



AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE
DE SÃO PAULO

**ESTUDO DOS PROBLEMAS TÉRMICOS EM LASERS DE
ESTADO SÓLIDO BOMBEADOS POR DIODOS
SEMICONDUCTORES**

MANUEL LOPES FILHO

**Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Mestre em Ciências na Área de
Tecnologia Nuclear – Aplicações**

**Orientador:
Dr. Niklaus Ursus Wetter**

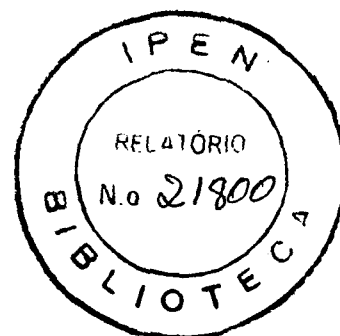
**São Paulo
1999**

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E
NUCLEARES

AUTARQUIA ASSOCIADA A UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ESTUDO DOS PROBLEMAS
TÉRMICOS EM LASERS DE
ESTADO SÓLIDO BOMBEADOS
POR DIODO SEMICONDUTOR

MANUEL LOPES FILHO



**Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para a obtenção do Grau de
Mestre na Área de Tecnologia Nuclear**

Orientador:

Dr. Niklaus Ursus Wetter

SÃO PAULO

1999

Às minhas mulheres, Giselle e Alice, e
aos meus pais.

AGRADECIMENTOS

À Fundação de Amparo a Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) pelo financiamento do projeto de pesquisa, no qual participei.

À Fundação CAPES, por ter me concedido a bolsa de estudo.

Ao Dr. Niklaus Ursus Wetter, pela compreensão e constante apoio.

Ao Dr. Edison Puig Maldonado pelos dialogos sempre proveitosos.

À Msc. Isilda Marcia Raniere e Dra. Sônia Baldocchi pelos cristais de Nd:YLF e LIF.

Ao Dr. Nilson Dias Vieira Jr. por ter me recebido e aceito no grupo de ótica.

Aos meus colegas bolsistas Luis, Carmem, Gregório, Fábio, Sandro, Artur, Luciano, Paulo B., Paulo S., Marcos, Augusto, Anderson, Eduardo, Roberto, Décio pela amizade e ajuda.

À Dra. Martha Vieira pelo apoio e compreensão.

À Dra. Lilia Coronato Courrol pelo apoio.

Às secretárias Elza e Edna.

Ao pessoal da oficina mecânica, Marco e Paulo, pelas inúmeras peças confeccionadas.

Ao Dr. Jessé Eduardo C. Nogueira e ao José Tort pelo apoio técnico de eletrônica ao nosso laboratório.

ESTUDO DOS PROBLEMAS TÉRMICOS EM LASERS DE ESTADO SÓLIDO BOMBEADOS POR DIODO SEMICONDUTOR

MANUEL LOPES FILHO

RESUMO

O laser de diodo permite usar geometrias especiais de bombeamento ótico para cristais de estado sólido. Em particular o bombeamento longitudinal possibilita uma ótima sobreposição entre o modo espacial do feixe de bombeamento e o modo intracavidade, favorecendo a obtenção de modos únicos e diminuindo as distorções óticas. Apesar da alta eficiência encontrada, uma parcela significativa da potência do bombeamento é convertida em calor.

O aquecimento não uniforme do meio ativo gera tensões mecânicas e distorções óticas. Em lasers de alta potência, estes efeitos são dominantes. A fratura do meio ativo por tensões mecânicas representa o limite superior para o aumento da potência do bombeamento. A previsão das distorções óticas induzidas é de extrema importância para o projeto de ressonadores.

Neste trabalho nós analisamos as distorções óticas induzidas em cristais de LiF:F²⁺ e Nd:YLF bombeados por diodos lasers. Os cristais utilizados neste trabalho têm a forma retangular com a superfície, pela qual ocorre o bombeamento, cortada em ângulo de Brewster. Utilizamos lasers de diodo formado por arranjos unidimensionais de 24 emissores, tendo dimensão total de 1 cm por 1 μ m e portanto altamente assimétricos. O feixe emitido pôr estes diodos tem comprimento de onda $\lambda=792$ nm and $\lambda=960$ nm. O campo de temperatura e tensão no cristal foram calculados pelo método dos elementos finitos. Com este resultado, é calculado a diferença de caminho ótico (OPD) induzida pelo campo de temperatura e deslocamento para as duas polarizações (π e σ no caso de Nd:YLF) do feixe de análise. A OPD calculada é comparada com medidas experimentais de OPD em um interferômetro, de Twyman-Green com dupla passagem.

STUDY OF THE THERMAL DISTORTIONS INDUCED IN SOLID STATE LASERS PUMPED BY SEMICONDUCTOR DIODES

MANUEL LOPES FILHO

ABSTRACT

Using laser diodes, it is possible to use special pumping geometries. In particular the end-pumping scheme enables one to achieve excellent overlap between the spatial-mode of the pump laser and the cavity-mode, which is specially helpful in single-mode operation, and reduces optical distortion. Although high optical efficiency is achieved, there remains an expressive parcel of pumped power, which is converted into heat.

The non-uniform heating of the active medium generates mechanical stress and optical distortion. In high power solid-state laser, these thermal problems are dominant. The thermal stress fracture is the upper limit when increasing the power of the pump laser. Also, the ability to forecast the induced optical distortions is very important for any serious resonator project.

In this work we analyze the induced optical distortion in LiF:F₂ and Nd:YLF crystals, pumped by a laser diode. The crystals have a slab geometry with the pumped face cut at Brewster angle. The pumping scheme is longitudinal, and the laser diodes is a one-dimensional array of 24 emitters, with dimensions of 1 cm x 1 micron and with emitting wavelength of $\lambda=792$ nm and $\lambda=960$ nm. The electric field of the pump beam is parallel to the emitters and is aligned along the crystal c-axis.

The temperature and stress fields inside the crystals are calculated by the finite element method. After this calculation, the optical path difference (OPD) induced by the temperature and the displacement fields is calculated for the possible beam polarizations (π e σ in the case of Nd:YLF) of an analyzing beam. The calculated OPD is compared to the experimentally measured OPD in a double-pass Twyman-Green interferometer.

Conteúdo

1. Introdução	7
2. Oscilador Laser	9
2.1. Amplificador Ótico	9
2.1.1. Absorção por Transições Estimuladas	11
2.2. Ressonador Ótico e Modos do Campo Eletromagnético	14
2.3. Estabilidade do Ressonador na Presença de uma Lente Fina.	17
3. Teoria da Elasticidade	19
3.1. Deslocamento e Tensor de Deformação	19
3.2. Tensor de Tensão Mecânica	24
3.3. Lei de Hooke Generalizada	29
3.4. Termodinâmica da Deformação	32
3.5. Difusão Térmica	34
4. Propriedades do Meio Ativo	36
4.1. Simetria e Propriedades Físicas	36
5. Distorções Óticas e OPD	40
5.1. Distorções Óticas de Origem Térmicas	40
6. Modelamento Matemático dos Problemas Térmicos	43
6.1. Introdução ao Método dos Elementos Finitos	43
7. Simulações e Experimentos	47
7.1. Arranjo Experimental	48
7.1.1. Bombeamento por Diodo Laser	48
7.1.2. Interferômetro e Medidas de OPD	52
7.2. Averiguação do Método de Análise	57
7.3. Análise Térmicas em Cristais de LiF:F₂⁻ e Nd:YLF	64
7.3.1. Simulações para o LiF:F ₂ ⁻	65
7.3.2. Análise dos Efeitos Termo-Mecânicos no YLF	78
8. Conclusões	83
9. Referências	85

1. INTRODUÇÃO

O grupo de ótica do IPEN/SP, tem longa tradição em lasers de alta potência bombeados por lâmpadas. Seguindo a uma tendência mundial o bombeamento por lâmpada está sendo gradativamente substituído por diodos lasers. Apesar da alta eficiência de conversão ótica, uma parcela significativa da energia de bombeamento é convertida em calor. O aquecimento não uniforme do meio ativo, induz tensões mecânicas e distorções óticas. Para a obtenção de lasers de alta potência, os problemas térmicos são extremamente significativos e têm como limite a fratura do meio ativo por tensão mecânica induzido.

A fratura e a conseqüente perda dos cristais é um problema grave para nós, uma vez que a preparação de um cristal laser é um processo demorado, que requer muitas semanas de trabalho. A iminente fratura do cristal de fluoreto é difícil de ser detectada através de métodos simples, ao contrário dos cristais de óxido onde este efeito se manifesta através da formação de uma lente termicamente induzida no cristal de distância focal curta. No fluoreto, esta mesma lente é de distância focal muito longa. Particularmente em lasers de alta potência, os modelos mais tradicionais adotados em bombeamento por lâmpadas não são válidos para o bombeamento por diodos, a não ser em casos particulares. Devido às particularidades de propagação do feixe do diodo, e a geometria do meio ativo, não é possível fazer simplificações suficientes para a obtenção de modelos analíticos para os problemas térmicos, válidos para a variedade de arranjos laser desenvolvidos pelo grupo. Nesta situação, tivemos a necessidade de desenvolver uma ferramenta computacional para previsão dos problemas térmicos induzidos em lasers bombeados longitudinalmente por diodos.

Procurando entender este problema mais a fundo consultamos a literatura especializada e pudemos constatar que existem poucos trabalhos realizados especificamente para os cristais de Nd:YLF. Projetamos portanto um experimento que pudesse dar condições para se averiguar os resultados das simulações numéricas feitas pelo programa. Este experimento permite a visualização da OPD (Optical Path

Difference) induzida pelo bombeamento nas duas direções (π e σ) do cristal, com grande precisão.

2. OSCILADOR LASER

Osciladores laser, são dispositivos capazes de gerar feixes de luz com características bastantes particulares como por exemplo, alto grau de coerência espacial e temporal, altíssima intensidade de campo, baixa divergência e alto poder de focalização. Devido a estas características especiais, estes lasers tem encontrado cada vez mais uso em quase todas as áreas da atividade humana. Exemplos são aplicações industriais, na medicina, engenharia, metrologia, geologia e muitos outros. Famosos exemplos específicos são o corte e a soldagem de metais com laser de alta potência, holografia, medida de distâncias, determinação do fluxo de fluidos e partículas.

Neste capítulo será apresentado o princípio básico do funcionamento de um oscilador laser de estado sólido. Em linhas gerais um oscilador laser é formado por um amplificador e um ressonador ótico. O amplificador ótico é formado por um meio ativo e um sistema de bombeamento ótico. O ressonador é basicamente formado por espelhos curvos ou planos, que funcionam como um elemento de realimentação seletivo, o qual permite que somente modos de oscilação do campo eletromagnético característicos do ressonador sejam amplificados pelo meio ativo, mantendo coerente a fase. É exibido também uma descrição mais detalhada do ressonador ótico, bem como o efeito de uma lente fina sobre a sua estabilidade.

2.1. AMPLIFICADOR ÓTICO

Todo sistema atômico tais como átomos, moléculas e ions só podem existir em estados discretos de energia; estes estados caracterizam uma configuração de energia do sistema, como por exemplo uma determinada distribuição de ocupação eletrônica ou de estados vibracionais. Uma mudança de configuração do sistema, é chamada de transição e é normalmente caracterizada por uma variação discreta de sua energia, a qual está associada à absorção ou emissão de fótons ou fônons. A frequência associada ao fóton ou fônon emitido na transições de estados é dada pela relação seguinte de Bohr.

$$(1) \quad E_2 - E_1 = h\nu_{21}$$

Onde E_2 e E_1 são as energias associadas aos estados 2 e 1 respectivamente, e ν_{21} é a frequência do fóton transmitido e h é a constante de Plank (ver a figura 1). Materiais macroscópicos, como sólidos, podem ser aproximados por uma coleção de sistemas atômicos idênticos. Em um estado de equilíbrio térmico, os sistemas atômicos com estado de menor energia são mais densamente populados e obedecem à distribuição de Boltzman, equação (2).

$$(2) \quad \frac{n_2}{n_1} = \frac{g_2}{g_1} e^{-\left(\frac{E_2 - E_1}{kT}\right)}$$

Na equação acima está representado o equilíbrio térmico de um conjunto de átomos, à temperatura T , com densidade de átomos n_1 e n_2 ocupando os níveis de energia E_1 e E_2 , e que possuem degenerescência g_1 e g_2 . Um fóton, com frequência ν_{21} , ao interagir com este sistema atômico é absorvida, e promove as transições dos estados de menor energia para um de maior energia. Para as frequências típicas de laser de estado sólido (infravermelho), normalmente estas transições eletrônicas ocorrem nas camadas mais externas (níveis de valência) dos átomos ou moléculas que compõem o meio ativo. Uma outra análise do equilíbrio de uma sistema de átomo, com níveis de energia E_1 e E_2 , com um campo eletromagnético, foi dada por Einstein, através dos conceitos de absorção estimulada, e emissão estimulada e espontânea.

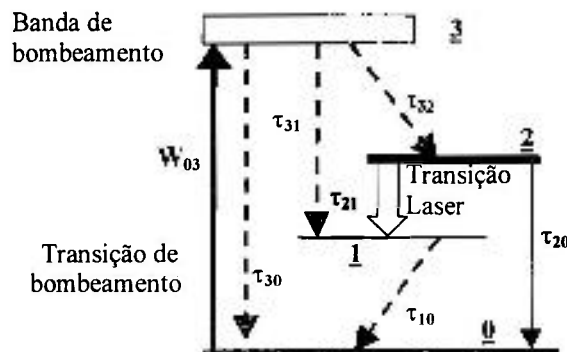


figura 1) Diagrama simplificado de um sistema de quatro níveis eletrônico, típico de meios ativos dopados com terras raras.

Nesta análise, a absorção da radiação eletromagnética, de frequência ν_{12} , por um material é proporcional à densidade de energia ρ_E do campo e à densidade de

população n_1 do nível de menor energia. Para a emissão existe a contribuição de dois termos, o primeiro, denominado emissão estimulada, que é proporcional a densidade de energia ρ_E , e densidade da população n_2 do nível 2, e segundo é denominado emissão espontânea e que é proporcional a probabilidade da transição dos níveis 1 e 2 e a densidade de população n_2 . Para o equilíbrio térmico o decréscimo da população n_2 deve ser igual a aumento da população n_1 , conforme a equação (3), ilustrada na figura 1). Adicionalmente, em um estado de equilíbrio térmico, a variação da população dos níveis 1 e 2 devem ser estatisticamente nulas.

$$(3) \quad -\frac{\partial n_1}{\partial t} = \frac{\partial n_2}{\partial t} = -n_2(B_{21}\rho_E(\nu) + A_{21}) + B_{12}\rho_E(\nu)n_1 = 0$$

Onde B_{12} e B_{21} são constantes de proporcionalidade, para a absorção e emissão estimulada e A_{21} é a probabilidade da transição espontânea do nível 2 para o nível 1. Da equação acima, é obtida uma função para a densidade de energia $\rho_E(\nu)$ em termos das população n_1 e n_2 e dos coeficientes de Einstein A_{12} , B_{12} e B_{21} , esta equação pode ser identificada termo a termo com equação de Plank para a radiação de corpo negro conforme [12], e é obtido deste procedimento a seguinte relação para os coeficientes de Einstein

$$(4) \quad \frac{A_{21}}{B_{21}} = \frac{8\pi\nu^2 h\nu}{c^3} \quad \frac{B_{21}}{B_{12}} = \frac{g_1}{g_2}$$

Onde ν é a frequência do campo eletromagnético, c é a velocidade da luz no meio.

2.1.1. ABSORÇÃO POR TRANSIÇÕES ESTIMULADAS

Na equação (3) foi assumido que a largura espectral da transição entre os níveis 1 \rightarrow 2 é extremamente estreita com frequência ν_{12} . Considerando o efeito de alargamento pode-se representar a população do nível 2 como uma função da frequência $N(\nu)=g(\nu)N_2$, onde $g(\nu)$ é chamada de função de forma, que, para o alargamento homogêneo, é dada pela distribuição de Lorentz, equação (5). Este tipo de alargamento é devido principalmente à agitação térmica e ao tempo de vida da transição.

$$(5) \quad g(\nu) = \frac{\Delta\nu}{2\pi} \left[(\nu - \nu_0)^2 + \left(\frac{\Delta\nu}{2} \right)^2 \right]^{-1}$$

A mudança do número n_1 de elétrons com energia E_1 pode ser expressa em termos da densidade espectral de energia $\rho_E(\nu)$, pela multiplicação de ambos os lados da equação (3) pela energia $h\nu$ de cada fóton, e pelo fator de forma $g(\nu)$. Considerando apenas a contribuição do termo de absorção estimulada, obtém-se uma relação de taxa para a densidade de fóton dentro do meio ativo. Considerando que o feixe se propaga ao longo do meio a equação de taxa pode ser expressa em termo de variações espaciais usando a relação $dt=dx/c$, onde c é a velocidade da luz no meio. Obtém-se assim a equação (6).

$$(6) \quad -\frac{\partial}{\partial t}(\rho(\nu)) = -c \frac{\partial}{\partial x}(\rho(\nu)) = \rho_E(\nu) B_{21} h\nu g(\nu) \left(\frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right)$$

Resolvendo a equação acima em termo de ρ , obtém-se a expressão para a absorção ótica exponencial, no equilíbrio térmico, dentro do meio ativo, equação (7). Onde α é coeficiente de absorção ótica e que é dado pela relação (8).

$$(7) \quad \rho(\nu) = \rho_0(\nu) \exp(-\alpha(\nu)x)$$

$$(8) \quad \alpha(\nu) = \left(\frac{g_2}{g_1} n_1 - n_2 \right) \sigma_{21}(\nu)$$

$$(9) \quad \sigma_{21} = \frac{c^2}{8\pi\tau_{21}\nu^2} g(\nu)$$

Onde σ_{21} é a seção de choque para a emissão estimulada para a transição $2 \rightarrow 1$, c é a velocidade da luz no meio.

Da equação (7) pode-se ver que se a diferença de população $(g_2/g_1)n_1 - n_2$ for maior que zero, o coeficiente de absorção será positivo e um feixe que se propaga através deste meio sofrerá absorção exponencial, se a diferença de população for zero o meio será transparente e se for negativo, o feixe será amplificado.

De acordo com a distribuição de Boltzman, uma coleção de átomos em equilíbrio térmico possui, uma menor população nos níveis de mais alta energia, resultando

sempre em processo de absorção da radiação incidente. Porém é possível encontrar uma situação transitória ou estacionária onde a população n_2 é maior que $(g_2/g_1)n_1$, de tal forma que um feixe incidente seja amplificado. Em um primeira análise da dinâmica da amplificação ótica é suficiente adotar um modelo simplificado da distribuição eletrônica, de um meio ativo real. Para materiais dopados com terras raras, como Nd:YAG, Nd:YLF, a estruturas dos níveis eletrônicos pode ser aproximada por um esquema de quatro níveis eletrônicos como mostrado na figura 1).

Em um sistema de quatro níveis o nível 3 é formado por um conjunto de subníveis próximos entre si e é designado como banda de bombeamento. Este nível é mantido populado por absorção de fótons pelo nível fundamental. A transições $3 \rightarrow 2$ e $1 \rightarrow 0$, são não radiativas e rápidas, ou seja, τ_{32} (tempo de vida do nível 3 considerando a transição $3 \rightarrow 2$) e τ_{10} são pequenos, enquanto a transição $2 \rightarrow 1$ é muito lenta (τ_{21} grande), desta forma enquanto o nível 2, é constantemente populado pelo decaimento da banda de bombeamento, o nível 1 é depopulado pelo decaimento através da transição $1 \rightarrow 0$. Através deste processo é mantida um inversão de população entre os níveis 1 e 2, denominados níveis lasers inferior e superior, respectivamente. Neste regime pode-se considerar que a população n_3 e n_1 dos níveis, 3 e 1 são aproximadamente zero. A variação da população, n_2 , do nível laser superior devido a interação com um campo eletromagnético de intensidade I , é dada pela equação de taxa, dada pela equação abaixo, conforme [12], a qual é obtida da equação (3).

$$(10) \quad \frac{d}{dt} n_2 = W_p (n_{tot} - n_2) - \frac{n_2}{\tau_2} - n_2 \sigma_{21} \phi c$$

Onde ϕ é a densidade de fóton, n_2 é a população do nível 2, c é a velocidade da luz, e n_{tot} população total, que é dada por $n_{tot} = n_0 + n_1 + n_2 + n_3 \approx n_0 + n_2$.

