproximar da magnetização radial, mas teríamos que, adicionalmente, construir um dispositivo de magnetização que magnetizaria os ímãs, depois destes todos colados no rotor. No nosso caso, os ímãs serão usinados para se obter a curvatura e magnetizados individualmente num solenóide. Depois, estes serão colados um a um no rotor.

Para magnetização paralela, variamos a largura do ímã entre 30 a 45 graus mecânicos (ou de 120 a 180 graus elétricos), verificando que o valor máximo da densidade de fluxo varia entre 0,803 T e 0,792.

Notemos que esta densidade de fluxo no entreferro é relativamente alta, uma vez que no motor de histerese/gaiola da referência [1], que possui o mesmo diâmetro de entreferro (58,3mm), possui uma densidade de fluxo no entreferro de aproximadamente 0,5 T (na tensão nominal). Isto mostra a vantagem de se usar ímãs permanentes para pequenos motores com ferro ranhurado no estator. A excitação, sem perdas criadas por ímãs permanentes aumenta, em valores relativos quando o tamanho do motor é diminuído [2].

#### **5.2.1.2 Largura do ímã**

A largura do ímã tem, basicamente, influência no patamar da tensão induzida (conjugado de comutação) e no conjugado de "cogging".

### 5.2.1.2.1 Patamar da tensão induzida ou densidade de fluxo

Para um motor de 3 fases, conectado em estrela, é necessário que o patamar da tensão induzida entre fase e o terminal comum tenha 120 graus elétricos  $((m-1)/m$  onde  $m$  é o número de fases), ou o patamar da tensão entre fases tenha 60 graus elétricos, para que não se tenha picos de corrente e, portanto, conjugados de comutação indesejáveis. O patamar tem que ter uma largura adequada [40].

Observando a figura 5.1, magnetização paralela, notamos que o ímã de 180 graus não produz um patamar mais uniforme (mais horizontal) de distribuição da densidade de fluxo do que o ímã de 120 graus. O ímã de 180 graus produz uma distribuição de densidade de fluxo mais abaulada devido, provavelmente, à maior dispersão existente entre um pólo e outro.

Considerando que inclinaremos o estator para diminuir o conjugado de "cogging", e que esta inclinação provoca uma diminuição do patamar da distribuição da densidade de fluxo, procuraremos buscar uma largura de ímã que produza um patamar uniforme e o maior possível. A inclinação de 1 ranhura na referência [13] provocou uma diminuição no patamar da tensão induzida e da distribuição de densidade de fluxo, de 150 graus para 120 graus (diminuição correspondente a 1 ranhura em graus elétricos). Naquele trabalho [13], para evitar os picos de corrente e por consequência, realizar uma operação segura com somente 4 e não 5 das 6 fases do motor [12], foi criada uma "zona morta" (que força uma diminuição do tempo de condução dos transístores).

No caso de magnetização radial e com inclinação de 1 ranhura, o ímã deve ter largura igual ao passo polar para manter a tensão induzida constante por 120 graus elétricos [41].

Para magnetização paralela, a largura máxima do ímã (largura igual ao passo polar) não produz o patamar máximo de 180 graus elétricos. A figura 5.1 mostra a distribuição de fluxo no entreferro para ímã de 45 graus.

Para definir qual a largura ideal (máximo patamar), utilizaremos o modelo desenvolvido no capítulo 3. A figura 5.2 mostra como varia o patamar da densidade de fluxo no entreferro  $\beta$  conforme variamos a largura do ímã  $\alpha$ . O critério para determinar o patamar foi verificar qual o ângulo formado para densidades de fluxo entre 0,8 - 0,03T. O ímã foi considerado com magnetização paralela. Pela figura 5.2 verifica-se que o ângulo para patamar máximo é 39 graus mecânicos, resultando em um patamar de 137 graus elétricos.

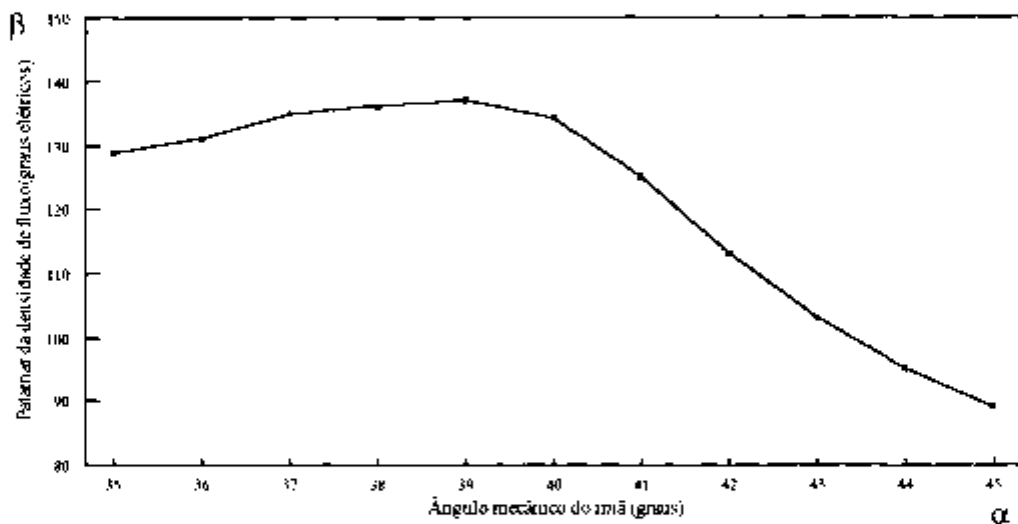


Figura 5.2 Patamar da distribuição da densidade de fluxo versus ângulo do ímã, obtida pelo modelo do capítulo 3.

A Figura 5.3 mostra a distribuição de densidade de fluxo no entreferro para 3 larguras de ímãs 36, 39 e 42 graus mecânicos. A curva com ímã de 39 graus (curva intermediária) é a que apresenta o maior e mais uniforme patamar

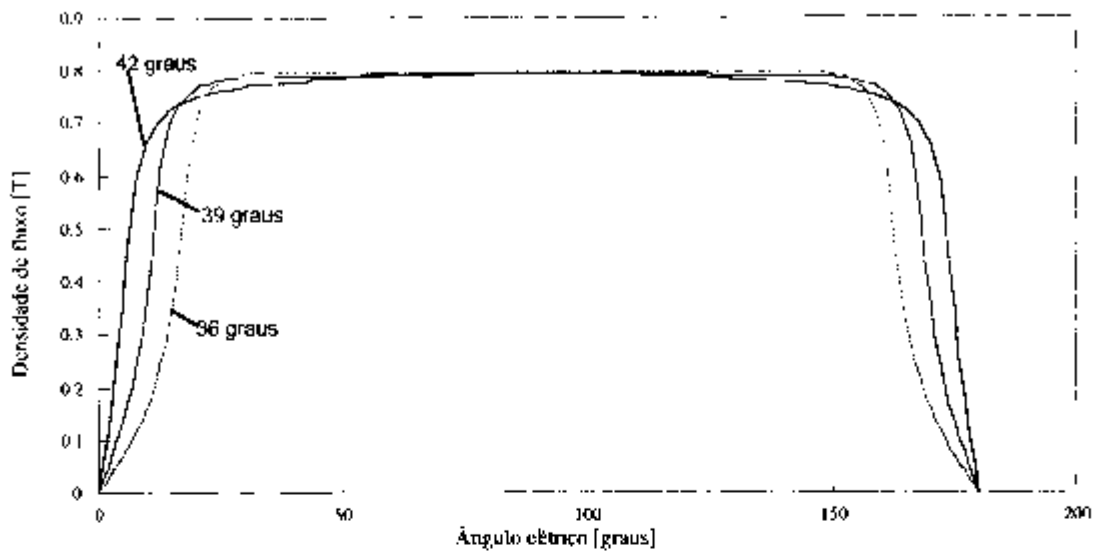


Figura 5.3 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 ângulos de ímãs 36, 39, 42 graus mecânicos.

#### 5.2.1.2.2 Conjugado de "cogging"

A largura de ímã tem influência direta sobre o conjugado de "cogging". Para estatores e ímãs não inclinados é possível reduzir o conjugado de "cogging", escolhendo a largura de ímã adequada e a dimensão de ranhura adequada, para 1% do conjugado nominal [42]. Um ímã com largura de  $w=(n+0,14)\lambda$  [42] onde  $n$  é inteiro e  $\lambda$  é o passo de ranhura, reduz o conjugado de "cogging" para um mínimo (foi considerada largura de dente igual a de ranhura - relação ótima). Assim, para o nosso caso :

$$w=(2+0,14)7,5= 16,05 \text{ mm}$$

Isto corresponde a um ângulo do ímã de 31,5 graus que, no nosso caso, provocaria um patamar muito pequeno (menor que 120 graus elétricos).

Na referência [43], o conjugado de "cogging" mínimo ocorre para  $w=(n+0,17)\lambda$  (resultado próximo ao obtido por Slemon) , considerando a curvatura do motor e magnetização radial dos ímãs. Assim :

$$w=(2+0,17)7,5= 16,28 \text{ mm}$$

Ou um ângulo de 32 graus.

Um ímã com largura  $w=(n+0,64)\lambda$  [42] pode produzir um conjugado de até 25% do conjugado nominal. Assim, para o nosso caso:

$$w=(2+0,64)7,5= 19,8 \text{ mm}$$

Ou um ângulo de 38,92 graus.

Este ângulo corresponde ao obtido para o patamar máximo. É mostrado na referência [43] que não é possível escolher uma largura de ímã que possa eliminar as componentes fundamentais do conjugado de "cogging" e conjugado de comutação pulsante, simultaneamente.

Inclinando a ranhura ou o ímã [41,44] é possível reduzir o conjugado de "cogging". No entanto, esta inclinação provoca uma diminuição do patamar da distribuição de densidade de fluxo, conforme pode ser visto na figura 5.4.

Inclinação de 0,5 ranhura, utilizando o critério anterior, resultaria num patamar de 123 graus elétricos, conforme figura 5.4.

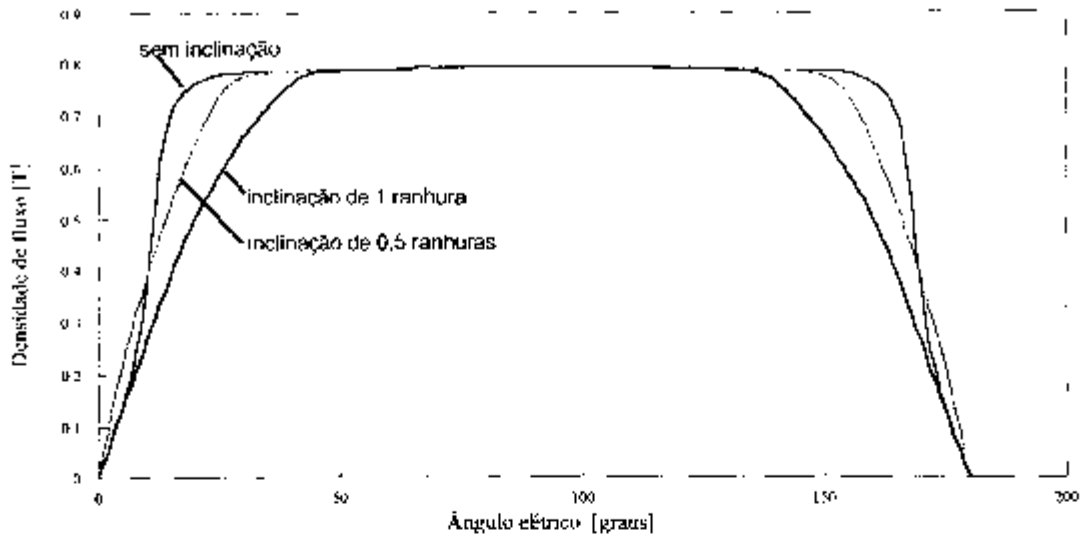


Figura 5.4 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro, para ângulo de ímã de 39 graus, com estator sem inclinação, inclinado de 0,5 e 1 ranhura.

Na intenção de manter o maior patamar possível, escolheremos como largura de ímã 39 graus e, para reduzir o conjugado de "cogging", inclinaremos as ranhuras do estator de aproximadamente 1 ranhura (por causa da imprecisão do dispositivo de montagem). A inclinação de uma ranhura (usual) reduzirá teoricamente o patamar para 99 graus, conforme figura 5.4, com prejuízo aos conjugados indesejáveis de comutação. A inclinação, portanto, durante a montagem, será no sentido de menos de 1 ranhura para termos patamar maior.

Esta largura de ímã ainda será verificada, mais adiante para sabermos, se é aceitável para o motor sem ferro no estator.

### 5.2.1.3 Dimensões das partes ferromagnéticas

Considerando que temos uma densidade de fluxo máxima de  $B_g$ , o fluxo por pólo  $\phi$  do motor será dado por :

$$\phi = \frac{\pi D_m I B_g \alpha_1}{2p}$$

onde:

$l$  - comprimento útil do motor [m]

$D_{is}$  - diâmetro interno do estator [m]

$p$  - pares de pólos

$\alpha_i$  - fator de distribuição de fluxo

O fator  $\alpha_i$  [45] é dado por:

$$\alpha_i = \frac{b_p + 2g}{\tau}$$

onde :

$b_p$  - passo do ímã [m]

$\tau$  - passo polar [m]

Assim, para  $B_e$  de 0,8 T e  $\alpha_i = 0,91$ , temos:

$$\phi = \frac{\pi \cdot 57,3 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 \cdot 0,91}{8} = 3,276 \cdot 10^{-4} \text{ Wb}$$

O fluxo por pólo levantado pelo modelo do capítulo 3, sem considerar a inclinação de ranhura, é de  $3,188 \cdot 10^{-4}$ , dando uma diferença de 2,7 % em relação ao fluxo calculado acima. Considerando a inclinação de ranhura, o fluxo obtido foi de  $2,91 \cdot 10^{-4}$  Wb (uma diferença de 12,5 % em relação ao calculado pelo modelo sem inclinação). Consideraremos, a seguir, o fluxo sem inclinação de ranhura, sobre-estimando um pouco as dimensões do motor e permitindo que comparemos o fluxo diretamente com os resultados obtidos pelo MEF bidimensional.

Considerando uma densidade de fluxo média na coroa do rotor  $B_{cr}$  de 1,2 T e uma dispersão no rotor de 10% (esta dispersão está situada na faixa de 5 a 20 % [2]), podemos determinar a largura da coroa do rotor  $l_{cr}$  por :

$$l_{cr} = \frac{\phi \cdot 1,1}{2 B_{cr} \cdot \tau}$$

$$l_{cr} = \frac{3,276 \cdot 10^{-4} \cdot 1,1}{2 \cdot 1,2 \cdot 20 \cdot 10^{-3}}$$

$$l_{cr} = 7,5 \cdot 10^{-3} \text{ m}$$

Assim, o diâmetro externo do rotor  $D_{er}$  foi adotado como:

$$D_{er} = D_{ei} + 2 \cdot l_{cr}$$

$$D_{er} = 73 + 2 \cdot 7,5 = 88 \text{ mm}$$

O valor médio de 1,2 T da densidade de fluxo na coroa do rotor, foi considerado menor do que o adotado normalmente (1,4 a 1,6 T), uma vez que se trata de um aço (4140) cuja permeabilidade é menor do que a do material FeSi.

Admitindo uma densidade de fluxo no dente do estator  $B_d$  de 1,6 T em vazio (os valores normais utilizados se situam entre 1,7 a 1,9 T [26]), a largura do dente do estator  $t_d$  será de:



$$t_d = \frac{\phi}{B_d \cdot l \cdot (S/2p) K_{emp}}$$

onde:

S - número de ranhuras do estator

$K_{emp}$  - fator de empacotamento

Assim:

$$t_d = \frac{3,276 \cdot 10^{-4}}{1,6 \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot (24/8) \cdot 0,95} = 0,00359\text{m}$$

Adotaremos 3.5 mm como largura do dente do estator.

Adotaremos também uma altura de dente do estator de 7,65 mm, o que resulta num diâmetro interno da ranhura de 42 mm.

A largura da coroa do estator  $l_{ce}$ , tendo uma densidade de fluxo média  $B_{ce}$ , seria calculada por:

$$l_{ce} = \frac{\phi}{2 \cdot B_{ce} \cdot f}$$

Tendo em vista que temos espaço interno disponível e que colocaremos um estator sem ferro, e que para este desejamos um suporte (apoio) de estator com o menor diâmetro possível, uma vez que desejamos minimizar as correntes induzidas do ímã neste, quando o rotor estiver em rotação, chegou-se a um acordo com o projeto mecânico segundo o qual o diâmetro deste apoio seria de 22 mm ( $l_{ce} = 10\text{mm}$ ). Assim, adotaremos este diâmetro como diâmetro interno da lâmina. Desta forma, a densidade de fluxo média na coroa do estator será dada por:

$$B_{ce} = \frac{\phi}{2 \cdot l_{ce} \cdot f}$$

$$B_{\text{ac}} = \frac{3,276 \cdot 10^4}{2 \cdot 10 \cdot 10^{-3} \cdot 20 \cdot 10^{-3} \cdot 0,95} = 0,86 \text{T}$$

Trata-se de um valor médio de densidade de fluxo, que se deve ao compromisso com o motor sem ferro no estator e a aspectos mecânicos. Assim, o diâmetro interno do estator será de 22 mm.

Um desenho esquemático da lâmina do estator pode ser visto na figura 5.5.

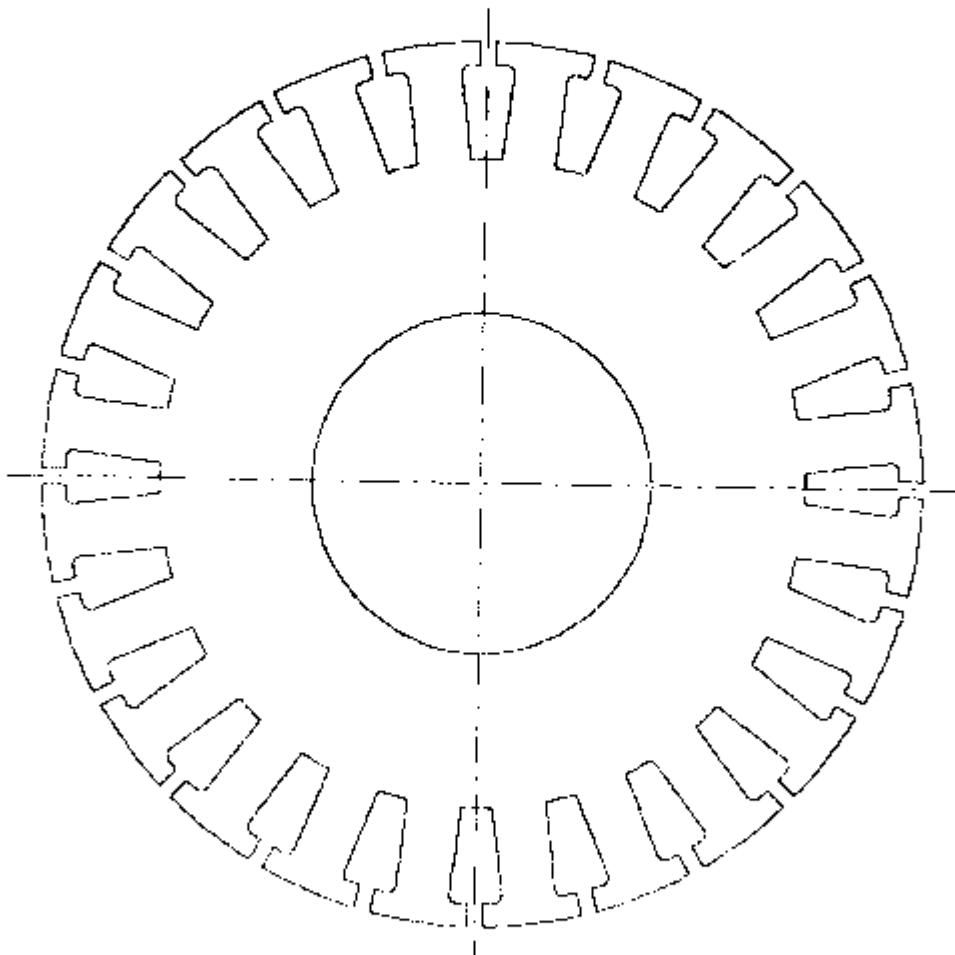


Figura 5.5 Desenho esquemático da lâmina do motor MFR

### 5.2.2 Modelo por Elementos Finitos do Motor em vazio

Passaremos, agora, a modelar o motor em vazio, utilizando o estator definido anteriormente pelo MEF [44], para verificar o fluxo por pólo e as densidades de fluxo nas diversas partes do motor (coroa do rotor, dente do estator e coroa do estator). Além disto, aproveitaremos para comparar resultados obtidos do modelo analítico com os obtidos pelo MEF.

A figura 5.6 mostra o modelo por elementos finitos do motor. A figura 5.7 mostra as linhas de campo do motor para o ímã de 39 graus. Nesta figura 5.7 também temos as densidades de fluxo na coroa do rotor (ponto1), no dente do estator (ponto 2) e na coroa do estator (ponto 3). O ímã foi considerado com magnetização paralela. Os valores de densidade de fluxo calculados anteriormente estão bem próximos dos valores obtidos pelo MEF.

A figura 5.8a mostra uma comparação da distribuição da densidade de fluxo radial obtida pelo modelo analítico com a obtida pelo MEF para um raio médio de entreferro de 28,9 mm. Esta figura mostra uma boa aproximação entre os dois modelos. A figura 5.8 b mostra a distribuição da densidade de fluxo obtida pelo MEF. Nesta figura podemos observar a influência da abertura de ranhura.

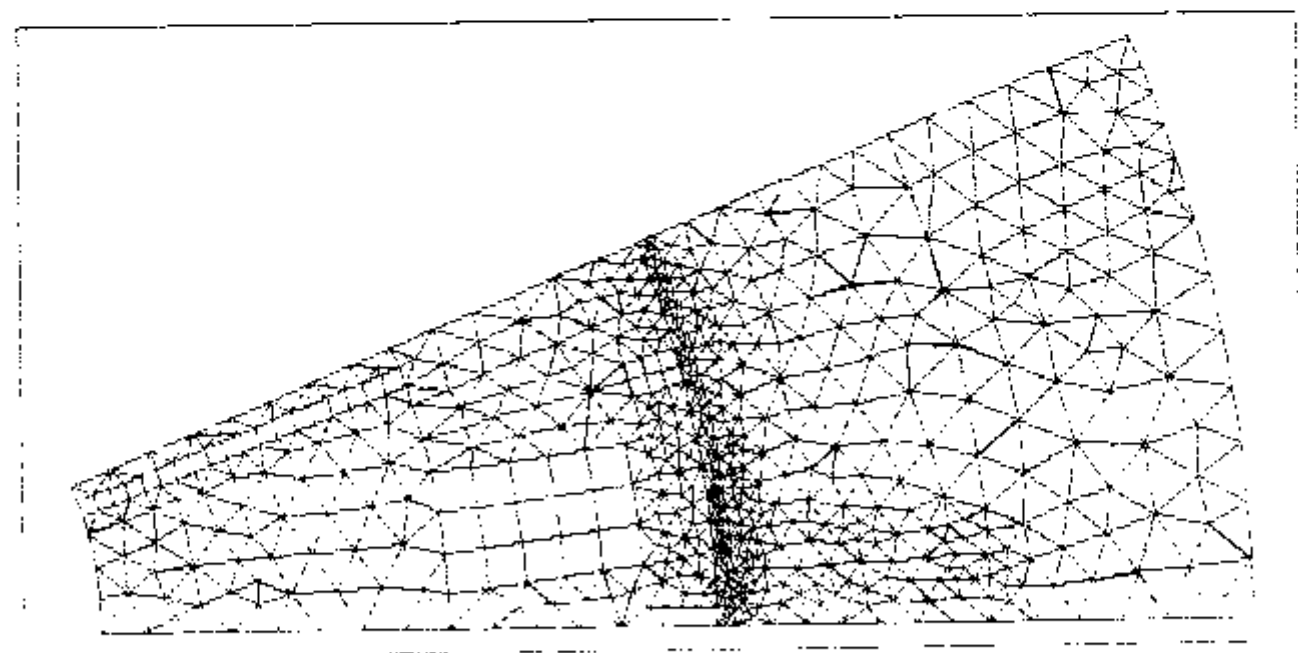
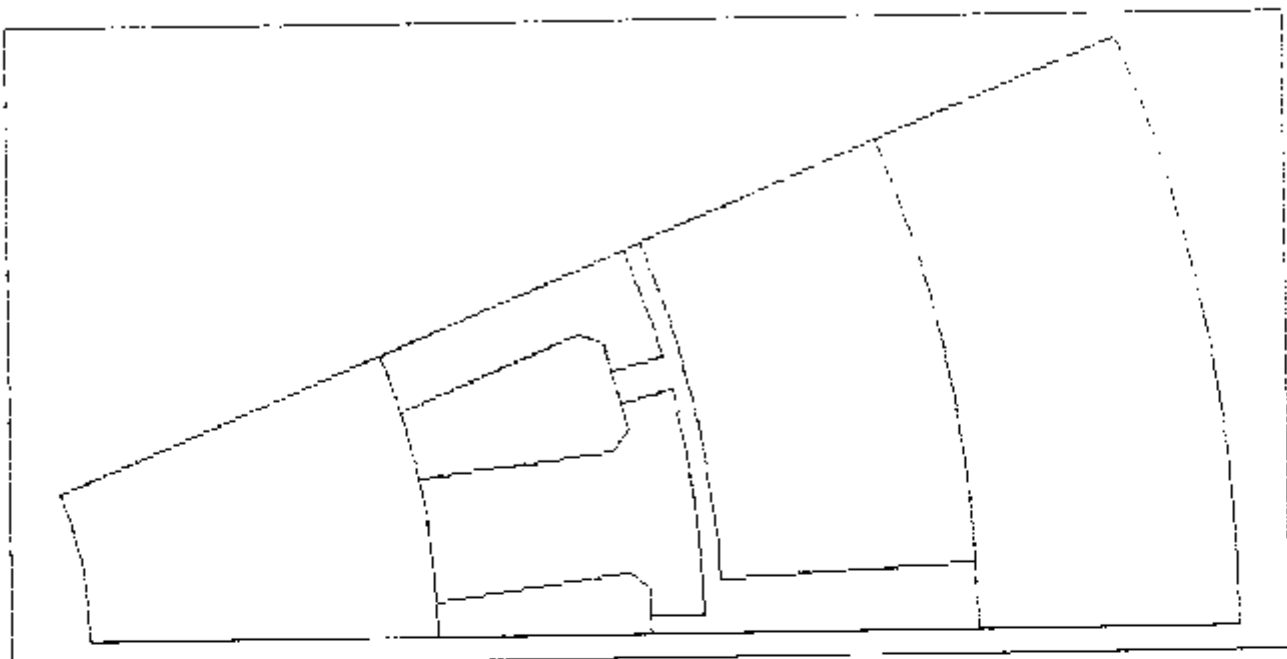
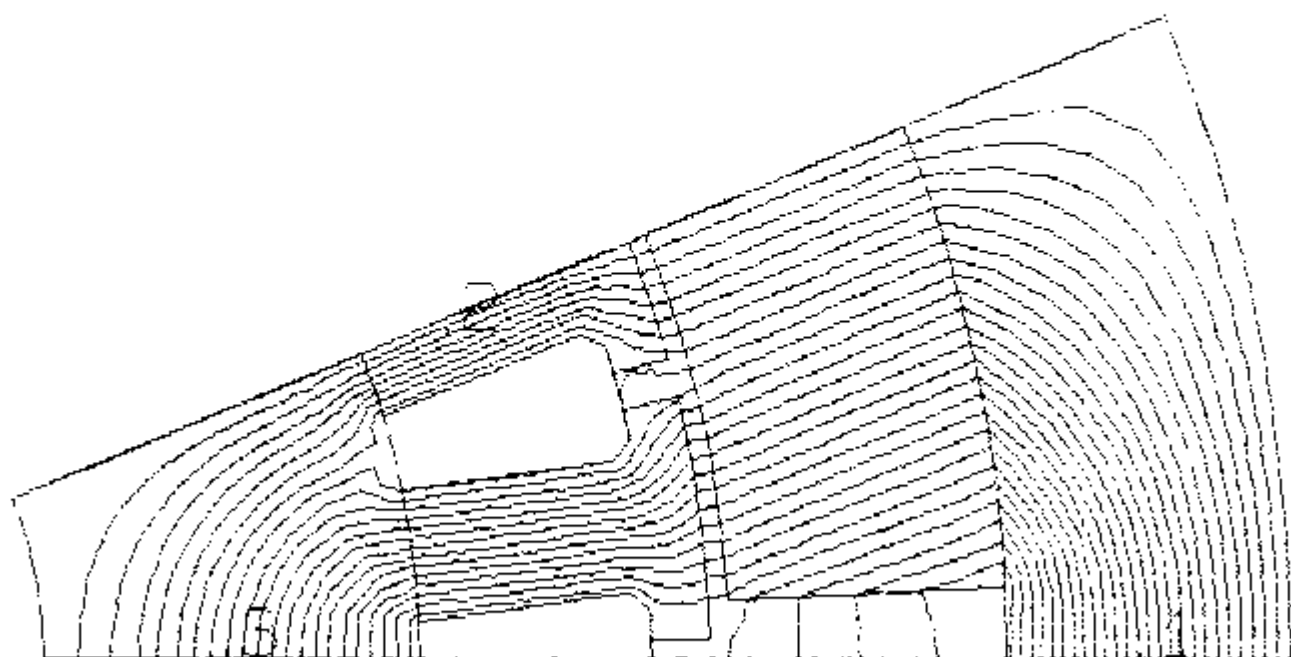


Figura 5.6 Modelo por elementos finitos do motor.



Ponto = 1 (  $.402E+01$ ;  $.103E+03$  ) Força =  $1.4397E+02$  Força =  $1.533E+01$   
 Campo =  $1.5802E+07$  Campo =  $1.2067E+06$  Mod. =  $1.2068E+04$   
 Induz =  $1.357E+01$  Induz =  $1.1258E+01$  Mod. =  $1.1258E+01$

Ponto = 2 (  $.214E+01$ ;  $.1872E+03$  ) Força =  $1.4312E+02$  Força =  $1.100E+01$   
 Campo =  $1.1176E+07$  Campo =  $1.4953E+06$  Mod. =  $1.1178E+04$   
 Induz =  $1.100E+01$  Induz =  $1.030E+01$  Mod. =  $1.030E+01$

Ponto = 3 (  $.1161E+01$ ;  $.1164E+03$  ) Força =  $1.300E+02$  Força =  $1.000E+01$   
 Campo =  $1.194E+07$  Campo =  $1.0312E+06$  Mod. =  $1.1178E+04$   
 Induz =  $1.3713E+01$  Induz =  $1.030E+01$  Mod. =  $1.030E+01$

BRUNO A. FERREZ

Figura 5.7 Linhas de campo do motor com o ímã de 39 graus e valores de densidade de fluxo(MFR).