W_p é taxa efetiva de bombeamento, ou eficiência quântica, e é dada por

$$(11) \quad \frac{W_p}{W_{03}} = \left(1 + \frac{\tau_{12}}{\tau_{32}} + \frac{\tau_{12}}{\tau_{30}} \right)^{-1} \leq 1$$

e τ_2 é o tempo de vida do nível laser, considerando todos os canais espontâneos e é dado por

$$(12) \quad \frac{1}{\tau_2} = \frac{1}{\tau_{20}^{espont.}} + \frac{1}{\tau_{21}^{espont.}}$$

2.2. RESSONADOR ÓTICO E MODOS DO CAMPO ELETROMAGNÉTICO

Um ressonador laser típico é formado por uma cavidade aberta, composta por dois espelhos curvos ou planos colocados face a face, figura 2). No ressonador somente as ondas capazes de se auto reproduzirem após inúmeras reflexões no espelhos podem ser amplificadas após a inserção do meio ativo, resultando em uma onda eletromagnética estacionária. Estas ondas se propagam com pequeno ângulo de divergência e a curvatura da frente de onda coincide com a dos espelhos ao atingi-los.

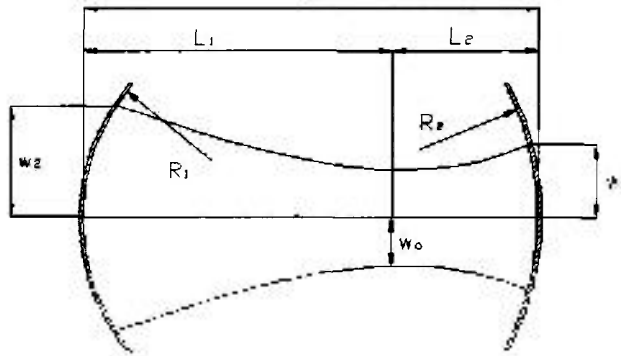


figura 2) Cavidade laser com espelhos de diferentes raio de curvatura

A análise dos modos estacionários em ressonador pode ser feita pela solução da equação de onda escalar, equação de Helmholtz (13). Para uma onda eletromagnética monocromática de frequência ω , ($\mathbf{E}' = \mathbf{E}(x,y,z)\exp(-i\omega.t)$) e desconsiderando-se a dimensão finita dos espelhos, que aparecem como perdas por difração, pode-se usar aproximação paraxial para o feixe intracavidade, com uma das componentes do campo elétrico dada por $E = \psi(x,y,z)\exp(-ik_z.z)$, resultando em uma onda propagante na direção z com distribuição da amplitude concentrada próxima ao eixo z dada por $\psi(x,y,z)$.

$$(13) \quad \nabla^2 \vec{E} + k^2 \vec{E} = 0$$

Onde $k=2\pi/\lambda=\omega n/c$ é a constante de propagação e λ é o comprimento de onda e c a velocidade da luz no vácuo e n é o índice de refração do meio ativo.

As soluções da equação de Helmholtz para este ressonador, correspondem a campos elétricos oscilantes com determinadas distribuições de amplitudes denominadas modos transversais de oscilação. Cada um destes possíveis modos de oscilação é caracterizado por índices lm , que caracterizam as funções que descrevem a distribuição de amplitude $\psi_{lm}(x,y,z)$ do campo elétrico oscilante. Cavidades com espelhos esféricos, correspondem a solução de (13) em um sistema de coordenadas cilíndricas, onde a amplitude do campo elétrico é dada pela multiplicação de uma função gaussiana, em r , por polinômios de Laguerre, L_{lm} , conforme a equação (14). Qualquer modo de oscilação dentro da cavidade pode ser representado por uma combinação dos modos fundamentais de oscilação.

$$(14) E_{lm}(r, \varphi, z) = E_0 \frac{w_0}{w(z)} \left(\sqrt{2} \frac{r}{w(z)} \right)^l L_l \left(2 \frac{r^2}{w(z)^2} \right) \exp \left(-\frac{r^2}{w(z)^2} - i \left(kz + l\varphi - \Phi(z) + \frac{\pi}{2} \right) \right)$$

com

$$(15) w(z) = w_0 \sqrt{1 + \left(\frac{\lambda z}{\pi w_0^2} \right)^2}$$

$$(16) R(z) = z \left(1 + \left(\frac{\pi w_0^2}{\lambda z} \right)^2 \right)$$

Onde z é a direção de propagação, r e φ são as coordenadas polares do plano transversal a direção de propagação. A distribuição radial de intensidade é normalizada de tal forma que $w(z)$ corresponda ao raio ao qual a amplitude do campo elétrico cai de $1/e$, sendo denominada cintura de feixe. $R(z)$ é o raio de curvatura da frente de onda e $\Phi(z)$ a diferença de fase, sobre o eixo z , entre o feixe gerado pelo ressonador e uma onda plana.

O campo elétrico oscilante intracavidade de menor divergência é denominado modo TEM_{00} ou feixe gaussiano, e é caracterizado por uma distribuição de amplitude gaussiana dada pela equação (14), com os índices $l=m=0$. Na figura 3 é representada a cintura de feixe de um feixe gaussiano.

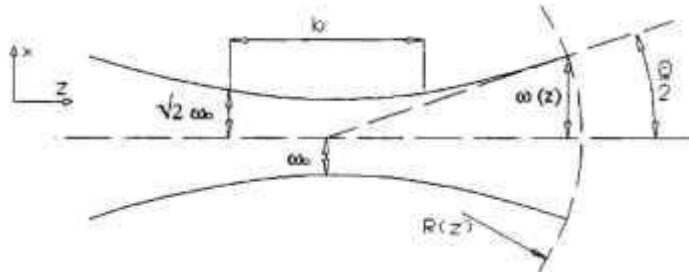


figura 3) Cintura de feixe para o modo TEM₀₀.

A equação (14) é expressa usualmente em termo da radiança, ou seja, fluxo de energia por unidade de área por unidade de tempo, e assim pode-se expressar o modo TEM₀₀, da forma apresentada pela equação (17). Onde P₀ é a potência total do feixe.

$$(17) I(x, y, z) = \frac{2P_0}{\pi w^2(z)} \exp\left(-2\left(\frac{x^2}{w^2(z)}\right)\right)$$

A expressão (15) para a cintura de feixe assume o seu menor valor em z igual a zero, com $w = w_0$, nesta região o raio de curvatura da frente de onda é infinito, ou seja é uma onda plana. Denomina-se como região confocal b, a faixa em torno de $z = 0$, onde a variação da cintura de feixe é menor que $\sqrt{2}w_0$, sendo dada por $b = 2\pi w_0^2/\lambda$, onde λ é comprimento de onda. Para o campo distante tem-se que o ângulo de divergência é constante e é dado por $\theta = 2\lambda/\pi w_0$, o raio de curvatura (16) é igual a distância z, medida a partir da posição onde a cintura de feixe é mínima.

As expressões para os modos de alta ordem do campo elétrico dadas pela equação (14) são muito complexas. Considerando o ponto de vista prático, onde se necessita ajustar dados experimentais a funções teórica, o uso destas expressões em projeto laser é pouco viável. Uma aproximação muito usada para representar perfis de intensidade de campo de alta ordem, é a de feixes gaussiano com um parâmetro de correção de qualidade de feixe M². Este parâmetro entra na equação de cintura de feixe conforme mostrada na equação (18) [27]. O efeito deste termo é alargar a cintura de um feixe gaussiano ideal por um fator de M. Desta forma qualquer combinação de modos TEM pode ser aproximado através desta função. Apesar desta aproximação não representar

o perfil de intensidade da frente de onda dos modos de alta ordem, ele oferece uma boa aproximação para a propagação do feixe.

$$(18) \quad w(z) = w_o \sqrt{1 + \left(\frac{M^2 \lambda z}{\pi W_o^2} \right)^2}$$

A análise de modos feitas anteriormente se refere a cavidades com um eixo de simetria, porém cavidade limitadas por espelhos cilíndricos cruzados, ou fortemente astigmática, possuem modos de oscilação com simetria elíptica, conforme [6]. Neste ressonador os modos do campo eletromagnético possuem cintura de feixe elípticos, e com cintura de feixe mínima nas direções x e y localizadas em posições diferentes, z_{ox} e z_{oy} respectivamente, conforme mostrada nas equações (20) e (21). Na equação (19) é mostrada a irradiação de um feixe laser de uma cavidade formada por espelhos cilíndricos cruzados, onde se usou a aproximação de M^2 , descrita no parágrafo anterior.

$$(19) \quad I(x, y, z) = \frac{2P_z}{\pi w_x(z) w_y(z)} \exp\left(-2\left(\frac{x^2}{w_x^2(z)} + \frac{y^2}{w_y^2(z)}\right)\right)$$

$$(20) \quad w_x(z) = w_{ox} \sqrt{1 + \left(\frac{M_x^2 \lambda (z - z_{ox})}{\pi W_{ox}^2} \right)^2}$$

$$(21) \quad w_y(z) = w_{oy} \sqrt{1 + \left(\frac{M_y^2 \lambda (z - z_{oy})}{\pi W_{oy}^2} \right)^2}$$

2.3. ESTABILIDADE DO RESSONADOR NA PRESENÇA DE UMA LENTE FINA.

Nem todos os arranjos de espelhos produzem campo auto reprodutivos, de tal forma que somente algumas combinações de espelhos com raios R_1 e R_2 e distância L entre eles permitem modos com baixa perdas existam no ressonador. Em um ressonador estável R_1 , R_2 e L devem ser satisffeito o seguinte critério de estabilidade [12].

$$(22) \quad 0 < \left(1 - \frac{L}{R_1}\right) \left(1 - \frac{L}{R_2}\right) < 1$$

Fazendo $g_1 = 1 - (L/R_1)$ e $g_2 = 1 - (L/R_2)$ esta relação pode ser expressa como $0 < g_1 g_2 < 1$.

Em um ressonador ativo a introdução do meio ativo altera o comprimento ótico da cavidade, a qual pode perturbar o modo de oscilação. O meio ativo exhibe, além de ganho saturável e não uniforme, distorções óticas de origem térmicas. O processo de bombeamento e refrigeração do meio pode gerar aquecimento não uniforme do meio ativo, distorcendo a estrutura do modo. Em um meio ativo em forma de bastão com bombeamento uniforme, a deformação e variação do índice de refração resultante do aquecimento, equívalem a uma lente com distância focal f , a qual é inversamente proporcional a potência do bombeamento. Porém, para meios ativos com outras geometria retangular, as distorções óticas podem assumir formas mais complexas, mas que em uma primeira análise podem ser aproximada por uma lente astigmática de distâncias focais f_x e f_y . A estabilidade de um ressonador com um elemento ótico interno, como lente termicamente induzida, pode ser encontrada através do cálculo dos parâmetros g_1 e g_2 , conforme as relações abaixo.

$$(23) \quad g_1 = 1 - \frac{L_2}{f_i} - \frac{L_o}{R_1} \quad g_2 = 1 - \frac{L_1}{f_i} - \frac{L_o}{R_1}$$

onde $i = x, y$, f_i é a distância focal da lente térmica na direção i , $L_o = L_1 + L_2 - (L_1 L_2)/f$ e L_1 e L_2 são as distâncias entre os espelhos M_1 e M_2 e a lente. Novamente o ressonador é estável para $0 < g_1 g_2 < 1$.

3. TEORIA DA ELASTICIDADE

A teoria da elasticidade trata da mecânica (deformação) de corpo sólidos, aproximados por um meio contínuo com propriedades elásticas. Um corpo elástico tem a propriedade de voltar a sua forma inicial, quando cessam as forças que causaram a sua deformação. De uma forma geral, todos os corpos sólidos podem apresentar propriedades elásticas desde que a deformação não exceda certos limites constitutivos do material. A propriedade elástica é caracterizada matematicamente por um sistema de equações que relacionam forças e deformação. Quando este sistema de equações é linear esta relação é denominada lei de Hooke generalizada.

Neste capítulo serão introduzidos os conceitos fundamentais da teoria da elasticidade, que será dividida em três partes: a primeira 1) introduz os conceitos geométricos da deformação como o tensor de deformação e deslocamento, a segunda 2) o conceito de equilíbrio de forças em material tensionado e na terceira 3) a relação entre deformação e tensão e as propriedades mecânicas materiais.

3.1. DESLOCAMENTO E TENSOR DE DEFORMAÇÃO

Considerando o meio elástico como um contínuo, podemos associar a cada ponto material um vetor posição \mathbf{r} , medido a partir de um sistema de coordenadas arbitrário. No seu estado inicial, livre de deformação, o vetor \mathbf{r} corresponde à posição de equilíbrio, o conjunto de todos os pontos apontados por \mathbf{r} é denominado configuração inicial. Com a ação de forças externas este corpo exhibe deformação, ou seja, sofre mudança na sua forma e volume. A descrição da deformação pode ser feita da seguinte forma: ao ser deformado um ponto material no seu estado inicial de equilíbrio apontadas por \mathbf{r} , se desloca para a posição $\mathbf{r}' = \mathbf{r} + \mathbf{u}$, onde \mathbf{u} é chamado de *vetor deslocamento*. Considera-se dois pontos A e B do corpo, muito próximos, antes da deformação, as suas posições são representadas pelos vetores \mathbf{r} e $\mathbf{r} + d\mathbf{r}$ respectivamente. Após a deformação, estes pontos se deslocam para A' e B', conforme a figura 4).

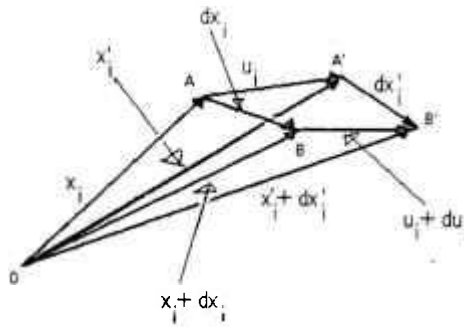


figura 4) Deslocamento dos pontos interiores de um sólido, os pontos A e B se deslocam para os pontos A' e B'. No gráfico são exibidos os vetores associados aos pontos, em termos das suas componentes, para $i = 1, 2, 3$ tem-se $x_i = x, y, z$.

As novas coordenadas x'_i e o vetor deslocamento podem ser expressos em função das antigas coordenadas x_i , desta forma, pode-se escrever $dl'^2 = (dx'_i + du'_i)^2 = dx'_i dx'_i$ com $du'_i = (\partial/\partial x_k)u'_i dx_k$, e tem-se:

$$(24) \quad dl'^2 = dx_i dx_i + 2 \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} dx_i dx_j + \frac{\partial u'_i}{\partial x_j} \frac{\partial u'_i}{\partial x_k} dx_j dx_k$$

Nesta equação o primeiro termo representa a distância inicial $dl = dx_i dx_k$ entre os pontos A e B, enquanto os outros dois a variação, $dl'^2 - dl^2$, ou seja, a diferença real entre o comprimento do segmento A'B' e AB. A equação (24) representa uma propriedade geométrica, e a mesma é geral e é válida para qualquer deslocamento de um corpo contínuo. Para o caso de pequenas deformações, onde a variação entre as distâncias é pequena comparada com a distância em si, pode-se desprezar o seu terceiro termo, que é de segunda ordem, o qual corresponde a deformações não lineares. Os materiais a serem analisados são cristais iônicos (YLF e LiF) e estes não admitem grandes deformações sem se fraturarem, ao contrário de certos materiais como metais, polímeros, e outros. Desta forma, será considerado apenas pequenos deslocamentos, e desprezaremos o terceiro termo da equação (24) que corresponde à contribuição não linear da variação do deslocamento. O segundo termo é um tensor de segunda ordem e corresponde a uma dependência linear entre dl'^2 e as coordenadas $dx_i dx_j$. Este tensor pode ser decomposto por soma em um tensor simétrico e outro antissimétrico conforme a equação (25). Na equação (24) pode ser visto que a sua soma não se altera com troca dos índices i e j , desta forma somente o termo simétrico, equação (26),

contribui para a deformação do corpo. O termo antissimétrico corresponde a rotações de corpo rígido, não contribuindo para a deformação.

$$(25) \quad \frac{\partial u_i}{\partial x_j} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right) + \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

Denomina-se o termo simétrico da relação (25) como *tensor de deformação linear* ε_{ij} e o termo antissimétrico de *tensor de rotação* ω_{ij} conforme as relações (26) e (27):

$$(26) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} + \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

$$(27) \quad \omega_{ij} = \frac{1}{2} \left(\frac{\partial u_i}{\partial x_j} - \frac{\partial u_j}{\partial x_i} \right)$$

O termo de rotação de corpo rígido (27) não entra na formulação da equação de elasticidade. Para o problema de pequenos deslocamentos, despreza-se o termo de segunda ordem da equação (24), e obtém-se a que a variação da distância dl' entre dois pontos do meio pode ser representada em termos do tensor de deformação conforme a equação (28).

$$(28) \quad dl'^2 = (\delta_{ij} + 2\varepsilon_{ij}) dx_i dx_j$$

O *vetor de deslocamento* é dado pela equação (29) sem o termo de rotação ω_{ij} . Desta forma o novo vetor posição é dado por (30):

$$(29) \quad du_i = \varepsilon_{ij} dx_j$$

$$(30) \quad dx'_i = (\delta_{ij} + \varepsilon_{ij}) dx_j$$

Até o momento foram introduzidos dois termos que serão utilizados no decorrer do trabalho, deslocamento u e o tensor de deformação ε , onde ambos são função das coordenadas (x,y,z) . Observando a equação (30), vê-se que a mesma corresponde a uma transformação afim, ou seja, uma transformação linear de coordenadas mais uma translação, onde o vetor dx'_i , tem um termo de translação linear dx_i e uma mudança de comprimento e ângulo de $\varepsilon_{ij} dx_j$. Para o cálculo das tensões mecânicas e deformação somente é considerado a variação de distâncias entre os pontos do meio material, desta forma a formulação final é feita em termos do vetor de deslocamento. Em uma

deformação geral o vetor de deslocamento \mathbf{r} é tridimensional e possui três componentes, e o tensor de deformação $\boldsymbol{\varepsilon}$, possui nove componentes conforme a relação (31), mas como o mesmo é simétrico apenas seis componentes são necessárias para a descrição da deformação.

$$(31) \quad \tilde{\boldsymbol{\varepsilon}} = \begin{pmatrix} \varepsilon_{xx} & \varepsilon_{xy} & \varepsilon_{xz} \\ \varepsilon_{yx} & \varepsilon_{yy} & \varepsilon_{yz} \\ \varepsilon_{zx} & \varepsilon_{zy} & \varepsilon_{zz} \end{pmatrix}$$

Para ilustrar o significado do vetor \mathbf{u} e do tensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ será analisada uma situação de deformação bidimensional. Na Figura 5) é ilustrado de forma exagerada o efeito de um campo de deformação bidimensional aplicada em um elemento de área, retangular. O campo de deformação é assumido ser uniforme, ou seja, não varia de um ponto ao outro na região onde este elemento está contido. O campo de deformação é representado pelo tensor $\boldsymbol{\varepsilon}$, e considera-se um vetor $d\mathbf{r} = dx\mathbf{e}_x + dy\mathbf{e}_y$, que liga dois pontos O e A, diagonal do retângulo, cujas componentes dx e dy se encontram paralelas aos eixos x e y. A interpretação dos termos do tensor $\boldsymbol{\varepsilon}$ pode ser feita, usando a equação (29), e analisando efeito da deformação sobre as componentes do vetor \mathbf{r} . Pode-se observar que o aumento de comprimento da componente dx do vetor $d\mathbf{r}$, é dada por $\varepsilon_{xx}dx$, de onde se interpreta que a componente diagonal ε_{xx} do tensor de deformação representa o aumento de comprimento por unidade de comprimento ao longo da direção do eixo x. De forma análoga tem-se que a componente ao longo da direção y sofre um aumento de $\varepsilon_{yy}dy$.