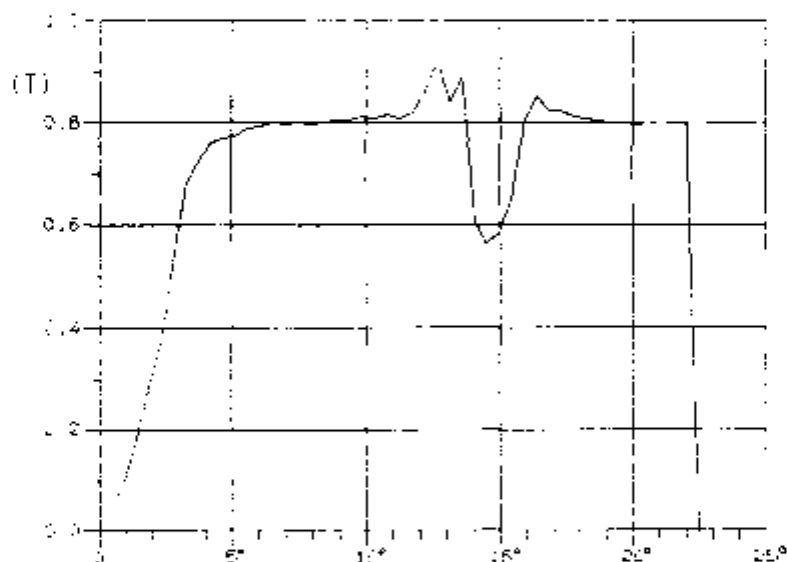
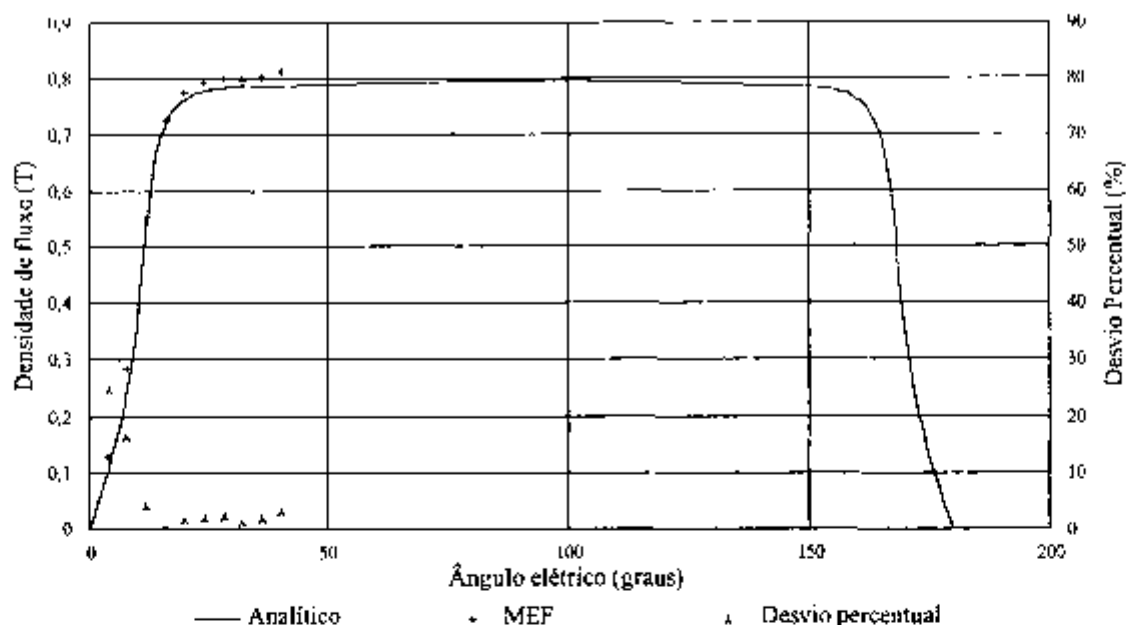


Figura 5.8 a) Comparação da distribuição da densidade de fluxo no entreferro obtida pelo Método Analítico com a obtida pelo Método dos Elementos Finitos (MEF), sem considerar a inclinação de ranhura (MFR) b) Distribuição da densidade de fluxo obtida pelo MEF (raio médio no entreferro = 28,9 mm).

O desvio médio entre o modelo analítico e o MEF é de 5,7 % (o MEF foi considerado como referência para cálculo do desvio).

O motor também foi modelado com largura de ímãs variáveis, obtendo-se a distribuição de densidade de fluxo no entreferro. Verificou-se, também, que a largura ideal do ímã é de 39 graus considerando o maior patamar, e com o mesmo critério usado no modelo analítico). A figura 5.9 mostra como varia o patamar da distribuição de densidade de fluxo com o ângulo do ímã (patamar máximo de aproximadamente 143,5 graus). Nesta figura verificamos também a semelhança de resultados obtidos pelos modelos analítico e MEF (desvio médio de 8,4%).

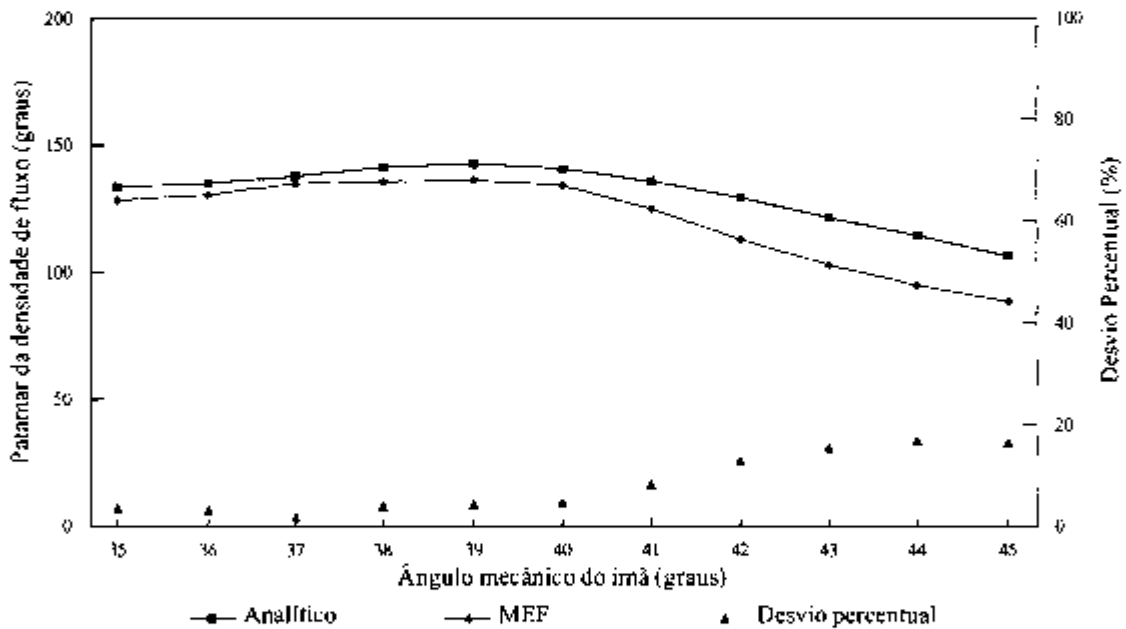


Figura 5.9 Comparação entre o patamar da distribuição da densidade de fluxo obtido pelo Método Analítico e o obtido pelo MEF (MFR).

As figuras 5.10 mostram a distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 larguras de ímãs 36, 39 e 42 graus mecânicos, obtida pelo MEF. A figura 5.10.b é a que apresenta o maior patamar. O ângulo de 39 graus mecânicos corresponde a um ângulo de 156 graus elétricos.

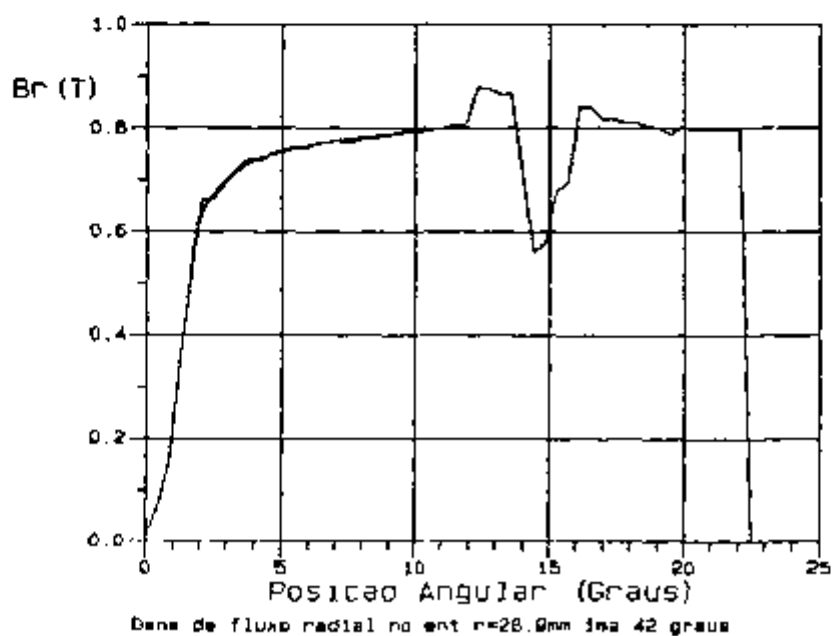
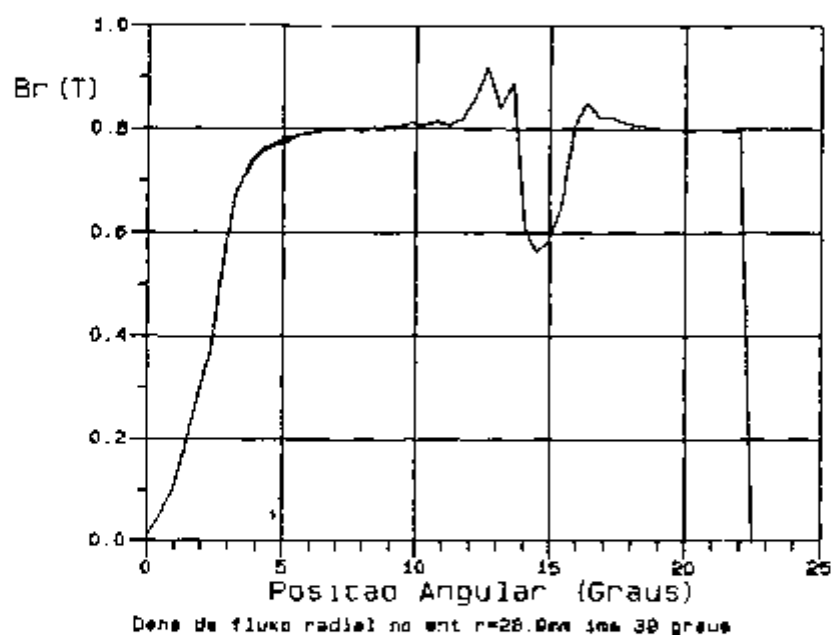
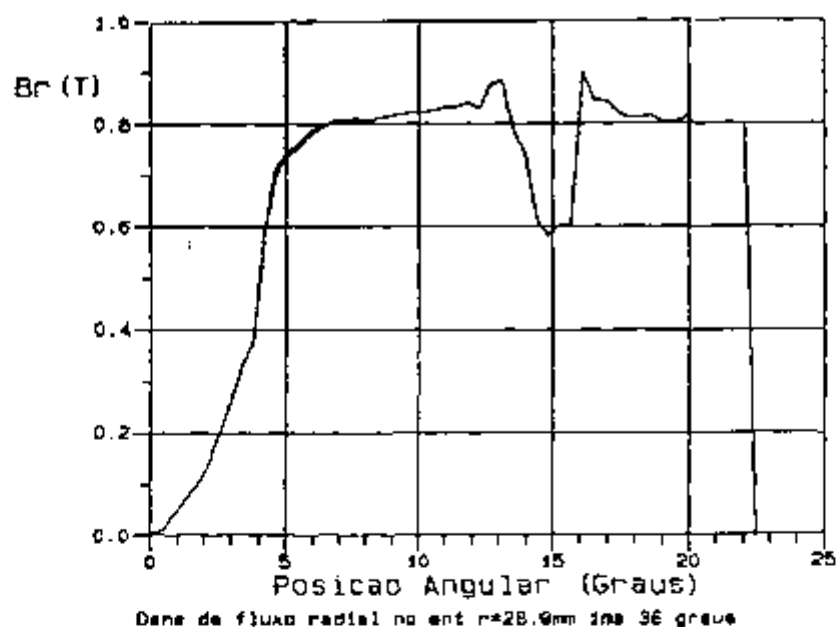


Figura 5.10 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro para 3 larguras de ímãs 36, 39 e 42 graus mecânicos, obtida pelo MEF (MFR).



### 5.2.3 Circuito Elétrico

Para determinarmos agora o número de condutores de cada ranhura, suporemos que o barramento CC do conversor possui uma tensão máxima "E" de  $220\sqrt{2}$  V.

A tensão induzida máxima fase-neutro é dada pela equação (3.74). A tensão do barramento CC "E" deve ser maior que o valor máximo da tensão induzida fase-fase (aproximadamente 10%)

Considerando que a ligação do motor é estrela (duas bobinas em série ligadas ao barramento CC), o número de condutores série por fase é dado por:

$$N = \frac{E / 1,1}{4 \cdot \pi \cdot n \cdot r_e \cdot B_e \cdot l}$$

O fator 1,1, na equação acima, leva em conta a diferença entre a tensão aplicada e a tensão induzida, quando o motor está em plena carga.

O número de condutores por ranhura  $N_{cr}$  será dado por:

$$N_{cr} = \frac{N}{2 \cdot p}$$

Assim:

$$N = \frac{220 \cdot \sqrt{2} / 1,1}{4 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 28,9 \cdot 10^{-3} \cdot 0,8 \cdot 20 \cdot 10^{-3}} = 121,7$$

$$N = 120$$

$$N_{cr} = 15$$

Como a área da ranhura é de  $17,2 \text{ mm}^2$ , e considerando um fator de enchimento de aproximadamente 0,47 e um número de condutores por ranhura de 15, podemos colocar nesta ranhura um fio de  $0,41 \text{ mm}^2$  de seção (AWG21). Serão utilizados dois fios em paralelo de  $0,205 \text{ mm}^2$ , tendo em vista a pequena abertura de ranhura (1mm). O efeito pelicular nestes condutores pode ser desprezado, uma vez que  $R_{ca} / R_{cc} = 1,000014$  [6], para uma frequência de 1,6 kHz ( $4 \times 400 \text{ Hz}$ ).

Considerando ainda uma densidade de corrente eficaz de  $4 \text{ A/mm}^2$ , chegamos a uma corrente de  $1,6 \text{ A}$  eficazes por fase. O conversor terá que suportar uma corrente de pico "I" de  $1,6 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}} = 1,96 \text{ A}$ . O fator  $\sqrt{\frac{3}{2}}$  converte o valor eficaz em valor de pico, considerando que temos uma onda quadrada de corrente com patamar de 120 graus elétricos.

A altura de cabeceira de bobina foi estimada em 12 mm.

Com as dimensões básicas definidas foi feito o projeto mecânico do motor visando a bancada de testes vertical utilizada em [1].

Foi verificada também, com base em modelo desenvolvido, a rotação máxima que este motor atingiria, tendo em vista a resistência mecânica dos ímãs e do material de suporte.

A figura 5.11 mostra o corte transversal e longitudinal do motor com ferro ranhurado no estator.

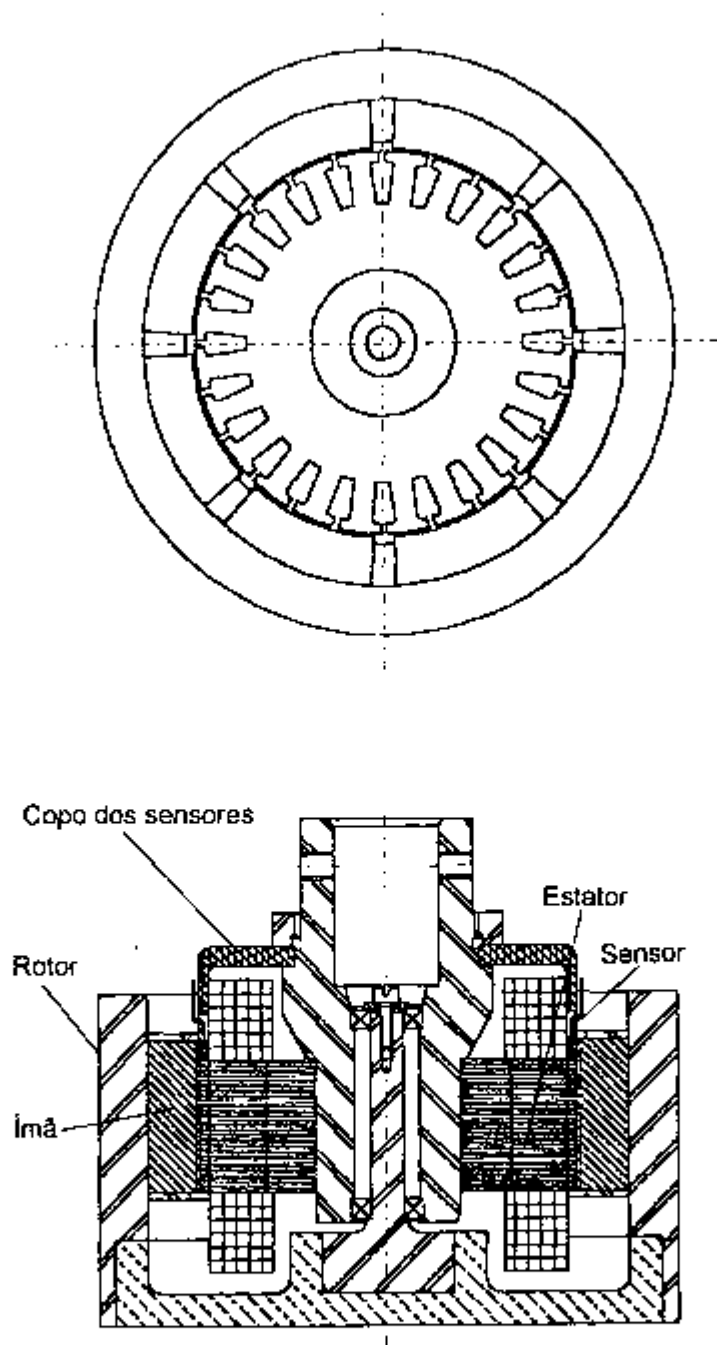


Figura 5.11 Corte transversal e longitudinal do motor com ferro ranhurado no estator (MFR)

### 5.2.4 Modelo por Elementos Finitos do motor em carga

A figura 5.12 mostra as linhas de fluxo no motor e a figura 5.13 a distribuição da densidade de fluxo radial no entreferro com o motor em carga.

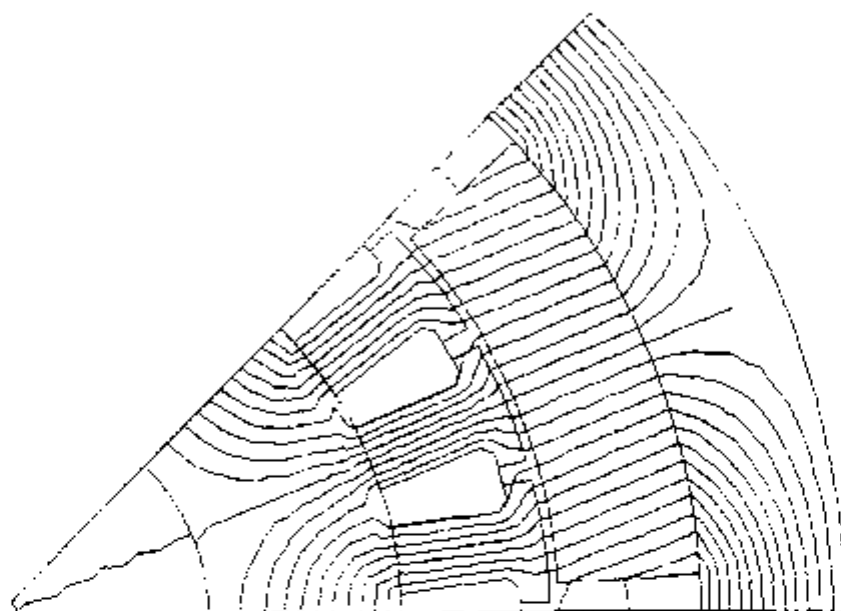


Figura 5.12 Linhas de fluxo do motor em carga (MFR).

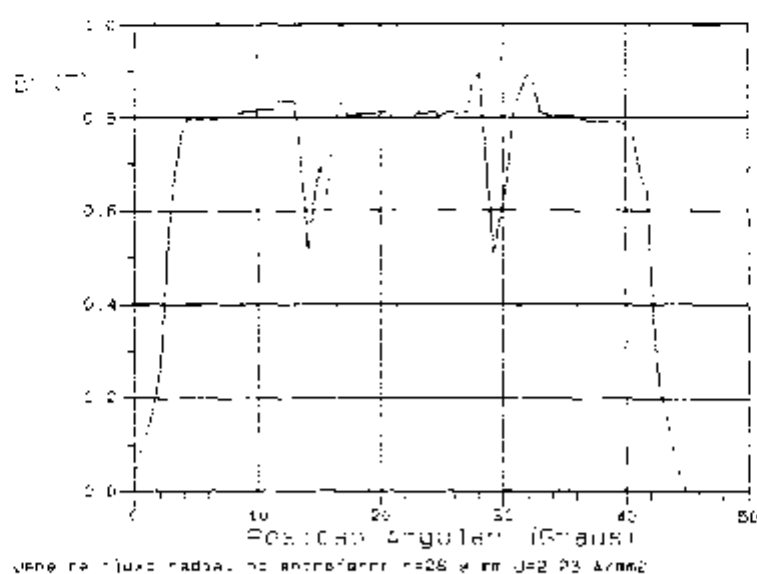


Figura 5.13 Distribuição da densidade de fluxo no entreferro do MFR

### 5.2.5 Cálculo do Conjugado Médio , Potência Mecânica e Rendimento

O conjugado é dado pela equação (4.2). Assim, substituindo os valores obtemos:

$$C = 4.15.1,96.0,8.28,9.10^{-3}.4.20.10^{-3}=0,218\text{Nm}$$

O conjugado total do motor de histerese/gaiola da Dissertação de Mestrado, para a rotação de 60 Hz, é de aproximadamente 0,236 Nm. Para a rotação de 400 Hz e acionamento por inversor, o conjugado diminui para 0,191 Nm (valor experimental), mesmo com o entreferro aumentado para diminuir as perdas parasitas.

A potência mecânica do motor BDCM MFR será dada por:

$$P_{mec} = C. \omega$$

$$P_{mec} = 547,9\text{W}$$

A potência de um motor trifásico, que idealmente tem sempre duas das três fases ligadas (condição imposta pelo chaveamento eletrônico), também será dada por:

$$P_{mec} = 2.E_{fn}.I$$

$$P_{mec} = 2.220 / 2. \sqrt{2} / 1,1,96 = 554,4 \text{ W}$$

A diferença em relação ao valor anterior se deve aos arredondamentos matemáticos feitos no número de espiras.

O rendimento do motor será dado por:

$$\eta = \frac{P_{mec}}{P_{mec} + P_j + P_{fe}}$$

onde:

$P_j$  - perda "joule" no enrolamento do estator

$P_{fe}$  perdas no ferro no estator

As perdas no ferro do FeSi 0,1 mm, para uma frequência de 1,6 kHz, foram estimadas em 84,52 W, a partir de dados levantados para frequências mais baixas. As perdas "Joule" foram estimadas em 2,7 W para a corrente nominal. O rendimento do motor para lâmina do estator de 0,1mm foi estimado em 86,3 %, para a rotação de 24.000 rpm.

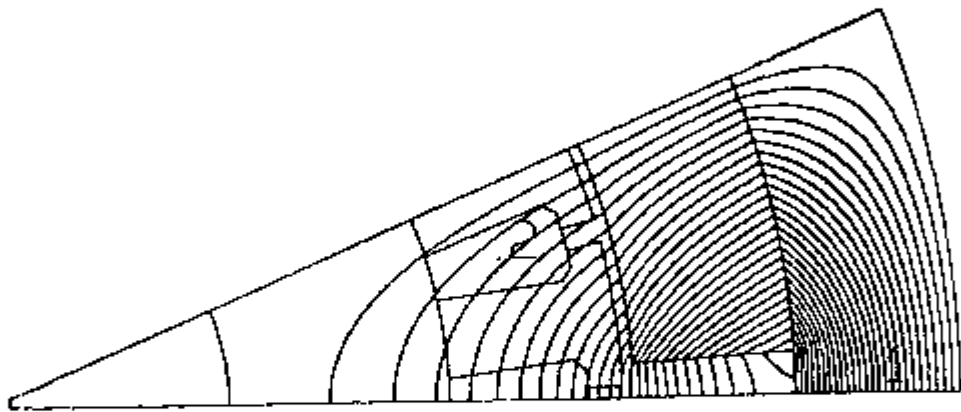
A relação conjugado /volume deste motor foi estimada em 4,2 vezes maior que a relação para o motor de histerese da dissertação de Mestrado (que possui o mesmo diâmetro no entreferro). Notemos que o motor de histerese era apenas 1,18 vezes maior que o motor de gaiola, por causa da cabeceira de bobina maior [1].

### 5.3 MOTOR SEM FERRO NO ESTATOR

#### 5.3.1 Comparação da densidade de fluxo : modelo analítico x MEF

Antes de iniciarmos o dimensionamento do motor sem ferro no estator pelo modelo analítico do capítulo 3, verificaremos se a distribuição de densidade de fluxo nos condutores para 3 raios se aproxima da distribuição obtida pelo MEF.

Para isto, modificaremos o modelo anteriormente analisado, modificando a permeabilidade relativa do material do estator para 1,0 e o raio interno do estator para 1 mm. A figura 5.14 mostra o modelo e as linhas de fluxo. Nesta figura também é mostrada a densidade de fluxo num ponto dos condutores e no raio médio da coroa. A figura 5.15 mostra a comparação da distribuição da densidade de fluxo entre o modelo analítico e o MEF para 3 raios. Estes raios são calculados considerando-se a camada de cobre e dividindo-a em 4 fatias. A camada de cobre foi definida como sendo compreendida entre o diâmetro interno igual ao do motor ranhurado com ferro (42 mm) e o diâmetro externo igual a 57,3 -3,0 mm (3 mm devido ao sensor Hall), ou seja, uma camada de 6,15 mm.



```
Ponto - 1 (0.401E-01;0.564E-03) Pot=0.2964E-02 Perm=.5149E+03
CampX=-.3613E+02 CampY=0.1318E+04 Mod.=.1318E+04
InduX=-.2338E-01 InduY=0.8528E+00 Mod.=.8531E+00
```

```
Ponto - 2 (0.235E-01;0.637E-02) Pot=0.7081E-03 Perm=.1000E+01
CampX=-.1458E+06 CampY=-.1255E+06 Mod.=.1924E+06
InduX=-.1832E+00 InduY=-.1578E+00 Mod.=.2417E+00
```

Figura 5.14 Linhas de fluxo para o motor sem ferro (MSF) no estator e valores das densidades de fluxo

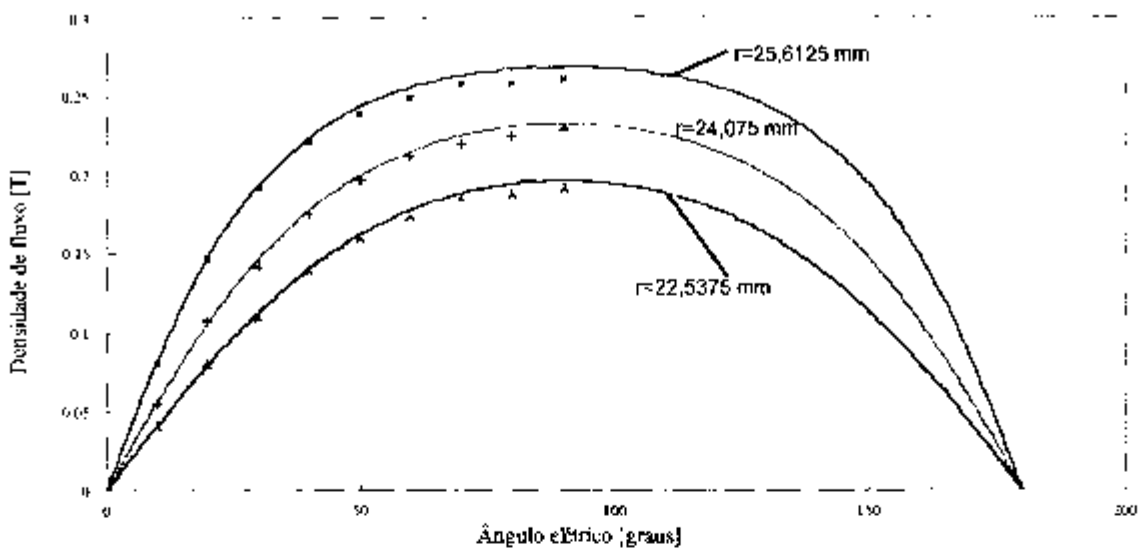


Figura 5.15 Comparação da distribuição de densidade de fluxo para 3 raios  $r=25,6125$ ,  $24,075$  e  $22,5375$  mm ----- Modelo Analítico + MEF (MSF)

O desvio médio global para as 3 densidades é de 1,8 %. O valor obtido pelo MEF foi tomado como referência. Foi calculado o desvio médio para cada ângulo e tomada a média entre os três raios. Depois, a média entre todos os ângulos foi calculada resultando, assim, no desvio médio global.

### 5.3.2 Circuito Magnético

#### 5.3.2.1 Magnetização radial e paralela

Assim como no MFR temos uma diferença na distribuição da densidade de fluxo entre ímã com magnetização radial e paralela, no MSF também temos diferença na distribuição, como pode ser visto na figura 5.16 a seguir, para o raio de  $24,075$  mm:



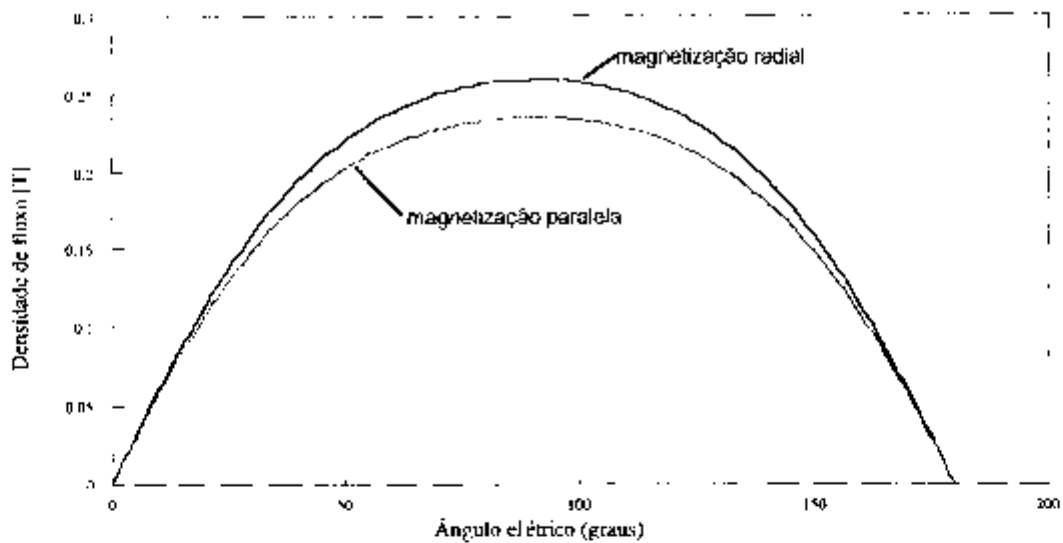


Figura 5.16 Distribuição da densidade de fluxo para o raio de 24,075 mm, considerando o ímã com magnetização radial e paralela (MSF).

Notemos na figura 5.16 que as formas de onda são parecidas, diferenciando-se apenas nos valores. A média entre o valor máximo e o a 60 graus ( $-30^\circ$  do máximo) da densidade de fluxo, para magnetização radial, é 10,0 % maior que a média para magnetização paralela. O fluxo para este raio, para magnetização radial, também é 8,8 % maior.

Como já exposto anteriormente no item 5.2.1, adotaremos magnetização paralela.

O MSF apresenta um valor máximo de densidade de fluxo no raio médio dos condutores (24,075 mm) de 0,23 T, contra um valor máximo de densidade de fluxo no entreferro de 0,5 T no motor de histerese, e 0,8 T no MFR.

### 5.3.2.2 Variação da densidade de fluxo radial com o raio

A seguir, na figura 5.17 é mostrado como varia o valor da densidade de fluxo radial com o raio, para dois ângulos, centro da distribuição e -30 graus desta. Os dados foram obtidos pelo modelo do capítulo 3.

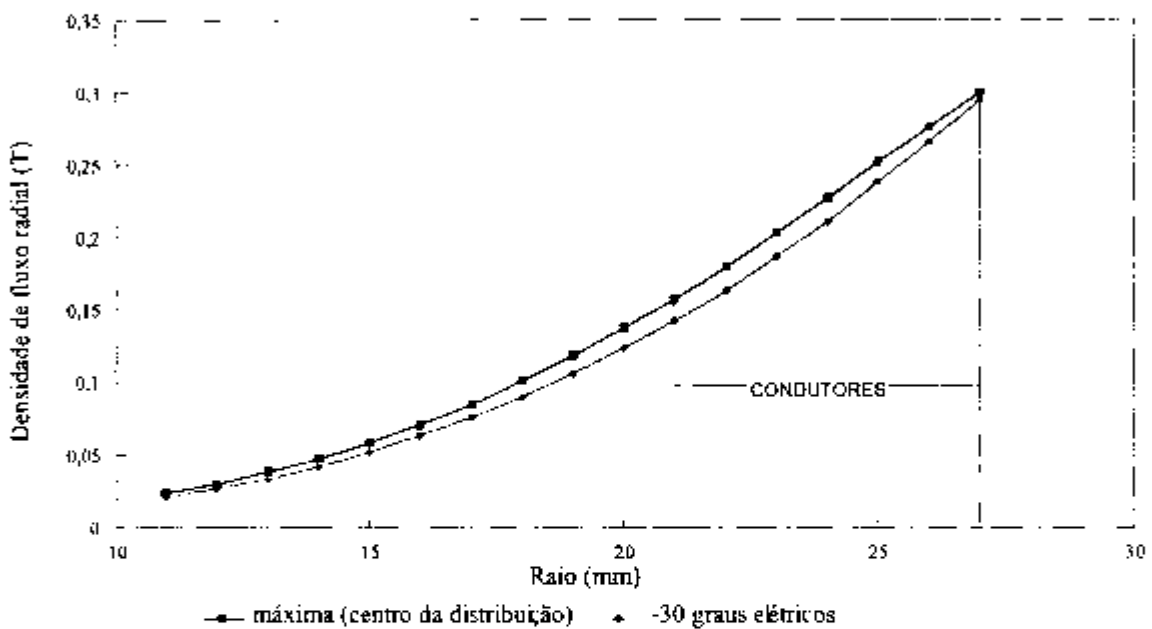


Figura 5.17 Valor da densidade de fluxo radial em função do raio para dois ângulos diferentes (centro da distribuição e -30 graus elétricos) (MSF).

Da figura acima verificamos que entre os raios de interesse, onde estão localizados os condutores, a variação é quase linear.

### 5.3.2.3 Largura do ímã

Para este tipo de motor, não precisamos nos preocupar com o conjugado de "cogging", pois ele não existe.

Como a distribuição de densidade de fluxo não apresenta um patamar constante, este motor deve apresentar conjugados de comutação maiores que o motor ranhurado com ferro com patamar adequado. A distribuição de densidade de fluxo equivalente fase-fase, para o raio de 24,075mm, foi estimada (ímã de 39 graus mecânicos), conforme capítulo 3 , verificando-se que a diferença entre o valor máximo e o valor a -30 graus do centro da distribuição é de 0,05 T (valor não muito grande).

Para este motor, para fins de largura de ímã, nos preocuparemos em conseguir um conjugado o maior possível, para futura comparação com o motor ranhurado com ferro. Para isto, verificaremos :

1)O maior fluxo, conforme variamos a largura do ímã. Será considerada a soma do fluxo para 3 raios, uma vez que esta indica indiretamente a soma de densidade de fluxo em 3 raios nos condutores. A figura 5.18 mostra a soma do fluxo para 3 raios no cobre em função do ângulo do ímã.

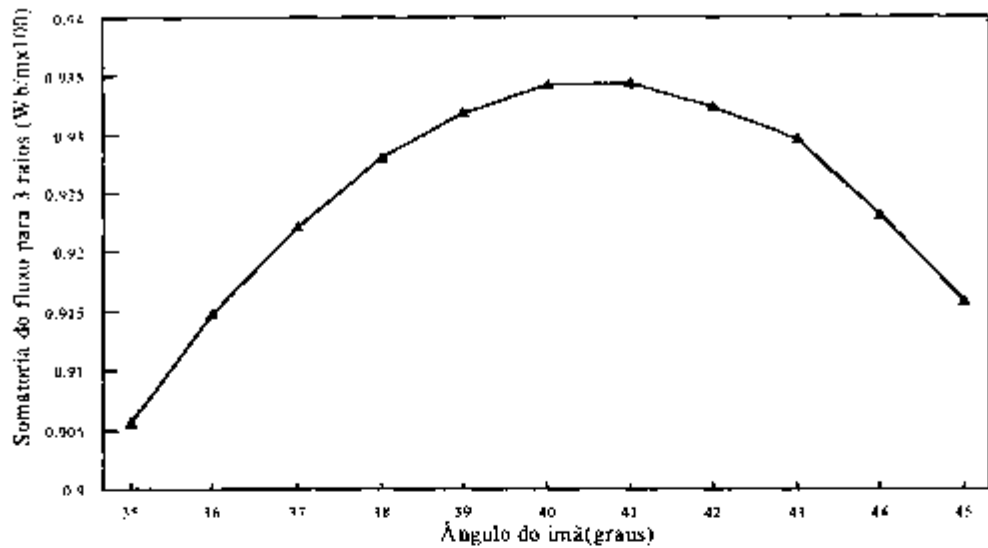


Figura 5.18 Soma do fluxo para 3 raios em função do ângulo mecânico do ímã (MSF).

Observamos que na figura 5.18 o ângulo ótimo do ímã (maior fluxo concatenado) é 41 graus, ou seja próximo ao ângulo obtido para o motor com ferro ranhurado no estator. Para 39 graus, a perda de fluxo é insignificante (0,3 %).

2) A maior média "Br", conforme o utilizado para cálculo do conjugado no capítulo 4. Esta média foi colocada num gráfico, conforme figura 5.19 a seguir.

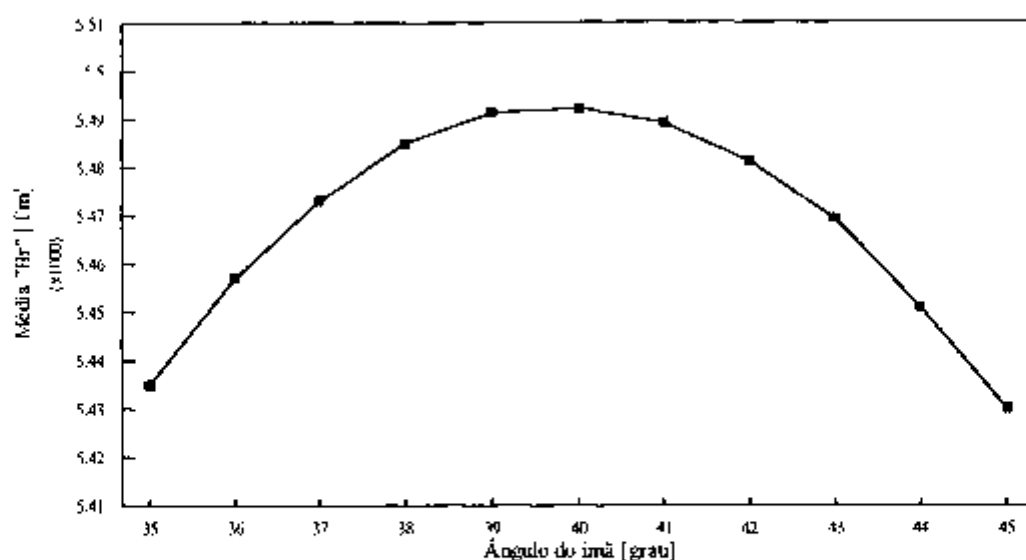


Figura 5.19 Valor médio de "Br" em função do ângulo mecânico do ímã (MSF)

Constatamos no gráfico acima que o maior valor médio e, portanto, o maior conjugado ocorre para um ângulo de 40 graus mecânicos, praticamente igual ao resultado obtido (41 graus) pelo critério da somatória de fluxo . A diferença para 41 graus é de 0,05 %. A diferença para 39 graus é de 0,02% .

Optamos por manter os 39 graus mecânicos, como largura do ímã, tendo em vista as pequenas diferenças para 40 e 41 graus.

#### 5.3.2.4 Outras dimensões

##### Comprimento longitudinal do motor

Adotaremos um comprimento longitudinal útil de 23 mm (igual ao comprimento da pastilha) e não 20 mm, pois no motor sem ferro o fluxo não fica confinado em 20 mm, mas, no mínimo, no comprimento do ímã. Além disto, da experiência

construtiva de outros motores, verifica-se que o condutor não dobra nos 20 mm para formar a cabeceira de bobina.

### Largura da coroa do rotor

Será adotada a mesma largura que no motor ranhurado com ferro. Esta poderia ser diminuída, uma vez que na análise pelo MEF a densidade de fluxo no raio médio se mostrou em torno de 0,85 T (aceitável).

### 5.3.3 Circuito Elétrico

Inicialmente, estimaremos a forma de onda da densidade de fluxo equivalente conforme item 3.4.2. O valor máximo desta forma de onda permitirá a obtenção do valor do produto "B.r" máximo ou "B.r"(90°). A figura 5.20 a seguir mostra a densidade de fluxo equivalente  $B_{eq}$  obtida pelo método analítico:

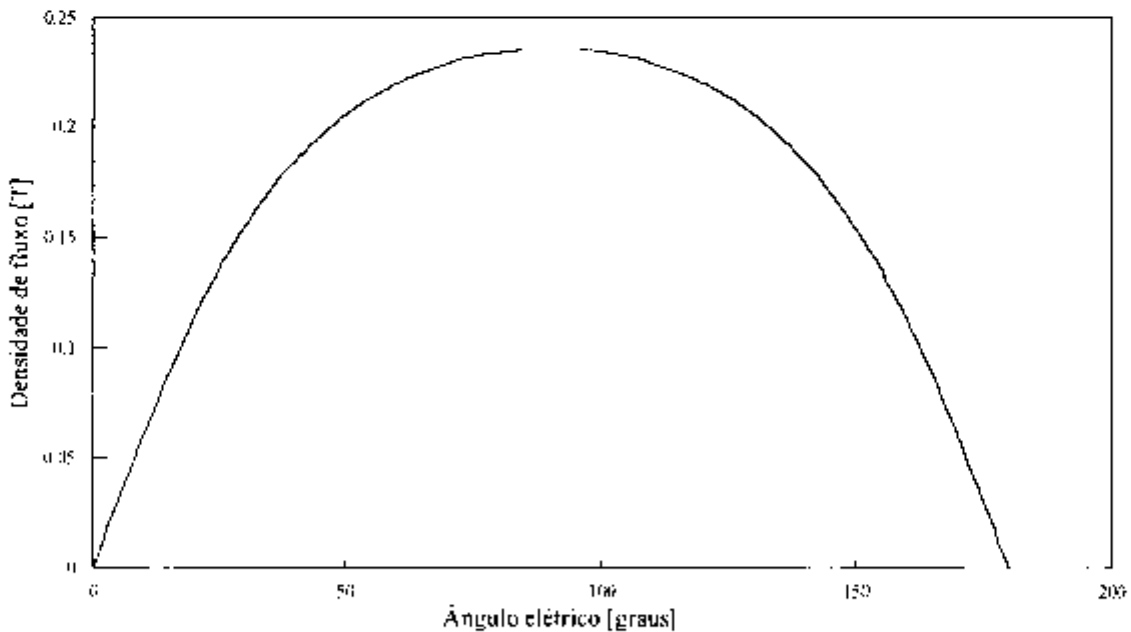


Figura 5.20 Distribuição da densidade de fluxo equivalente em função do ângulo elétrico (MSF).

O produto "B.r" máximo ou "B.r"(90°) foi estimado em  $5,681 \cdot 10^{-3}$  pelo Método Analítico e  $5,47 \cdot 10^{-3}$  Tm pelo MEF (diferença de 3,7 %).

A seguir calcularemos o fator  $K_E$  que relaciona os máximos de tensão induzida fase-fase e fase-neutro. Este fator foi estimado pelo modelo analítico em 1,86 e pelo MEF em 1,81, e não  $\sqrt{3}$ , quando as ondas são puramente senoidais..

Assim, o número de condutores série por fase, observando a equação (3.87), será dado por:

$$N = \frac{E / 1,1}{2 \cdot K_E \cdot \pi \cdot n \cdot "B.r"(90^\circ) \cdot I}$$

No caso em questão temos:

$$"B.r" = 5,68 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}$$

$$N = \frac{220 \cdot \sqrt{2} / 1,1}{2 \cdot 1,87 \cdot \pi \cdot 400 \cdot 5,68 \cdot 10^{-3} \cdot 23 \cdot 10^{-3}} = 460,7$$

Será adotado como número de condutores série:

$$N = 496$$

Ou,

$$N_{gr} = 62$$

O número de condutores série foi inicialmente calculado com os valores obtidos pelo MEF, ou seja,  $K_s = 1,81$  (desvio de 3,3%) e  $"B.r"(90^\circ) = 5,47 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}$  (desvio de 3,8 %).

Considerando que o diâmetro interno da ranhura também é 42 mm e que temos dentes de plástico de aproximadamente 2 mm de espessura, a área da ranhura será de  $26,5 \text{ mm}^2$ . Considerando que o fator de enchimento da ranhura é de 0,65 (o fator de enchimento da ranhura pode ser maior que no MFR, pois não necessitamos de papel de isolamento no MSF), o diâmetro de cada condutor será dado por:

$$D_c = \sqrt{\frac{26,5 \cdot 0,65}{62}} = 0,527 \text{ mm}$$

O fio é o AWG24 com diâmetro de 0,516 mm e área de  $0,205 \text{ mm}^2$ . Utilizaremos 4 fios em paralelo de  $0,0491 \text{ mm}^2$ , a fim de diminuir as perdas por correntes induzidas no cobre. O efeito pelicular devido à corrente de 1,6 kHz no condutor é desprezível, pois a relação  $R_{\omega} / R_{dc} = 1,000000694$ .

Para uma densidade de corrente eficaz de  $4 \text{ A/mm}^2$ , temos que a corrente eficaz na fase será de:

$$I_{gr} = 0,82 \text{ A}$$

A corrente de pico na fase será de:

$$I = 0,205 \cdot 4 \cdot \sqrt{\frac{3}{2}}$$

Ou:



$$I = 1,0A$$

### 5.3.4 Modelo por elementos finitos do motor em carga

Na figura 5.21 são apresentadas as linhas de campo e na figura 5.22 a distribuição da densidade de fluxo no raio de 24,075 mm, para o MSF, com corrente em duas ranhuras ( $2,6 \text{ A/mm}^2$ ). Notemos que não há distorção de linhas devido à corrente. A comparação entre a densidade de fluxo em função do ângulo e o raio médio de 24,075 mm, em vazio e com corrente, não apresenta diferenças. A reação de armadura pode ser considerada desprezível.

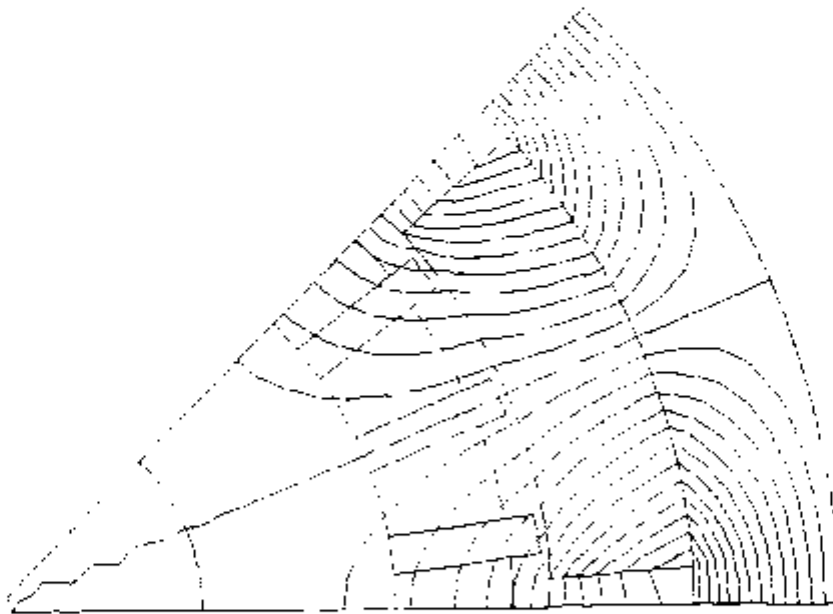


Figura 5.21 Linhas de fluxo do motor em carga (MSF).

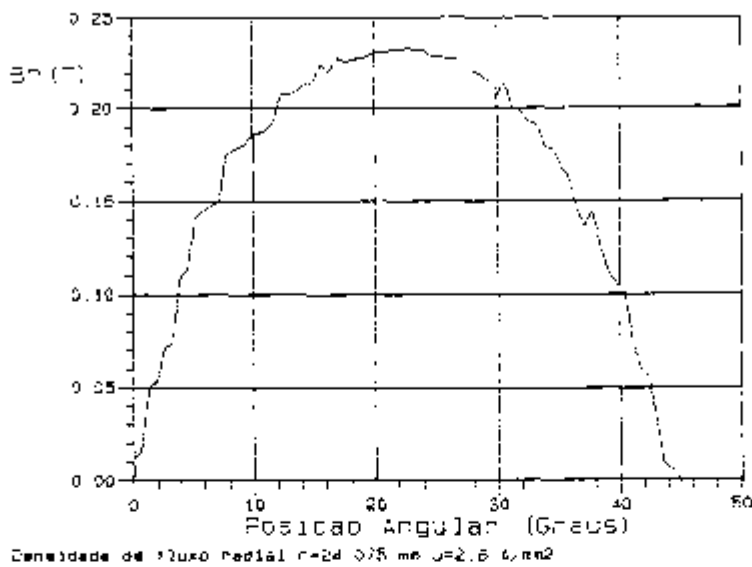


Figura 5.22 Distribuição da densidade de fluxo no raio 24.075 mm do MSF

### 5.3.5 Conjugado, Potência Mecânica e Rendimento

O conjugado será calculado conforme o exposto no capítulo 4, item 4.2.1.

O valor médio de "B.r", como já exposto, será aproximado como média aritmética de "B.r" entre -30 graus elétricos e zero graus (centro da distribuição de densidade de fluxo correspondendo a zero graus). Assim:

para -30 graus elétricos  $"B.r" = 5,30 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}$

para 0 graus elétricos  $"B.r" = 5,68 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}$

O valor médio de ""B.r", então, será dado por:

$$"B.r" = 5,49 \cdot 10^{-3} \text{ Tm}$$

Para o caso deste motor temos:

$$C = 2.62.1,0.5,49.10^{-3}.23.10^{-3}.8 = 0,125\text{Nm}$$

Notemos que consideramos a densidade fluxo em carga igual a densidade de fluxo em vazio, justificado pelo fato de a reação de armadura poder ser desprezada, no caso de motor sem ferro no estator, conforme [18,34]. Isto foi verificado, também, no nosso caso, modelando, através do MEF, um pólo do motor e colocando corrente nas ranhuras.

A potência mecânica do motor será:

$$P_{\text{mec}} = 2.\pi.400.0,125 = 314,2\text{W}$$

O rendimento do motor dado pela equação (4.27) é :

$$\eta = \frac{P_{\text{mec}}}{P_{\text{mec}} + P_j + P_{\text{cicu}} + P_{\text{sup}}}$$

Para um fio de diâmetro de 0,25 mm a perda  $P_{\text{ocu}}$  foi estimada em 28,85 W, pela equação 4.25 e a  $P_j$  em 5,24 W. Assim, o rendimento estimado é de 90,2 % para a rotação de 24.000 rpm.

A relação conjugado/volume do motor sem ferro no estator é ainda 2,0 vezes maior que o motor de histerese da dissertação de Mestrado[1].

## 6 ENSAIOS

### 6.1 ENSAIOS

#### 6.1.1 Introdução

Para realizar os ensaios destes motores utilizou-se a mesma bancada de [1].

O conjugado é medido através da reação na carcaça do motor, presa verticalmente num transdutor de conjugado. O conjugado eletromagnético total é obtido através da soma do conjugado medido com o motor em carga, mais o conjugado medido quando este é desligado eletricamente (conjugado de desligamento). Este último representa o conjugado de rolamento no caso do motor de histerese sem remanente no rotor ou de outros motores sem campo magnético no rotor. No caso dos motores BDCM, este conjugado de desligamento é dado pela soma do conjugado de rolamento mais o conjugado frenante devido às perdas no ferro no MFR, ou o conjugado frenante devido às perdas por correntes induzidas no cobre, no caso do MSF. Como carga mecânica do motor é utilizado um freio de correntes induzidas que atua num disco de alumínio preso ao eixo, no caso do motor de histerese ou no próprio rotor na sua parte inferior (figura 5.11), feita de alumínio, para os motores de ímãs permanentes.

A rotação é medida utilizando-se um sensor ótico, da própria bancada de medida do conjugado, que atua sobre a lateral do disco de alumínio (MH) ou do rotor (BDCM), onde se encontram 4 faixas pintadas com o mesmo tamanho e alternadas.

As grandezas elétricas como tensão, corrente, potência e fator de potência são medidas através de um "medidor de potência digital" marca Yokogawa Modelo 2533, que mede ondas distorcidas de inversores na faixa de 10 Hz a 20 kHz.

A forma de onda da tensão induzida fase-neutro, fase-fase, bobinas exploratrizes, tensão aplicada e da corrente nas fases do motor (com auxílio de uma ponta de corrente) foram obtidas através de um osciloscópio digital.

### 6.1.2 Motor de Histerese

O motor de histerese [1] foi inicialmente concebido com 2 pólos, 127 V e 60 Hz (rotação síncrona de 3600 rpm).

Para colocar este motor a 24000 rpm tivemos que alimentá-lo com um conversor (12 pulsos) ligado a uma série de transformadores, para elevarmos a frequência e tensão de alimentação (aproximadamente 800 V em 400 Hz).

O conjugado total, apresentado inicialmente, para entreferro de 0,21 mm e na rotação de 400 Hz, era menor que 23,6 Ncm para a corrente nominal (1,42 A de linha). O conjugado deste motor para esta mesma corrente, só que a 60 Hz senoidal, estava em torno de 23,6 Ncm. Na tentativa de aumentar o conjugado a 400 Hz, o entreferro (entreferro inicial =0,21 mm) foi aumentado gradativamente com o objetivo de diminuir as perdas parasitas. Aumentou-se o entreferro de 5 em 5 centésimos de mm, diminuindo-se o diâmetro do rotor, até se chegar a um entreferro de 0,36 mm, onde verificou-se que as perdas no ferro mais as perdas parasitas em função da tensão não diminuíram mais significativamente em relação ao entreferro de 0,31 mm. A figura 6.1, a seguir, mostra os gráficos das características de entrada em sincronismo para o entreferro de 0,36 mm.

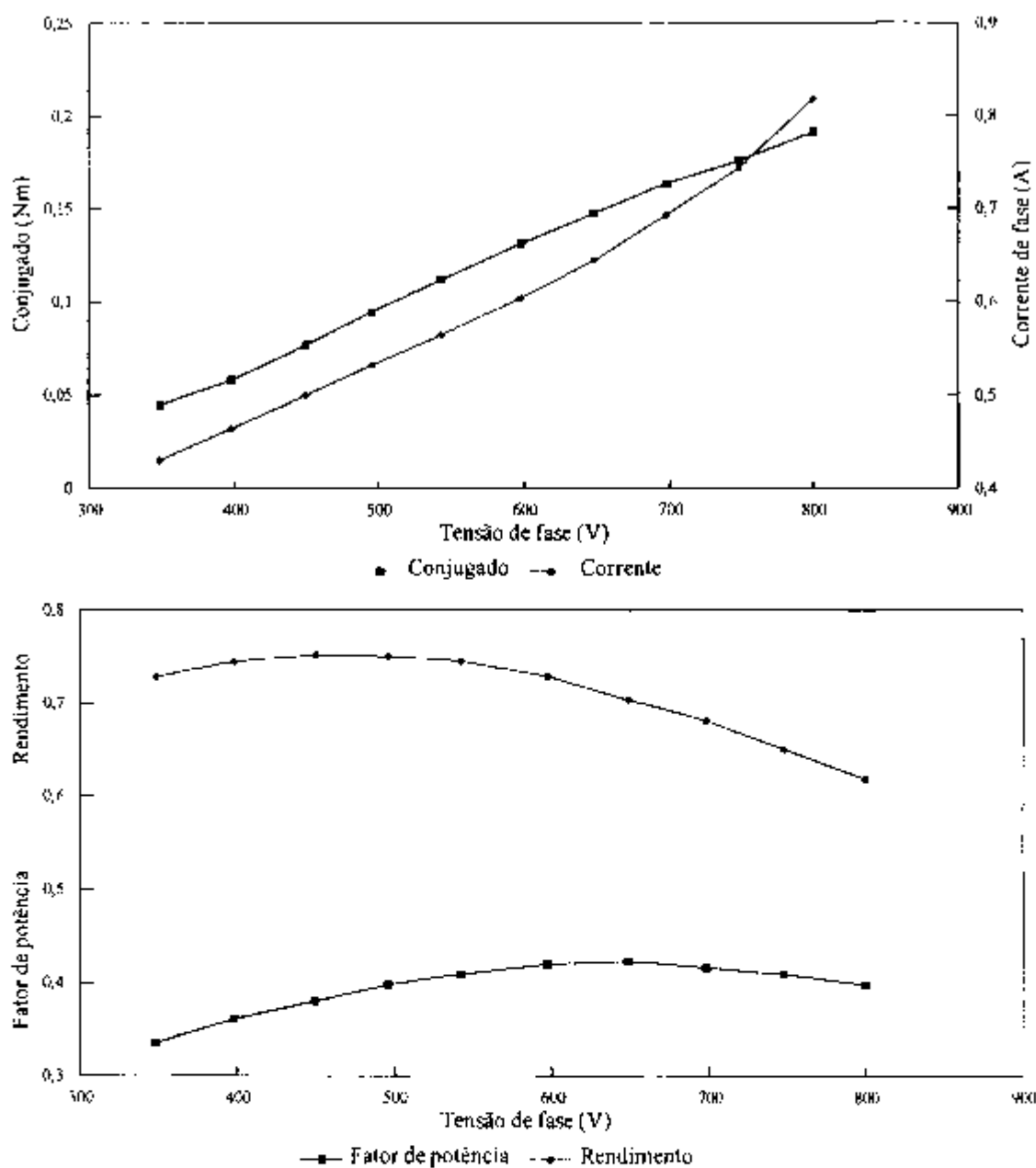


Figura 6.1 Características de entrada em sincronismo do Motor de Histerese com entreferro aumentado para 0,36 mm, na rotação de 24000 rpm.

### 6.1.3 Motores BDCM

Depois de enrolado o estator, mediu-se, sem o rotor, as resistências (a 25° C ) fase-neutro e fase-fase com uma ponte Kelvin e com um medidor L.C.R (circuito série), obtendo-se a tabela a seguir (média entre 3 fases):

RESISTÊNCIA [ $\Omega$ ] (25 C)		MOTOR COM FERRO		MOTOR SEM FERRO	
		fn	ff	fn	ff
PONTE DE KELVIN		0,317	0,603	2,328	4,589
L.C.R (medida em freqüência circuito série)	120 Hz	0,330	0,619	2,41	4,70
	1 kHz	0,340	0,635	2,40	4,71
	10 kHz	0,73	1,36	2,58	5,23

Tabela 6.1 Valores medidos de resistência dos motores BDCM - fase-neutro (fn) e fase-fase (ff).