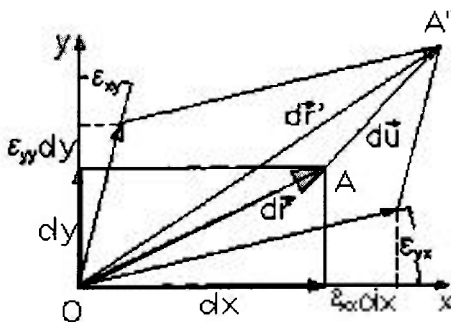


Figura 5) Deformação bidimensional de elemento retangular devido a um campo de deformação representado por $\boldsymbol{\varepsilon}$

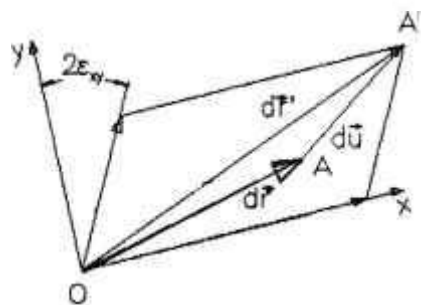


figura 6) Deformação bidimensional de elemento retangular devido a um campo de deformação representado por $\boldsymbol{\varepsilon}$

Observando, ainda a componente dx de \mathbf{dr} , Figura 5), e a equação (29) vê-se que ela sofre um deslocamento lateral de $\epsilon_{yx}dx$ na direção \mathbf{e}_y . Sendo assim, a componente não diagonal ϵ_{xy} , representa o ângulo do deslocamento da componente dx na direção \mathbf{e}_y . De forma análoga tem-se que a componente ϵ_{yx} representa o ângulo do deslocamento, da componente dy na direção \mathbf{e}_x . Escrevendo em notação vetorial e juntando o todos os efeitos sobre todas as componentes, tem-se que o vetor \mathbf{dr} se transforma em $\mathbf{dr}' = (\epsilon_{xy} dy + \epsilon_{xx} dx) \mathbf{e}_x + (\epsilon_{yx} dx + \epsilon_{yy} dy) \mathbf{e}_y$. Também é interessante observar a mudança ocorrida na forma figura geométrica formada pelas componentes de \mathbf{dr} , a qual inicialmente era um retângulo com lado dx e dy , se transforma em um paralelogramo. Da definição do tensor dada em (26), tem-se que o mesmo é simétrico, ou seja, $\epsilon_{xy} = \epsilon_{yx}$. Rodando o sistema de coordenadas com ângulo de ϵ_{xy} ao redor da origem, obtém-se a configuração mostrada na figura 6). Pode-se ver que houve um deslizamento relativo entre os planos paralelos aos eixos x e y com ângulo de $2\epsilon_{yx}$. E as componentes não diagonais ϵ_{yx} são denominadas de cisalhamento.

Todo tensor pode ser diagonalizado, através da escolha de sistema de coordenadas adequado, o que é válido para o tensor ϵ . Isto significa que existe uma orientação entre o elemento sujeito à deformação e o campo de deformação tal que as componentes não diagonais do tensor ϵ sejam nulas. Neste sistema de coordenadas ϵ possui somente as componentes diagonais ($\epsilon_x, \epsilon_y, \epsilon_z$), ou seja neste sistema de coordenadas, o sistema de o vetor deslocamento (29), assume a seguinte forma, ($du_x = \epsilon_x dx, du_y = \epsilon_y dy, du_z = \epsilon_z dz$), não apresentando cisalhamento. Neste sistema de coordenadas um elemento tridimensional com a forma inicial de um paralelepípedo não muda a sua forma devido ao campo ϵ , sofrendo somente expansão (ou contração) nas direções perpendiculares às suas faces. Considerando este sistema de coordenadas, e usando a relação (30), tem-se que o volume do elemento deformado pode ser expresso por $dV' = dx' dy' dz' = (1 + \epsilon_x)(1 + \epsilon_y)(1 + \epsilon_z) dx dy dz$. As suas arestas possuíam comprimento (dx, dy, dz) inicialmente, e (dx', dy', dz') após a deformação. Desprezando termos de segunda ordem obtém-se que a razão entre a variação de volume final e inicial dV'/dV por unidade de volume inicial é dada pela equação (32), de onde se obtém que a

expansão volumétrica de elemento deformado é em primeira ordem o traço do tensor ϵ .

$$(32) \quad \frac{dV' - dV}{dV} = \epsilon_x + \epsilon_y + \epsilon_z$$

O traço de um tensor é invariante em relação à transformação de coordenadas, desta forma a variação de volume de elemento deformado pode ser obtida pelo traço do tensor ϵ , em qualquer sistema de coordenadas.

Para um problema real de deformação o tensor ϵ é não uniforme, e o qual pode ser formulada em termos do *tensor de deformação* ou do *vetor de deslocamento* variando ao longo do espaço. Para o primeiro caso o tensor deve satisfazer algumas condições adicionais, de forma a manter a continuidade do deslocamento ao longo do espaço. Estas condições adicionais são conhecida como equações de compatibilidade. Para o caso da formulação em termo do *deslocamento* não há esta necessidade.

3.2. TENSOR DE TENSÃO MECÂNICA

Em um meio material livre de deformação, o arranjo de suas moléculas se encontram em estado de equilíbrio térmico, e também neste estado qualquer porção do corpo se encontra em equilíbrio mecânico com a sua vizinhança. Isto significa que a força resultante em qualquer porção do corpo, devido à sua vizinhança é zero. Entretanto materiais reais podem apresentar defeitos em sua estrutura cristalina, como discordância, ou impurezas que podem gerar um estado de tensão inicial.

Quando um corpo elástico é deformado, o arranjo de suas moléculas é mudado, e devido às suas forças de ligação intermoleculares elas tentam voltar à sua posição de equilíbrio. Estas forças internas que ocorrem no material, quando este sofre deformação, são denominadas *tensões mecânicas*. As tensões mecânicas são de origem intermoleculares, as quais são de curto alcance, atuando em distâncias da ordem da dimensão das moléculas. Na teoria da elasticidade as distâncias envolvidas são muitas maiores que as distâncias intermoleculares, podendo esta última ser tomada como zero. Desta forma as possíveis flutuações quânticas no campo de tensões, devido ao potencial periódico da estrutura cristalina, são desprezados.

As forças que atuam sobre um corpo material podem ser classificadas como *externas* e *internas*. As forças internas tem sua origem nas forças de ligações intermoleculares, mantendo a coesão do corpo impedindo que as suas partes se separem umas das outras. As forças externas podem ser divididas em dois tipos: *forças volumétricas* e *forças superficiais*. As forças volumétricas são devido a um campo externo no qual o corpo está imerso, como campo gravitacional ou magnético por exemplo. As forças superficiais são forças de contato, e atuam sobre o contorno, como esforços de compressão ou tração. Apesar de se ter utilizado os termos forças externas e internas, estas grandezas tem dimensão de densidades. O termo volumétrico é expresso em termos de densidade de força (N/m^3) e o termo de superfície como densidade superficial de força (N/m^2).

Em um primeiro passo será analisado o equilíbrio estático de forças no interior de um corpo material. Isto pode ser feito, considerando uma pequena região dentro deste corpo material. Esta região é denominada Ω , possuindo um volume V , é limitado por uma superfície Γ de área S . Supõe-se que exista um distribuição de forças por unidade de volume, \mathbf{F} , não nula atuando em seu interior. Se o corpo está em equilíbrio estático, a resultante da soma de todas as forças no interior deste volume deve ser igual a zero, segundo a terceira lei de Newton. Esta afirmação pode ser representada matematicamente pela integral de volume $\int_V \mathbf{F}(x,y,z)dV=0$, efetuada em todo o volume V desta região. Na equação acima, a distribuição de força por unidade de volume, \mathbf{F} , pode ser representada pela soma de um termo de reação interna, \mathbf{F}^i , do material, mais um termo \mathbf{F}^e , devido a um campo externo.

Considerando em uma primeira análise que o campo externo é nulo, $\mathbf{F}^e=0$, tem-se que $\int_V \mathbf{F}^i(x,y,z)dV=0$, para a resultante das forças internas. Analisando de outra forma, a resultante das forças internas nesta região deve ser igual a soma das forças aplicadas em seu contorno devido a sua vizinhança, que é dada pela integral de superfície $\int_S \mathbf{T}ds$, onde \mathbf{T} é a força por unidade de área devido a sua vizinhança, e é chamado de vetor de tensão. Desta forma tem-se, conforme [16], a relação (33).

$$(33) \quad \int_{\Omega} \vec{F}^i(x,y,z)dV = \oint_{\Gamma} T(x,y,z)dS = 0$$

Da análise vetorial é conhecido que a integral de um escalar no volume pode ser transformada em uma integral de superfície, desde que o escalar seja o divergente de

um vetor. Este teorema pode ser estendido a uma integral de volume de um vetor, se o mesmo for representado pela divergência de um tensor de segunda ordem, [16], desta forma cada componente da força $\int F_i dV$, pode ser expressa conforme a relação (34).

$$(34) \quad \int_V \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} dV = 0$$

E aplicando o teorema da divergência generalizado, a equação (34) pode ser transformada em uma integral de superfície assumindo a forma (35), onde o tensor σ (σ_{ij}) é chamado de *tensor de tensão mecânica* (stress tensor), este tensor tem dimensão de força por unidade de área, n_j é o cosseno diretor entre a normal da superfície e os eixos do sistema de coordenadas.

$$(35) \quad \oint_S \sigma_{ij} n_j dS = 0$$

As equações (34) e (35) são válidas para qualquer volume interior, do corpo, e conseqüentemente são também válidas para o corpo todo. O integrando da equação (35) é um vetor que representa a força por unidade de área resultante em cada elemento de superfície ao longo do contorno deste corpo. Se o corpo está imerso em um campo externo, o termo de força por unidade de volume, \mathbf{F}^e (mencionado anteriormente), devido a este campo, deve ser acrescido ao integrando da equação (34), e é obtido a equação de equilíbrio os pontos interiores deste corpo material, equação (36). Como ilustração se as forças externas são devidas ao campo gravitacional, próximo superfície da Terra, tem-se que $\mathbf{F}^e = \rho \mathbf{g}$, onde ρ é a densidade do material considerado

$$(36) \quad \frac{\partial}{\partial x_j} \sigma_{ij} + F_i^e = 0$$

Agora será considerado o efeito de forças externas aplicadas ao contorno deste corpo, o qual é dada por um esforço (força por unidade de área) \mathbf{P} . Desta forma acresce-se este termo ao integrando da equação (35) e obtém-se as condições de equilíbrio para o contorno deste material, equação (37), a qual deve ser satisfeita em cada ponto do contorno.

$$(37) \quad \sigma_{ij} n_j + P_i = 0$$

Em um problema de elasticidade tem-se que o campo de tensão deve satisfazer a equação (36) no interior do meio material deformado e a equação (37) no contorno deste meio.

Uma consideração adicional, se refere a conservação do momento angular, no corpo material antes e após a deformação. Sendo que o momento angular deve se conservar, pois o corpo não adquire rotação. O torque (38) deve se anular em qualquer porção do volume do corpo:

$$(38) \int \vec{r} \times \vec{F} dV = \int \varepsilon_{ijk} x_i F_j \hat{e}_k = 0$$

Onde \mathbf{r} é o vetor posição, \mathbf{F} a força por unidade de volume no interior do corpo, x_i as componentes de \mathbf{r} , \mathbf{e}_k um vetor unitário na direção k e ε_{ijk} é o permutador, (cuja componente é $\varepsilon_{ijk} = 1$ se a permutação dos índices i, j e k é cíclica, -1 se ela é acíclica e 0 se dois dos índices i, j ou k , são iguais). Obtém-se da análise da equação (38) que o tensor de tensão é simétrico, ou seja, $\sigma_{ij} = \sigma_{ji}$ [16].

Agora, para se interpretar o significado das componentes do tensor de tensão σ_{ij} , será analisado um caso bidimensional de tensão, conforme a figura 7). A análise é análoga á feita para o tensor de deformação e a sua extensão para o caso real tridimensional é imediata. Neste caso considerou-se um estado de deformação uniforme no plano xy onde as componentes σ_{zz} , σ_{zx} , σ_{xz} , σ_{zy} e σ_{yz} são nulas.

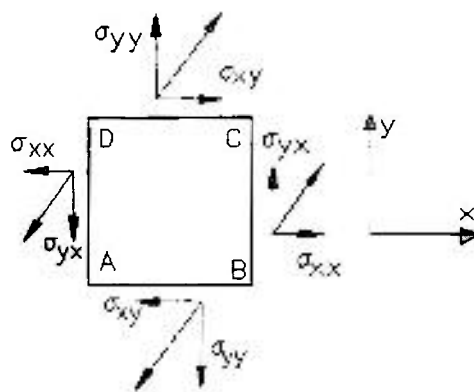


figura 7) Estado bidimensional de tensão

Nesta figura pode-se ver que as componentes diagonais σ_{xx} , σ_{yy} representam esforços normais a superfícies na direção dos eixos x e y , respectivamente, enquanto as

componentes não diagonais σ_{xy} e σ_{yx} representam esforços de deslizamentos de planos, chamados de esforços de cisalhamento. A componente σ_{yx} tende a forçar o deslizamentos dos planos DA e BC, paralelos ao eixo y, em direções opostas. As componentes σ_{xy} representam esforços de cisalhamento na direção dos eixo x. A consideração do sinal das componentes de σ pode ser analisada da seguinte forma. A equação (35) representa o esforço total exercido pela vizinhança do volume sobre o seu contorno. Desta forma, um volume cujos componentes σ_{xx} , e σ_{yy} são negativas, sofre uma compressão de sua vizinhança. Isto corresponde por exemplo ao caso de dilatação não uniforme, onde um volume interior que tenta se expandir é impedido por sua vizinhança, que sofreu uma dilatação menor. Para o caso desta componente ser positiva, o volume é estendido por sua vizinhança.

Reunindo os resultados obtidos até o momento, tem-se que o campo de tensão de um corpo material em equilíbrio estático deve satisfazer a equação de equilíbrio (36) para as suas forças internas, que escrita em notação expandida, são das pelo sistema de equações (39):

$$(39) \quad \begin{aligned} \frac{\partial \sigma_{xx}}{\partial x_x} + \frac{\partial \sigma_{xy}}{\partial x_y} + \frac{\partial \sigma_{xz}}{\partial x_z} &= -F_x^e \\ \frac{\partial \sigma_{yx}}{\partial x_x} + \frac{\partial \sigma_{yy}}{\partial x_y} + \frac{\partial \sigma_{yz}}{\partial x_z} &= -F_y^e \\ \frac{\partial \sigma_{zx}}{\partial x_x} + \frac{\partial \sigma_{zy}}{\partial x_y} + \frac{\partial \sigma_{zz}}{\partial x_z} &= -F_z^e \end{aligned}$$

Da mesma forma, o seu contorno também deve se encontrar em equilíbrio de forças conforme (37), e explicitando todos os termos tem-se o seguinte sistema:

$$(40) \quad \begin{aligned} \sigma_{xx}n_x + \sigma_{xy}n_y + \sigma_{xz}n_z &= -P_x \\ \sigma_{yx}n_x + \sigma_{yy}n_y + \sigma_{yz}n_z &= -P_y \\ \sigma_{zx}n_x + \sigma_{zy}n_y + \sigma_{zz}n_z &= -P_z \end{aligned}$$

Para a ilustração da interpretação das condições de contorno (40), considera-se o caso de um corpo de geometria retangular, e sujeito a um campo de tensão bidimensional, como o representado pela figura 7), cujas normais às faces do elemento estão orientadas ao longo dos eixos do sistema de coordenadas. Como já foi mencionado as componentes σ_{xz} , σ_{yz} , σ_{zz} são nulas para este caso. Observa-se por

exemplo a face AB, orientada perpendicularmente ao eixo y. Nesta face $n_y=1$ e os demais cossenos diretores são iguais a zero. O sistema de equações (40) assume a seguinte forma $\sigma_{xy}=P_x$ e $\sigma_{yy}=P_y$, sobre a superfície AB e CD, e para as faces AC e DB tem-se $\sigma_{xx}=P_x$ e $\sigma_{yx}=P_y$. Para o caso usual, o qual é utilizado neste trabalho, os esforços realizados sobre o contorno do cristal são devido ao campo de pressão atmosférico. Como a pressão é uma grandeza escalar, de valor P, esta não realiza esforços de cisalhamento sobre o contorno e o seu único efeito é realizar uma compressão normal a superfície. Para a superfície AB tem-se que $P_x=0$ e somente um termo, a componente σ_{yy} é diferente de zero. De forma análoga tem-se para as demais superfícies, $\sigma_{xx}=P$ em BC e AD, e $\sigma_{yy}=P$ em AB e CD.

3.3. LEI DE HOOKE GENERALIZADA

A relação entre deformação e tensões mecânicas $\sigma=f(\epsilon)$, pode assumir uma forma bastante complicada se forem considerados valores arbitrários para o tensor de deformação ϵ . Entretanto para pequenas deformações pode-se obter uma relação linear similar a obtida por Hooke em extensões unidimensionais, como em uma mola ou em um fio fino por exemplo. Na análise de um caso ideal de extensão unidimensional, é considerado um fio, metálico por exemplo, sujeito a uma de força f em seus extremos. Este fio possui diâmetro d e comprimento l, com d sendo muito menor que l. Neste caso se admite que a tensão σ resultante é uniforme. Sendo $\pi(d/2)^2$, a área de um seção transversal do fio, tem-se que a tensão ao longo é dada por $\sigma=f/\pi(d/2)^2$. Este fio sujeito a tração, sofre um aumento de comprimento δl , o que corresponde a um estado de deformação unidimensional ao longo do comprimento do fio de $\epsilon=\delta l/l$. A função $\sigma(\epsilon)$, assume uma forma simples para os caso onde ϵ é pequeno. Esta relação é conhecida como lei de Hooke, $\sigma = E\epsilon$, sendo a constante de proporcionalidade chamada de módulo Young. A lei de Hooke é válida até o material atingir o seu limite elástico, a partir do qual começam aparecer deformações permanentes. A generalização desta lei, para um estado de deformação tridimensional pode ser feita, considerando que cada componente do tensor de tensão é uma combinação linear das componentes do tensor de deformação, é representada pela relação abaixo:

$$(41) \quad \sigma_{ij} = c_{ijkl} \varepsilon_{kl} \quad (i, j, k, l = 1, 2, 3)$$

Onde o tensor c_{ijkl} é conhecido como tensor de rigidez elástica e é característico de cada material. Em um material homogêneo c_{ijkl} não depende da posição. A relação acima é conhecida como lei de Hooke generalizada. O tensor de rigidez c , é um tensor de quarta ordem, e como cada um de seus índices, pode variar de um a três, tem-se um total de 91 constantes. Porém por considerações de simetria, pode-se fazer uma sensível redução de seu número. Como pode ser visto na seção 4.1), ou em [18][19], resultando em total de 21 constantes independentes, para o caso mais geral.

Como é comum em problemas de engenharia abandona-se a notação tensorial para o tensor de tensão e deformação e usa-se uma notação na forma de vetor. Nesta notação, as componentes ε_{ij} e σ_{ij} , são representadas em termos de matrizes colunas com componentes ε_i e σ_i . A representação das componentes dos tensores de tensão e deformação é dado por:

$$\varepsilon_{11} \quad \varepsilon_{22} \quad \varepsilon_{33} \quad \varepsilon_{23} \quad \varepsilon_{31} \quad \varepsilon_{12} \quad \sigma_{11} \quad \sigma_{22} \quad \sigma_{33} \quad \sigma_{23} \quad \sigma_{31} \quad \sigma_{12}$$

ou

$$\varepsilon_x \quad \varepsilon_y \quad \varepsilon_z \quad \varepsilon_{yz} \quad \varepsilon_{xz} \quad \varepsilon_{xy} \quad \sigma_x \quad \sigma_y \quad \sigma_z \quad \sigma_{yz} \quad \sigma_{xz} \quad \sigma_{xy}$$

ou

$$\varepsilon_1 \quad \varepsilon_2 \quad \varepsilon_3 \quad \varepsilon_4 \quad \varepsilon_5 \quad \varepsilon_6 \quad \sigma_1 \quad \sigma_2 \quad \sigma_3 \quad \sigma_4 \quad \sigma_5 \quad \sigma_6$$

Nesta representação o tensor de rigidez elástica c_{ijkl} assume a forma de uma matriz bidimensional c_{ij} , cujas as componentes são dadas por:

$$c_{ijkl} = c_{mn} \quad \text{quando } m \text{ e } n \text{ são } 1, 2 \text{ ou } 3$$

$$2c_{ijkl} = c_{mn} \quad \text{quando } n \text{ ou } m \text{ ou } \varepsilon \text{ é } 4, 5, \text{ ou } 6$$

$$4c_{ijkl} = c_{mn} \quad \text{quando } m \text{ e } n \text{ são } 4, 5 \text{ ou } 6$$

Com esta notação a lei de Hooke (41), assume a forma abaixo:

$$(42) \quad \sigma_i = c_{ij} \varepsilon_j$$

Esta notação tem vantagens do ponto de vista computacional: como os tensores de tensão e deformação são simétricos, tem-se que apenas 6 de suas nove componentes são independentes. Desta forma somente as seis componentes relevantes são computadas através da equação (42). Outra vantagem adicional, é que os programas tradicionais para cálculo de sistemas usam notação matricial de no máximo dois índices.