As indutâncias médias, sem o rotor, também foram obtidas e estão mostradas na tabela 6.2. Estas medidas têm a finalidade de detectar algum problema com o enrolamento. Caso haja um desbalanço significativo entre as medidas fase-fase de indutâncias podemos, por exemplo, ter problemas nas ligações das bobinas de cada fase.

INDUTÂNCIAS [ $\mu\text{H}$ ]		MOTOR COM FERRO		MOTOR SEM FERRO	
		$f_n$	$f_f$	$f_n$	$f_f$
L.C.R (medida	120 Hz	222	472	402	1059
em frequência	1 kHz	219	468	406	1067
circuito série)	10 kHz	216	461	406	1068

Tabela 6.2 Valores medidos de indutância, sem o rotor, dos motores BDCM - fase-neutro ( $f_n$ ) e fase-fase ( $f_f$ )

O estator do motor com ferro ranhurado foi montado no motor com certa dificuldade, pois os ímãs do rotor atraíam o mesmo.

Após a montagem do copo com os sensores Hall, o motor foi montado na bancada de teste e conectado ao conversor. Aumentou-se ligeiramente a tensão CC da fonte (barramento), com esta em limite de corrente, e girou-se o copo com sensores Hall até o motor iniciar a partida. Com o motor em torno de 100 Hz, ajustou-se a posição do sensor para que obtivéssemos o máximo fator de potência (ou mínima corrente) no medidor de potência digital. Ou seja, podemos neste caso adiantar ou atrasar a posição dos sensores, que implicará formas de onda de corrente menos retangulares e conjugados de ondulação (conjugado de "ripple") maiores. A influência da posição do sensor sobre o conjugado de "ripple" é feita na referência [47]. O desempenho do motor pode variar não só com a posição do sensor, mas com o ângulo de início e fim de condução da corrente, como foi observado em [48]. Neste caso, é necessário um sensor ("encoder") e uma eletrônica mais sofisticada.

Com a posição de sensor anteriormente ajustada, acelerou-se o motor até 400 Hz e reajustou-se a posição para obter-se o máximo fator de potência com o



motor em vazio. Poderia se fazer isto com o motor em carga, mas isto seria perigoso, uma vez que a posição não adequada dos sensores provoca pico de correntes sobrepostos a uma corrente de carga que poderia danificar as chaves eletrônicas do conversor. Com a posição ajustada em vazio, obteve-se os seguintes dados (servem de referência, caso a posição do sensor mude no transcorrer do trabalho).

Mot. BDCM	Tensão [V]	Corrente [A]	Potência [W]	Fator de Pot.	Tensão CC [V]
Com Ferro	203,6	0,4396	143,3	0,926	270
Sem Ferro	212,8	0,2879	96,1	0,902	285

Tabela 6.3 Tabela das grandezas elétricas dos motores BDCM quando estão em vazio a 24.000 rpm.

Como podemos observar na tabela anterior, o MSF apresenta uma corrente e potência de vazio menor do que o MFR, devido às menores perdas por correntes induzidas no cobre do MSF em relação às perdas no ferro do MFR.

Verificou-se em vazio que o conjugado de ventilação dos dois motores é aproximadamente o mesmo, ou seja, 2,2 Ncm. O conjugado de rolamento foi medido acelerando-se o rotor através de um motor externo e sem a presença do estator dos motores aqui ensaiados, até a rotação de 24000 rpm. Soltando o rotor nesta rotação, mediu-se o conjugado de reação na carcaça, sem a presença dos estatores dos motores (Anexo A2). Com esta providência é possível separar o conjugado de perdas no ferro para o MFR e o conjugado por correntes induzidas no cobre para o MSF.

A seguir, passamos a levantar as tensões induzidas para as rotações de aproximadamente 100, 150, 200, 250, 300, 350 e 400 Hz. São aproximadas uma vez que acelerávamos o motor um pouco acima destas rotações e aí o desligávamos. Quando este atingia a rotação desejada, fazíamos a aquisição de dados da tensão através de um osciloscópio digital.

Para o motor em vazio, conversor ligado, foram medidas as formas de onda de tensão fase-neutro (2), bobina exploratriz (8) e da corrente (5) . O vazio, na verdade, se deve a um conjugado médio de carga de aproximadamente 5,4 Ncm para o motor com ferro e 3,4 Ncm para o motor sem ferro (conjugado de ventilação mais rolamento mais perdas ferro/cobre).

O passo seguinte foi colocar o motor em carga. Impondo correntes crescentes no motor, ou seja, colocando-o em carga através do freio, verificamos que a rotação decresce (característica de motor CC). É necessário, portanto, reajustar a rotação para se manter 400 Hz, através da variação da tensão no barramento CC. Para a corrente nominal dos motores foram levantadas as formas de onda da corrente e da tensão de fase.

Impondo depois tensão fixa no barramento CC, levantamos as características Conjugado-Rotação. Estas características foram levantadas para 3 tensões de barramento.

Impondo agora corrente nominal , verificamos o desempenho dos motores para as rotações de 100, 150, 200, 250, 300, 350 e 400 Hz .

## 6.2 COMPARAÇÃO TEÓRICO-EXPERIMENTAL

### 6.2.1 Motor com ferro ranhurado (MFR)

#### 6.2.1.1 Forma de onda da tensão Induzida

A inclinação de ranhura tem uma influência muito forte sobre a forma de onda da tensão induzida e sobre o conjugado de "cogging" [Anexo A3]. Por isto, esta foi medida através de um Projetor de Perfis, obtendo-se 17 graus ao longo do comprimento e, portanto, um ângulo de 12 graus de inclinação. O desejado, inicialmente, era 15 graus (1 passo de ranhura). O desvio se deve à folga do dispositivo de montagem do pacote. Procurou-se, na montagem, tender para a menor inclinação, uma vez que se tinha em mente que este procedimento iria levar a um patamar maior da tensão induzida.

A seguir, são mostradas as comparações entre o modelo analítico e o experimental da tensão induzida fase-neutro (frequência de rotação de 197,83 Hz), figura 6.2, e da tensão induzida fase-fase (198,65 Hz), figura 6.3. Neste mesmos gráficos é mostrado também o desvio percentual.

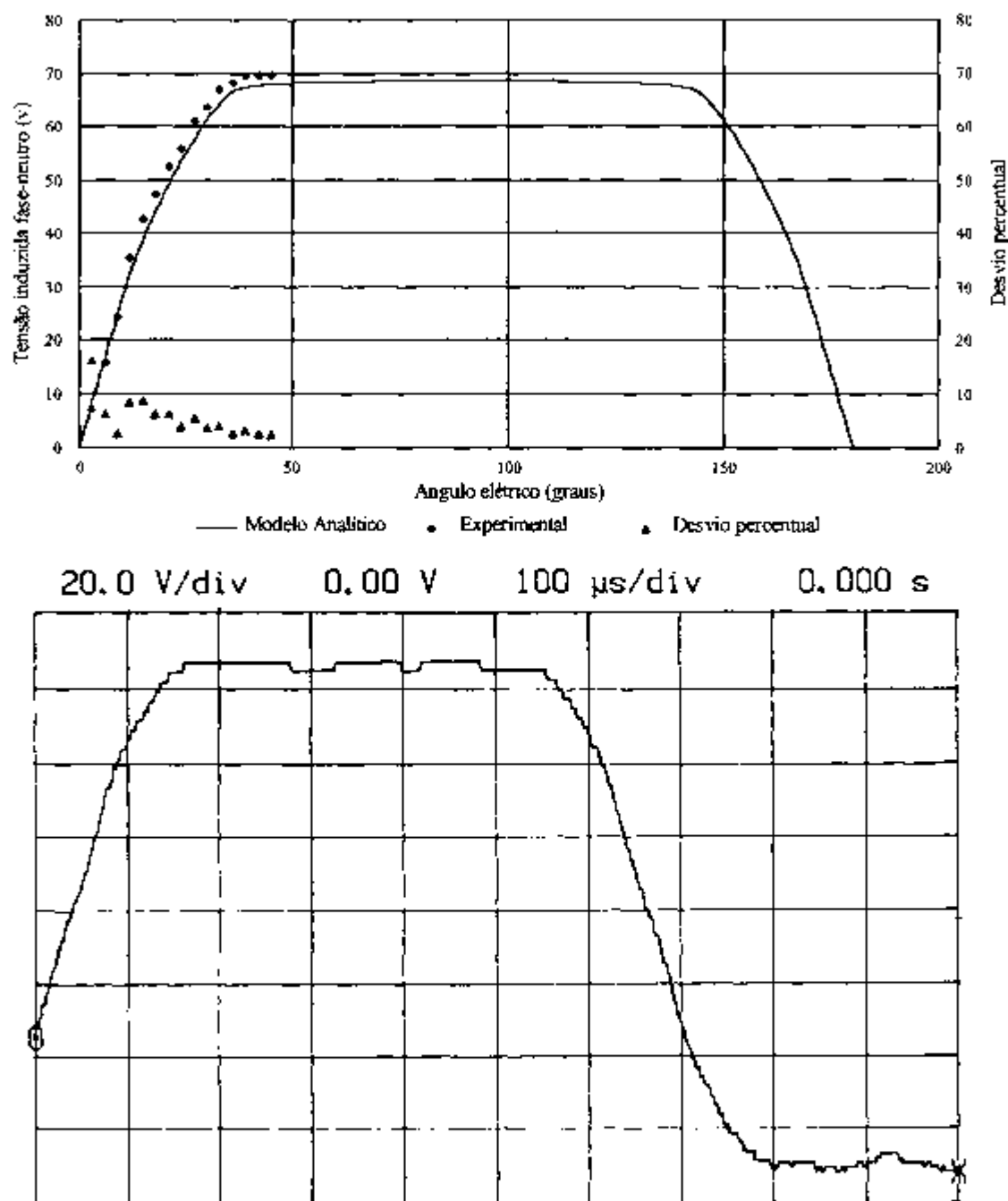
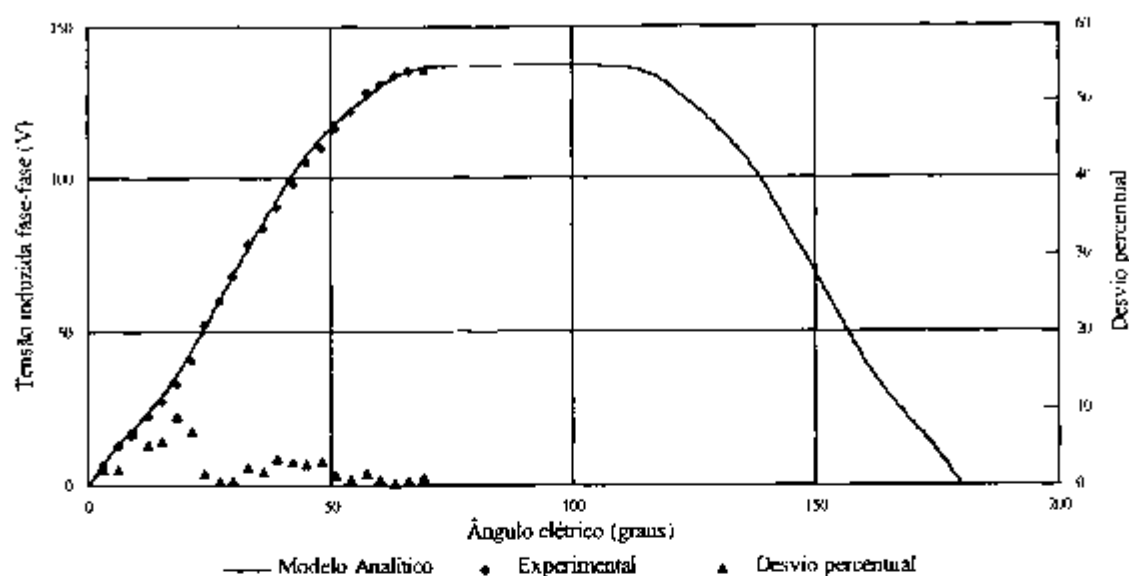


Figura 6.2 Tensão induzida fase-neutro do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 197,83 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.



40.0 V/div      0.00 V      100  $\mu$ s/div      0.000 s



Figura 6.3 Tensão induzida fase-fase do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 198,65 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.

Para rotações próximas a 200 Hz o desvio médio da tensão fase-neutro e fase-fase é de 5,4% e 4,8%, respectivamente

Para a frequência de rotação de 392,42 Hz temos, na figura 6.4, a comparação teórico experimental da tensão fase-neutro. A tensão fase-fase nesta frequência não foi possível obter devido a limites de tensão no osciloscópio (400 V pico a pico). Neste caso, o desvio médio percentual é de 3,2 %.

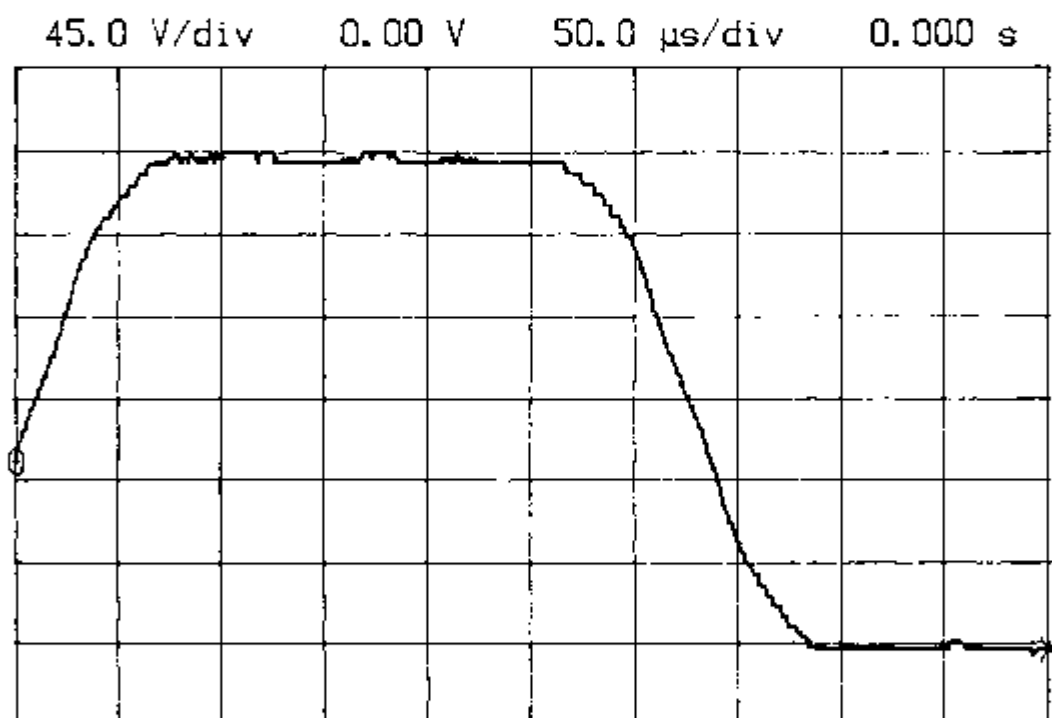
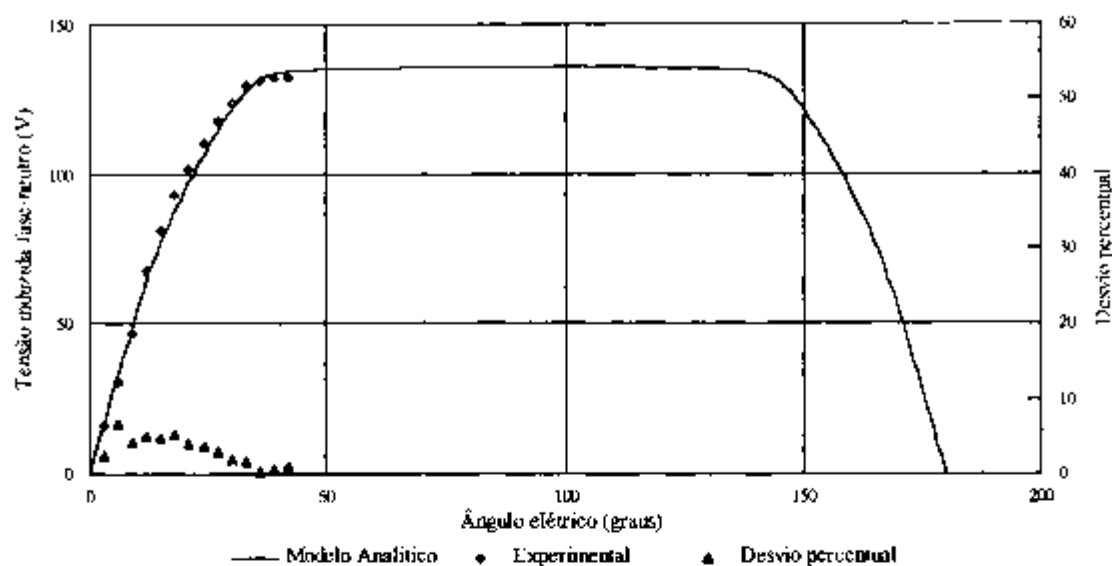


Figura 6.4 Tensão induzida fase-neutro do motor com ferro ranhurado (MFR) para uma frequência de rotação de 392,42 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.

As formas de ondas da tensão induzida fase-neutro e fase-fase, obtidas através do modelo do capítulo 3.4.1, estão bem próximas às formas obtidas experimentalmente (figuras 6.2, 6.3 e 6.4).

O patamar teórico da tensão induzida fase-neutro, levando-se em conta a correção da inclinação, ficou em 109 graus contra uma média experimental de 113,5 graus (média entre 6 tensões induzidas). O desvio está em torno de 4 %.

Portanto, o modelo de cálculo da tensão induzida em vazio, incluindo o efeito da inclinação de ranhura, se aplica bem ao motor MFR em questão.

#### **6.2.1.2 Conjugado Eletromagnético Médio**

O conjugado médio no motor medido para uma corrente eficaz de 1,6 A varia de 0,207 Nm a 0,198 Nm da frequência de rotação de 100 a 400 Hz. O gráfico abaixo, figura 6.5, mostra este conjugado para várias rotações e o desvio percentual em relação a um conjugado calculado de 0,218 Nm.



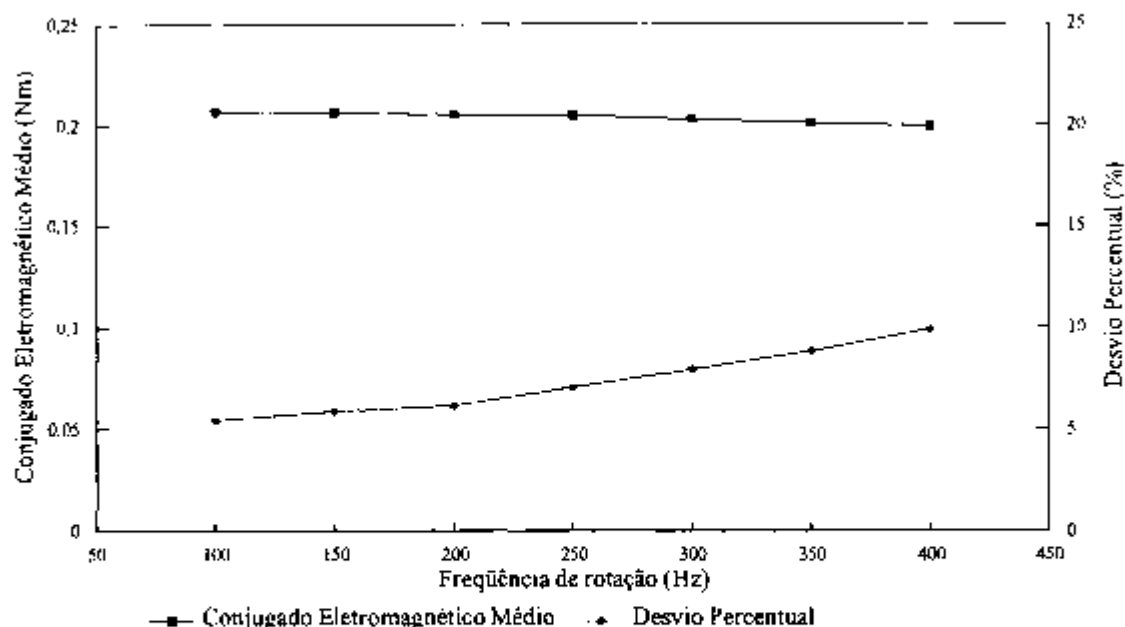


Figura 6.5 Conjugado eletromagnético médio para o MFR, em diversas rotações

O desvio médio do conjugado eletromagnético para as frequências consideradas é de 7,3 %

Há uma queda de conjugado, na rotação ensaiada, de 3,7 %.

### 6.2.1.3 Conjugado Frenante por perdas no ferro

As perdas no ferro do material laminado FeSi de espessura 0,1 mm foram levantadas experimentalmente através de ensaio de perdas em núcleo toroidal para as frequências de 400 e 800 Hz. Os resultados deste ensaio e um ajuste de curvas que resultou num desvio médio dos pontos menor que 4%, são mostrados no gráfico da figura 6.6, a seguir.

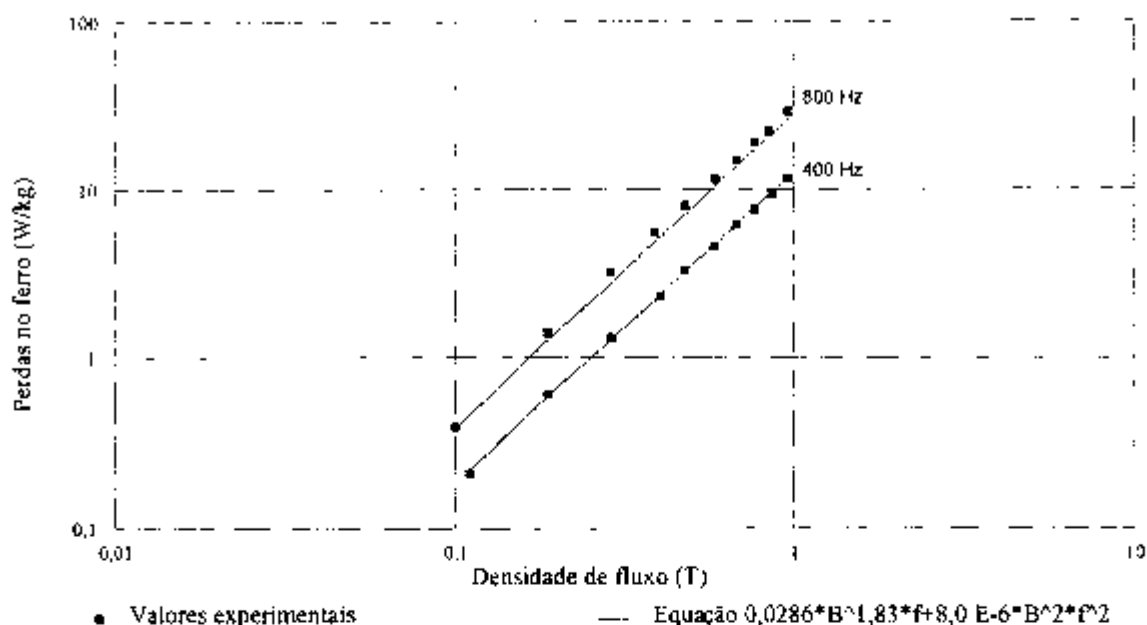


Figura 6.6 Perdas no ferro do FeSi laminado 0,1 mm. Equação da curva ajustada.

Utilizando as constantes obtidas  $k_h = 0,0286$ ,  $nh=1,83$  e  $k_{co} = 8,0 \cdot 10^{-6}$ , nos modelos desenvolvidos por Slemon e Errard (item 4.1.2), podemos obter os valores de perdas no ferro no motor, e conseqüentemente o conjugado frenante devido a estas perdas. A comparação entre os valores obtidos pelos modelos e os experimentais, para várias freqüências de rotação, são mostrados na figura 6.7, a seguir.

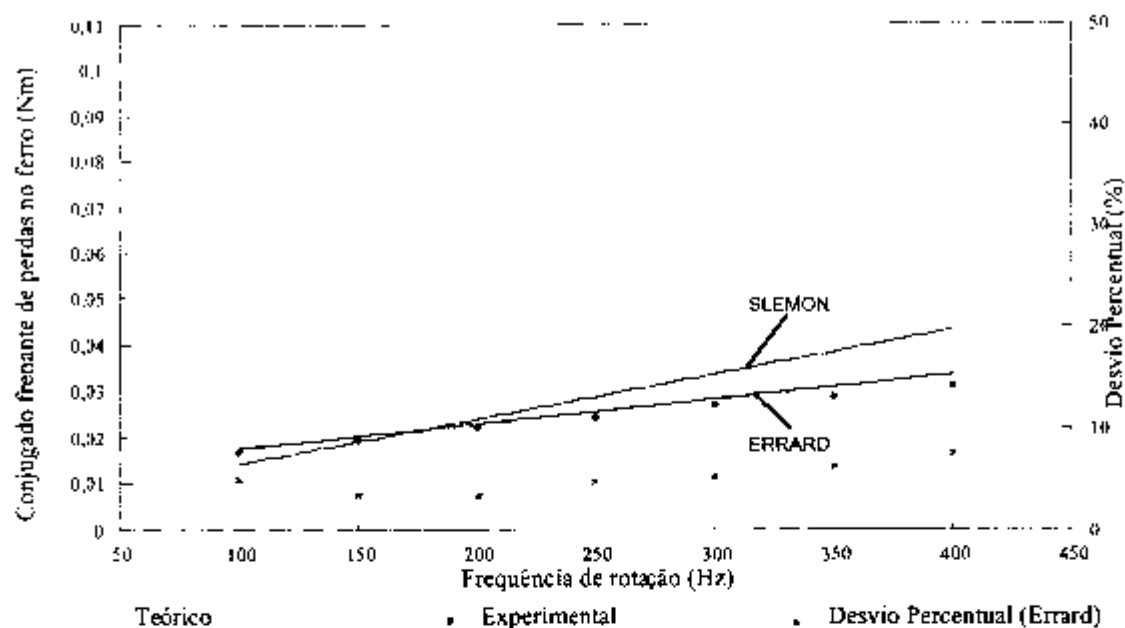


Figura 6.7 Comparação teórico experimental do conjugado frenante de perdas no ferro (MFR).

O modelo proposto por Errard [32] para cálculo do conjugado frenante por perdas no ferro apresenta resultados mais próximos aos experimentais do que o modelo proposto por Slemon [29].

O desvio médio da curva de conjugado-frenante, considerando o modelo de Errard, é de 5,1 %.

#### 6.2.1.4 Rendimento

O rendimento, calculado segundo o item 4.1.3 e comparado para várias frequências de rotação, é mostrado na figura 6.8, a seguir:

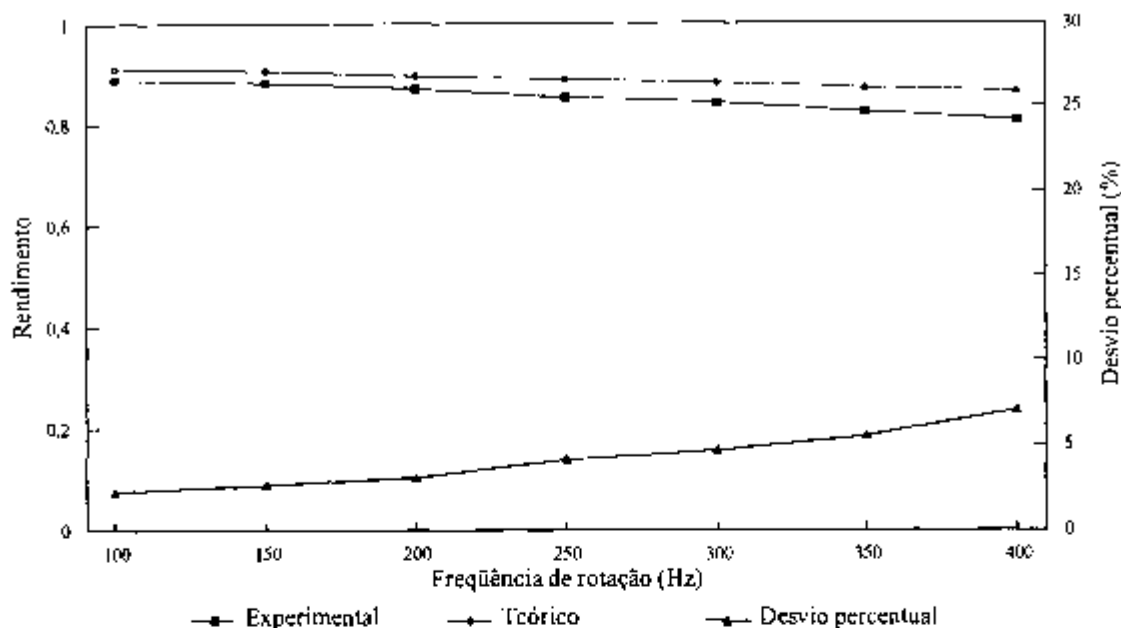


Figura 6.8: Comparação teórico-experimental do rendimento do motor MFR, para várias rotações.

O desvio percentual médio entre os resultados teóricos e experimentais é de 4,2 %.

## 6.2.2 Motor sem ferro

### 6.2.2.1 Forma de onda da tensão induzida

Inicialmente, compararemos a tensão induzida em 2 bobinas exploratrizes (figuras 6.9 e 6.10). A primeira bobina, de passo pleno com 36 condutores, está praticamente na superfície do estator num raio de 27,85 mm e um comprimento axial de 20 mm. A segunda bobina, de passo pleno com 62 condutores, foi enrolada entre camadas do enrolamento, seguindo a mesma forma do

enrolamento, num raio de aproximadamente 24 mm. O comprimento médio desta segunda bobina foi considerado como sendo 23 mm.

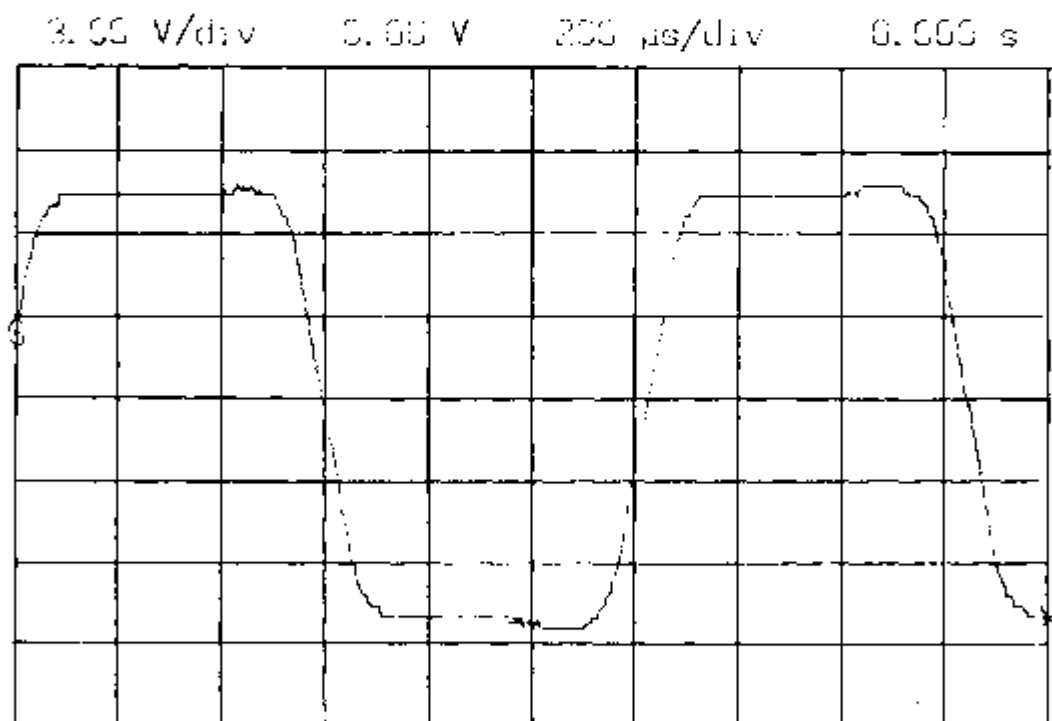
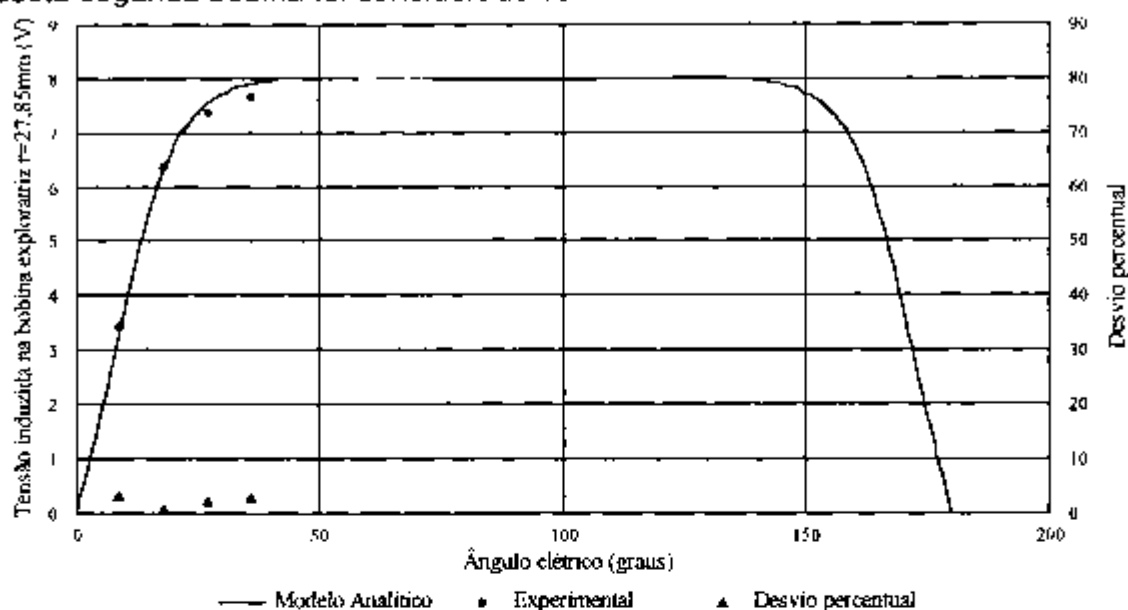
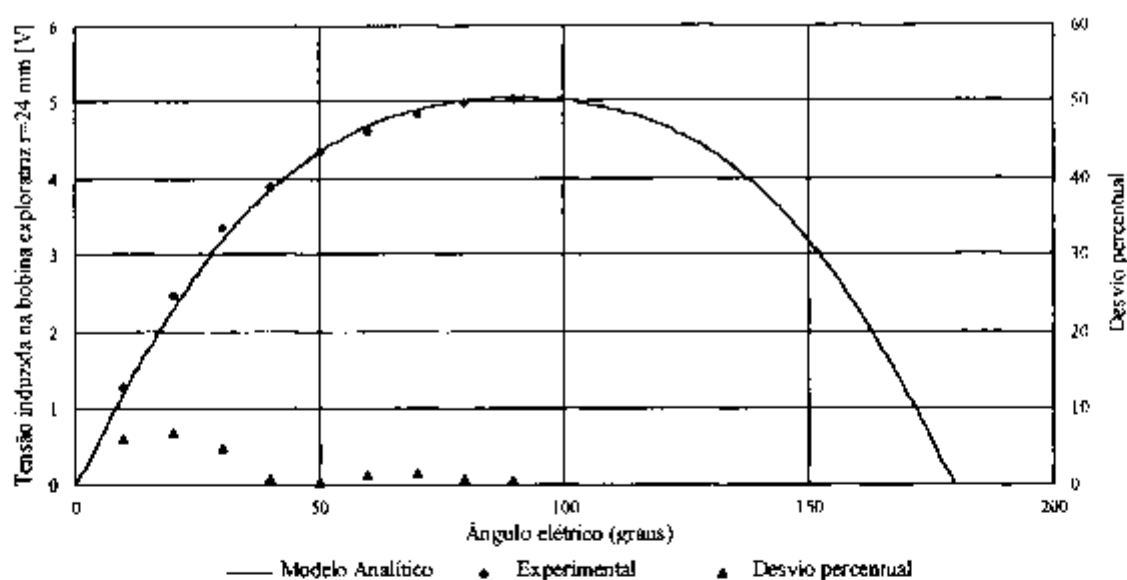


Figura 6.9 Tensão induzida na bobina exploratriz  $r=27,85\text{mm}$  do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 199,48 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.



1.50 V/div      6.00 V      200  $\mu$ s/div      0.000 s

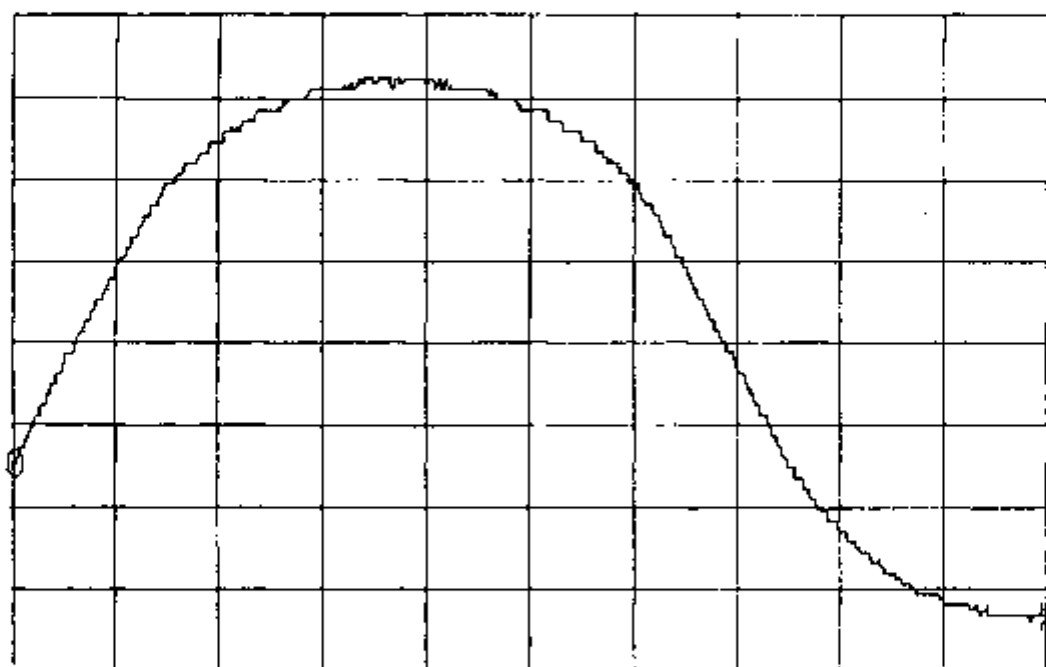


Figura 6.10 Tensão induzida na bobina exploratriz  $r = 24$  mm do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 99,74 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.

Os desvios percentuais médios nas bobinas 1 e 2 são 2,3 % e 2,5 %, respectivamente.

A seguir, apresentamos a comparação das tensões induzidas fase-neutro e fase-fase (figuras 6.11 e 6.12) para a frequência de rotação de 197,83 Hz e 197,02 Hz.

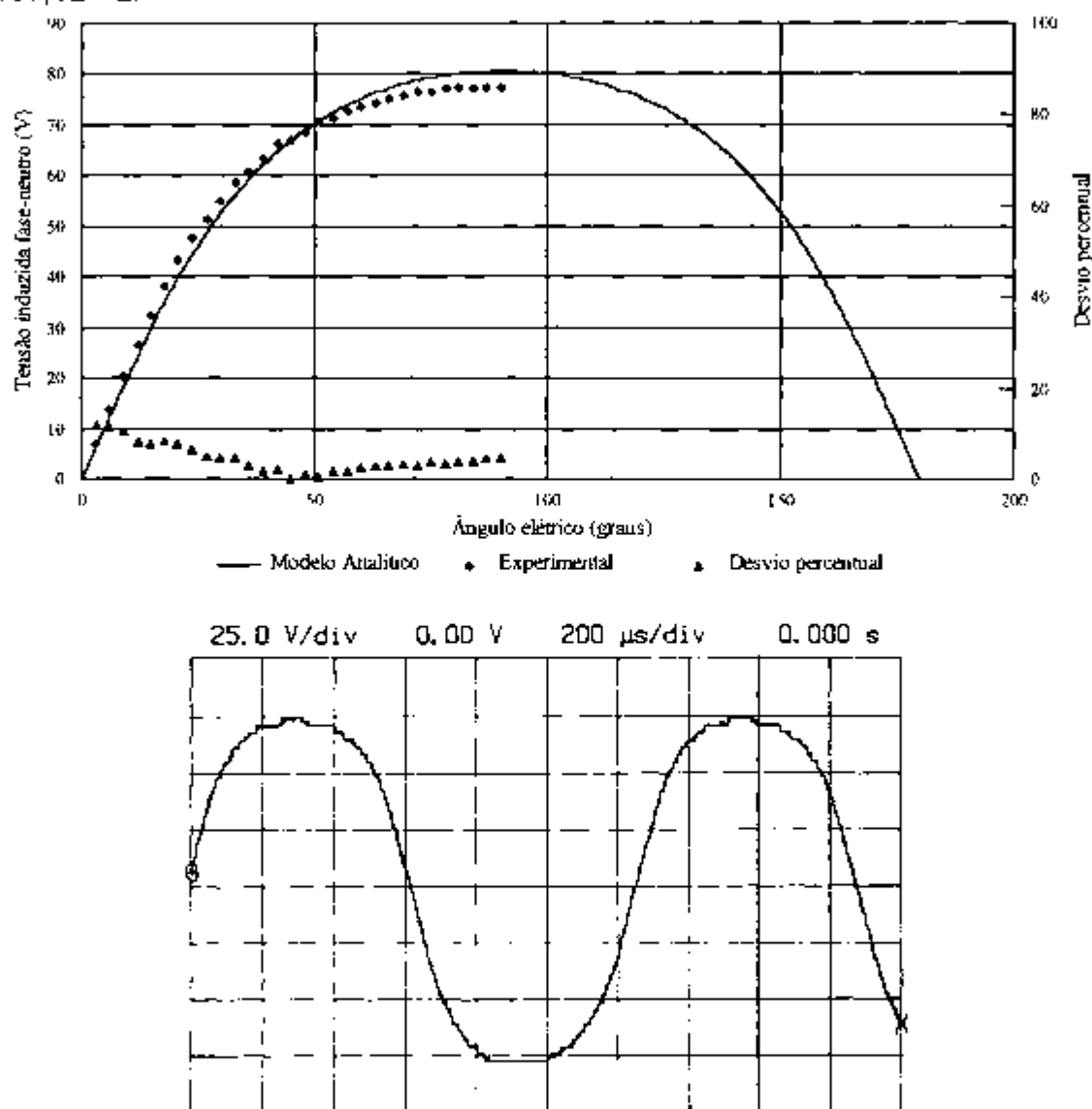
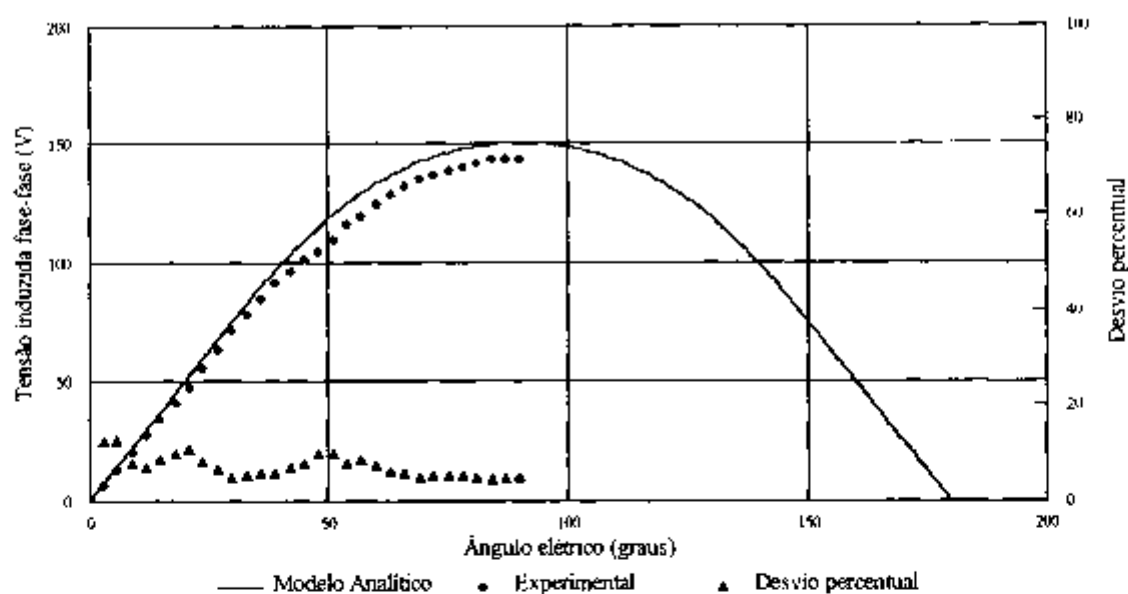


Figura 6.11 Tensão induzida fase-neutro do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 197,83 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental



50.0 V/div      0.00 V      200  $\mu$ s/div      0.000 s

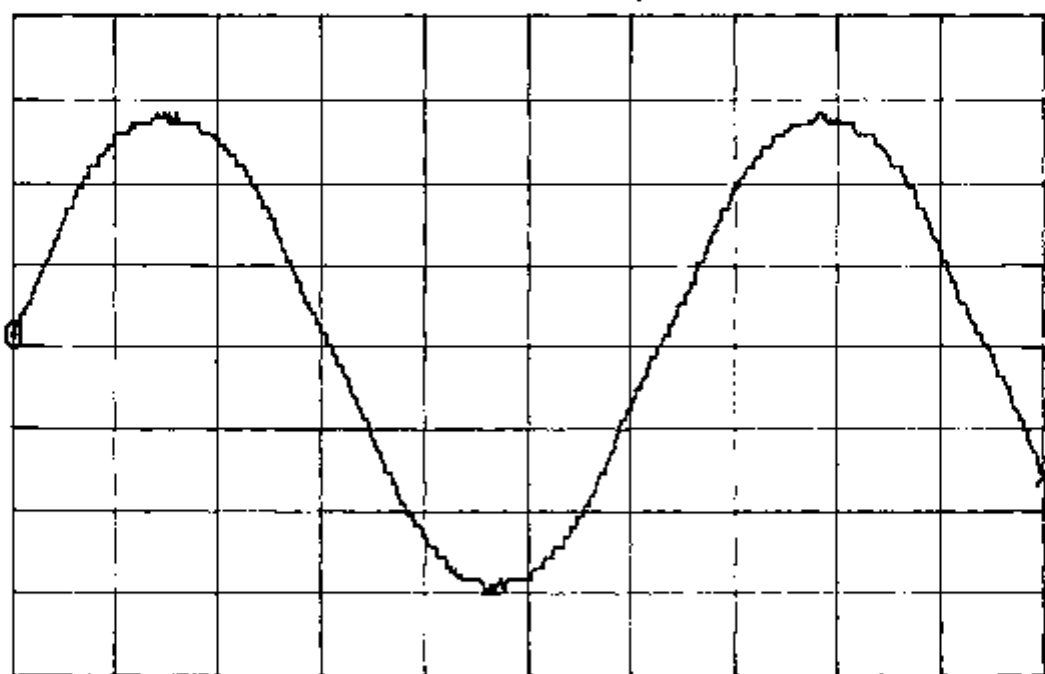


Figura 6.12 Tensão induzida fase-fase do motor sem ferro (MSF) para uma de rotação de 197,02 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental .



As tensões induzidas fase-neutro e fase-fase apresentam um desvio médio de 4,5 % e 6,6%, respectivamente.

Portanto, o modelo analítico proposto e desenvolvido para calcular a forma de onda da tensão induzida no MSF se aplica bem ao motor em questão, apesar da hipótese de análise bidimensional de campo.

Para a frequência de rotação de 399,6 Hz, temos na figura a seguir a comparação teórico-experimental da tensão fase-neutro. O desvio percentual médio ficou em 5,8 %. A tensão fase-fase, nesta frequência, não foi possível obter devido a limites de tensão no osciloscópio (400 V pico a pico).

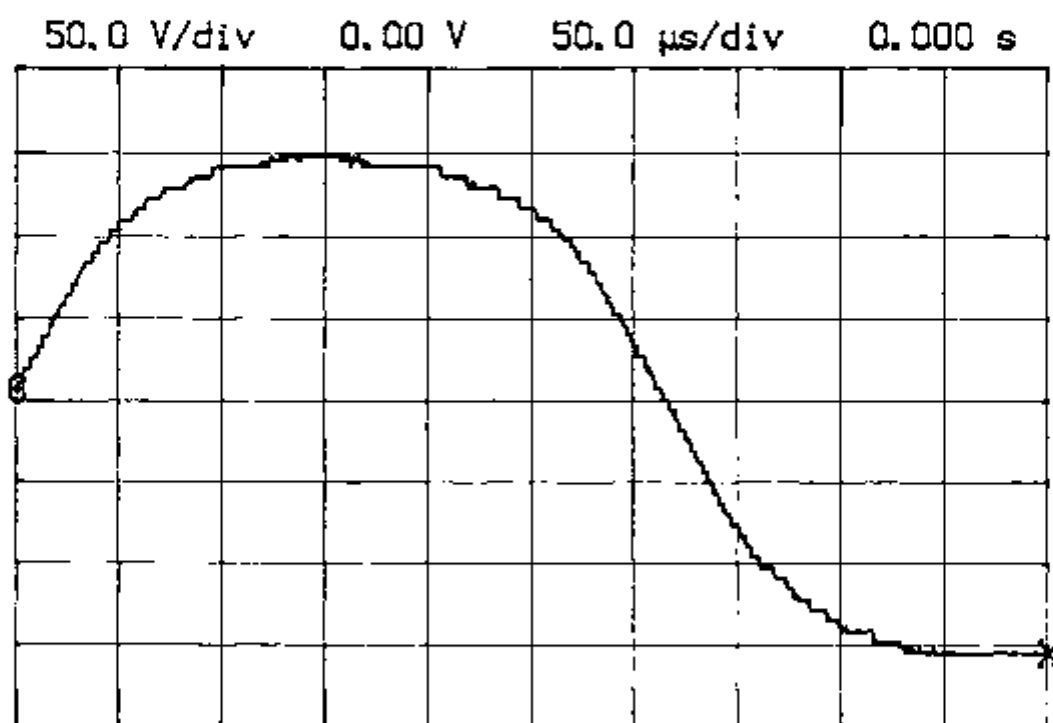
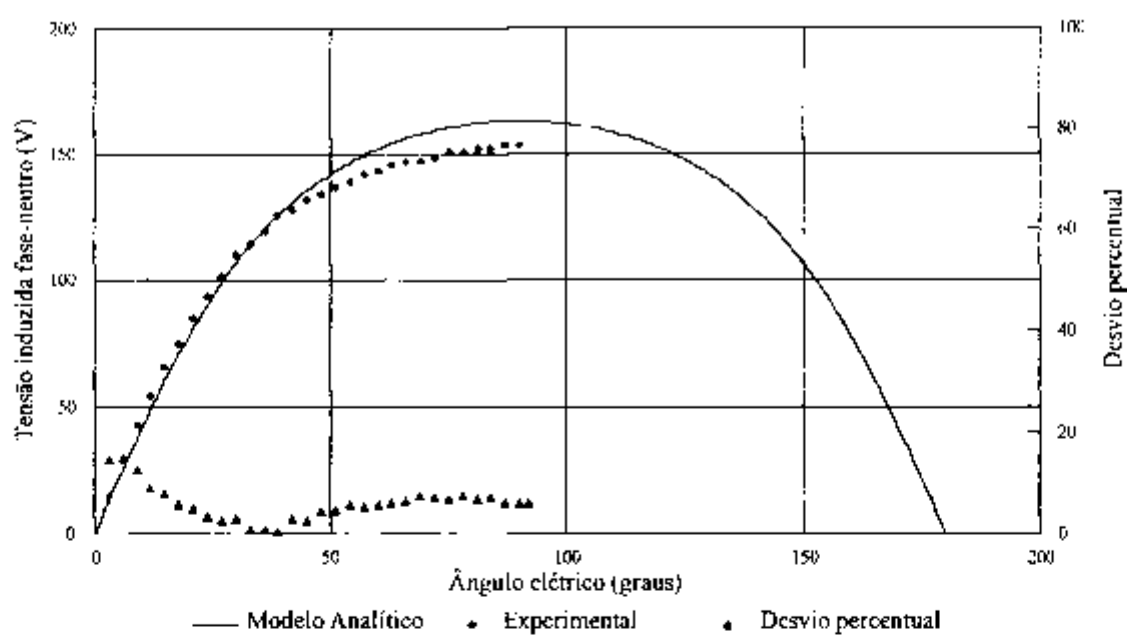


Figura 6.13 Tensão induzida fase-neutro do motor sem ferro (MSF) para uma frequência de rotação de 399,6 Hz a) Comparação entre modelo analítico e resultado experimental b) Forma de onda experimental.

### 6.2.2.2 Conjugado Eletromagnético Médio

O conjugado médio no motor medido para uma corrente eficaz de 0,82 A varia de 0,109 Nm a 0,106 Nm entre as frequências de rotação de 100 e 400 Hz. O gráfico, figura 6.14 a seguir, mostra este conjugado para várias rotações e o desvio percentual em relação a um conjugado calculado de 0,125 Nm.

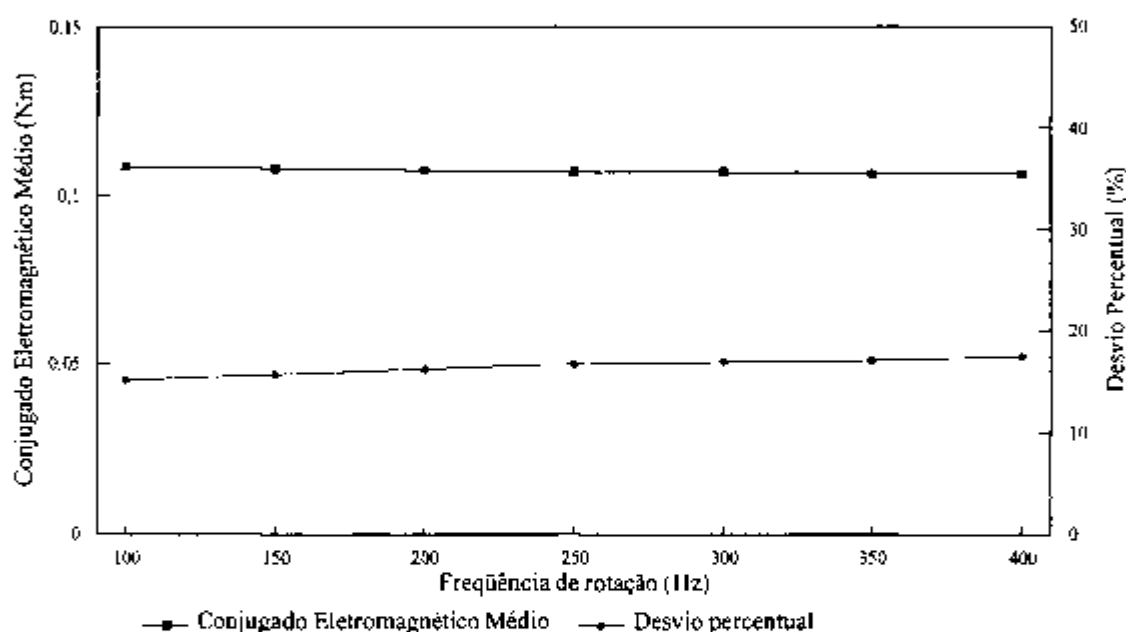


Figura 6.14 Conjugado eletromagnético médio do motor MSF para várias frequências de rotação. Desvio percentual em relação ao conjugado teórico de 0,125 Nm.

O desvio médio do conjugado eletromagnético para as frequências consideradas é de 16,5 %. Este desvio maior se deve à análise bidimensional considerada. Na verdade, a densidade de fluxo diminui axialmente a partir do centro do ímã na direção axial. Os valores de densidade de fluxo em função da posição axial foram medidos e os resultados se encontram no Anexo A4.

### 6.2.2.3 Conjugado Frenante devido a correntes induzidas no cobre

Calculando as perdas pela equação 4.25 do item 4.2.2 para a frequência de rotação de 400 Hz, obtemos o valor de 26,27 W. A resistividade elétrica do cobre foi considerada a 75° C ou seja  $0,0209 \Omega \cdot \text{mm}^2 / \text{m}$ . Estas perdas correspondem a um conjugado frenante de 0,0105 Nm. A seguir, é mostrada a comparação teórico-experimental do conjugado frenante para várias rotações, figura 6.15.

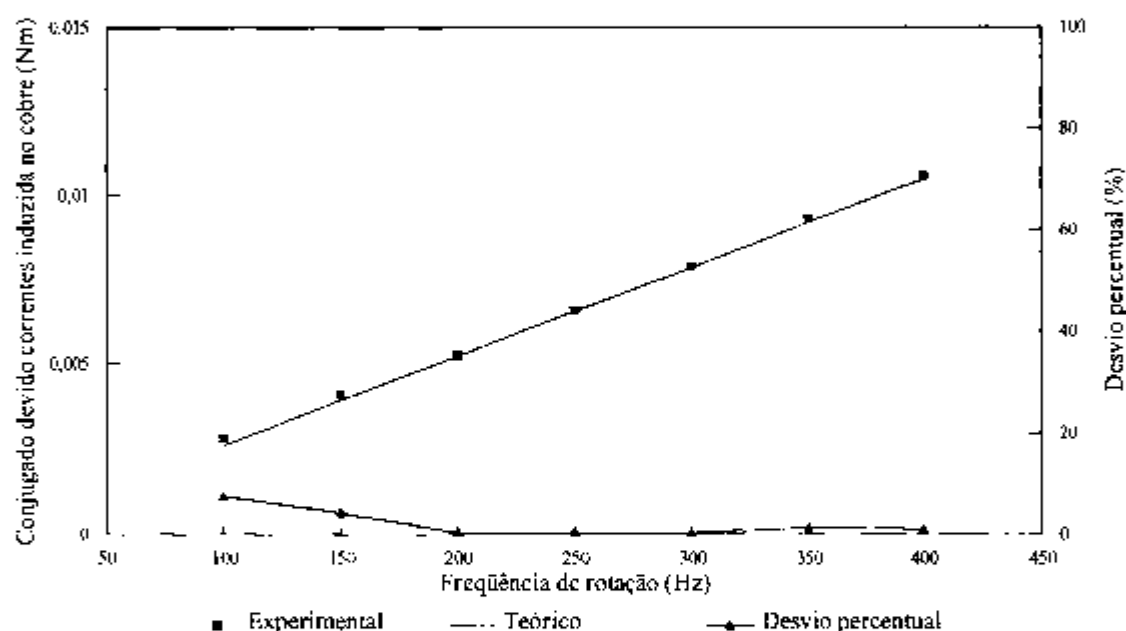


Figura 6.15 Conjugado frenante devido às corrente induzidas no cobre para várias frequências de rotação (MSF).

O desvio médio no gráfico da figura acima é de 2,1 %.