Como será visto no capítulo 4) o número de constante independentes que o tensor c_{ij} possui depende da estrutura cristalina do material. O caso mais simples, é o de um material isotrópico. Este caso é importante pois serve de modelo para a compreensão da lei de Hooke. Neste meio isotrópico tem-se que o tensor c_{ij} possui apenas duas constantes independentes, que usualmente são o módulo de Yuong E e a razão de Poisson ν . A lei de Hooke em termos destas constantes assume a forma abaixo:

$$(43) \quad \sigma_{ij} = \frac{E}{(1+\nu)(1-2\nu)} \left[(1-\nu)\varepsilon_{ij} + \frac{\nu}{1-2\nu} \varepsilon_{kk} \delta_{ij} \right]$$

A equação acima pode ser invertida e obtém-se o tensor de deformação em termos do tensor de tensão:

$$(44) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{kk} \delta_{ij} \right]$$

Para entender o seu significado considera-se um corpo sujeito a uma deformação homogênea, ou seja, o tensor de deformação é constante através do corpo. Esta deformação consiste da extensão de um bastão, na direção z por exemplo. As forças que atuam em seu extremo podem ser dadas por uma força por unidade de área, σ , e o contorno do bastão são livres de esforços. Desde que a tensão é homogênea, ε_{ij} é constante através do corpo. Considerando as condições de contorno (37), tem-se $\sigma_{zz} = \sigma$ sobre os extremos do bastão, e que $\sigma_{xx} = \sigma_{yy} = \sigma_{xy} = \sigma_{xz} = \sigma_{zx} = 0$ em todas as faces. Para satisfazer esta condição de contorno todas as componentes σ_{ij} são zero ao longo do bastão, exceto a componente σ_{zz} . Considerando a equação (44), e a componente σ_{zz} , tem-se que as componentes do tensor de deformação ε_{ij} , são dadas por:

$$(45) \quad \varepsilon_{ij} = \frac{1}{E} \left[(1+\nu)\sigma_{ij} - \nu\sigma_{zz} \delta_{ij} \right]$$

Analisando as componentes do tensor de deformação, tem-se $\epsilon_{zz} = \sigma_{zz}/E = \sigma/E$, isto mostra que E representa a razão entre a elongação por unidade de comprimento, ϵ_{zz} , e a tensão na direção z. Para as outras componentes do tensor de deformação tem-se, que somente as componentes diagonais não são diferentes de zero. Tem-se então que $\epsilon_{xx} = \epsilon_{yy} = -\nu\sigma/E = -\nu\epsilon_{zz}$. Isto significa, que a extensão de um bastão na direção z, promove uma contração na direção transversal a z, cuja constante de proporcionalidade entre esta contração e a expansão ϵ_{zz} é dada pela razão pôr menos um vezes a razão Poisson.

3.4. TERMODINÂMICA DA DEFORMAÇÃO

No capítulo anterior foram abordados as equações de equilíbrio entre deformação e tensão para um corpo em equilíbrio estático, sujeito a um conjunto de forças aplicadas em seu contorno ou em seu interior. Entretanto muitos dos processos de deformação envolvem uma variação de temperatura decorrente do próprio processo de deformação ou de uma fonte exterior de calor. Um problema típico, é a indução de tensões e deformações, decorrente exclusivamente de um campo de temperatura não uniforme, induzido por uma fonte externa de calor.

Considerando um sistema termodinâmico fechado, e as grandezas que caracterizam um sistema elástico, pode-se representar o problema termoelástico através da formulação termodinâmica. Esta formulação baseia-se fundamentalmente em duas leis: a *primeira lei* que trata da conservação da energia e conversão do trabalho mecânico em calor e vice-versa e a *segunda lei* de que estabelece a eficiência deste processo. A primeira lei da termodinâmica pode ser expressa matematicamente pela equação (46), onde dQ é variação do fluxo de calor que entra no meio, dU é variação da energia interna e dW é o trabalho realiza pelo sistema em sua vizinhança.

$$(46) \quad dU = d'Q - d'W$$

Para um sistema não uniforme, todos os termos da equação acima devem ser interpretados como densidades: dQ é a energia absorvida pelo sistema por unidade de volume, dU a densidade de energia interna e dW o trabalho por unidade de volume realizado pelas forças internas. Em um processo reversível, o calor absorvido pelo

meio pode ser relacionado com uma variável de estado, chamada entropia, pela relação, $dS=dQ/T$, onde T é temperatura, e dS é a variação da entropia por unidade de volume. Considerando que a força por unidade de volume, dada pela equação (34), provoca um deslocamento u da estrutura, a densidade de trabalho das forças internas, dW , de um sistema elástico pode ser expressa como $-\partial_i\sigma_{ij}\delta u_j$ (∂_i é a derivada parcial em relação a coordenada x_i , e δu_j é a variação do deslocamento). Este termo pode se expresso, através de um conjunto de transformações matemáticas, como $-\sigma_{ij}\delta\varepsilon_{ij}$, onde ε_{ij} é a deformação do meio.

Nesta análise serão consideradas somente relações lineares entre deformação e tensão, de tal forma, que cessada a força que produziu a deformação, o corpo volta ao seu estado inicial. Adicionalmente, o processo de deformação ocorre suficientemente lento para que, a cada instante, o meio se encontra em estado de equilíbrio, podendo ser considerado como um processo reversível e para que a relação entre a entropia e fluxo de calor possa ser dada pela relação (46).

Considerando a relação entre deformação e tensão, e entropia a relação (46), esta pode ser expressa como:

$$(47) \quad dU(S, \varepsilon_{ij}) = TdS + \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij}$$

Se o meio encontra-se em compressão hidrostática, o tensor de tensão assume a forma dada por $\sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} = -\delta_{ij}pd\varepsilon_{ij} = -pdV$, e a equação (47) assume a tradicional forma: $dU = TdS - pdV$. As componentes do tensor de tensão, σ_{ij} , podem ser obtidas através da derivada de U com relação as componentes do tensor de deformação ε_{ij} , ou seja, $\sigma_{ij} = (\partial/\partial\varepsilon_{ij})U$. Expressando a equação da energia interna, em termo da energia livre, fazendo $F=U - TS$, tem-se $dF(T, \varepsilon_{ij}) = \sigma_{ij}d\varepsilon_{ij} - SdT$, e pode-se expressar o tensor de deformação em termos do tensor de tensão da seguinte forma: $\sigma_{ij} = (\partial/\partial\varepsilon_{ij})F$.

Da lei de Hooke, discutida no capítulo anterior, a tensão é relacionada com a deformação por uma relação linear geral, $\sigma_{ij} = c_{ijkl}\varepsilon_{kl}$, onde c_{ijkl} é o tensor de rigidez elástica. Desta forma a energia livre assume a forma (48).

$$(48) \quad F = \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = \frac{1}{2} c_{ijkl} \varepsilon_{ij} \varepsilon_{kl}$$

Durante a deformação a variação de temperatura gera uma expansão (deformação) do meio, que em primeira ordem é proporcional a variação de temperatura. Esta expansão é dada por $\varepsilon_{kl} = e_{ij} \Delta T$, onde e_{ij} é o tensor de expansão térmica. O trabalho realizado por esta expansão sobre o meio tem sinal contrário ao das forças internas, e é dado por $\sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = c_{ijkl} e_{kl} \Delta T \varepsilon_{ij}$. A energia livre, dada por (49), tem um termo adicional, $F_o(T)$, que é função somente da temperatura e representa o aumento da energia do sistema na forma de calor.

$$(49) \quad F(T) = F_o(T) + \frac{1}{2} \sigma_{ij} \varepsilon_{ij} = F_o(T) + \frac{1}{2} c_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - \varepsilon_{ij}^o) \varepsilon_{kl} = F_o(T) + \frac{1}{2} c_{ijkl} (\varepsilon_{ij} - e_{ij} \Delta T) \varepsilon_{kl}$$

Derivando a equação acima em relação ao tensor de deformação, temos que a dependência do tensor de tensão com a deformação, anteriormente dada pelas equações (41) e (42), agora assume a forma dado pela equação (50).

$$(50) \quad \sigma_{ij} = c_{ijkl} (\varepsilon_{kl} - e_{ij} \Delta T) \quad \text{ou}$$

$$(51) \quad \sigma_i = c_{ij} (\varepsilon_j - e_i \Delta T)$$

3.5. DIFUSÃO TÉRMICA

Em materiais sólidos, a difusão de calor pelo meio é dado por processos de condução térmica. A equação de difusão térmica pode ser derivada da equação da energia na forma de uma equação de continuidade para o calor. A quantidade de calor absorvida por unidade de volume é $\rho c \partial T / \partial t$, onde c é o calor específico e ρ a densidade do material. Este termo que deve ser igual a $-\text{div}(\mathbf{q})$ onde \mathbf{q} é o fluxo de calor (watts por unidade de área) através da superfície do volume considerado, mais f , que é a fonte de calor do sistema (watts por unidade de volume). Este fluxo pode ser escrito como $-K_{ij} \partial T / \partial x_j$, portanto, ele é proporcional ao gradiente da temperatura e equação de difusão térmica assume a seguinte forma.

$$(52) \quad c\rho \frac{\partial T}{\partial t} = \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) + f$$

Nesta equação K_{ij} é coeficiente de condutividade térmica, que na sua forma mais geral é um tensor simétrico de segunda ordem e para materiais isotrópicos é um escalar. Esta equação representa a difusão térmica em processos dinâmicos onde não foi considerado o efeito da deformação, porém em processos estacionários tanto a carga térmica f , quanto a deformação, não dependem do tempo. Neste caso, como demonstrado na referência [16], a difusão térmica não depende da deformação do meio.

Considerando o caso do processo de difusão estacionária, tem-se que o termo à esquerda da equação (52) é nulo, resultando na equação abaixo:

$$(53) \quad \frac{\partial}{\partial x_i} \left(K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} \right) = -f$$

Onde pode-se ver, que todo o calor gerado por f dentro de qualquer volume infinitesimal é dissipado por seu contorno. Esta afirmativa é válida para o volume do sólido como um todo, ou seja todo calor gerado dentro do mesmo deve ser retirado pela sua superfície.

4. PROPRIEDADES DO MEIO ATIVO

Os meios ativos mais utilizados na confecção de lasers de estado sólido são formados, de uma forma geral, por uma matriz hospedeira, que pode ser um vidro ou cristal, onde é introduzido um dopante. Para matrizes cristalinas, se destacam os cristais hospedeiros YAG e YLF, usando como dopante o Neodímio.

Um meio material pode ser caracterizado por um conjunto de parâmetros, denominados propriedades materiais. Estas propriedades caracterizam o comportamento do meio material quando o mesmo está sujeito a algum campo externo. De uma forma geral pode-se assumir que uma propriedade física está associada a duas grandezas mensuráveis, e que ela define a relação entre as mesmas. Como por exemplo, o gradiente de temperatura e o fluxo de calor, que são relacionadas pela condutividade térmica, ou polarizabilidade elétrica, que relaciona a polarização elétrica ao campo elétrico externo. De uma forma geral, as propriedades do meio material podem ser representadas por tensores.

Será feita uma introdução de como a simetria cristalina pode interferir no número de constantes independente destes tensores, e na sequência dos demais tópicos serão abordados as propriedades mecânicas, térmicas e óticas referentes aos meios ativos utilizados neste trabalho e alguns outros materiais típicos, como Nd:YLF, Nd:YAG e LiF:F₂.

4.1. SIMETRIA E PROPRIEDADES FÍSICAS

A maioria das quantidades físicas mensuráveis pode ser representada por tensores de um determinado tipo e ordem, onde a ordem se refere ao número de índices usado para representar as suas componentes. Considerando-se duas grandezas físicas tensoriais **B** e **A**, a relação entre as mesmas pode ser representada, em uma aproximação de primeira ordem, por uma relação linear geral da seguinte forma $B_{ijk\dots} = a_{ijk\dots lmn\dots} A_{lmn\dots}$, onde **a** representa a propriedade física conectando estas duas quantidades físicas **B** e **A** [18]. Se a ordem dos tensores **B** e **A** são p e q

respectivamente, então a ordem do tensor a referente à propriedade possui ordem $p+q$, segundo o teorema do quociente. Este formalismo possibilita representar todas as grandezas físicas e propriedades como tensores de um determinado tipo e ordem. Esta classificação é bastante útil no estudo de como as propriedades físicas são afetadas pela simetria cristalina.

As propriedades relevantes para este trabalho podem ser divididas em três partes: propriedades mecânicas, óticas e propriedades térmicas. As propriedades mecânicas são tensor de rigidez elástica, e limite de fratura. As propriedades térmicas utilizadas são coeficiente de dilatação e condutividade térmica. As propriedades óticas são índice de refração, coeficiente de absorção, coeficientes termoelástico.

O efeito da simetria cristalina em uma determinada propriedade física, pode ser estudado tendo como base o princípio Neumann [18]: *Os elementos de simetria de uma dada propriedade física devem incluir todos os elementos de simetria do grupo pontual do cristal.* Isto significa que a propriedade física deve possuir mais simetria que o cristal, pois a propriedade já possui simetria intrínseca, ou seja qualquer propriedade de um cristal deve possuir no mínimo a simetria do grupo pontual do cristal.

Considerando, por exemplo, o tensor de rigidez elástica c_{ijkl} , este é formada por 81 constantes, sendo que nem todas são independentes entre si. Aplicando-se as propriedades de simetria, o numero mínimo de constantes independentes pode ser encontrado. Sendo a relação entre tensão e deformação, dada por $\sigma_{ij}=c_{ijkl}e_{kl}$, esta relação é simétrica em relação à troca dos índices kl , desta forma esta relação não deve se alterar com a troca dos índices kl , sendo então $c_{ijkl}=c_{ijlk}$, resultando em 54 constantes independentes. Da mesma forma, como visto da seção 3.2) o tensor de tensão σ_{ij} é invariante em relação a troca dos índices ij , ou seja, $c_{ijkl}=c_{jikl}$, resultando em um total de 36 constantes independentes. Há uma condição de simetria adicional, a qual é obtida da equação de energia para uma sistema deformado, como visto na equação (49), a qual mostra que c_{ijkl} é invariante com a troca dos pares de índices ij e kl , ou seja $c_{ijkl}=c_{klij}$, o que resulta em um total de no máximo 21 constantes independentes para c_{ijkl} , para o caso com menor simetria do meio. Simplificações adicionais podem ser obtidas aplicando-se as propriedades de simetria do grupo pontual do meio ativo. É possível escolher como sistema de coordenadas os eixos de simetria cristalina do material, e

com este procedimento obtém-se o mínimo de constantes independentes da propriedade.

Nome/ Propriedades	LiF	YIF	YAG	Unidades
Fórmula Química	LiF	LiYF ₄	Y ₃ Al ₅ O ₁₂	---
Simetria Cristalina / Grupo Pontual	Cúbico/ O ⁵ _h	Tetragonal/ C ⁶ _{4h}	Cúbico/ O ¹⁰ _h	
Peso Molecular	25,939 [8]	171,84 [8]	596,62 [8]	Unid. de massa atômica
Densidade	3,99 ou 2,657 [8]	2,635 ou 3,968 [8]	4,554 [8]	g/cm ³
Índice de refração	1,3866 / λ = 1,06μm 1,388 / λ = (∞) [8]	1,448(o) 1,471(e) / λ = 1,0μm	1,820 / λ = 1,0μm	--
Coeficiente termo-ótico dn/dt	-1,67 / λ=1,15μm 20°C		0.6328 / 1,04 μm T= 30°C até 45°C 0,73 @ 300 K [3]	10 ⁻⁵ /°C
	-16,0 / -16,0 λ=0,458μm -16,9 / -16,7 λ=1,15μm -14,5 / -14,5 λ=3,39μm	-0,91(o) -2.86(e) λ=0,578μm -0,67(o) -2.30(e) λ=0,546μm -0,54(o) -2.44(e) λ=0,436μm	9,1 / 9.0 λ=1.06μm 9,5 / 10.4 λ=0.633μm 11,9 / 11.9 λ=0.458μm	10 ⁻⁶ /°C [8] / [13]
Coeficiente Fotoelástico p	P11= -0.02 P12 = 0.128 P44 = -0.064		P11= -0.029 P12 = 0.0091 P44 = -0.0615	[13]
Calor específico T≈ 300K	0,37	0,19	0,15	Cal/g °C [8]
Condutividade Térmica p/T≈ 300K	11.3 19 @ 250K 14 @ 300K 7.5. @ 500K	6 6.3 @ 300K	13 [3] 13.4 @ 300K [4]	W/mK
Coeficiente de expansão linear	37 34.4	13,3 (a) 8,4 (b)	7,7[4] 8.2[3]	10 ⁻⁶
Coeficiente de rigidez elástica [8] / [13]	C ₁₁₁₁ =112 C ₁₁₂₂ =46 C ₂₃₂₃ =63,5	C ₁₁ =121 C ₁₂ =60.9 C ₁₃ =52,6 C ₁₆ =-7,7 C ₃₃ =156 C ₄₄ =40,9 C ₆₆ =63,3	C ₁₁₁₁ =334 /328,1 C ₁₁₂₂ =112/ 106,4 C ₂₃₂₃ =115/ 113.7	Gpa
Limite de fratura / Dureza [13]	27/ 115	35/ 300	/1350	Mpa/Knoop

Tabela 1) Acima é apresentada uma tabela referente as propriedades de alguns cristais laser ativo. Algumas destas propriedades serão utilizadas para o cálculo do comportamento térmico cristal bombeado pelo diodo laser.

Tendo limitado o número de parâmetros para o mínimo possível, podemos agora apresentar os valores utilizados nos nossos cálculos. As propriedades apresentadas na Tabela 1) estão representadas em um sistema de coordenadas, alinhado com os eixos

crystalinos. Na tabela aparecem somente os componentes relevantes. Algumas propriedades apresentam valores diferentes para diversas fontes consultadas, e são apresentadas com sua respectiva referência. As propriedades óticas são em geral dependentes do comprimento de onda, e os seus valores são apresentados juntos com seus respectivos comprimento de onda. Também é incluído a temperatura caso a propriedade dependa da mesma.

5. DISTORÇÕES ÓTICAS E OPD

As distorções óticas produzidas pelo aquecimento não uniforme do meio ativo correspondem em última análise a uma distribuição de OPD (diferença de caminho ótico) vista pelo feixe intracavidade. Como as distorções óticas induzidas podem possuir uma forma complexa, distante do efeito de uma lente ideal, a sua previsão e visualização é de grande interesse para se escolher uma estratégia de compensação destes efeitos dentro da cavidade.

Uma forma de visualização simples da OPD térmica é através de medidas interferométricas, onde a interferência entre o feixe distorcido pela OPD induzida e um feixe de referência, com frente de onda plana, gera um padrão de franjas de interferência característico da OPD. O interferômetro utilizado nos nossos experimentos é do tipo Twyman Green. Uma descrição detalhada deste interferômetro encontra-se na figura 10) da seção Simulações e Experimentos.

A seguir será descrita como a OPD induzida afeta uma frente de onda de um feixe gaussiano. Para este fim, explicaremos todas as contribuições mecânicas e eletrônicas de origem térmica que resultam na OPD total.

5.1. DISTORÇÕES ÓTICAS DE ORIGEM TÉRMICAS

Na seção 2.2) foi introduzido o conceito de feixes gaussianos, os quais resultam em um frente de onda esférica, para o campo distante, com raio de curvatura R dado pela equação (16) e cintura de feixe w_0 dada pela equação (15). Para z muito maior que w_0 , estes parâmetros podem ser aproximado por $R=z$ e cintura de feixe $w=(\lambda z)/(\pi w_0)$. Calculando a razão entre o raio de curvatura da frente de onda e a cintura de feixe $(R/w) = (\pi w_0)/\lambda$. Vê-se que para um feixe laser de HeNe com $\lambda=640$ nm, e com cintura de 1 mm feixe na saída da ótica de colimação, esta razão é de aproximadamente 4900 vezes, o que significa que uma aproximação de onda plana para este feixe é bastante razoável considerando a área analisada da ordem das dimensões da cintura de feixe. Esta situação é próxima a utilizada em nosso arranjo interferométrico. Desta

forma as distorções óticas induzidas pelo bombeamentos serão analisadas, considerando que o feixe de referencia é uma onda plana.

Para o estudo do efeitos em meios não homogêneos, sobre a propagação de ondas eletromagnéticas, conveniente utilizar a aproximação eiconal para a equação de Helmutz (13), que é equivalente à análise por meio da equação de raios [2]. Em primeiro lugar considera-se a propagação de uma onda eletromagnética por um meio homogêneo, onde a solução da equação de onda escalar, para o campo elétrico pode ser dada em termos de ondas planas , $E=E_o \exp[-ik_o n z]$, propagando na direção \mathbf{e}_z com k_o sendo numero de onda no vácuo e n o índice de refração do meio. Para um meio não homogêneo a solução de (13) pode ser expressa pela relação (54) onde o termo de fase da onda $ink_o S(r)$ é constante ao longo da superfície, $S(r)$ denominada eiconal.

$$(54) \quad \vec{E} = \vec{E}_o \exp(-ink_o S(r))$$

Substituindo (54) em (13) e considerando $k_o \rightarrow \infty$, ou seja aproximação paraxial, obtemos a equação do eiconal (55) a) e b) onde \mathbf{e}_s é um versor perpendicular à frente de onda. A sua solução fornece como a frente de onda se distorce ao longo de sua propagação por um dado meio.

$$(55) \quad \text{a) } (\vec{\nabla} S(r))^2 = (n(r))^2 \Rightarrow \quad \text{b) } \vec{\nabla} S(r) = n(r) \vec{e}_s$$

Considerando que o feixe se propaga ao longo da direção z e que a OPD induzida entre a borda e o centro do meio ativo, é pequena comparada com o seu percurso, pode-se aproximar \mathbf{e}_s por \mathbf{e}_z . Usando a aproximação anterior e integrando (54) b) na direção z obtém-se que a frente de onda resultante assume forma (56), a qual corresponde à distorção da fase induzida pelo meio ativo.

$$(56) \quad S(x, y) = S_o(x, y) + OPD(x, y) \quad \text{onde} \quad OPD(x, y) = \int_0^L n(x, y, z) dz$$

Desta forma à frente de onda resultante do feixe intracavidade, ao passar pelo meio ativo corresponde a sua frente de onda inicial acrescida da OPD induzida. Considerando um perfil plano inicial para a frente de onda S_o , a distorção resultante da frente de onda assume exatamente a forma da OPD induzida. Na equação (56) a OPD induzida é unicamente devido à variação do índice de refração.

Para as distorções óticas induzidas pelo bombeamento, a OPD resultante é dada pela relação (57) para uma passagem do feixe pelo meio ativo.

$$(57) \text{OPD} = \int_0^L \frac{\partial n}{\partial T} T(\vec{r}) dz + (n - n_0) \int_0^L \frac{\partial u_z(\vec{r})}{\partial T} dz + \sum_{i,j=1}^3 \int_0^L \frac{\partial n}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij}(\vec{r}) dz$$

Onde n e n_0 são os índices de refração do meio ativo e do ar respectivamente, ε_{ij} é a componente (i,j) do tensor de deformação, $(\partial n / \partial \varepsilon_{ij})$ são os coeficientes fotoelásticos, u_z é a componente do deslocamento na direção de propagação z e T é a temperatura. Nesta equação, o primeiro termo se refere à OPD induzida pela variação do índice de refração, devido a dispersão térmica, que em uma primeira aproximação é uma função linear da temperatura e é da ordem de 10^{-5} K^{-1} , para a maioria dos materiais. Para uma temperatura típica de aquecimento de 50 K é obtido uma OPD da ordem 5 μm . Os coeficientes termo-óticos, relacionam a variação do índice de refração com a temperatura pela relação $n = n_0 + (dn/dT)T$, onde n_0 é o valor inicial do índice de refração, dn/dT é o coeficiente termo-ótico, independente da temperatura T . O segundo termo é devido à variação do alongamento, u_z , do meio ativo, que é da ordem também de 1 μm . O terceiro termo é responsável pela birrefringência não uniforme, onde cada componente $\partial n / \partial \varepsilon_{ij}$ corresponde a uma variação da componente (i,j) do tensor de índice de refração. Na presente formulação o termo de birrefringência é somado em todas as suas componentes, equivalendo ao efeito sobre um feixe não polarizado. Como mostrado por Pfistner, [3], a sua contribuição para o caminho ótico total não excede 4%. Os coeficientes termo-elásticos relacionam a variação do índice de refração com as componentes da deformação. O elipsoide de índice, assume a forma dada por, $B_1x^2 + B_2y^2 + B_3z^2 = 1$, onde B_1 , B_2 e B_3 são dadas por $1/n_x^2$, $1/n_y^2$ e $1/n_z^2$, respectivamente, e n_x , n_y e n_z são os índices de refração nas direções x , y , e z respectivamente, representados em um sistema de coordenadas alinhado com os eixos cristalinos. Em um sistema de coordenadas arbitrário o elipsoide pode ser representado pôr $B_{ij}x_i x_j = 1$, $i,j = x, y, e z$. O efeito dos coeficientes termoelástico, p_{ijkl} (ou em notação matricial p_{ij} similar a utilizada para o tensor de deformação e tensão), é mudar a forma do elipsoide de índice segundo a relação $B_{ij} = B_{ij}^0 + p_{ijkl} \varepsilon_{kl}$. Onde B_{ij}^0 e B_{ij} são os coeficientes do elipsoide inicial e após a deformação.

6. MODELAMENTO MATEMÁTICO DOS PROBLEMAS TÉRMICOS

O bombeamento longitudinal possui a grande vantagem em relação a outras geometrias de bombeamento, que é de concentrar grande parte da energia do bombeamento dentro do volume do modo intracavidade. Considerando este aspecto mais a ótima superposição espectral, é possível a obtenção de lasers com eficiência de até 60%. Apesar da clara vantagem do bombeamento longitudinal, uma parcela significativa da energia é convertida em calor. Devido à particularidade deste tipo de bombeamento, há uma alta concentração de carga na região central e próxima da superfície bombeada, que aliada à forma retangular típica do meio ativo, induz uma distribuição de temperatura bastante complexa. Os efeitos decorrentes deste gradiente de temperatura induzido são tensões mecânicas e distorções óticas que assumem uma forma não tratável através de modelos analíticos simples. Por exemplo, no bombeamento por lâmpada de meios ativos em forma de bastões [12], a carga térmica é aproximadamente constante dentro do meio ativo e a temperatura e tensões mecânicas resultantes do processo de aquecimento são funções com dependência parabólica do raio do bastão. Desta forma desenvolvemos métodos numéricos baseados em elementos finitos que podem ser aplicados às geometrias de bombeamento e refrigeração bastantes gerais. Nas seções seguintes será apresentada uma breve introdução à teoria dos elementos finitos e uma descrição do modelo utilizado.

6.1. INTRODUÇÃO AO MÉTODO DOS ELEMENTOS FINITOS

O método dos elementos finitos é uma ferramenta poderosa para a solução de equações diferenciais com condições de contorno complexas. Este método consiste em usar princípios varacionais, e funções de interpolação, para transformar problema formulado em termo de equações diferenciais, para um problema de aproximação na forma de uma integral sobre o domínio da solução [20]. Adicionalmente o domínio de

integração é aproximado por um conjunto de subdomínios onde pode-se usar funções de interpolação simples.

Faremos a formulação do método através da equação de difusão elástica.

Como visto na seção 3.5) o problema de difusão térmica em regime estacionário, com uma fonte interna de calor, pode ser formulado através de uma equação de Laplace expressa pela equação (53), com condutividade térmica K_{ij} de meio anisotrópicos. A sua solução, dentro do domínio Ω (meio ativo), é dada pela função T que representa o campo de temperatura; esta função deve satisfazer as condições de contorno sobre a superfície Γ (superfície do meio ativo) que limita Ω . Estas condições de contorno são: temperatura constante, $T=0$, sobre Γ_T ou $(KdT/dn)=0$ sobre Γ_q , onde $\Gamma=\Gamma_q + \Gamma_T$. Estas condições de contorno representam que a temperatura ou o fluxo de calor deve ser especificado sobre o contorno.

Considerando a equação (53), multiplicando-a por uma função ϕ arbitrária, com primeira derivada continua, e integrando sobre todo o domínio Ω temos:

$$(58) \quad \int_{\Omega} \phi \frac{\partial}{\partial x_j} \left(K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) dV = - \int_{\Omega} \phi f$$

Que integrando por partes fornece a seguinte equação:

$$(59) \quad - \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} dV + \int_{\Omega} \frac{\partial}{\partial x_j} \left(\phi K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} \right) dV = - \int_{\Omega} \phi f$$

através do teorema da divergência, o segundo termo da equação (59) pode ser transformado em uma integral de superfície, conforme a equação abaixo:

$$(60) \quad \int_{\Omega} \frac{\partial \phi}{\partial x_j} K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} dV = \int_{\Gamma} \phi K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_i} n_j dS + \int_{\Omega} \phi f$$

O integrando $-K_{ij}\partial T/\partial x_i$, da integral de superfície pode ser identificado com o fluxo de calor, sobre o contorno. Pode-se ver da equação acima que a condição de contorno aparece nesta formulação integral, e que as derivadas são de primeira ordem. Isto possibilita escolher uma função para a aproximação de T que possua derivadas de primeira ordem contínua, o que não é possível na formulação diferencial, que exige uma derivada continua de segunda. Também é possível escolher uma função ϕ que se

anule no contorno, eliminando assim a condição de contorno (especificação do fluxo de calor sobre o contorno) da formulação. Esta formulação é válida para qualquer par de funções ϕ e T que possuam primeira derivada contínua, e é denominada formulação variacional fraca [20][21].

Adicionalmente no método dos elementos finitos o domínio Ω , é dividido em um conjunto de subdomínios com geometria mais simples Ω_e (onde $\Omega = \sum_e \Omega_e$), como por exemplo cubos ou tetraedros. Nestes subdomínios pode-se usar funções de aproximação simples como polinômios, para ϕ e T . Estes subdomínios denominados elementos finitos são geometricamente simples de forma que permite uma aproximação sistemática da função para todo o domínio Ω . Para a nossa formulação, o domínio Ω foi subdividido em pequenos paralelepípedos, possuindo oito vértices, onde os seus vértices correspondem aos pontos onde se deseja calcular T e estes são ordenados e numerados na mesma sequência. A temperatura T é aproximada em cada um destes elemento por $T \cong N_i T_i$, onde $N_i(\mathbf{r})$ é um polinômio de primeira ordem das coordenadas correspondentes ao nó i , T_i é a temperatura em cada nó (vértice) i do elemento e i varia de 1 a 8. As funções de interpolação N_i possuem a seguinte propriedade $N_i(x_j, y_j, z_j) = \delta_{ij}$ e $-1 \leq x_j, y_j, z_j \leq 1$, onde δ_{ij} vale um se i igual a j e zero se diferente.

Aplicando o método de interpolação de Galerkin [20], em que se usa a mesma função de aproximação para T e ϕ , onde as mesmas são introduzidas na integral (60) e tem-se:

$$(61) \quad \int_{\Omega_e} \frac{\partial N_m}{\partial x_i} K_{ij} \frac{\partial N_l}{\partial x_j} dV \cdot T_l = \int_{\Omega_e} N_m f dV + \int_{\Gamma_e} N_m K_{ij} \frac{\partial T}{\partial x_j} n_i \cdot dS$$

A primeira integral pode ser representada por matriz \mathbf{G}_e (dimensão 8x8) a segunda é uma matriz \mathbf{Q}_e (dimensão 8x1), na terceira integral o termo $K_{ij} \partial_j T n_i = q$ representa o fluxo total de energia \mathbf{f}_e que atravessa a superfície Γ_e resultando numa matriz de dimensão 8x1. Tem-se um sistema de equações $\mathbf{G}_e \mathbf{T} = \mathbf{Q}_e + \mathbf{f}_e$ onde \mathbf{G}_e , \mathbf{Q}_e e \mathbf{f}_e são conhecidos.

O sistema de equações acima é válido para cada elemento individual, e a passagem para todo domínio é feita somando todos os elementos ($\sum_e [\mathbf{G}_e \mathbf{T}] = \sum_e [\mathbf{Q}_e + \mathbf{f}_e]$), isto resulta em um sistema de equações $\mathbf{GT}=\mathbf{Q}+\mathbf{f}$ ou $G_{ij}T_j=Q_i+f_i$ onde cada termo elemento i representa um grau de liberdade do sistema total, que corresponde aos pontos em que domínio foi discretizado. As condições de contorno devem ser conhecidas ao longo do contorno de Ω , ou seja, ou o fluxo de energia q ou a temperatura T devem ser conhecidas em Γ . Caso se conheça o fluxo, ou seja f_i , não há necessidade de procedimentos adicionais, pois ele já está incluído no sistema de equações. Caso T_i seja a variável conhecida então é possível retirá-la do sistema de equações, através de uma reordenamento do sistema linear [20].

Ao se resolver o sistema de equações acima obtém-se o valor da temperatura em cada ponto do domínio discretizado.

A aplicação do método a equação de equilíbrio mecânico (36), é feita de forma similar a descrita acima [21], porém como as grandezas envolvidas são tensores, a sua demonstração é muito custosa e não acrescenta um maior esclarecimento sobre o método.

7. SIMULAÇÕES E EXPERIMENTOS

Para calcular a OPD, as tensões mecânicas e a temperatura dentro do cristal durante o bombeamento ótico, desenvolvemos um programa de computador baseado no método dos elementos finitos [21]. Este programa foi desenvolvido totalmente nos nossos laboratórios e demonstrou-se capaz de simular estes efeitos induzidos termicamente pelo bombeamento. Como único fator limitante demonstrou-se o computador que, por não ser de processamento paralelo somente podia administrar um número limitado de elementos finitos (em torno de mil elementos). Porém foi utilizado um procedimento numérico que permitisse com que os elementos que compõem o meio ativo laser sob investigação sejam de tamanho desigual. Deste maneira pudemos colocar mais elementos finitos nas regiões onde o gradiente térmico dentro do meio era especialmente grande. Este comportamento pode ser observado na figura 13, onde a malha de pontos (dados pelos vértices dos elementos) é mais densa no centro e na face bombeada do meio ativo.

Primeiramente o programa passou por um teste de averiguação e validação (ver item 7.2). Para este fim reproduzimos os resultados de artigos científicos, que utilizam o cristal de Nd:YAG, cujos parâmetros são muito bem documentados. Após verificar a boa concordância com a literatura passamos então para a simulação dos cristais de nosso interesse.

Em seguida analisamos com este programa os problemas térmicos, devido ao bombeamento, em cristais de Nd:YLF, LiF:F²⁺. Obtivemos o campo de temperatura, tensões mecânicas e diferença de caminho ótico (OPD) induzidas pelo bombeamento por diodo laser. Estas simulações foram comparadas com o experimento.

O experimento mede a OPD resultante do bombeamento ótico através de medidas interferométricas (figura 10). Para estas medidas de OPD, foram recriadas as mesmas condições de bombeamento vistas pelo ressonador ótico. Desta forma o feixe de bombeamento incide no cristal através do espelho do interferômetro da mesma forma como ocorreria em um oscilador bombeado longitudinalmente.

Nas seções seguintes deste capítulo será, apresentado com detalhe a descrição da geometria de bombeamento e do arranjo experimental utilizando interferômetro, bem como o resultado das simulações e medidas interferométricas. Adicionalmente serão descritos alguns modelos encontrados na literatura com os quais comparamos o nosso método.

7.1. ARRANJO EXPERIMENTAL

Nesta seção a descrição do arranjo foi dividida em duas partes. Na primeira é mostrado o arranjo do bombeamento utilizado para o bombeamento do meio ativo, dentro do interferômetro. Na segunda é descrito o arranjo do interferômetro, e o procedimento de medida da diferença de caminho ótico induzida.

7.1.1. BOMBEAMENTO POR DIODO LASER

Diodos lasers de alta potência são formados por um conjunto de pequenos diodos emissores, arrançados em uma matriz uni ou bidimensional. Estes pequenos diodos emitem luz coerente de uma área com dimensões de 1 μm de altura e centenas de microns de largura. No nosso caso, a área ativa de emissão mede 1 μm x 200 μm . Quanto maior a largura, maior a potência emitida. A direção de polarização destes diodos é no sentido da largura.

Cada um destes diodos, é formado por um sanduíche de camadas de semicondutores, tendo a região opticamente ativa entre elas, como mostrado na figura 8a). O processo de geração de fótons, na camada ativa, se dá através de transições eletrônicas da banda de conduções para a banda de valência. A excitação dos elétrons para a banda de condução é feita aplicando-se uma diferença de potencial entre as camadas de semicondutores mais externas. Devido a sua pequena espessura, nesta direção o diodo se comporta como uma fonte de luz quase pontual, enquanto na direção transversal (largura) se comporta como uma fonte extensa. A cavidade ressonante, do diodo, é formada por superfícies de alta refletância, localizadas na face de emissão e na face oposta. O efeito desta cavidade é sincronizar as transições eletrônicas, mantendo os fótons emitidos em fase. Devido à esta forma de construção,

os diodos laser possuem uma janela de emissão bastante assimétrica, com coerência espacial e temporal bastante distintas para ambas as direções transversais a de propagação, direção lenta (paralela a direção de polarização) e direção rápida (perpendicular a direção de polarização) respectivamente. Os termos lento e rápido se referem a divergência que os diodos apresentam nestes direções. O efeito é de gerar um cone elíptico de luz, ver figura 8a), com ângulos de divergência distintos para estas direções. Particularmente, o diodo utilizado neste trabalho é um diodo de 20 W da Opto Power *OPC-A020-mmm* de 20W, figura 8b). Este diodo é formado por 24 emissores assimétricos, montados lado ao lado, cada um com face emissora de 200 μm de largura por 1 μm de altura, conforme mencionado no início desta secção, e com espaçamento entre eles de 200 μm . A largura total é de 1 cm. Nesta direção o feixe possui características de propagação bastantes ruins, possuindo um ângulo de divergência de 10° , FWHM, e fator de qualidade M^2 (ver item 2.2) de 2000. Ou seja, o produto da cintura de feixe, no foco criado por uma lente qualquer, vezes a divergência após o foco é 2000 vezes pior que no caso de um feixe gaussiano (TEM_{00}). Para a direção perpendicular a polarização, o feixe possui características próximas a de feixe gaussianos, com parâmetro M^2 de 3, sendo apenas 3 vezes pior que um feixe gaussiano. Apesar desta alta qualidade, nesta direção, a janela de emissão muito estreita gerando um feixe com alta divergência, em torno de 42° . Porém, o nosso diodo possui uma micro lente cilíndrica (ao longo da direção do arranjo), para a colimação nesta direção (direção rápida), a qual diminui o ângulo de divergência para aproximadamente 6° (FWHM). O feixe emitido possui polarização na direção do arranjo dos emissores.

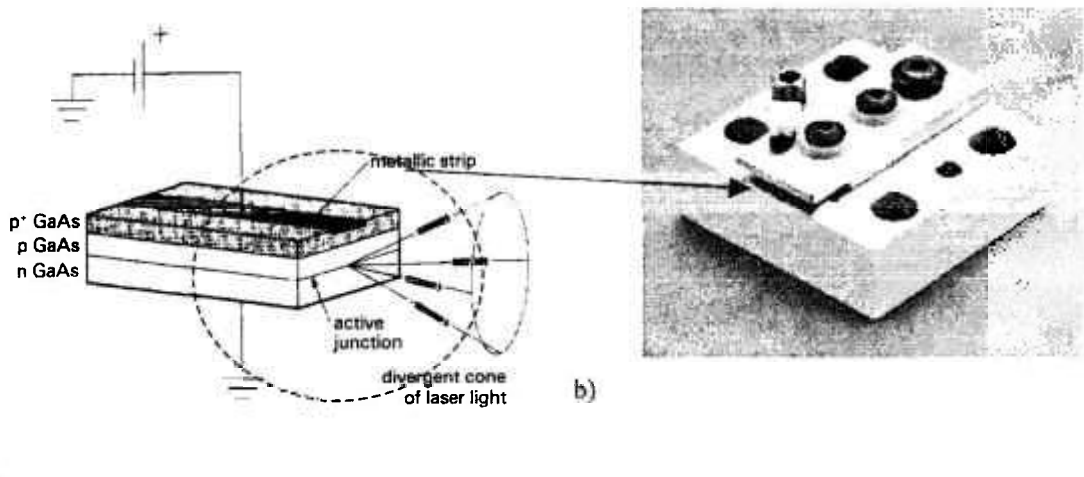


figura 8) Diodo laser de OPC-A020-mmm de 20W da Opto Power montado em uma base refrigeradora.

O perfil do feixe do diodo não é gaussiano, e particularmente próximo ao foco, o tem forma retangular. Mas uma boa aproximação para o seu perfil de intensidade ao longo de sua propagação pode ser dada usando uma função gaussiana elíptica, típica do modo TEM₀₀ de cavidades com espelhos cilíndricos, como mostrada na seção 2.2). Este feixe deve possuir parâmetro M² e cintura de feixe diferentes para ambas as polarizações de tal forma que se obtenha um perfil de intensidade elíptico. A propagação deste feixe através dos sistemas óticos pode ser calculada através de métodos convencionais usados em ótica gaussiana. Outras aproximações são possíveis, dependendo das dimensões e geometria de bombeamento, como por exemplo a apresentada em [3][4], onde é usado uma aproximação gaussiana não divergente, ou em [5] onde o bombeamento é assumido como sendo uniforme dentro de uma região retangular. Os ressonadores laser utilizam normalmente espelhos esféricos, resultando em modos intracavidade com simetria circular em relação ao eixo de propagação, dificultando a sobreposição entre o modo intracavidade e feixe do nosso diodo. Porém, pode-se corrigir a forma do feixe do diodo através de um dispositivo chamado homogeneizador de feixe [26], o qual possibilita uma uniformização do perfil de intensidade sem grande deterioração da qualidade de propagação do feixe.