### 6.2.2.4 Rendimento

O rendimento foi calculado segundo o item 4.2.3 para a corrente nominal de 0,82 A. A resistência por fase foi considerada de  $2,597 \Omega$  (75 °C). As perdas por

corrente induzidas foram obtidas segundo o item 4.2.2. O gráfico, figura 6.16 a seguir, mostra a comparação teórico-experimental do rendimento

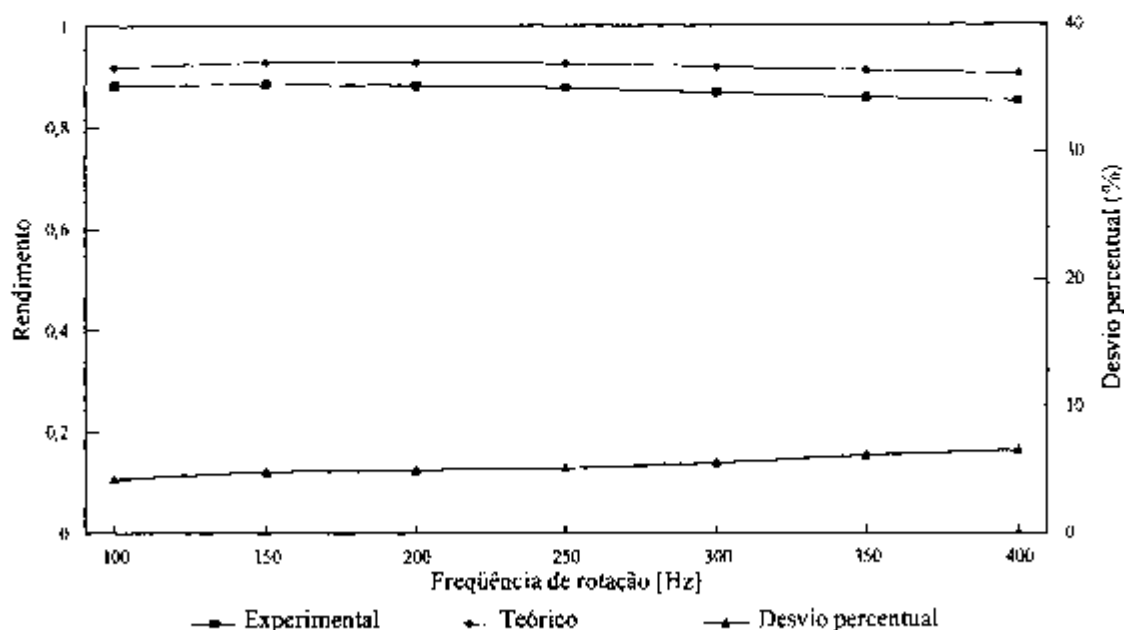


Figura 6.16 Gráfico mostrando a comparação teórico-experimental do rendimento do motor sem ferro (MSF), para várias frequências de rotação.

O desvio percentual médio para estas frequências é de 5,3 %.

## 6.3 COMPARAÇÃO EXPERIMENTAL DOS MOTORES

### 6.3.1 Motores BDCM

#### 6.3.1.1 Valor Máximo da Tensão Induzida

A seguir, é mostrado o gráfico comparativo entre o valor de pico fase-neutro e fase-fase para o motor com ferro ranhurado e o motor sem ferro (figura 6.17).

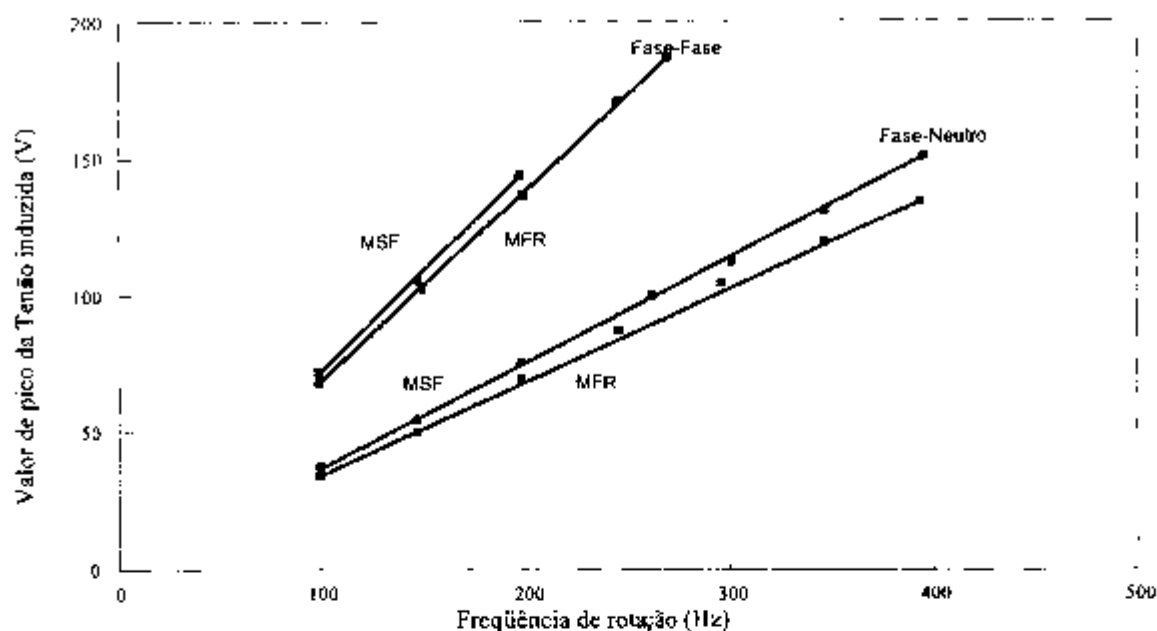


Figura 6.17 Valor de pico da tensão induzida fase-neutro e fase-fase para os motores com ferro ranhurado (MFR) e sem ferro (MSF).

Verifica-se, através dos gráficos da figura 6.17, que as tensões induzidas de pico fase-neutro e fase-fase de pico se relacionam com a frequência angular através das constantes ( $E = k_{\omega} \omega$ ) dadas na tabela a seguir:

Motores BDCM / $k_{\omega}$ (V/(rad/s))	Fase-Neutro	Fase-Fase
Com ferro Ranhurado	0,0551	0,110
Sem ferro	0,0601	0,115

Tabela 6.4 Tabela comparativa das constantes  $k_{\omega}$  para os motores BDCM com ferro ranhurado e sem ferro (MFR e MSF).

### 6.3.1.2 Formas de onda de tensão e corrente

Nas figuras 6.18, a seguir, são mostradas as formas de onda de corrente em vazio, corrente e tensão fase-neutro em carga, para os dois motores BDCM, a 400 Hz de rotação ( carga corresponde a densidade de corrente de  $4 \text{ A/mm}^2$  nos condutores).

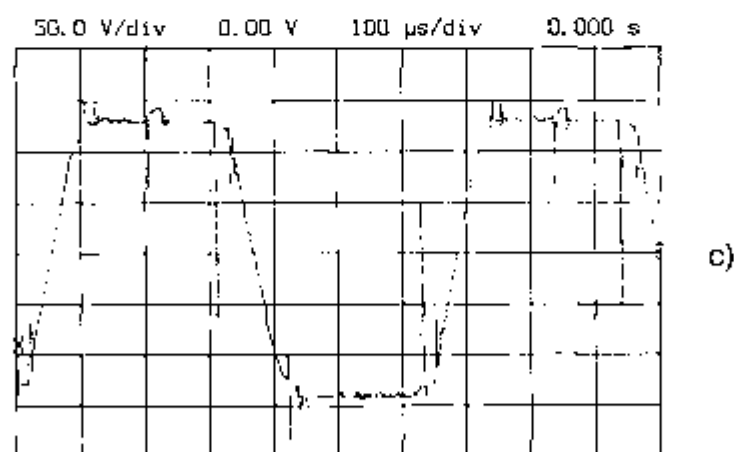
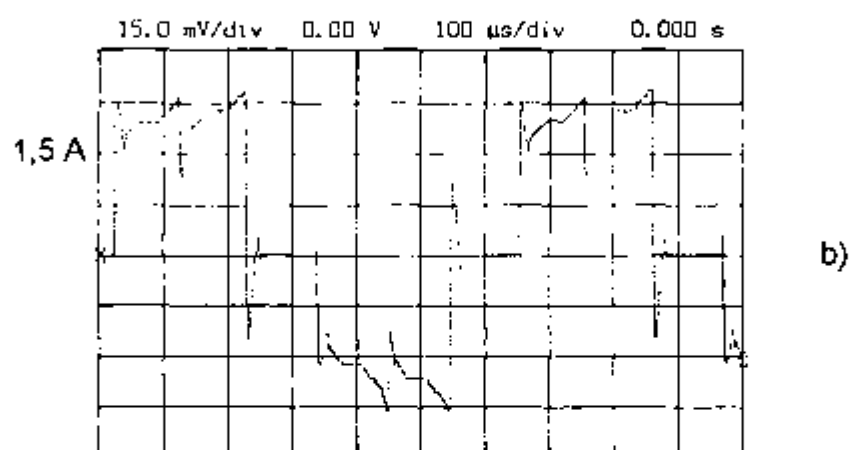
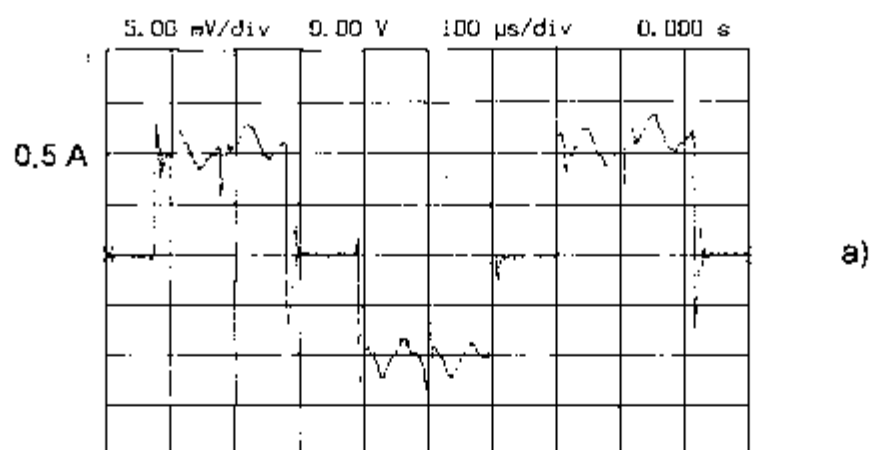


Figura 6.18 Formas de onda do MFR: a) corrente em vazio b) corrente em carga c) tensão fase-neutro em carga .

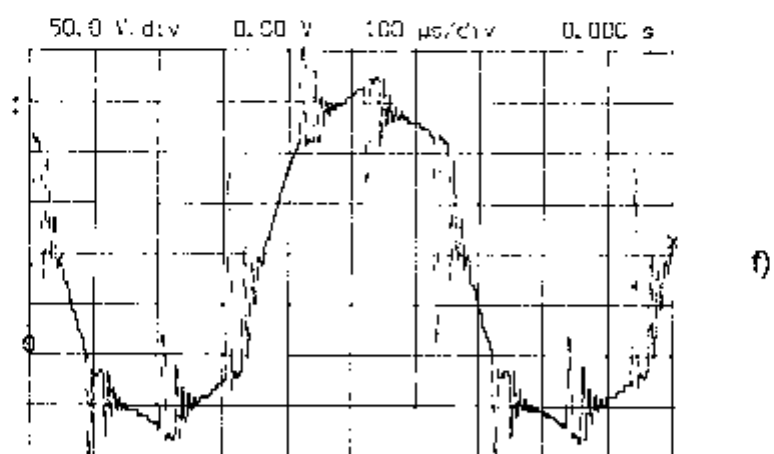
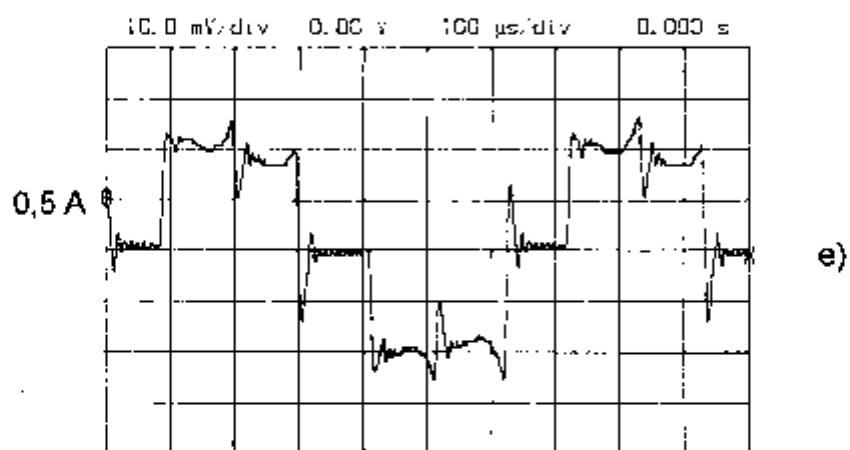
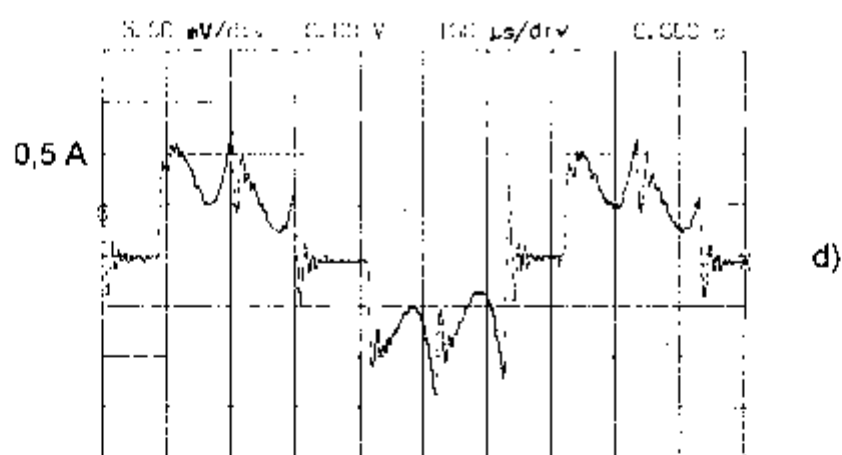


Figura 6.18 Formas de onda do MSF: d) corrente em vazio e) corrente em carga f) tensão fase-neutro em carga .



Observa-se, nestas figuras, que a tensão fase-neutro, a tensão fase-fase e a corrente de fase em carga que apresenta a forma quase retangular para os dois motores, estando portanto não muito longe da hipótese assumida para cálculo do conjugado médio.

### 6.3.1.3 Característica Conjugado-Corrente

Abaixo, é mostrada a característica Conjugado-Corrente para os dois motores BDCM (figura 6.19).

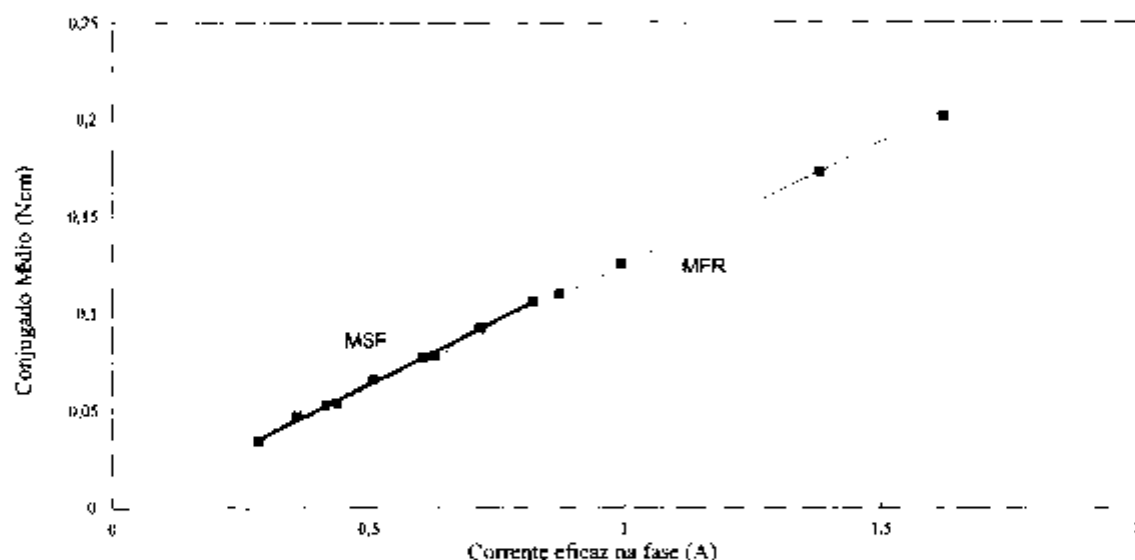


Figura 6.19 Características conjugado-corrente para os motores MFR e MSF.

O conjugado se relaciona com a corrente eficaz e com a corrente de pico através das constantes  $k_{\text{ref}}$  e  $k_{\text{ip}}$ . Estas constantes determinadas para os dois motores estão na tabela 6.5, que se segue:

Motores BDCM / $k_t$ (Nm/A)	$k_{ref}$	$k_{ip}$
Com ferro Ranhurado	0,124	0,101
Sem ferro	0,128	0,109

Tabela 6.5 Tabela comparativa das constantes Conjugado-Corrente  $k_{ref}$  e  $k_{ip}$  dos motres com ferro ranhurado e sem ferro (MFR e MSF).

Os dois motores MFR e MSF apresentam, praticamente, as mesmas constantes  $k_{cc}$  (fase-fase) e  $k_{ip}$ , apresentando diferenças de 3,5 % e 7,6 % respectivamente.

As constantes de corrente de pico  $k_{ip}$  apresentam um desvio, em relação às constantes de tensão induzida de pico fase-fase  $k_{cc}$  (referência), de 8,2% para o motor com ferro ranhurado e 5,2% para o motor sem ferro.

#### 6.3.1.4 Característica Conjugado-Rotação

A característica conjugado rotação para três tensões de barramento CC foram levantadas. O resultado é apresentado no gráfico (figura 6.20) a seguir:

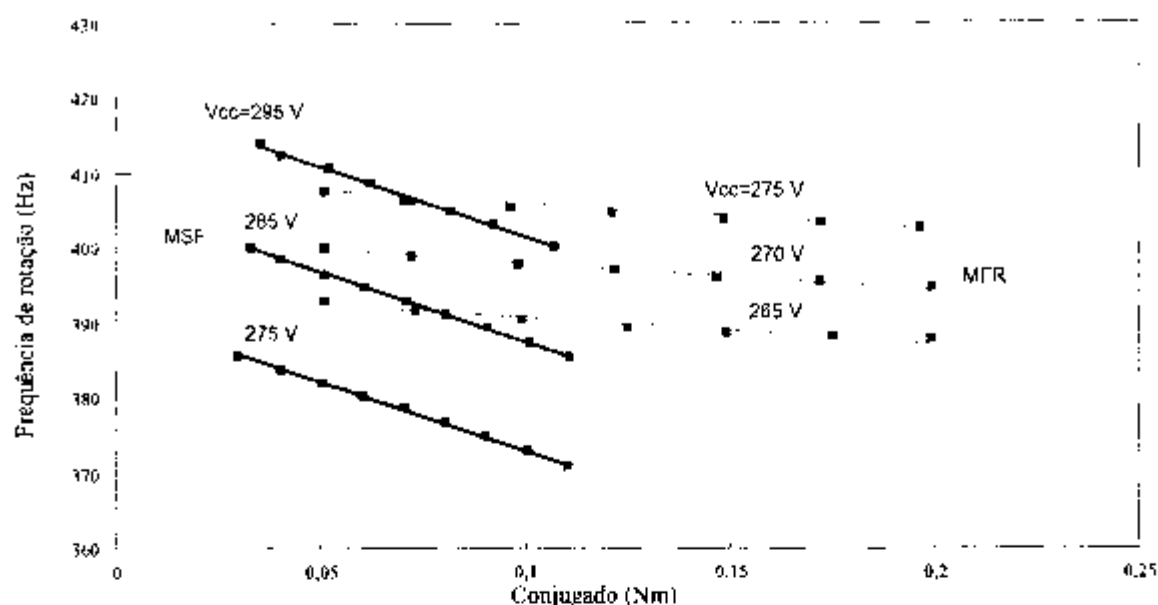


Figura 6.20 Comparação da característica Conjugado-Rotação do motor com ferro ranhurado (MFR) com o motor sem ferro (MSF) para três tensões de barramento CC

——MFR
MSF.

A característica conjugado-rotação do MFR é mais "dura" do que a do MSF (figura 6.18). Para a tensão de barramento CC de 275 (MFR) e 295 V (MSF) a perda de rotação de vazio até plena carga ( $4A/mm^2$  nos condutores) no MFR é de 5 Hz e no MSF é de 14 Hz. O motor de histerese não perde rotação até seu conjugado máximo de saída de sincronismo.

### 6.3.1.5 Desempenho dos motores BDCM para várias rotações

A seguir (figuras 6.21 a 6.24), são mostradas as características, tensão, potência, fator de potência, conjugado e rendimento dos motores BDCM para

várias rotações na corrente de 1,6 A para o motor com ferro ranhurado e 0,82 A para o motor sem ferro.

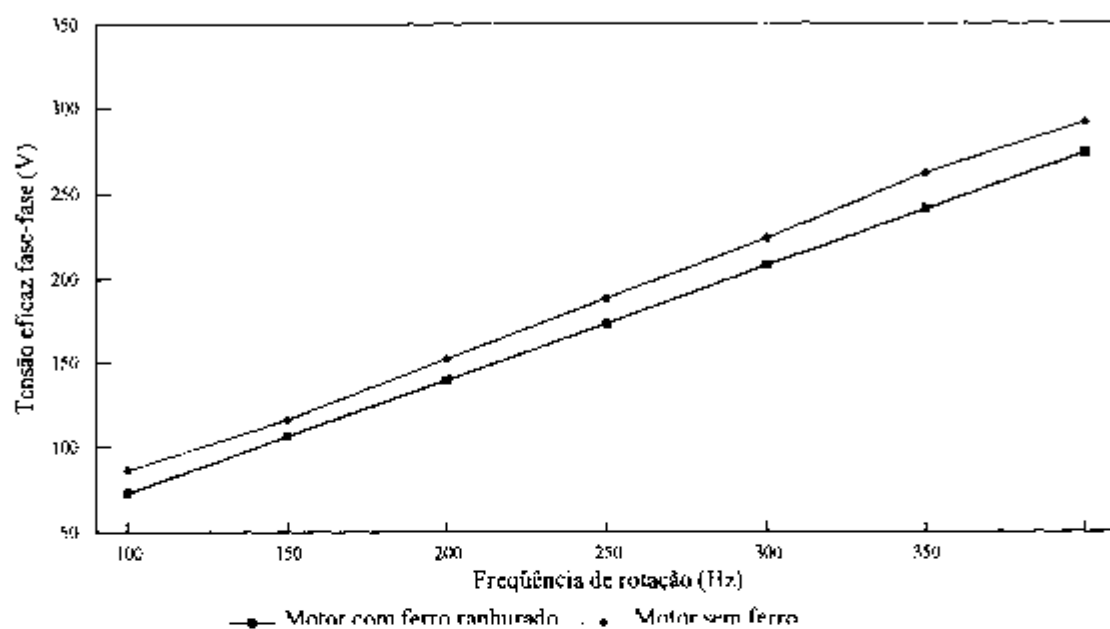


Figura 6.21 Tensão eficaz fase-fase em função da frequência de rotação para os motores BDCM com e sem ferro, na corrente de 1,6 A e 0,82 A, respectivamente.

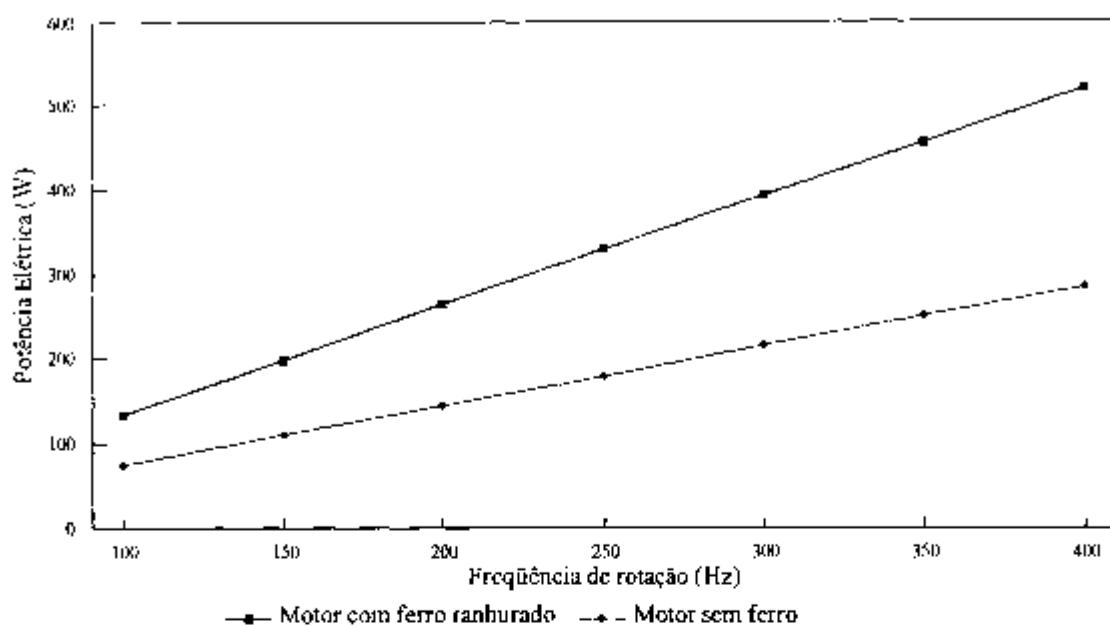


Figura 6.22 Potência Elétrica em função da frequência de rotação para os motores BDCM com e sem ferro, na corrente de 1,6 A e 0,82 A, respectivamente.

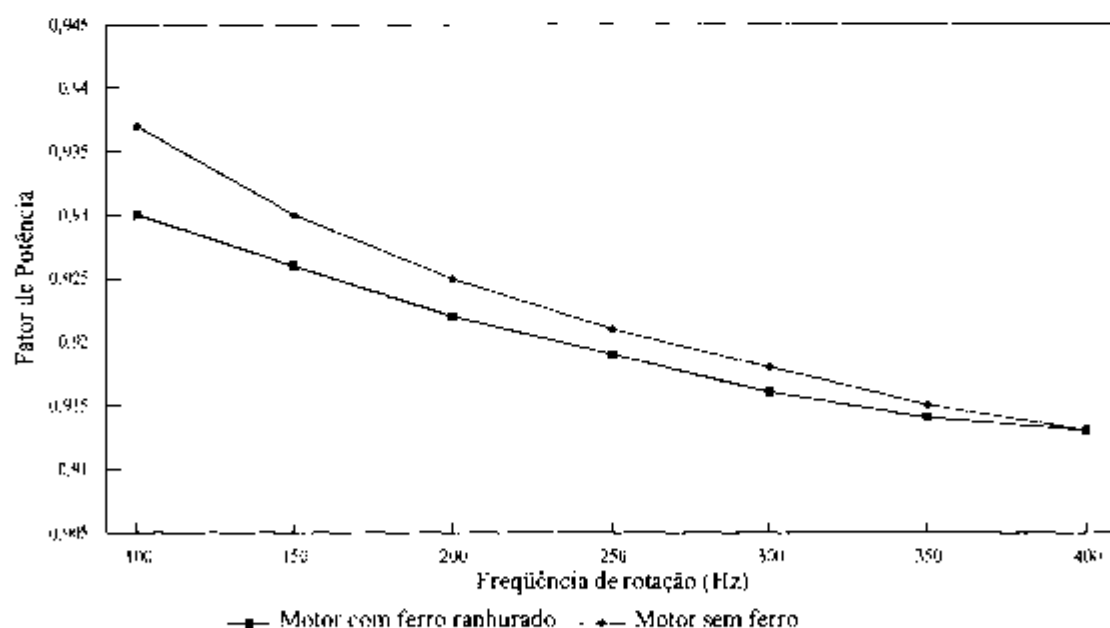


Figura 6.23 Fator de Potência em função da frequência de rotação para os motores BDCM com e sem ferro, na corrente de 1,6 A e 0,82 A respectivamente.

Os fatores de potência dos dois motores BDCM em plena carga são praticamente os mesmos e variam entre aproximadamente 0,94 e 0,91 de 100 a 400 Hz (figura 6.23).

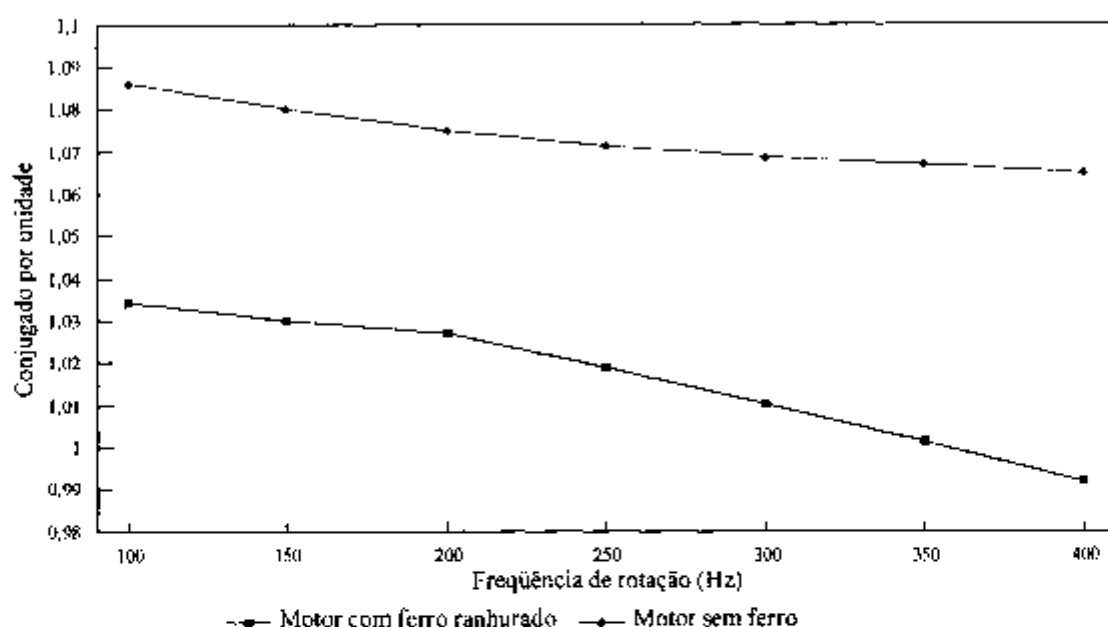


Figura 6.24 Conjugado por unidade em função da frequência de rotação para os motores BDCM com e sem ferro, na corrente de 1,6 A e 0,82 A, respectivamente.

Valor base para motor MFR: 0,2 Ncm .

Valor base para motor MSF: 0,1 Ncm

- No MFR há uma queda de conjugado de 3,7 % enquanto que no MSF esta queda é de 2,0 % (figura 6.24), da rotação de 100 Hz para a rotação de 400 Hz.