Na figura 9) é representado o arranjo de bombeamento longitudinal, utilizado para as medidas de ODP induzidas, junto com o interferômetro. Nesta figura é exibida a ótica de bombeamento que focaliza o feixe do diodo na superfície do cristal, através do espelho M1 do interferômetro. Este arranjo é similar ao usado no bombeamento de cristal em cavidade lasers, desta forma as distorções térmicas medidas pelo interferômetro correspondem a distorções vistas pelo feixe intracavidade em uma cavidade bombeada longitudinalmente. Devido à sua assimetria, o feixe de bombeamento requer o uso de ótica especial para a colimação e focalização, onde cada direção de polarização deve ser tratada independentemente. Isto é feito com o uso lentes cilíndricas, como mostrado na figura 9). O espelho do M1 do interferômetro é semitransparente ao feixe do diodo, as lentes cilíndricas possuem uma camada de filme anti-refletor, onde as perdas da potência do feixe são concentradas na lente L3 (sem filme AR) e no espelho M1 resultando em uma transmitância de cerca de 48 %

aproximadamente. Com este arranjo é obtido um foco, sobre a face do meio ativo, de 1250 μm por 50 μm nas direções x e y respectivamente.

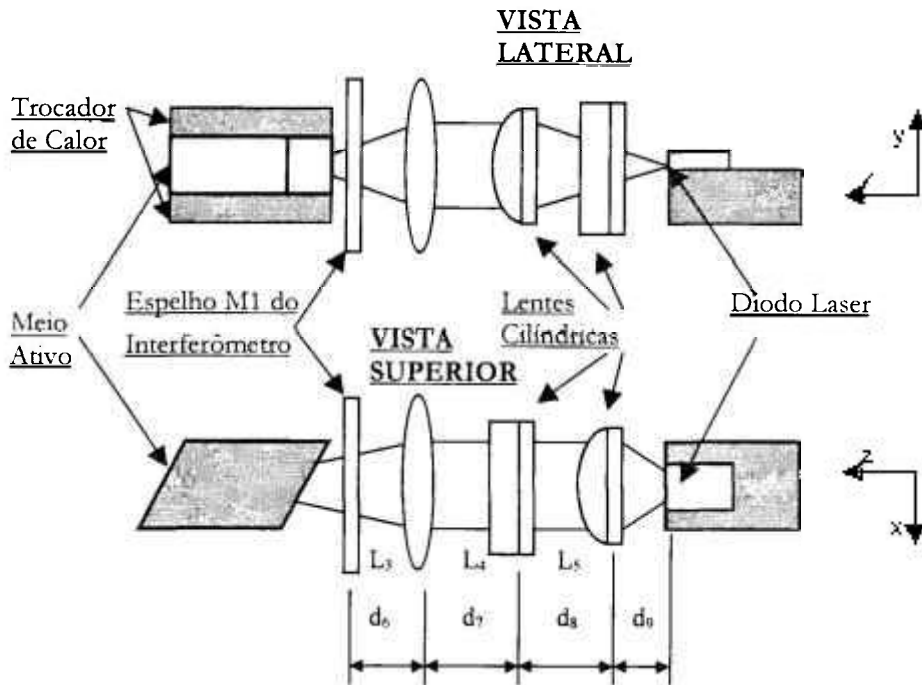


figura 9) Detalhe do arranjo interferométrico, mostrando o sistema de bombeamento e refrigeração do meio ativo, onde as lentes L_3 , L_4 e L_5 possuem distância focal $f_3 = 38$ mm, $f_{4x} = 150$ mm e $f_{5y} = 100$ mm, com distâncias entre si de $d_6 = 22$ mm, $d_7 = 115$ mm, $d_8 = 48$ mm e $d_9 = 116$ mm

Conforme mencionado, o perfil da irradiância do feixe pode ser aproximado por um feixe gaussiano com simetria elíptica cuja forma é dada pela equação (19), cinturas de feixe ω_x e ω_y dadas pelas equações (20) e (21) e com fator de qualidade M^2 (M^2_x e M^2_y) distintos para as direções x e y.

Para computar o efeito da absorção do meio ativo a equação (19) deve possuir um termo adicional de absorção exponencial, ao longo da sua propagação, dado por $\exp(-\alpha z)$ sendo α o coeficiente de absorção. Considerando que o feixe de bombeamento possui uma divergência pequena, pode-se assumir que a densidade de potência ρ_E induzida pelo bombeamento dentro do meio ativo é dada pela equação (62).

$$(62) \quad \rho_E(x, y, z) = \rho_{E_0} \exp\left[-2\left(\frac{x^2}{w_x^2(z)} + \frac{y^2}{w_y^2(z)}\right) - \alpha z\right]$$

O termo ρ_{Eo} foi normalizado de tal forma que a diferença entre a potência total que entra na face bombeada, integral da irradiância sobre a superfície de entrada menos a potência que sai na outra extremidade fosse igual à potência total dentro do meio, ou seja a integral da densidade de potência ρ_E por todo o volume do meio ativo. Sendo assim ρ_{Eo} é dado pela equação (63), onde P_o é a potência total emitida pelo diodo:

$$(63) \quad \rho_{Eo} = \frac{2\alpha P_o}{\pi w_x(z) w_y(z)}$$

A carga térmica, $f(x,y,z)$, possui a mesma distribuição espacial que a densidade de energia do feixe de bombeamento, porém a parcela de energia convertida em calor é dada pela inclusão de um termo de eficiência de conversão térmica, η . Este termo representa a parcela da energia em calor devido às transições não radiativas do processo de inversão de população, que dado por $\eta = (\nu_p - \nu_{laser}) / \nu_p$, onde ν_p é a frequência do feixe de bombeamento, e ν_{laser} a frequência da transição laser. Esta relação é válida para o meio inserido na cavidade, sob ação laser. Fora da ação laser a parcela de conversão térmica aumenta, por exemplo para o Nd:YLF aumenta de 24 % sob ação laser para 30 % fora da ação laser [3]. Isto se deve a contribuições reabsorção das transições radiativas (figura 1).

7.1.2. INTERFERÔMETRO E MEDIDAS DE OPD

Devido às pequenas dimensões do meio ativo, não é possível mapear a distribuição de temperatura e tensão, através de medidas diretas. Desta forma usamos como parâmetro final de comparação as distorções óticas induzidas termicamente as quais expressam o efeito resultante do campo de temperatura e deformação. Estas distorções foram medidas por um interferômetro de Twyman Green, e são comparadas às simuladas através do nosso programa de computador, baseado em elementos finitos, que simula as distorções térmicas.

O interferômetro de Twyman-Green é mostrado na figura 10). Um feixe laser de HeNe, que possui 30 mW de potência máxima e comprimento de onda de 632,8 nm, é expandido, filtrado espacialmente e colimado.

Neste interferômetro, o feixe colimado do HeNe possibilita que o raio de curvatura da frente de onda permaneça constante e aproximadamente plano, por uma distância grande. O feixe de HeNe é dividido, então, em dois feixes, com mesma frente de onda plana de amplitude $(E/2)\exp(i\omega t)$. Isto é feito por meio de uma superfície semi refletora, denominada divisor de feixe. Estes feixes se propagam pelos braços 1 e 2 do interferômetros, onde são refletidos de volta pelos espelhos M_1 e M_2 para o divisor de feixe e são recombinados, em uma câmera CCD. No braço de análise (1) é inserido o meio ativo, enquanto o braço de referência (2) é mantido livre para referência. Ao se propagar pelos braços de análise e de referência as frentes de onda dos feixes acumulam uma diferença de fase de $\phi_1(\mathbf{r})$ e $\phi_2(\mathbf{r})$, respectivamente. Como neste interferômetro o feixe passa duas vezes pelo mesmo caminho em cada braço a diferença de fase adquirida pode ser dada por $\phi_1(\mathbf{r})=4\pi n_o d_2/\lambda$ e $\phi_2(\mathbf{r})= 4\pi d_1/\lambda$, onde $n_o d_2$ e d_1 correspondem ao caminho ótico percorrido pelo feixe ao longo de cada braço em uma passagem. Sendo d_2 o comprimento do braço de referência, n_o o índice de refração do ar, $d_1 = n_o d_1' + OPD$ é a soma do percurso no ar d_1' através do braço de análise mais a diferença de caminho ótico OPD adquirida ao atravessar a amostra. Estes feixes se somam na CCD, e o campo elétrico resultante tem amplitude $(E/2)\exp(i\omega t)[\exp(i\phi_1)+\exp(i\phi_2)]$, sendo que o padrão de intensidade medido pela CCD é dado pela equação (64).

$$(64) \quad I_{CCD} = \frac{I}{2} [1 + 2 \cos(\phi_1(\vec{r}) - \phi_2(\vec{r}))]$$

A imagem das franjas de interferência são gravada no computador por meio de uma câmera digitalizadora a qual é formada por um sensor CCD (Charge Coupled Device), do tipo Hole Accumulation Diode (HAD) fabricada pela Merchantek. Este sensor é montada diretamente sobre um circuito impresso, sem nenhuma ótica própria para a formação da imagem. O sensor possui uma área de 795 por 596 pixels, formando uma região retangular com diagonal de 12.7 mm, porém somente 752 por 582 pixels são usados. Cada um destes pixels possui 8.3 μm por 8.6 μm . Junto com a câmera CCD veio um programa de computador, que possibilita o seu controle, e oferece alguns recursos para o tratamento da imagem adquirida.

Como pode ser visto na figura 10), na parte anterior do espelho M_1 foi colocado o laser de diodo, e que através de uma ótica especial bombeia a amostra, com foco sobre a sua superfície, ver figura 9). Ao ser ligado o diodo aquece a amostra criando um gradiente de temperatura, o qual induz distorções óticas adicionais.

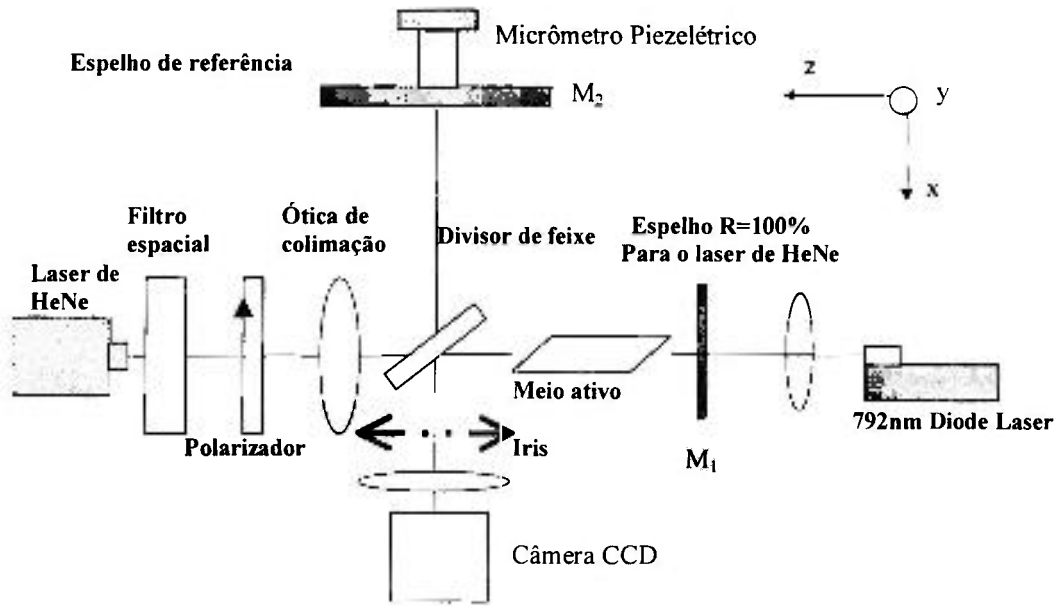


figura 10) Interferômetro de Twyman-Green, cristal bombeado em um dos braços. O padrão obtido pela CCD é composto, por um conjunto de franjas, gerados distorções óticas induzidas pelo bombeamento.

O padrão de interferência gerado na CCD, com o bombeamento ligado é composto pela OPD induzida termicamente e mais a um padrão inicial de franjas. Este padrão inicial normalmente não é possível de ser eliminado simplesmente pelo alinhamento dos espelhos, sendo necessária a sua retirada através de recursos computacionais. O método utilizado para a eliminação das franjas iniciais, e a sua interpretação serão explicadas nos parágrafos a seguir.

Considera-se a diferença de fase total obtida pela câmera CCD, $\Delta\phi_{total}(x,y)=\phi_2(x,y)-\phi_1(x,y)$, a qual tem contribuição vinda do feixe proveniente do cristal bombeado e do feixe de referência, a qual pode ser dividida da seguinte forma $\Delta\phi_{total}(x,y) = \phi_{ini}(x,y) + \phi_{term}(x,y) - \phi_{ref}$. O primeiro termo, ϕ_{ini} , corresponde à perturbação inicial da frente de onda, ou seja, com o cristal não bombeado. Esta perturbação é composta pela diferença de ângulo entre os espelhos, curvatura da superfície do meio ativo, e outros padrões indesejáveis de interferência. O segundo termo carrega informação sobre a distorção ótica induzida pelo cristal bombeado, e o terceiro termo corresponde à frente

de onda de referência (do espelho M₂), sendo uma superfície plana. Com cristal sem o bombeamento o padrão de interferência obtido, figura 11a), corresponde a uma superfície de fase dada por $\Delta\phi_{ini}(x,y) = \phi_{ini} - \phi_{ref}^o$ onde ϕ_{ref}^o corresponde a frente de onda plana de referência inicial, do espelho M₂. O padrão de interferência de origem térmica livre das perturbações iniciais é dado por $\Delta\phi_{term} = \phi_{term} - \phi_{ref}$, o qual não pode ser obtido diretamente, onde ϕ_{ref} representa uma frente de onda plana de referência (espelho M₂). Em uma primeira medida o padrão inicial de franjas, $\Delta\phi_{ini}$, é gravado na câmera CCD, e é dado pela equação (65). Os termos ϕ_{ref}^o e ϕ_{ref} , são usados para diferenciar a frente de onda de referência gravada primeiramente pela CCD, a qual é fixa, e a usada durante a medida da distorção térmica, respectivamente.

$$(65) \quad I_{ini}(x, y) = \frac{I}{2} (1 + 2 \cos(\phi_{ini}(x, y) - \phi_{ref}^o))$$

Com o cristal bombeado é obtido um padrão de franjas $\Delta\phi_{total}$ contendo o padrão inicial mais a perturbação de origem térmica, ϕ_{term} , e é dado pela equação (66), onde se considerou que não há uma variação de amplitude, I, nas duas situações.

$$(66) \quad I_{total} = \frac{I}{2} (1 + 2 \cos(\phi_{ini} + \phi_{term} - \phi_{ref}))$$

Com o uso do programa de computador de aquisição de dados, fornecido pelo fabricante da CCD, o padrão final de interferência, é subtraída do padrão inicial ($I_{total} - I_{ini}$) previamente gravado, e é obtido o padrão dado pela equação (67), e assumindo que em ambas as situações o nível I constante são aproximadamente iguais, vê-se que o mesmo é eliminado.

$$(67) \quad I_{res} = I [\cos(\phi_{ini} + \phi_{term} - \phi_{ref}) - \cos(\phi_{ini} - \phi_{ref}^o)]$$

Na equação (67) o termo de fase plana ϕ_{ref}^o é fixo (gravado em na primeira etapa pela CCD), enquanto que ϕ_{ref} , pode ser variado entre 0 e 2π , através do translação do espelho do braço de referência (2), onde foi instalado um micrômetro piezolétrico conforme a figura 10). Este micrômetro através de um controle eletrônico pode chegar a uma resolução em deslocamento da ordem 10 nm. O segundo termo da equação (67), representa a figura de interferência gravada inicialmente com bombeamento desligado,

e medida em relação a ϕ_{ref}^0 . Variando a fase ϕ_{ref} , através do micrômetro, pode-se torna-la igual a fase inicial ϕ_{ref}^0 (referência do padrão gravado), desta forma o padrão de interferência I_{res} , tem linhas escuras quando ϕ_{term} for igual a zero. Desligando o bombeamento, ou seja $\phi_{term} = 0$ para qualquer x e y , e olhando a equação (67), vê-se que não aparecerá nenhum padrão de interferência, I_{res} . Ao ligar o bombeamento, tem-se $\phi_{term} = \phi_{term}(x,y)$, e a intensidade I_{res} corresponderá somente ao padrão de franjas de origem térmica, onde os máximos (franjas claras) correspondem à ϕ_{term} com atraso de fase de $(2N+1)\pi$, onde N é um inteiro. Assim é obtido um padrão de interferência que corresponde as distorções óticas de origem térmicas, livre do erro de fase inicial. Uma outra possibilidade, é ajustar a fase ϕ_{ref} com valor próximo a $\phi_{ref}^0 + \pi$, o que produz um alto contraste no padrão inicial, como mostra nas figura 11b), e as distorções térmicas aparecem como uma modulação do padrão inicial figura 11c). A seguir será descrito o procedimento de alinhamento do interferômetro.

Este interferômetro possui uma ótica para filtragem espacial, expansão e colimação para o HeNe, de tal forma que o feixe obtido fosse livre de ruídos e cobrisse toda a área do cristal. O interferômetro foi montado em uma mesa, com pernas pneumáticas para eliminar as vibrações, para aumentar a estabilidade do arranjo. O interferômetro foi alinhado, sem a amostra, ajustando os espelhos no final de cada braço, até ser obtido um padrão não localizado de franjas, com espaço entre franjas infinito. Estando o interferômetro alinhado, a amostra é inserida e um novo padrão de franjas é obtido, o qual tem origem nas irregularidades da superfície da amostra e reflexões múltiplas pelo espelhos do interferômetro, este padrão é difícil de ser eliminado. Considerando a impossibilidade de se eliminar o padrão de franjas, ajustamos os espelhos de fundo até ser obtido um padrão de franjas paralelas e equidistantes, conforme a figura 11a), para um cristal de LiF:F_2 . Este padrão foi gravado no computador através de uma câmera CCD. Usando um recurso disponível no programa da câmera, que possibilita a gravação de uma imagem e subtrai-la das imagens capturadas posteriormente. Esta técnica é semelhante a utilizada por Depang [25], e pode eliminar grande parte das perturbações de fase iniciais, como explicado no parágrafo anterior. Com o bombeamento desligado, é ajustado a posição do espelho M_2 através do micrômetro piezelétrico (ligado ao espelho M_2), de tal forma que se introduz uma diferença de fase

global de π , entre a referência atual e a gravada, e se obtenha um padrão de franjas verticais, conforme a figura 11b). O efeito da OPD térmica aparece como uma modulação do padrão de franjas iniciais, conforme a figura 11c).

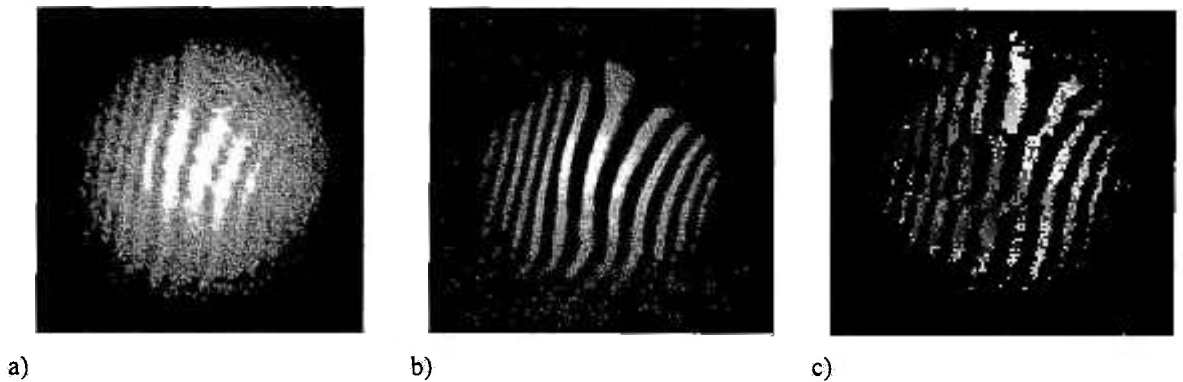


figura 11) Padrões de interferência, obtidos em cristal de LiF, a) padrão gerado pelo cristal bombeado com obtido pelo bombeamento com 8.1 W, b) cristal livre de bombeamento, com contraste aumentado por meio de subtração da imagem de fundo, c) mesma situação da figura da esquerda, mas com o padrão da esquerda subtraído do padrão do centro.

Usando o campo de temperatura e deformação obtido, calculamos a diferença de caminho ótico induzida pelo bombeamento, através da relação (57), e os resultados foram comparados com experimento através de medidas interferométricas, usando o interferômetro mostrado na figura 10).

7.2. AVERIGUAÇÃO DO MÉTODO DE ANÁLISE

As análises feitas com cristal de Nd:YAG seguem o modelo descrito no artigo do Pfistner [3], com os quais comparamos os nossos resultados. Usamos este artigo como um dos meios de verificarmos a validade do nosso programa de análise térmica. Na análise feita por Pfistner, foi utilizado um bastão de Nd:YAG com 1.5 mm de raio por 5 mm de comprimento, conforme representação na figura 12). Este cristal é bombeado longitudinalmente por um diodo laser, cujo feixe foi aproximado como tendo um perfil gaussiano, não divergente, com simetria circular e cintura de feixe de 125 μm . Este feixe incide em umas das faces do cristal e sofre absorção exponencial com constante de absorção $\alpha = 910 \text{ m}^{-1}$ ao longo da direção z. A distribuição espacial da carga térmica

segue o perfil de intensidade do feixe de bombeamento e é dada pela equação (68), onde P_o é a potência total emitida pelo diodo e η é a eficiência de conversão térmica, w_o é a cintura do feixe, e L é comprimento do cristal. A eficiência de conversão térmica é assumida como sendo 30%, ela decorre da diferença da frequência do feixe de bombeamento e da emissão laser $\eta=(\nu_{\text{bomb}} - \nu_{\text{laser}})/\nu_{\text{bomb}}$, sob ação laser $\eta=24\%$, mas fora da cavidade assume o valor $\eta=30\%$ segundo [3]. O feixe de bombeamento possui potência total de 3W, sendo que a carga térmica é de aproximadamente 1W. Esta aproximação para o bombeamento é bem razoável se o cristal laser ativo é em geral colocado dentro da região confocal do feixe de bombeamento.

$$(68) \quad f(r, z) = \frac{2P_o\eta\alpha}{\pi w_o^2} (1 - e^{-\alpha L}) e^{\frac{-2r^2}{w_o^2}} e^{-\alpha z}$$

Neste modelo o meio ativo de Nd:YAG é assumido com sendo um material isotrópico, tal que as suas propriedades elásticas podem ser expressas em termos do módulo de Young $E = 310$ GPa e da razão de Poisson $\nu=0,3$, as demais propriedades inerentes da matriz de YAG estão listados na Tabela 1). Neste artigo, [3], a análise é feita através de elementos finitos, onde o autor usa uma grade de pontos que se adapta à geometria cilíndrica do seu problema; este cristal é refrigerado na sua face lateral, cuja eficiência ele assume ser ideal, ou seja, é mantida constante e igual à temperatura do líquido refrigerante. Como o nosso programa de elementos finitos gera grades retangulares, tivemos que escolher critérios de normalização de tal forma que pudéssemos ter uma equivalência entre os dois problemas. Primeiro consideramos que o nosso meio ativo deve ser uma barra com seção transversal quadrada, os lados devem ser iguais ao diâmetro do bastão, 3 mm, e com mesmo comprimento, 5 mm. A refrigeração é efetuada nos lados da barra, e é assumida como sendo ideal.

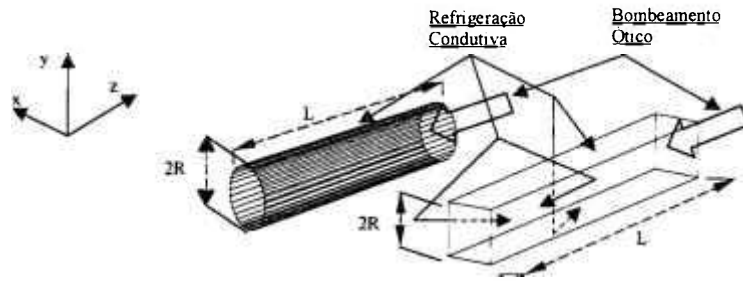


figura 12) Equivalência entre bastões bombeados e barras bombeadas longitudinalmente com diodos laser, com $L = 5 \text{ mm}$, $R = 1,5 \text{ mm}$.

Usando o nosso programa de elementos finitos, calculamos o campo de variação de temperatura, tensão induzidas e diferença de caminho ótico. Nas figuras abaixo mostramos alguns, dos resultados das simulações feitas com o nosso modelo, e comparamos com as simulações realizadas por Pfistner.

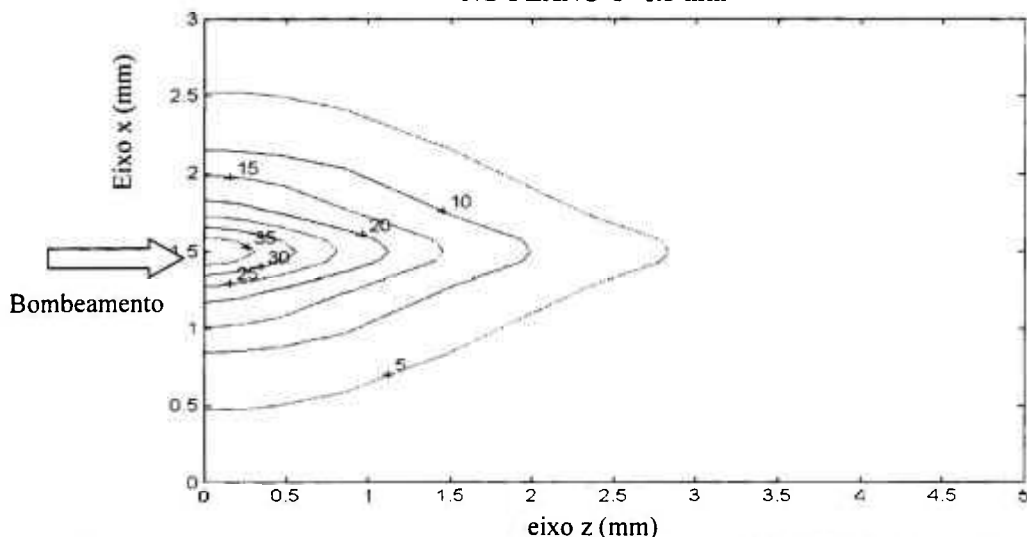


figura 13) Campo de variação de temperatura simulado (com o nosso programa) no plano central, $y=1.5\text{mm}$. Pode-se observar a forte queda da variação da temperatura ao longo do eixo z devido ao alto coeficiente de absorção desta amostra de Nd:YAG.

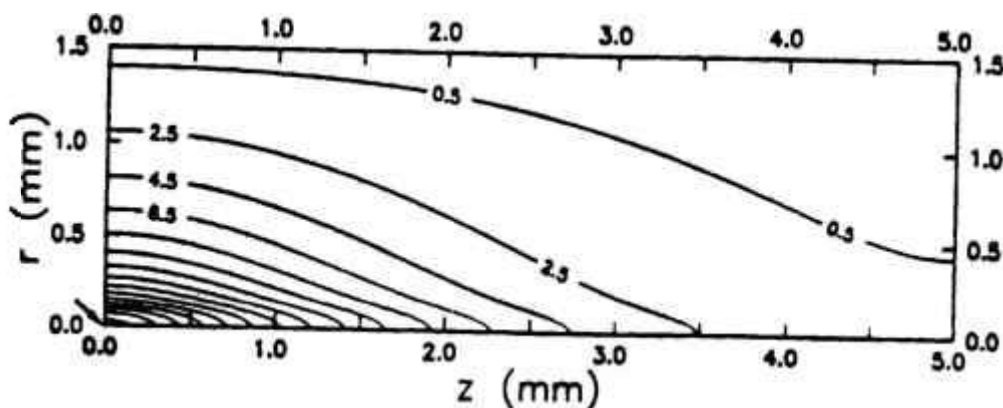
Na figura 13) é mostrada o campo de temperatura resultante, em um plano central paralelo ao comprimento do meio ativo, através deste gráfico de superfície onde pode-se ver o efeito da absorção exponencial do feixe de bombeamento, onde a temperatura cai rapidamente ao longo da direção z. Na figura 14 a) estão representado o campo de temperatura obtido pela nossa simulação para a região central da barra, e na figura 14 b) o campo de temperatura obtido por Pfistner para a região central do bastão. Como pode ser visto comparando ambos os resultados, há uma boa concordância entre a

formas do perfil de variação da temperatura e também para os seus valores. A máxima variação de temperatura foi encontrada no centro a face bombeada, que para o nosso modelo foi temperatura de 39,2 K enquanto que Pfistner, obteve 30 K, a qual pode é muito boa, considerando a diferença de geometria entre os dois modelos.

**CURVAS DE NÍVEIS PARA A VARIAÇÃO DE TEMPERATURA
NO PLANO Y=1.5 mm**



a) Simulação usando o nosso programa, variação de temperatura máxima 39.5 K, no centro da face bombeada



b) Simulação obtida por Pfistner, máxima variação de temperatura 30 K, no centro da face bombeada

figura 14) a) e b) Comparação entre as curvas de níveis do campo de temperatura na região central do meio ativo, ao longo da propagação do feixe de bombeamento, obtidas por nós e pôr Pfistner.

Um das principais razões da análise dos problemas térmicos é a previsão das tensões mecânicas, as quais impõe o limite final da potência do bombeamento (fratura do meio ativo). O ponto onde ocorre a fratura corresponde ao máximo de tensão tangencial de alguma das componentes do tensor de tensão. A caracterização de um esforço como tangencial depende da superfície considerada, como visto na seção 3.2),

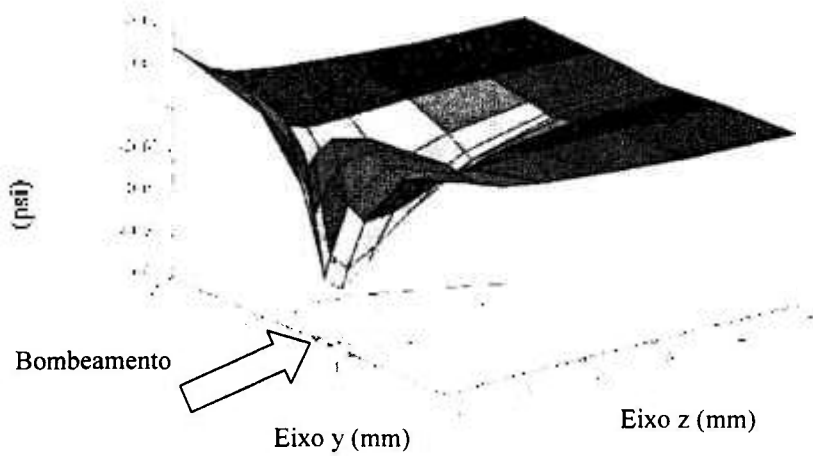
onde as componentes do tensor assumem valores diferentes dependendo da orientação do elemento de superfície considerado. A componente σ_{xx} , com valores positivos, representa tensões normais ao plano yz, (ver figura 7 e figura 15a).

A consideração de esforços tangenciais nas superfícies vem da formulação do problema elástico, onde as componentes perpendiculares a superfícies de contorno devem sempre se anular, ou ser igual a pressão atmosférica, de tal forma que somente as componentes paralelas a superfície possam assumir valores diferentes de zero. Na figura 15a) e figura 15b) estão representados os campos de tensões tangenciais, para a nossa simulação e para a simulação do Pfistner no mesmo plano utilizado para o cálculo do campo de temperatura. Comparando-os pode-se ver que ambos os campos possuem formas semelhantes, porém obtemos uma máxima tensão tangencial para a componente σ_{xx} e σ_{yy} de 2949 psi, enquanto para o Pfistner foi de 2500 psi. As componentes σ_{xx} com valores positivos representam esforços de tração ao longo da direção x. De uma forma geral os cristais são mais resistentes a esforços de compressão do que tração, sendo assim é mais importante mapear o valor máximo positivo das componentes do tensor de tensão. Como a tensão é uma função do campo temperatura, tem-se que uma parte da discordância entre valores entre os obtidos para o bastão e para a barra retangular se devem a diferença de temperatura, obtida anteriormente, sendo que para o nosso caso foi também maior, outra contribuição se deve a diferença entre as duas geometrias.

Observando as figura 15a), figura 16a) e figura 16b) é possível mapear a posição de máxima tensões. Para o caso da nossa aproximação, ela ocorre na face bombeada, nas coordenadas (1.5,0,0) mm e (1.5,3,0) mm e corresponde a componente σ_{xx} e de forma equivalente tem-se (0,1.5,0) e (3,1.5,0) para a componente σ_{yy} . Para o caso da análise de bastões, Pfistner obteve o máximo de tensão para a componente $S_{\phi\phi}$ próximo ao centro da face bombeada.

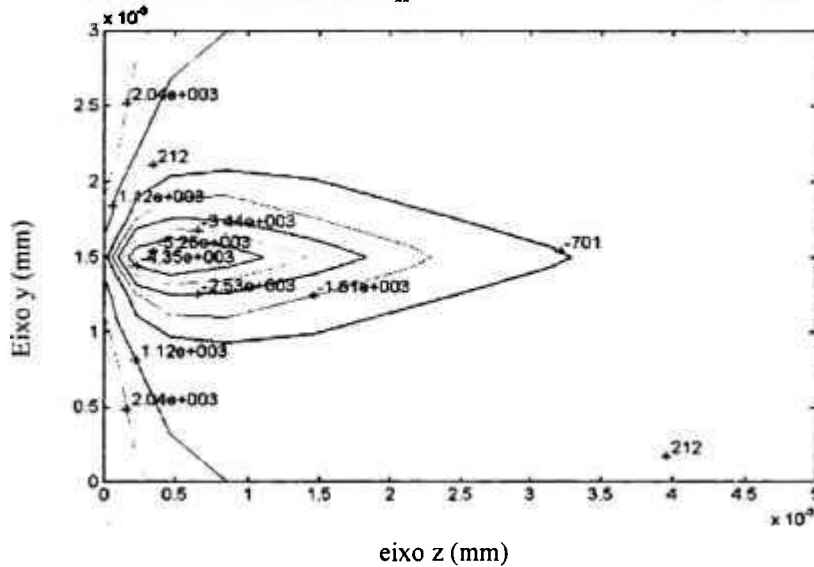
Em nossa análise uma possível fratura do meio ativo devido ao excesso de carga térmica, deve ter a sua origem nas faces laterais, onde pode ocorrer uma pequena fissura e que se propaga até o centro da face bombeada, devido ao acúmulo de tensões sobre a mesma. Apesar de Pfistner obter um máximo próximo ao centro da face

COMPONENTE σ_{xx} AO LONGO DO PLANO CENTRAL, $x = 1.5$ mm OBTIDA PELO NOSSO PROGRAMA



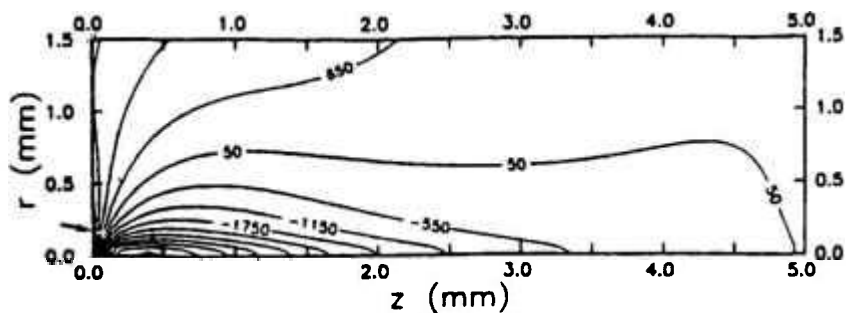
a) Neste gráfico pode-se ver que o máximo de tensão positiva ocorre na face bombeada no extremos do eixo y.

CURVAS DE NÍVEIS PARA σ_{xx} CORRESPONDENDO A FIGURA ANTERIOR



b) Projecção da figura acima no plano yz. A direção do esforço encontra se perpendicular ao plano da figura.

CURVAS DE NÍVEIS PARA σ_{xx} CONFORME PFISTNER

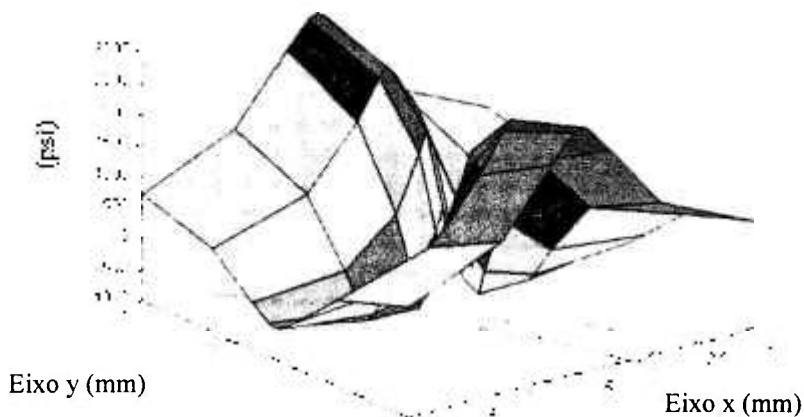


c)

figura 15) Tensão tangencial , componente σ_{xx}

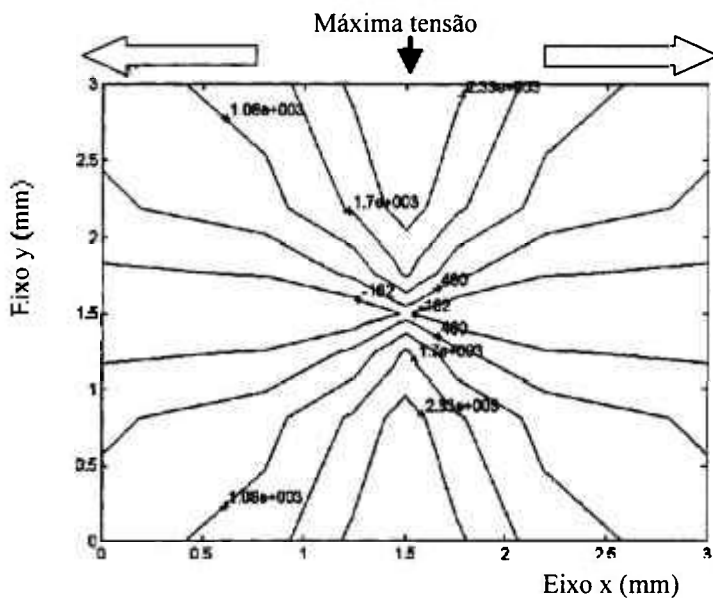
bombeada, as linhas de máxima isobáricas são similares a que obtemos, conforme a figura 15b) e figura 15c).

COMPONENTE σ_{xx} DO TENSOR DE TENSÃO NA FACE BOMBEADA, PLANO XY



a)

CURVAS DE NÍVEIS DA COMPONENTE σ_{xx} CORRESPONDENTE A FIGURA ANTERIOR



b)

figura 16) Componente tangencial σ_{xx} , na face bombeada, $z=0$.

A não homogeneidade dos campos de temperatura, de deformação e de tensões induzem variação no índice de refração e no comprimento do meio ativo. Para um feixe propagando por este cristal estas não homogeneidades induzem distorções na forma da sua frente de onda. A forma desta distorção pode ser representada pela diferença de caminho ótico vista por este feixe. Para um feixe gaussiano de pequena divergência e com uma passagem simples esta distorção é dada pela equação (57). Para

o caso estudado por Pfistner, o meio ativo possui um filme de alta refletividade para o feixe intracavidade resultando na equação (69).

$$(69) \text{ OPD} = 2 \left(\int_0^L \frac{\partial n}{\partial T} T(\vec{r}) dz + n \int_0^L \frac{\partial u_z(\vec{r})}{\partial T} dz + \sum_{i,j=1}^3 \int_0^L \frac{\partial n}{\partial \varepsilon_{ij}} \varepsilon_{ij}(\vec{r}) dz \right)$$

Usando a equação acima, calculamos a mesma a OPD total induzida, a qual é mostrada na figura 17a), o resultado de Pfistner é apresentada na figura 17b). Obtemos uma variação de caminho ótico do centro até a borda de 1.78 μm , se compararmos com a obtida por Pfistner, que foi de 1.35 μm que corresponde a 82 % do nosso valor, e para a diferença de valor para variação máxima de temperatura para ambos os casos corresponde a aproximadamente de 76 %. Deste resultado podemos admitir que uma parte significativa da diferença entre os dois valores de OPD, é devido a diferença as temperatura inicial obtida. Nesta simulação não é considerado a contribuição do terceiro termo da equação (69), que segundo as medidas feitas por Pfistner, correspondem a aproximadamente 3 % da OPD total.