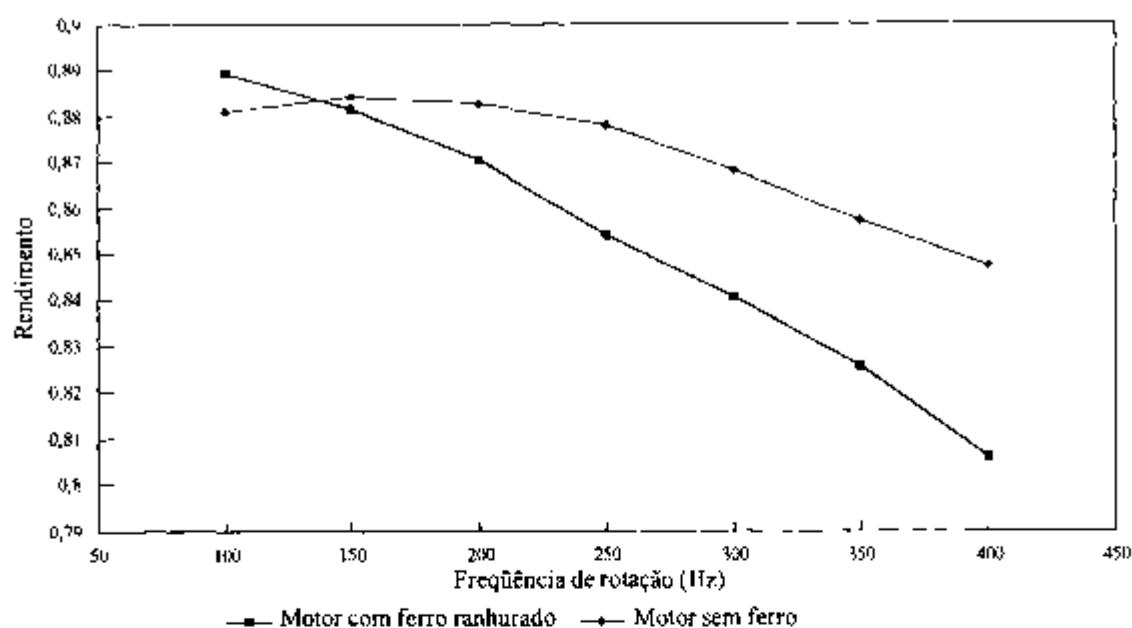


Figura 6.25 Rendimento em função da frequência de rotação para os motores BDCM com e sem ferro, na corrente de 1,6 A e 0,82 A, respectivamente.

O motor MSF apresenta rendimentos maiores que o MFR a partir de frequências de rotação de 150 Hz (figura 6.25). Para melhorarmos o rendimento do MFR teríamos, por exemplo, que diminuir a espessura da chapa de FeSi (já em 0,1 mm), o que é muito difícil. Enquanto que no MSF bastaríamos utilizar fios de cobre de diâmetros menores em paralelo. Diâmetros menores de fio implicariam rendimentos melhores (menos perdas) e também em menores temperatura de operação. A elevação de temperatura para o motor em vazio correspondeu a 30° C (devido à corrente em vazio e perdas por corrente induzidas no cobre).

As perdas suplementares crescem com a frequência. No MFR este crescimento é mais acentuado que no MSF, onde o crescimento é praticamente linear.

O valor médio das perdas suplementares para o MFR é de 1,9 % e para o MSF é de 3,2 %.

### 6.3.2 Comparação Motores BDCM com o Motor de Histerese

#### 6.3.2.1 Várias rotações

A seguir (figuras 6.26 a 6.27), são mostradas as curvas comparativas de conjugado, fator de potência e rendimento para os dois motores BDCM e o motor de histerese para várias rotações:

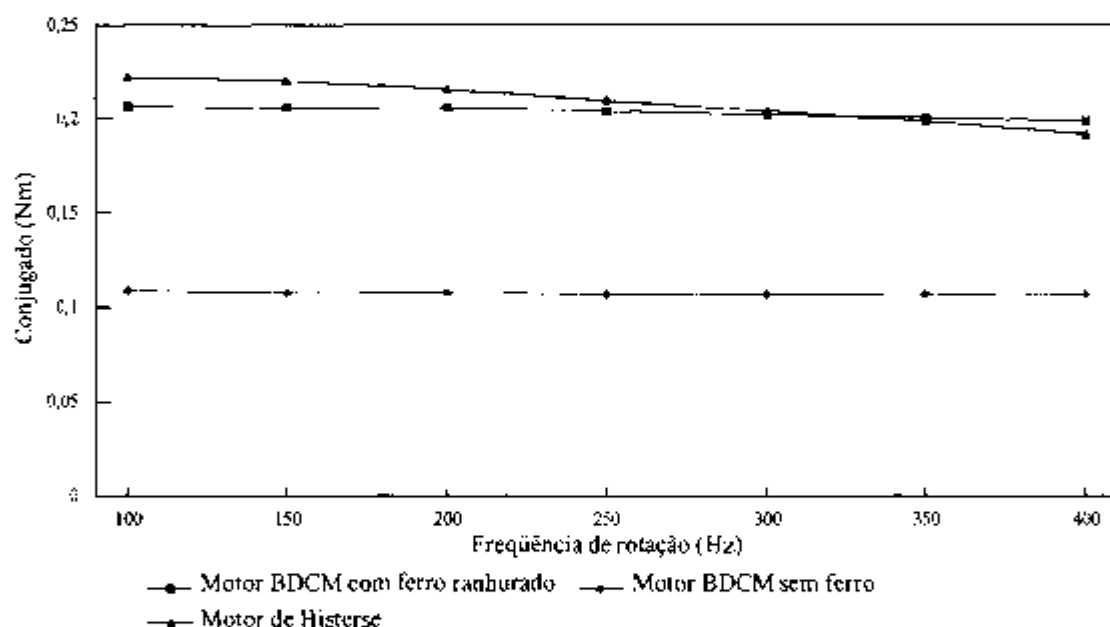


Figura 6.26 Comparação experimental do conjugado total para os três motores.

O motor de histerese apresenta uma queda de conjugado (14%) mais acentuada com a rotação do que os motores BDCM (O MFR 3,7 % e o MSF 2,0 %).



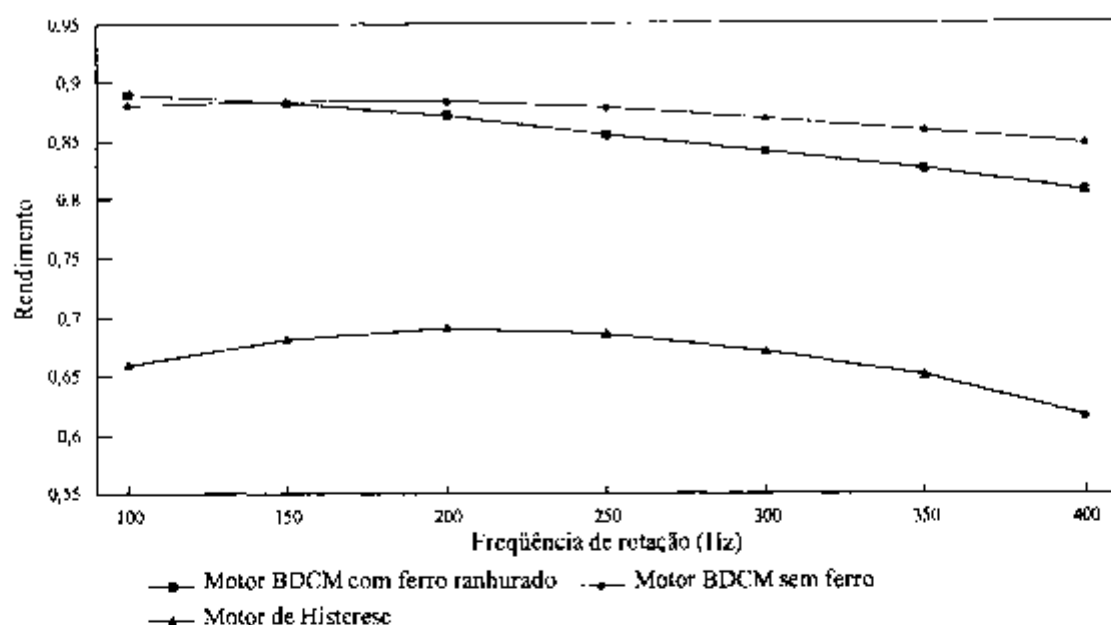


Figura 6.27 Comparação experimental do rendimento para os três motores.

Os rendimentos dos motores BDCM (entre 0,8 a 0,9) são maiores que os do motor de histerese (entre 0,69 e 0,62).

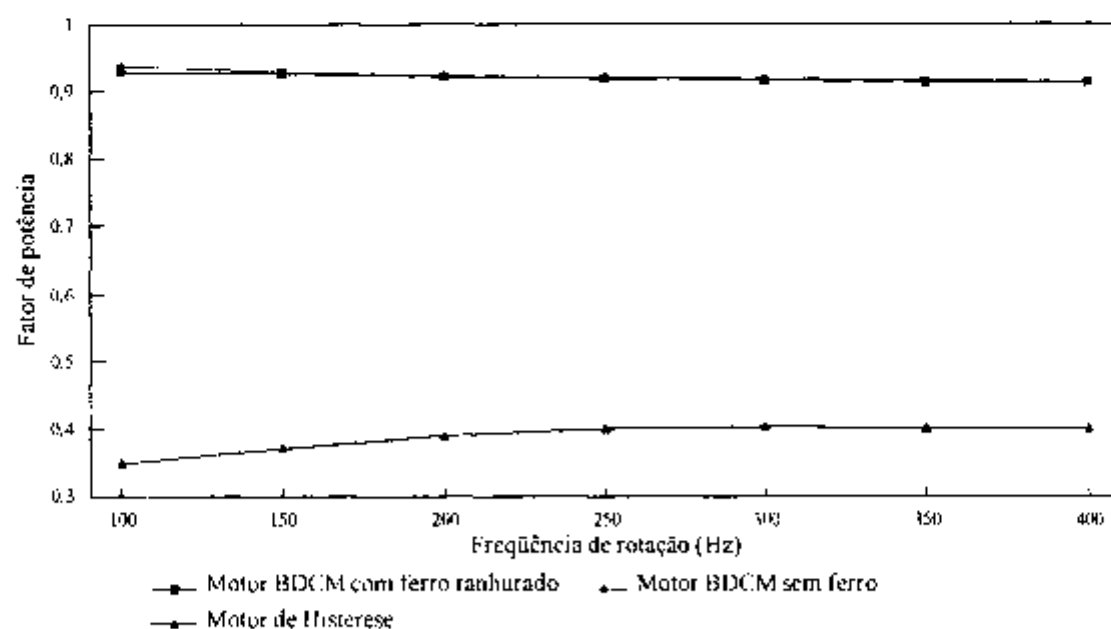


Figura 6.28 Comparação experimental do fator de potência para os três motores.

Os fatores de potência dos motores BDCM (maiores que 0,9) são nitidamente maiores que os do motor de histerese (entre 0,35 e 0,4) .

### 6.3.2.2 Rotação de 24.000 rpm

A seguir, é mostrada tabela comparativa (tabela 6.6), com dados experimentais (valores por unidade), entre os três motores, na rotação de 24.000 rpm.

Motor	Histerese	BLDC com ferro ranh. (MFR)	BLDC sem ferro (MSF)
Conjugado	0,764	0,792	0,424
Rendim.	0,62	0,806	0,847
Fat. de Pot.	0,400	0,913	0,913
Volume	1,00	0,247	0,317
Relação CV	0,764	3,206	1,338

**Tabela 6.6 :** Tabela comparativa dos motores. Valores por unidade.  
 Valor base de Conjugado: 25 Ncm  
 Valor base de Volume:  $8,867 \cdot 10^{-4} \text{ m}^3$  (incluido cabeceira de bobina)

O MFR apresenta uma relação conjugado-volume 140 % maior do que o MSF para a mesma densidade de corrente nos condutores de  $4 \text{ A/mm}^2$ . Os fatores de potência dos dois motores em plena carga são iguais (0,913). O MSF apresenta um rendimento maior do que o MFR (0,847 contra 0,806).

Apesar de a densidade de fluxo no motor sem ferro no estator no raio médio dos condutores (0,23 T) ser aproximadamente 29 % da densidade de fluxo no

entreferro do MFR (0,8 T), o conjugado do motor sem ferro é 54 % do conjugado do MFR (para a mesma densidade de corrente nos condutores). A diferença na porcentagem se deve ao maior número de condutores que podemos colocar no MSF, pois não estamos limitados em espaço pelos dentes de ferro do estator do MFR, que são razoavelmente largos, por causa do alto fluxo que nestes precisa passar.

As perdas no ferro do MFR representam 15,1 % da potência elétrica e as perdas por corrente induzidas no cobre do MSF ,9,4%.

As perdas suplementares no MFR são de 3,6 % e no MSF de 3,8 %. Estas perdas provavelmente se devem, em parte, aos picos de corrente na forma de onda de corrente [32] (aparecem com frequência 6 vezes maior que a fundamental da corrente) .

O MSF apresenta uma relação conjugado-volume 68 % maior do que o motor de Histerese. O rendimento e o fator de potência do motor MSF (0,847 e 0,913) são sensivelmente maiores que os do motor de Histerese (0,62 e 0,4).

A temperatura de operação com  $4 \text{ A/mm}^2$  nos motores MFR, MSF e Histerese são respectivamente  $131^\circ\text{C}$ . ,  $90^\circ\text{C}$ . e  $116^\circ\text{C}$ . O MSF poderia ter seu conjugado aumentado através do aumento da corrente.

## 7.CONCLUSÕES

O modelo desenvolvido neste trabalho agiliza o dimensionamento do motor com e sem ferro no estator (MFR E MSF).

No dimensionamento do motor BDCM com ferro ranhurado (MFR) ocorre um conflito para a determinação da largura do ímã (abraçamento polar). O ângulo do ímã que produz o maior patamar de densidade de fluxo produz o maior conjugado de "cogging". A inclinação de ranhura provoca uma diminuição deste conjugado e, indesejavelmente, do patamar da densidade de fluxo. É necessário, portanto, um compromisso entre largura do ímã , conjugado de "cogging" e inclinação de ranhura.

As distribuições de densidade da fluxo obtidas pelo modelo do capítulo 3 para o MFR e o MSF, aplicadas aos motores em questão, são muito próximas às obtidas pelo Método dos Elementos Finitos. Próximos também são os valores de patamares da distribuição da densidade de fluxo, para o MFR, obtidos entre o modelo analítico e o MEF, quando variamos a largura do ímã. Portanto, os resultados obtidos pelo modelo analítico de cálculo da tensão induzida, tanto no MFR como no MSF, apresentaram valores semelhantes aos obtidos pelo MEF.

No MSF, a magnetização radial produz densidades de fluxo 10 % maior, em média, para os dois pontos de interesse (máximo e -30 graus elétricos) do que a magnetização paralela .

Para o MSF foram apresentados dois critérios de escolha ótima da largura do ímã (maior conjugado). Um era dado pela somatória do fluxo em 3 raios nos condutores e o outro dado pela média "Br". A largura ótima de ímã é praticamente coincidente para estes dois critérios.

No MSF, a relação entre o valor máximo da tensão induzida fase-neutro e fase-fase (onda obtida subtraindo-se duas ondas fase-neutro deslocadas de 120 graus elétricos) é 1,81 (MEF) ou 1,86 (Modelo Analítico) e não  $\sqrt{3}$ , pois as ondas fase-neutro e fase-fase não são puramente senoidais.

No MFR o valor máximo da densidade de fluxo no entreferro é relativamente grande (0,8 T) quando comparado com o do motor de histerese (0,5 T) e o do MSF (0,23 T no raio médio)

O efeito pelicular nos condutores devido à corrente na frequência de 1,6 kHz pode ser desprezado nos dois motores BDCM.

As formas de onda da tensão induzida fase-neutro e fase-fase no motor MFR, obtidas através do modelo do capítulo 3.4.1, incluindo a inclinação de ranhura, estão bem próximas às formas obtidas experimentalmente. O desvio no patamar da tensão induzida fase-neutro é de 4 %. **Portanto, o modelo de cálculo da tensão induzida em vazio, incluindo o efeito da inclinação de ranhura, se aplica bem ao motor MFR em questão.**

O conjugado no MFR foi estimado teoricamente com desvios percentuais aceitáveis.

As perdas no ferro do MFR foram estimadas com sucesso. O rendimento teórico no MFR também apresentou resultado próximo ao experimental.

Comparando as formas de onda de tensão induzida, no MSF, nas bobinas exploratrizes e nas bobinas fase-neutro e fase-fase, obtidas pelo modelo proposto no capítulo 3, com as formas de onda obtidas experimentalmente, verificamos uma grande semelhança.

Portanto, o modelo analítico proposto e desenvolvido para calcular a forma de onda da tensão induzida no MSF se aplica bem ao motor em questão, apesar da hipótese de análise bidimensional de campo.

No MSF, o conjugado apresentou desvios percentuais maiores que no MFR, principalmente devido à hipótese de análise bidimensional.

O modelo teórico para cálculo de perdas no ferro do núcleo laminado foi adaptado com sucesso para cálculo das perdas por correntes induzidas no cobre do MSF, com desvio percentual médio de 2,1 % na faixa de rotação considerada (figura 6.14). O desvio médio no cálculo do rendimento é de 5,3 % (figura 6.15).

O conjugado de "cogging" no MFR varia linearmente com o ângulo de inclinação de ranhura (figura A3.1).

O MSF não apresenta conjugado de "cogging".

Os dois motores MFR e MSF apresentam, praticamente as mesmas constantes  $k_{\omega}$  ( fase-fase) e  $k_{i0}$  , mostrando o correto encaminhamento do dimensionamento dos dois motores. As tensões eficazes dos dois motores se mostraram também próximas para a mesma densidade de corrente nos condutores.

As formas de onda experimentais de corrente dos motores MFR e MSF, em plena carga, são praticamente retangulares, sem pico de correntes, estando, portanto, não muito longe da hipótese de correntes retangulares adotada no cálculo do conjugado.

Os fatores de potência dos dois motores BDCM em plena carga são praticamente os mesmos na faixa de rotação entre 100 e 400 Hz.

No MFR há uma queda de conjugado de 3,7 % enquanto que no MSF esta queda é de 2,0 % (figura 6.22), da rotação 100 Hz para a rotação de 400 Hz.

O motor MSF apresenta rendimentos maiores que o MFR a partir de freqüências de rotação de 150 Hz. Com a utilização de fios mais finos no MSF, ou seja, fios de cobre de diâmetros menores em paralelo, teríamos a possibilidade de melhorar ainda mais o rendimento do MSF.

As perdas suplementares crescem com a freqüência. No MFR este crescimento é mais acentuado que no MSF, onde o crescimento é praticamente linear.

O valor médio das perdas suplementares para o MFR é de 1,9 % e para o MSF é de 3,2 %, na faixa de freqüência de rotação de 100 a 400 Hz..

O motor de histerese apresenta uma queda de conjugado (14%) mais acentuada com a rotação do que os motores BDCM (figura 6.22)

Os rendimentos dos motores BDCM são maiores que os do motor de histerese.

Os fatores de potência dos motores BDCM são nitidamente maiores que os do motor de histerese

**Na rotação de 24000 rpm** o MFR apresenta uma relação conjugado-volume maior (140 %) do que o MSF para a mesma densidade de corrente nos condutores ( $4 \text{ A/mm}^2$ ). Os fatores de potência dos dois motores em plena carga são maiores que 90 % (91,3 %). O MSF possui um rendimento maior (84,7%) do que o MFR (80,6 %).

Apesar de a densidade de fluxo do motor sem ferro no raio médio dos condutores (0,23 T) ser aproximadamente 29 % da densidade de fluxo no

entreferro do MFR (0,8 T), o conjugado do motor sem ferro é 54 % do conjugado do MFR (para a mesma densidade de corrente nos condutores). A diferença na porcentagem se deve ao maior número de condutores que podemos colocar no MSF, pois não estamos limitados em espaço pelos dentes de ferro do estator do MFR.

As perdas percentuais (em relação à potência elétrica) no ferro do MFR são maiores que as perdas percentuais por corrente induzidas no cobre do MSF (15,1 % contra 9,4%).

As perdas suplementares percentuais no MFR e no MSF são, aproximadamente, as mesmas (3,6 % e 3,8 %). Estas perdas provavelmente se devem, em parte, aos picos de corrente na forma de onda de corrente (aparecem com frequência 6 vezes maior que a fundamental da corrente).

O MSF apresenta uma relação conjugado-volume 75 % maior do que o motor de Histerese. O rendimento e o fator de potência do motor MSF (0,847 e 0,913) são sensivelmente maiores que os do motor de Histerese (0,62 e 0,4).

Para uma densidade de corrente  $4 \text{ A/mm}^2$ , o MSF apresenta a menor temperatura de operação,  $90 \text{ }^\circ\text{C}$ , e o MFR a maior,  $131^\circ\text{C}$ . O motor de Histerese apresenta uma temperatura de operação intermediária aos outros dois motores:  $116 \text{ }^\circ\text{C}$ . Aumentando-se a corrente no MSF, poderíamos aumentar o conjugado no MSF devido à sua menor temperatura de operação. O valor do aumento depende de testes posteriores.



Os objetivos do trabalho proposto foram alcançados, tanto no que diz respeito ao modelamento do motor sem ferro no estator (forma de onda de tensão induzida, perdas e rendimento), quanto ao dimensionamento, construção e teste de dois motores BDCM com ferro e sem ferro e quanto às comparações entre estes e um motor de histerese com mesmo diâmetro no entreferro.

Com estes modelos desenvolvidos, certamente tornamos a tarefa de dimensionamento, projeto e análise do motor sem ferro mais rápida e segura.

Como sugestão para trabalhos posteriores podemos indicar:

- Cálculo teórico das indutâncias em função da posição do rotor do MSF (não muito simples) e do MFR .

- Levantamento experimental das indutâncias em função da posição para os dois motores.

- Simulação das formas de onda de corrente e conjugado, utilizando as formas de onda de tensão induzida obtidas e das indutâncias.

## ANEXO A1

### Equações do campo magnético radial devido a uma bobina entre duas estruturas ferromagnéticas cilíndricas

Este anexo pretende dar uma idéia de como foram obtidas as equações do potencial magnético  $\Omega$  e da intensidade de campo magnética  $H$ , para uma bobina percorrida por uma corrente  $i$  e inserida entre uma estrutura do tipo da figura A1.1.

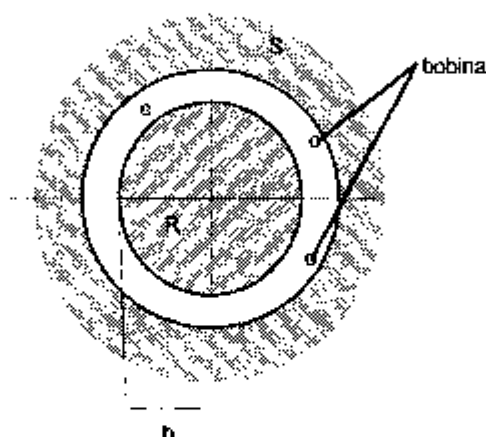


Figura A1.1 Figura mostrando bobina inserida em duas estruturas ferromagnéticas cilíndricas.

Na figura A1.1 a estrutura R tem raio finito igual a "b", a estrutura S tem raio infinito, e o vão entre R e S é o entreferro. As estruturas R e S têm permeabilidade infinita enquanto que a do entreferro tem permeabilidade relativa igual a 1.

Inicialmente, é obtido o campo para um condutor com corrente  $i$ , conforme figura A1.2.

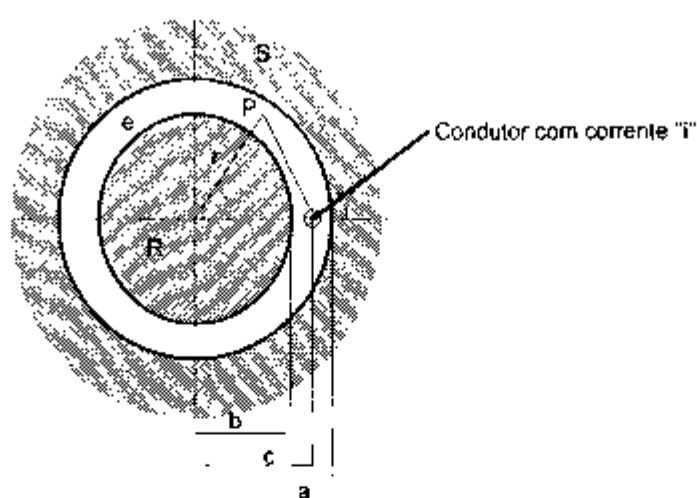


Figura A1.2 Figura mostrando um condutor entre duas estruturas cilíndricas ferromagnéticas.

Na região R da figura A1.2, o potencial magnético é dado por [24]:

$$\Omega_r = R = \text{constante} \quad (\text{A1.1})$$

Na região S o potencial magnético é dado por [24]:

$$\Omega_s = 2i\theta \quad (\text{A1.2})$$

O potencial no entreferro é dado por [24]:

$$\Omega_e = 2i\phi + \sum_1^{\infty} \left( A_n r^n + \frac{B_n}{r^n} \right) \sin(n\theta) \quad (\text{A1.3})$$

onde.

$A_n$  e  $B_n$  são constantes a serem determinadas pelas condições de contorno.

O ângulo  $\phi$  é dado por:

$$\tan\phi = \frac{r \sin\theta}{r \cos\theta - c} \quad (\text{A1.4})$$

ou por uma série [24]:

$$\phi = \pi - \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{r^n}{c^n} \sin(n\theta) \quad \text{quando } r < c \quad (\text{A1.5})$$

$$\phi = \theta + \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{c^n}{r^n} \sin(n\theta) \quad \text{quando } r > c \quad (\text{A1.6})$$

Aplicando as condições de contorno da intensidade de campo magnético tangencial, temos:

$$-\left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \theta}\right)_{r=c} = -\left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_e}{\partial \theta}\right)_{r=c} \quad (\text{A1.7})$$

$$-\left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_s}{\partial \theta}\right)_{r=c} = -\left(\frac{1}{r} \frac{\partial \Omega_r}{\partial \theta}\right)_{r=c} \quad (\text{A1.8})$$

Aplicando as equações de potencial (A1.1), (A1.2) e (A1.3) e as equações de  $\phi$ , nas condições de contorno apresentadas anteriormente (equações A1.7 e A1.8), obtemos:

$$\frac{2i}{a} = \frac{1}{a} \left[ 2i + 2i \sum_1^{\infty} \frac{c^n}{a^n} \cos(n\theta) + \sum_1^{\infty} n \left( A_n a^n + \frac{B_n}{a^n} \right) \cos(n\theta) \right] \quad (\text{A1.9})$$

$$0 = \frac{1}{b} \left[ -2i \sum_1^{\infty} \frac{b^n}{c^n} \cos(n\theta) + \sum_1^{\infty} n \left( A_n a^n + \frac{B_n}{b^n} \right) \cos(n\theta) \right] \quad (\text{A1.10})$$

Igualando os coeficientes de  $\cos(n\theta)$  nos dois lados destas equações:

$$n \left( A_n a^n + \frac{B_n}{a^n} \right) = -2i \frac{c^n}{a^n} \quad (\text{A1.11})$$

$$n \left( A_n b^n + \frac{B_n}{b^n} \right) = 2i \frac{b^n}{c^n} \quad (\text{A1.12})$$

o que resulta nos seguintes coeficientes:

$$A_n = -\frac{2i}{nc^n} \left( \frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \quad (\text{A1.13})$$

$$B_n = \frac{2i}{nc^n} b^{2n} \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \quad (\text{A1.14})$$

Assim, o potencial no entreferro é dado por:

$$\Omega_e = 2k \left\{ \phi - \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{b^n}{c^n} \left[ \left( \frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin(n\theta) \right\} \quad (\text{A1.15})$$

Agora, para uma bobina, conforme figura A1.3, em vez de um condutor basta somarmos a contribuição dos dois condutores.

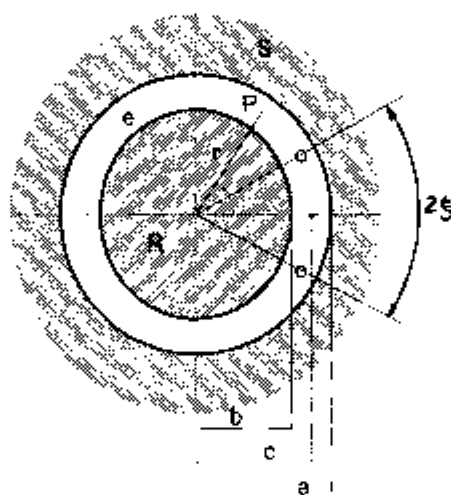


Figura A1.3 Figura mostrando bobina entre dois cilindros ferromagnéticos

O potencial será dado, então, por :

$$\Omega_e = 2i \left\{ \phi_a - \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{b^n}{c^n} \left[ \left( \frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin(n(\theta + \xi)) \right\}$$

$$- 2i \left\{ \phi_b - \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{b^n}{c^n} \left[ \left( \frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin(n(\theta - \xi)) \right\} \quad (\text{A1.16})$$

Ou por:

$$\Omega_e = 2i \left\{ \phi_c - 2 \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{b^n}{c^n} \left[ \left( \frac{c^{2n} + b^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{r^n}{b^n} - \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \frac{b^n}{r^n} \right] \sin(n\xi) \cos(n\theta) \right\} \quad (\text{A1.17})$$

Ou ainda por [24]:

$$\Omega_e = -4i \sum_1^{\infty} \frac{1}{n} \frac{b^n}{c^n} \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left( \frac{r^n}{b^n} - \frac{b^n}{r^n} \right) \sin(n\xi) \cos(n\theta) \text{ para } r < c \quad (\text{A1.18})$$

A intensidade de campo radial é portanto dada por:

$$H_{re} = -\frac{\partial \Omega_e}{\partial r} = 4 \frac{i}{r} \sum_1^{\infty} \frac{b^n}{c^n} \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \left( \frac{r^n}{b^n} + \frac{b^n}{r^n} \right) \sin(n\xi) \cos(n\theta) \text{ para } r < c \quad (\text{A1.19})$$

A expressão para  $r > c$  é encontrada na referência [24].

A expressão acima pode ser dada, também, por:

$$H_{re} = -\frac{\partial \Omega_e}{\partial r} = 4i \sum_1^{\infty} \frac{1}{c^n} \left( r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n-1}} \right) \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \sin(n\xi) \cos(n\theta) \quad (\text{A1.20})$$

A corrente "i" na equação anterior (A1.20) é dada em unidades eletromagnéticas [24], que transformada no sistema internacional de unidades, resulta numa intensidade de campo, dada por:

$$H_{re} = \frac{i}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{c^n} \left( r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n-1}} \right) \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \sin(n\xi) \cos(n\theta) \quad (\text{A1.21})$$

A densidade de fluxo no entreferro, no sistema internacional de unidades, será, então, dada por:

$$B_{re} = \frac{\mu_0 i}{\pi} \sum_1^{\infty} \frac{1}{c^n} \left( r^{n-1} + \frac{b^{2n}}{r^{n-1}} \right) \left( \frac{c^{2n} + a^{2n}}{a^{2n} - b^{2n}} \right) \sin(n\xi) \cos(n\theta) \quad (\text{A1.22})$$



## ANEXO A2

### Levantamento Experimental do Conjugado de rolamento dos Motores BDCM

Para levantamento experimental do conjugado de rolamento dos motores BDCM, retirou-se o núcleo do estator laminado com enrolamento do MFR (figura 5.11) ou o núcleo de plástico com enrolamento do MSF.

Ao invés do freio de correntes induzidas, atuando na parte inferior do rotor (alumínio), instalou-se um estator de motor de disco para acelerar o rotor. Este motor era alimentado por um conversor de frequência que permitia o ajuste da frequência e tensão de alimentação.

Acelerou-se o rotor dos motores BDCM até a rotação de 24.000 rpm, soltando-o em seguida ( desligando o motor de acionamento). O conjugado de reação na carcaça foi medido, obtendo-se assim o conjugado de rolamento [1]. Levantou-se 5 plotagens de curvas conjugado x rotação e 2 medidas analógicas. O valor final de conjugado para cada rotação foi obtido fazendo-se a média entre as 7 medidas. O gráfico do valor médio de conjugado de rolamento em função da rotação pode ser visto na figura A2.1.

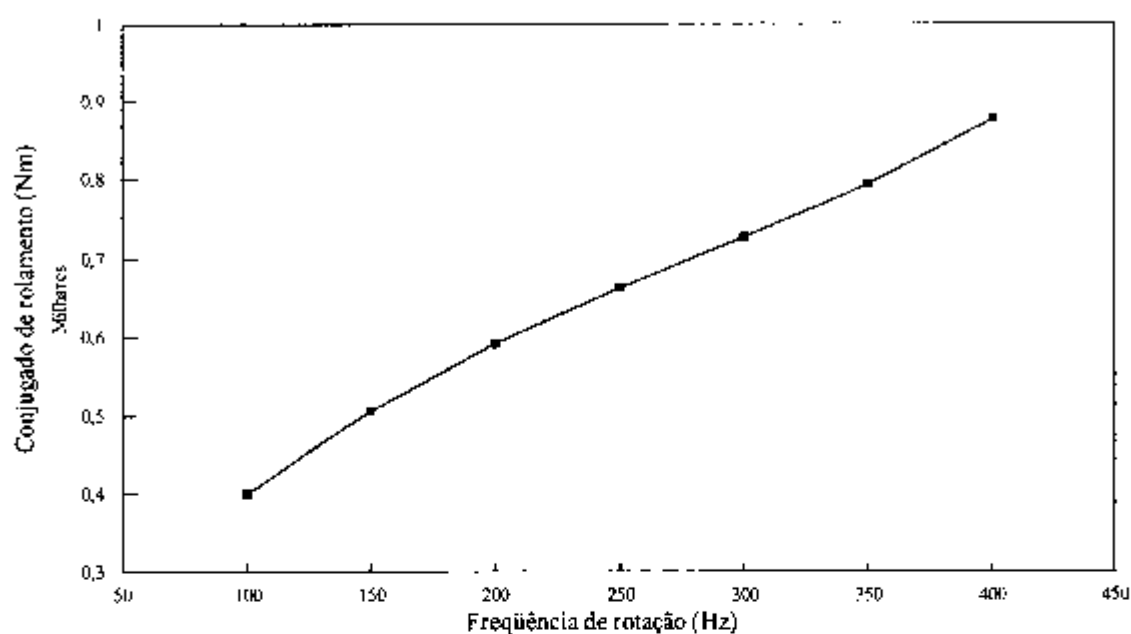


Figura A2.1 Gráfico do conjugado de rolamento dos motores BDCM para várias rotações.

Notemos que os valores de conjugado de rolamento são bem baixos, correspondendo a 0,000877 Nm na rotação de 24.000rpm ou 0,4 % do conjugado médio teórico.

## ANEXO A3

### Levantamento Experimental do conjugado de "cogging" do MFR

Como tínhamos disponíveis lâminas de FeSi para o MFR, foram montados mais dois pacotes sem enrolamento com inclinações diferentes. Medidas no projetor de perfis, mostraram que estas inclinações ao longo do comprimento eram de 6,5 graus e 12 graus. Estes ângulos medidos ao longo do comprimento correspondem a ângulos de inclinação de ranhura de 4,56 e 8,45 graus, respectivamente. Os 3 pacotes (inclusive o de inclinação de ranhura de 12 graus) foram montados no motor e este ao transdutor de conjugado. A partir do rotor em sua posição estável, foi-se girando o mesmo lentamente até obter-se a deflexão máxima no medidor de conjugado, que estava medindo a reação na carcaça do motor. O valor obtido corresponde então ao valor de pico a pico do conjugado de "cogging". Dividindo este valor por dois obtemos o valor de pico. Os valores de pico para os três ângulos estão apresentados no gráfico da figura A3.1.

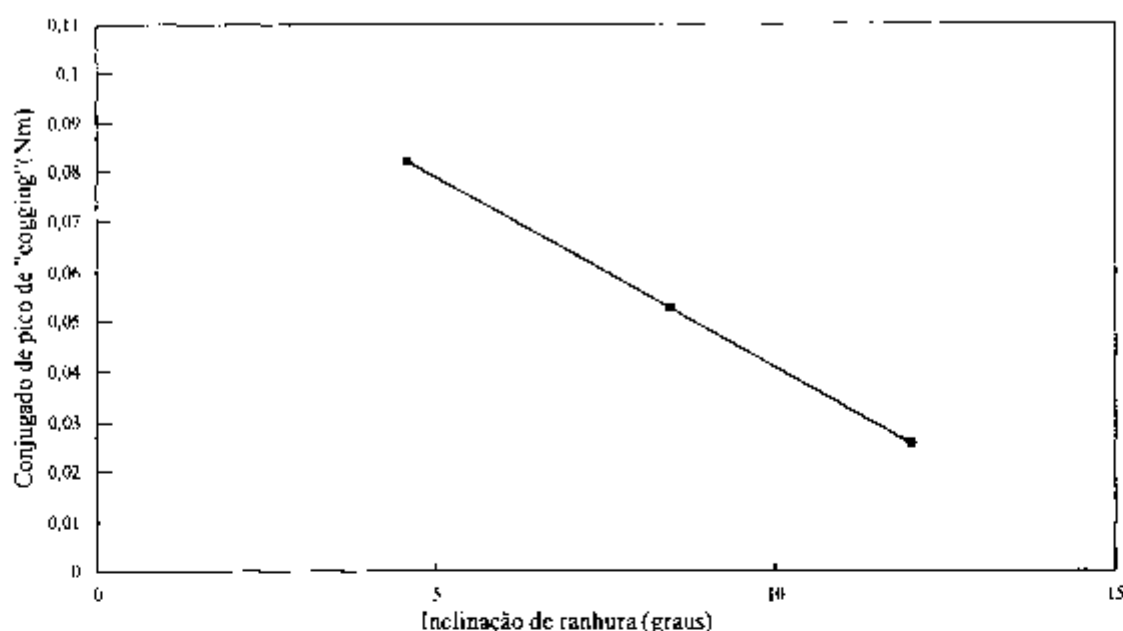


Figura A3.1 Gráfico do conjugado de "cogging" de pico em função do ângulo de inclinação de ranhura.

Notemos que o gráfico anterior é uma reta e que os valores de conjugado de "cogging" são relativamente altos. Para inclinação ranhura de 0,5 ranhura, o valor de pico do conjugado de "cogging" é de 0,06 Nm ou 27,5 % do valor do conjugado médio teórico (valor considerado alto) . Para inclinação de ranhura de 12 graus ou 80% da inclinação de 1 ranhura (15 graus), o valor de pico do conjugado é de 0,0255 Nm ou 11,7 % do valor do conjugado médio teórico (valor aceitável).

## ANEXO A4

### Levantamento experimental da densidade de fluxo radial com "ponta Hall" no MSF

Foi concebido um dispositivo que permitisse medir a distribuição da densidade de fluxo produzida pelos ímãs permanentes na região dos condutores do MSF sem o estator inserido. Trata-se de um cilindro de plástico que se encaixa no eixo do rotor e que permite apoiar num rasgo de sua superfície externa uma ponta Hall acoplada a um "Gaussmeter". O cilindro pode girar em torno do eixo, permitindo assim um posicionamento angular, e a ponta Hall pode deslizar ao longo do rasgo, permitindo uma mudança de posição longitudinal.

Tomando-se um ímã como referência, mediram-se as densidades de fluxo ao longo da circunferência, no comprimento longitudinal médio do ímã, para 2 raios (foram confeccionados 2 cilindros): um com 24,0 mm de raio médio no centro do sensor da ponta Hall e outro com 25,6 mm de raio. Os dois gráficos se encontram nas figuras A4.1 e A4.2.

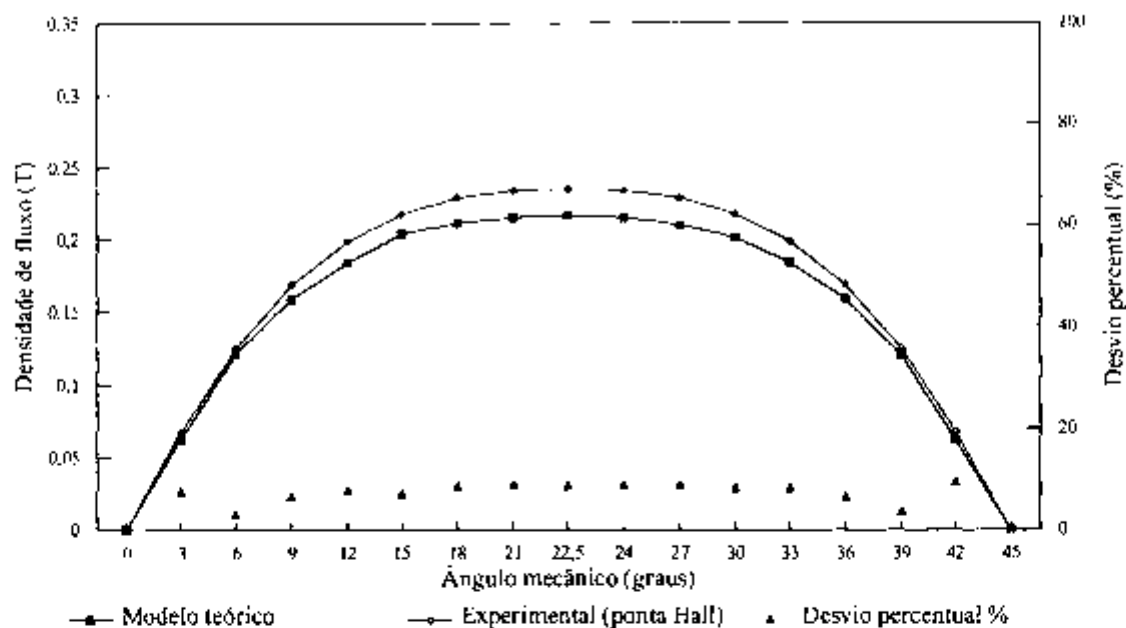


Figura A4.1 Comparação entre valores de densidade de fluxo medidos com ponta Hall e valores obtidos do modelo teórico para raio de 24 mm (MSF).

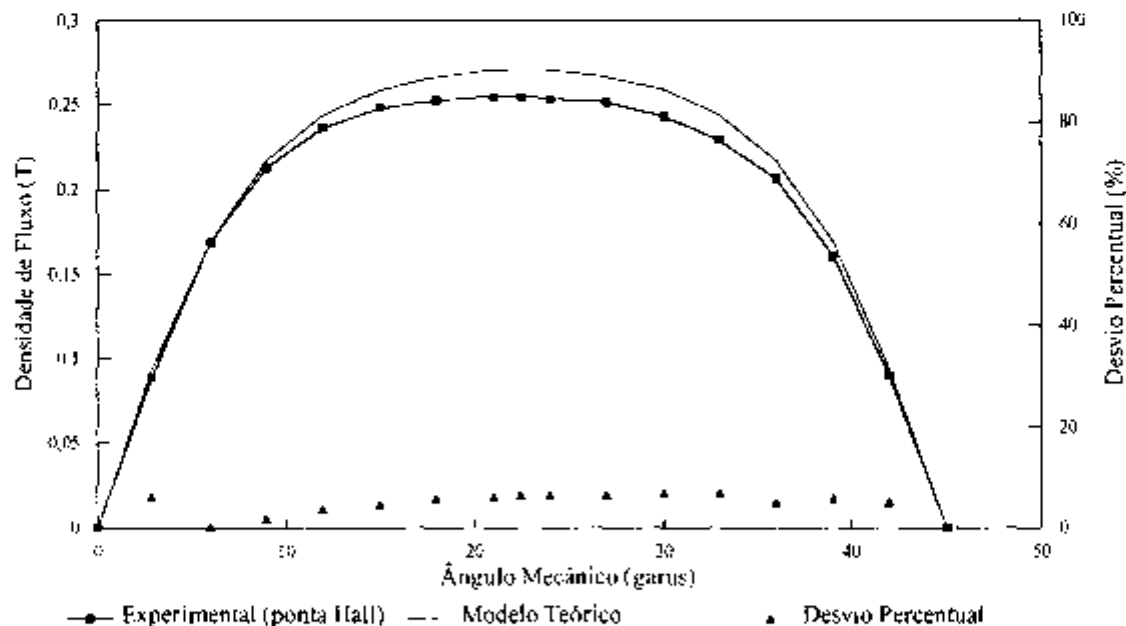


Figura A4.2 Comparação entre valores de densidade de fluxo medidos com ponta Hall e valores obtidos do modelo teórico para raio de 25,6 mm (MSF).

O desvio médio no raio de 24 mm é de 7,4 % e no raio de 25,6mm é de 5,0%.

Para os dois raios foram medidos também os valores das densidades de fluxo ao longo do comprimento longitudinal do ímã, mantendo-se a referência  $\theta = 0^\circ$  da figura 3.8 (centro do ímã). Os valores medidos encontram-se nos gráficos A4.5 e A4.6.

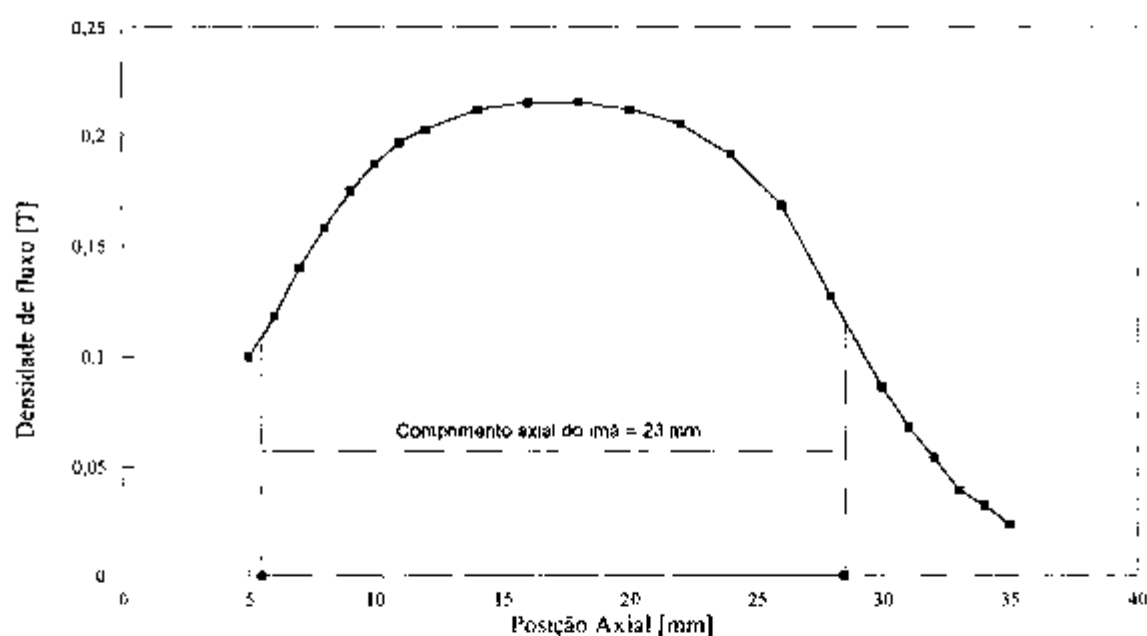


Figura A4.3 Valores medidos das densidades de fluxo ao longo do comprimento axial ou longitudinal para  $\theta = 0^\circ$  fixo e raio de 24,0 mm.

Fazendo a relação entre a área da figura contida nos 23 mm e a área do paralelepípedo, com um lado dado pelos 23 mm e o outro lado dado pelo valor

máximo da densidade de fluxo, obtemos uma relação de 0,875. Isto justifica os erros obtidos no cálculo da tensão induzida e do conjugado no MSF. A análise teórica supõe que o valor máximo da densidade de fluxo, no sentido longitudinal, se mantém constante ao longo dos 23 mm (suposição de análise bidimensional).

Para o raio de 25,6 mm, foram obtidos também os valores das densidades de fluxo ao longo do comprimento longitudinal do ímã, conforme figura A4.4, mantendo a referência  $\theta = 0^\circ$  da figura 3.8 (centro o ímã).

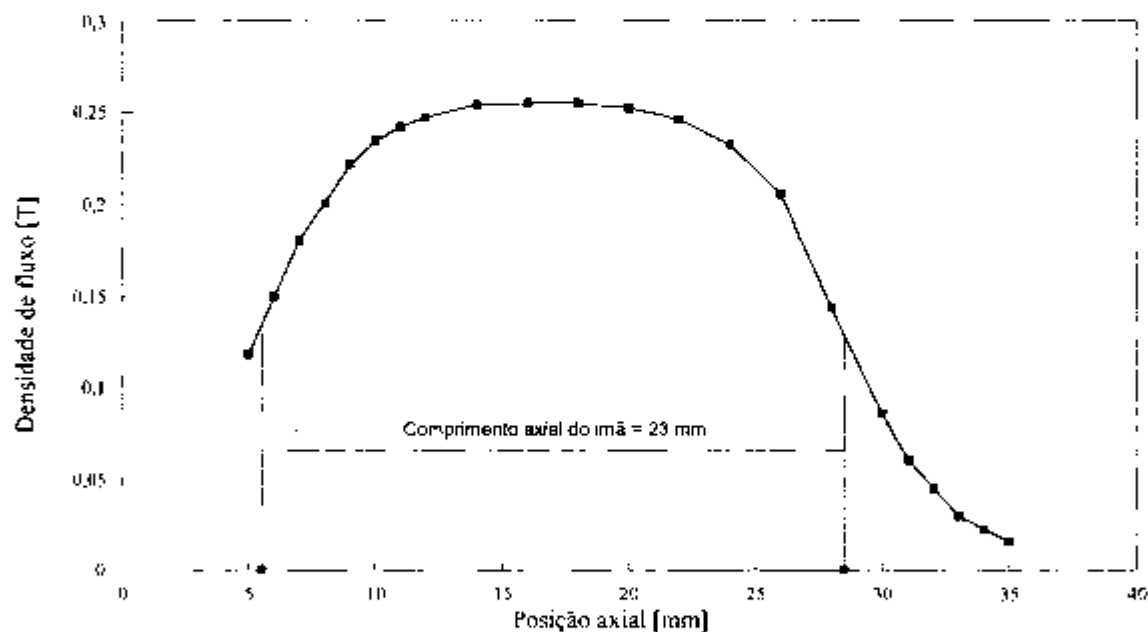


Figura A4.4 Valores medidos das densidades de fluxo ao longo do comprimento axial ou longitudinal para  $\theta = 0^\circ$  fixo e raio de 25,6 mm.



## REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [1] SCHEIBIG, W.E.F. **Motor de histerese: análise e modelação em regime síncrono de operação.** São Paulo, 1989. 85p. Dissertação (Mestrado)-Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [2] MILLER, T.J.E. **Brushless permanent-magnet and reluctance motor drives.** Oxford, Clarendon Press, 1989.
- [3] LIU, G.; DUNFORD, G. Comparison of sinusoidal excitation and trapezoidal excitation of a brushless permanent magnet motor. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND VARIABLE-SPEED DRIVES, London, 1990. **Proceedings.** London, IEE, 1990. v.4, p.446-50.
- [4] NUCERA, R. R.; SUDHOFF, S.D.; KRAUSE P.C. Computation of steady-state performance of an electronically commutated motor. **IEEE Transaction on Industry Applications,** v. 25, n. 6, p. 1110-7 Nov./Dec. 1989.
- [5] HANITSCH, R. Burstenlose Gleichstrom-Kleinmotoren. **Bull. ASE/UCS 74** v.23, n.3 p. 1344-8, Dec. 1983.
- [6] HENDERSHOT JR, J.R. **Design of brushless permanent-magnet motors.** Hillsboro, Magna Physics Publishing Division, 1992.

- [7] OOI, B. T.; BRISSONEAU P.; BRUGEL L., Optimal winding design of a permanent magnet motor for self-controlled inverter operation. **Electric Machines and Electromechanics**, v.6, p. 381-9, 1981.
- [8] BOLTON, H. R.; ASHEN, R.A.. Influence of motor design and feed-current waveform on torque ripple in brushless DC drives. **IEE Proceedings, Part B**, v. 131, n.3 p. 82-9 May, 1984.
- [9] NYAMUSA, T.A.; DEMERDESH, N. A. Integrated nonlinear magnetic field-network simulation of an electronically commutated permanent magnet motor system under normal operation. **IEEE Transaction on Energy Conversion** v.2, n.1, p. 77-85, Mar. 1987.
- [10] JUFER, M. Electric drives-towards the integration. **INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE EVOLUTION AND MODERN ASPECTS OF SYNCHRONOUS MACHINES 1991. Proceedings**. v.3 p.1135-43.
- [11] HANITSCH, R.; CHANG J.C. A cup armature brushless D.C. motor. **UPEC 1986 Proceedings** p. 371-4 1986.
- [12] KENJO, T. ; NAGAMORI S. **Permanent-magnet and brushless DC motors**. Oxford, Clarendon Press, 1985.

- [13] OLIVEIRA A. M. **Técnicas de modelação e controle de motores de imãs permanentes para propulsão naval.** São Paulo, 1993. Tese (Doutorado) - Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.
- [14] HARMIN, S. **Etude analytique de machines synchrones a aimants permanents.** Grenoble, 1993. 125 p. Thèse (Doctorat) - L'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [15] ZHU, Z. Q.; HOWE, D.; BOLTE, E.; ACKERMANN, B. Instantaneous magnetic field distribution in brushless permanent magnet DC motors, Part I: Open circuit field. **IEEE Transaction on Magnetics**, v. 29, n.1, p. 124-35, Jan. 1993.
- [16] NASAR, S.A.; XIONG, G. Determination of the field of a permanent-magnet disk machine using the concept of magnetic charge. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 24, n.3, p. 2038-44, May 1988.
- [17] XIONG, G.; NASAR S.A.. Analysis of fields and forces in a permanent magnet linear synchronous machine based on the concept of magnetic charge. **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 25, n.3, p. 2713-19, May 1989.
- [18] METZGER, K. **Eisenlose elektronisch kommutierte Gleichstromantriebe für Hochgeschwindigkeits-Schwungringe.** Darmstadt, 1977. 129 p., Dissertation Technische Hochschule.

- [19] DAUD, A. K. **Theoretische und Experimentelle Untersuchungen anbürstenlosen Einstrang-Gleichstrommotoren.** Berlin, 1989. 153 p. Dissertation Technische Universität Berlin 1989.
- [20] STRATTON, J.A. **Electromagnetic theory.** New York , McGraw-Hill, 1941.
- [21] BOULES, N. Prediction of no-load flux density distribution in permanent magnet machines. **IEEE Transactions on Industry Applications**, v. 21, n.4, p. 633-43 May/June 1985.
- [22] BOULES, N. Two dimensional field analysis of cylindrical machines with permanent magnet excitation. **IEEE Transaction on Industrial Applications**, v. 20, p. 1267-77, Sept/Oct. 1984.
- [23] DE LA REE ,R., BOULES, N. Induced voltage harmonic reduction of PM cylindrical machines In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON INDUSTRIAL APPLICATIONS**, Seattle, 1990. **Proceedings.** p. 152-6
- [24] HAGUE, B. **The Principles of electromagnetism applied to electrical Machines.** New York: Dover, 1962.
- [25] KOSTENKO, M.; PIOTROVSKY, L. **Electrical machines: alternating current machines** , 3. ed. Moscow, Mir, 1977, v. 2.

- [26] HANSELMAN, D. HUNG ,Y. J. ; KESHURA .M. Jr. Torque Ripple analysis in brushless permanent magnet motor drives. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES,. Manchester, 1992 **Proceedings**, v. 2. p. 823-7.
- [27] PILLAY, P.; BOSE,B.K.; JAHNS,T.M.; LORENZ, R.D.; PFAFF, G.; PILLAY P.; RASHID, M.H.; SEBASTIAN T.; SLEMON G.R. In: INDUSTRY APPLICATIONS SOCIETY CONFERENCE. San Diego 1989, Performance and design of permanent magnet AC motor drives. **Tutorial Course** October 1989.
- [28] SCHIFERL, R. **Design considerations for salient pole, permanent magnet synchronous motors in variable speed drive applications**. Wisconsin, 1987. 494 p. Thesis ( PhD) University of Wisconsin.
- [29] BRISSONEAU, P.;LEBOUC, D. Core losses with trapezoidal wave form of induction. **IEEE Transaction on Magnetics**, v.20, n.5, p. 1484-6, Sept. 1984.
- [30] FIORILLO, F.; NOVOVIKOV ;A. An improved approach to power losses in magnetic laminations under nonsinusoidal induction waveform. **IEEE Transaction on Magnetics**, v. 26, n. 5, p.2904-10, Sept. 1990
- [31] SLEMON G. R., LIU, X. Core losses in permanent magnet motors. **IEEE Transaction on Magnetics**, v. 26, n. 5, p.1653-5, Sept. 1990.

- [37] HESMONDHALGH, D.E.; TIPPING D. .Slotless construction for small synchronous motor using samarium cobalt magnets. **IEE Proceedings**. Pt.B ,v. 129, n.5, p. 251-61 Sept. 1982.
- [38] TAKAHASHI, I.; KOGANEAWA, T.;SU, G.; OHYAMA, K. A super high speed PM motor drive system by a quasi-current source inverter **IEEE Transaction on Industry Applications**, v. 30, n. 3, p.683-90, May/June 1994.
- [39] LIN DE FANG; MIRAQUI, A.; PHAM, H. P.; KAUFMANN, J. M. Investigation of optimal magnetic circuits of permanent magnet synchronous machines. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON THE EVOLUTION AND MODERN ASPECTS OF SYNCHRONOUS MACHINES . **Proceedings** 1991 v. 3, p. 1098-103, Aug. 1991.
- [40] LAJOIE-MAZENC, M.; NOGAREDE, B.;FAGUNDES J.C. Analysis of torque ripple in electronically commuted permanent magnet machines and minimization methods In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES AND DRIVES. 1989 **Proceedings**. p. 85-90,
- [41] TAVARES, A.A. **Projeto e análise de motores a ímãs permanentes de comutação eletrônica** Florianópolis. 1989. Dissertação (Mestrado) Universidade Federal de Santa Catarina .
- [42] LI, T. SLEMON, G. Reduction of cogging torque in permanent magnet motors **IEEE Transactions on Magnetics**, v. 24, n. 6, p. 2901-3, Nov. 1988.

- [32] **ERRARD, S. Determination et analyse des pertes supplémentaires développées dans les toles des machines alimentées par convertisseur statique.** Grenoble, 1993. 76 p. Thèse (Doctorat) - L'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [33] **TEIXEIRA, J.C. Etude des machines synchrones à aimants permanents fonctionnant en réduction de flux.** Grenoble, 1993. 173 p. Thèse (Doctorat) - L'Institut National Polytechnique de Grenoble.
- [34] **MADAWALA, U.K. ; GREEN A.W.; BOYS J.T. A brushless ironless DC machine.** In: **INTERNATIONAL CONFERENCE ON POWER ELECTRONICS AND VARIABLE SPEED DRIVES, 4Th,** London, 1990. **Proceedings.** p. 440-5 .
- [35] **BASTOS, J. P.A Eletromagnetismo e cálculo de campos.** Florianópolis, Editora da UFSC1989.
- [36] **WEHDE, H.P.; SINDLINGER. R.S. Rare-earth-cobalt magnets, breakthrough to a new generation of drive motors and magnetic bearings for high speed motors.** In: **INTERNATIONAL WORKSHOP ON RARE-EARTH COBALT PERMANENT MAGNET AND THEIR APPLICATIONS, Second,.** 1976 **Proceedings** p. 317-30.

- [43] ISHIKAWA, T. SLEMON, R. G. A method of reducing ripple Torque in permanent magnet motors without skewing **IEEE Transactions on Magnetics**. v. 29, n.2., p. 2028-31, Mar.1993.
- [44] CARLSON, R. Ripple de torque em máquinas síncronas com ímãs permanentes e comutação eletrônica: causas e soluções In: SEMINÁRIO INTERNACIONAL DE MOTORES ELÉTRICOS E ACIONAMENTOS REGULÁVEIS, 2º, São Paulo, 1991. **Anais**. São Paulo, ABINEE TEC'91. v.4, p. 65-75
- [45] LIWISCHITZ, M. **Calcolo e determinazione delle dimensioni delle macchine elettriche**. Milano, Ulrico Hoepli, 1964.
- [46] EFCAD **Progama computacional de elementos finitos**. ,Grucad, UFSC, 1992.
- [47] PAULA, P.P.; OLIVEIRA, A.M. Satic torque/rotor position characteristic of a 100 HP PM brushless DC motor prototype: results of tests. In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, Paris, 1994. **ICEM 94 Proceedings**. Paris, ICEM, 1994. v. 2 p. 639-43.
- [48] GOLDEMBERG, C.; LOBOSCO, O.S. Results of test on a prototype for Large converter-fed Permanent Magnet Motors In: INTERNATIONAL CONFERENCE ON ELECTRICAL MACHINES, Manchester, 1992. **ICEM 92 Proceedings**. Manchester. UMIST, 1992. v. 2 p. 766-70.



- [49] Abe N.M. **Simulação de estruturas ferromagnéticas de ímãs permanentes pelo método dos elementos finitos: uma nova abordagem.** São Paulo, 1992. 106p. Dissertação (Mestrado)- Escola Politécnica, Universidade de São Paulo.