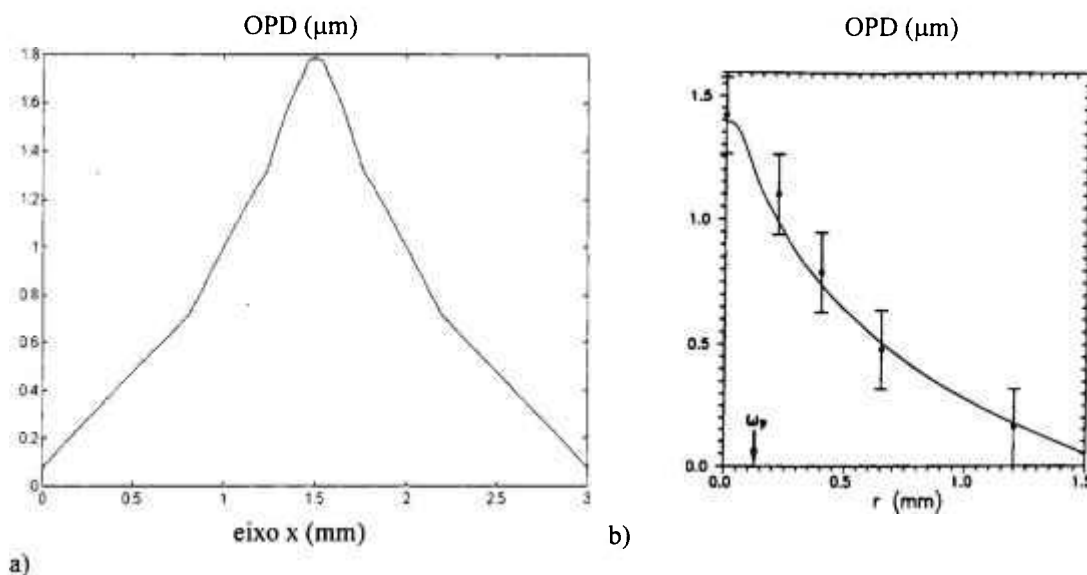


figura 17) OPDs obtidas para o bastão de Nd:YAG, descrito nos parágrafo anterior, a) OPD obtida através do nosso programa, b) padrão obtido pela análise de Pfistner.

7.3. ANÁLISE TÉRMICAS EM CRISTAIS DE LiF:F₂⁻ E Nd:YLF

Nesta seção apresentamos os resultados obtidos com a análise térmica em cristais de LiF:F₂⁻ e Nd:YLF, os quais foram comparadas com medidas interferométricas, em situações reais de bombeamentos. Estes cristais foram submetidos a uma mesma

geometria de bombeamento e refrigeração, onde as diferenças entre as duas análises se encontram nas suas propriedades físicas do material e nas dimensões do cristal.

7.3.1. SIMULAÇÕES PARA O LiF:F_2^-

Primeiramente apresentaremos os resultados obtidos para o cristal de LiF:F_2^- , cujas propriedades térmicas e óticas gerais para a matriz de LiF são apresentadas na Tabela 1). O coeficiente de absorção ótica depende da concentração de centros de cor, e foi obtido através de medidas de transmitância ótica. Obtivemos um coeficiente de absorção $\alpha=107 \text{ m}^{-1}$ para um feixe com comprimento de onda de 960 nm, a grade é mais densa próximo à região de bombeamento para garantir uma convergência mais rápida do resultado. O cristal tem a forma quase cúbica, com dimensões de 9 x 9 x 10 mm, nas direções x, y e z respectivamente, conforme a figura 18). Este cristal é bombeado por um feixe de diodo com comprimento de onda de 960 nm, o qual foi focalizado na superfície, $z=0$, do cristal com foco de $1250 \mu\text{m}$ por $50 \mu\text{m}$ nas direções x e y respectivamente, com parâmetros M_x^2 e M_y^2 de 3 e 2000 respectivamente. Este foco foi obtido através de uma ótica especial composta por uma combinação de lentes cilíndricas esféricas, e a refrigeração aplicada nas superfícies superior e inferior ($y = 0$ e $y = 9 \text{ mm}$) do cristal, conforme mostrado na figura 9). O perfil da densidade de energia dentro do meio é dado pela equação (62), a qual é multiplicada pelo coeficiente de conversão térmica $\eta = 0.70$, que corresponde as perdas do processo de bombeamento, devido a eficiência quântica, dada pela equação (11), onde a eficiência quântica é de 30%, segundo [22]. A refrigeração foi assumida com sendo ideal nas faces $y = 0$ e $y = 9 \text{ mm}$, e as demais faces são consideradas isoladas.

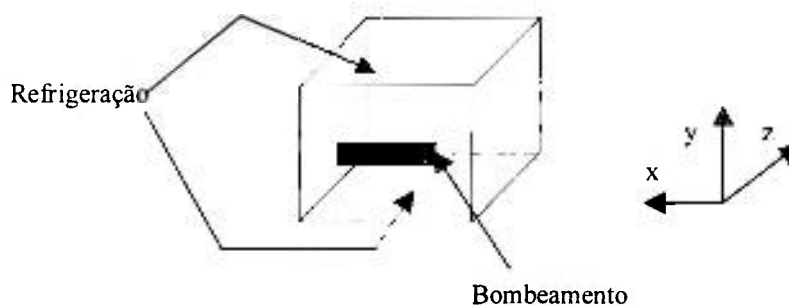


figura 18) Geometria do cristal LiF:F_2^- , bombeado por diodo, o cristal tem dimensões de 9 x 9 x 10 nas direções x, y e z respectivamente.

Foram simulados o campo de temperatura, tensões mecânicas e de caminho ótico induzidos, para diferentes potências de bombeamento, mas com o feixe tendo o mesmo perfil espacial. O campo de temperatura, resultante no LiF:F2- para um feixe de bombeamento contínuo de 2.2 W de potência é mostrada nas figura 19), figura 20), figura 21) e figura 22). Onde é mostrado de variação de temperatura em diversos planos do cristal.

CURVAS DE NÍVEIS VARIAÇÃO DE TEMPERATURA, NO PLANO YZ

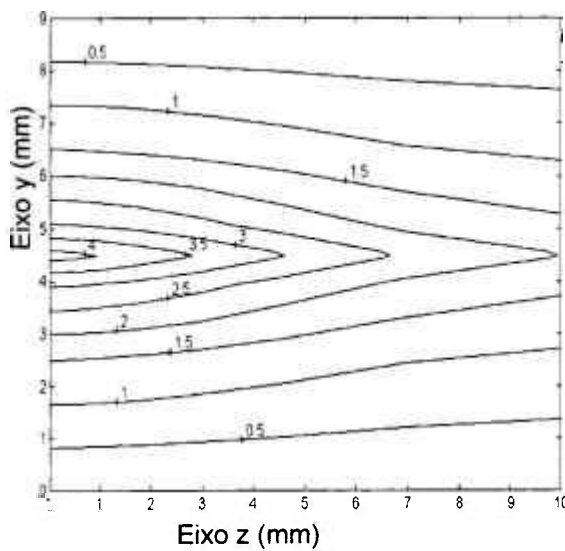


figura 19) Variação de Temperatura, no plano yz, com um máximo de 4.1 K, no centro da face bombeada, $z=0$. Refrigeração nas faces $y=0$ e $y=9$ m, e potência de bombeamento $P_0 = 2.2$ W.

CURVAS DE NÍVEIS VARIAÇÃO DE TEMPERATURA, NO PLANO XY

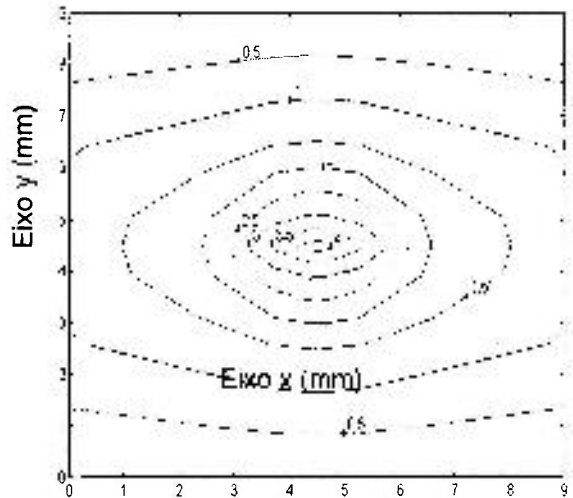


figura 20) Variação de Temperatura em um cristal de LiF:F2- na face de bombeamento, com as mesmas condições de bombeamento e refrigeração da figura 19)

VARIAÇÃO DE TEMPERATURA, NO PLANO XZ EM GRAUS CELSIUS

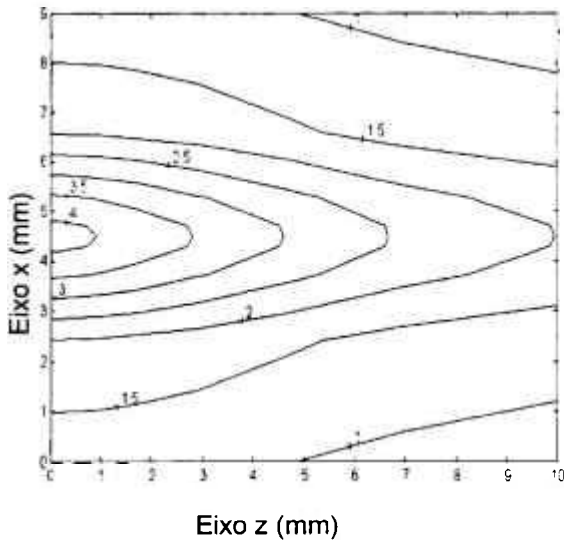


figura 21) Variação de Temperatura em um cristal de LiF:F2- ao longo do plano xy, as mesmas condições de bombeamento e refrigeração da figura 19), figura 20). As faces $x=0$ e $x=9\text{mm}$ são consideradas termicamente isoladas

VARIAÇÃO DE TEMPERATURA NO PLANO XY EM GRAUS CELSIUS

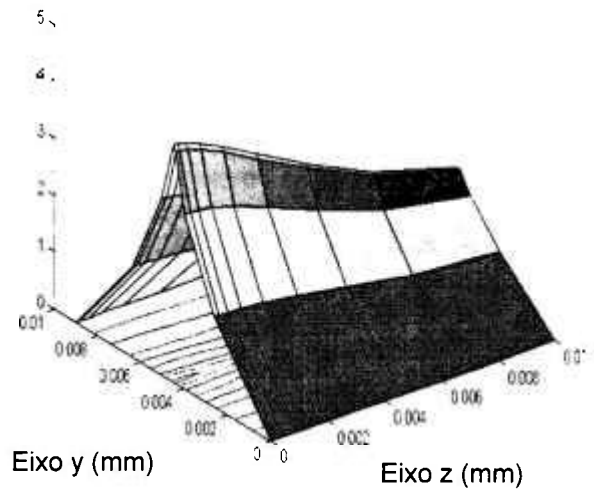


figura 22) Variação de Temperatura, em um cristal de LiF:F2- ao longo do plano yz, com as mesmas condições de bombeamento e refrigeração da figura 19), figura 20) e figura 21).

A máxima variação de temperatura, em nosso modelo está relacionada com as dimensões do meio ativo, suas propriedades e geometria do bombeamento. Como a refrigeração é assumida como sendo condutiva e ideal, ela não é dependente do valor absoluto da temperatura. E para este cristal ela é aplicada em duas faces, tem-se que todo calor é retirado através das mesmas. A distância entre o centro da região de bombeamento e a face refrigerada pode ser vista como oferecendo uma resistência térmica efetiva que é proporcional a esta distância.

Este cristal possui dimensões desfavoráveis para uma refrigeração eficiente, para esta configuração de bombeamento ótico. Isto se deve ao fato de que o centro da região bombeada se encontra muito distante das faces refrigeradas, fornecendo uma resistência térmica equivalente alta. Entretanto o LiF possui uma condutividade térmica relativamente alta, de 14 W(mK)^{-1} , que aliada ao seu baixo coeficiente de absorção ótica impedem uma grande variação de sua temperatura.

Como pode ser visto na figura 22), a diferença de variação de temperatura entre a face bombeada, e a face oposta é apenas é de no máximo de 2.1 K, para um

bombeamento com 2,2 W, o que corresponde a aproximadamente 50 % da temperatura da face bombeada. Esta proporção é mantida mesmo quando é variada a potência de bombeamento. Como podemos ver na comparação das figura 22) e figura 20) com as figura 23a) e figura 23b), onde o mesmo cristal é bombeado com uma potência de 9.6 W, pode-se ver que não há uma diferença na forma da distribuição de temperatura, da mesma forma que no bombeamento por 2.2 W, a razão entre a temperatura da face oposta a bombeada e a bombeada de 50%. Neste modelo é assumido que tanto as propriedades físicas do material quanto a refrigeração não são funções da temperatura, isto implica que uma mudança na potência do bombeamento muda apenas os valores absolutos da temperatura. As possíveis variações na forma da distribuição de temperatura são decorrentes apenas da geometria de bombeamento, geometria do meio ativo, propriedades físicas do meio ativo e refrigeração do meio ativo não dependendo do valor da potência do bombeamento.

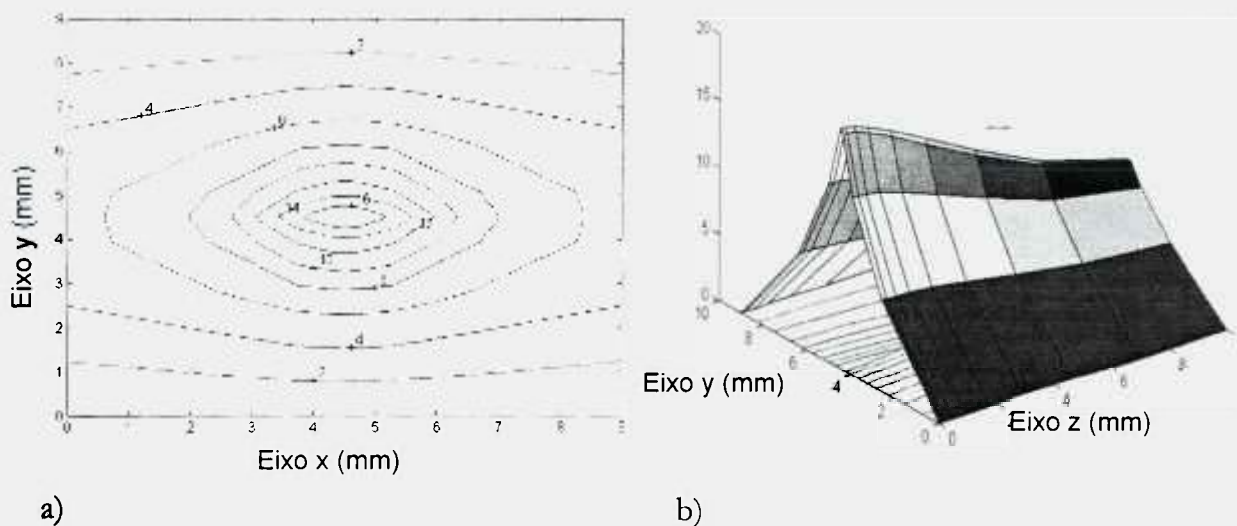
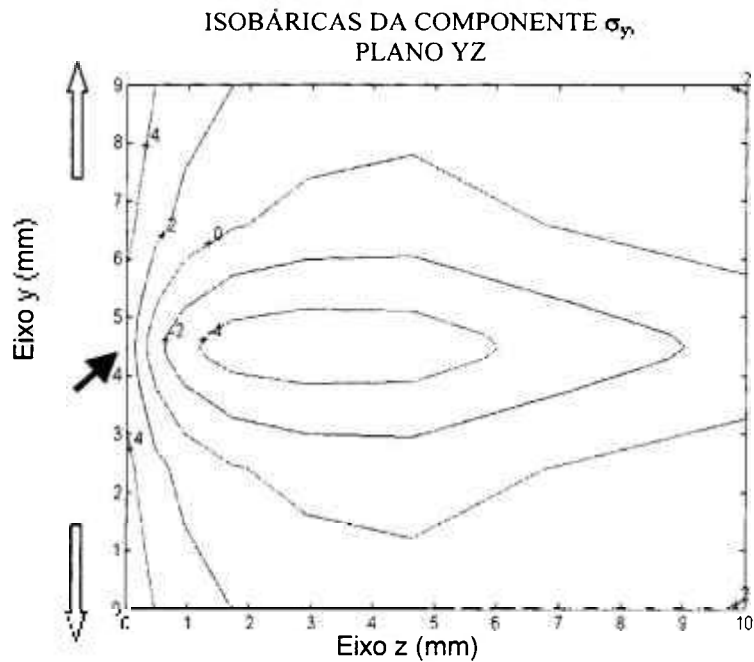


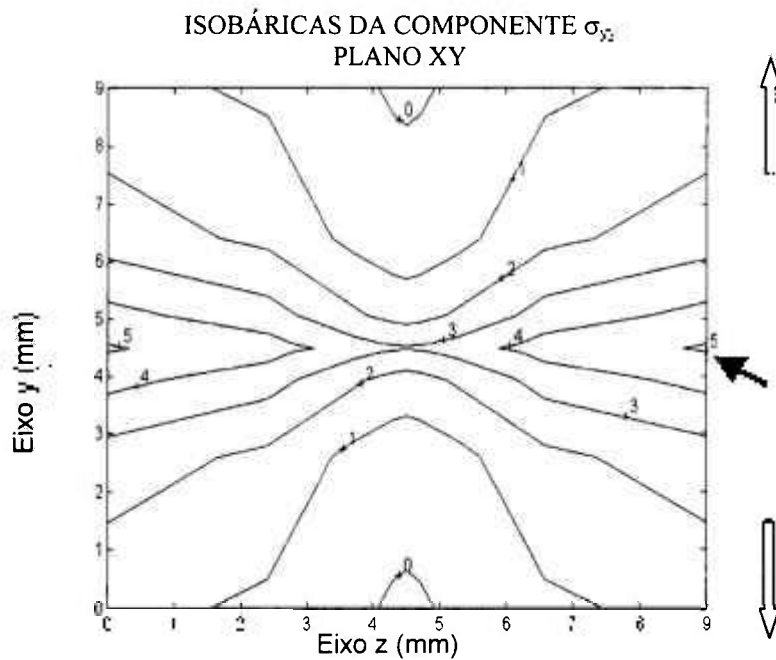
figura 23: a) Perfil de temperatura na face bombeada e b) perfil do campo de temperatura no central xz de cristal de LiF bombeado por diodo com 9.6 W.

O gradiente de temperatura, induzido atua como uma distribuição de forças no interior do meio ativo, a qual é equilibrada pelas forças internas. Sobre o contorno do meio ativo as forças atuantes são devidas a pressão atmosférica, peso do sistema de refrigeração, cuja ordem de grandeza destas forças é de 100 KPa. A ordem de grandezas das tensões induzidas termicamente são da ordem de dezenas de MPa

(MN/m²). Como as componentes perpendiculares do tensor de tensão devem se igualar ao esforços externos aplicados sobre o contorno, e dado que a diferença de magnitude destes esforço é várias ordens de grandeza menor que as tensões internas, assume-se que estas componentes devem se anular sobre o contorno. Desta forma podemos desprezar o seu efeito sobre o meio ativo, e assumimos que o contorno esta livre de esforços mecânicos. Isto implica que as componentes de tensão perpendiculares ao contorno deve ser nulas. Usando o campo de temperatura obtido, para o bombeamento com 2.2 W, e as condições de contorno mencionadas calculamos o campo de tensões mecânicas induzidas no cristal de LiF. Como o cristal de LiF possui simetria cristalina cúbica, o tensor de rigidez elástica possui três constante independentes, da aproximação de material isotrópico como a usada por inúmero autores, como Pfistner [3], é considerada apenas duas constantes o modulo de Young e a razão de Poison. As propriedades relevantes para o cálculo das tensões são coeficiente de dilatação térmica, matriz de rigidez elástica, as quais são listadas na Tabela 1). Os resultados obtidos são apresentados figura 24a) e figura 24b) e nas figura 25a) e figura 25b). No primeiro par de figuras é exibido as isobáricas da componente σ_{yy} do tensor de tensão, a qual corresponde a componente de maior valor, ela representa esforços tangenciais de tração na direção y sobre planos paralelos aos planos yy e yz. No segundo par de figuras é representado as isobáricas da componente σ_{xx} a corresponde aos esforços de tração sobre planos paralelos aos planos xy e xz. A porção mais central do meio ativo se encontra em estado de compressão (valores negativo) enquanto ao seu redor se encontra me estado de extensão (valores positivos). Isto ocorre devido ao fato que a região central se encontra a uma temperatura maior e impedida de se expandir pela sua vizinhança mais fria. Como em geral os materiais são mais resistentes a esforços de compressão que tração é necessário descobrir o ponto de máxima tensão positiva.



a)

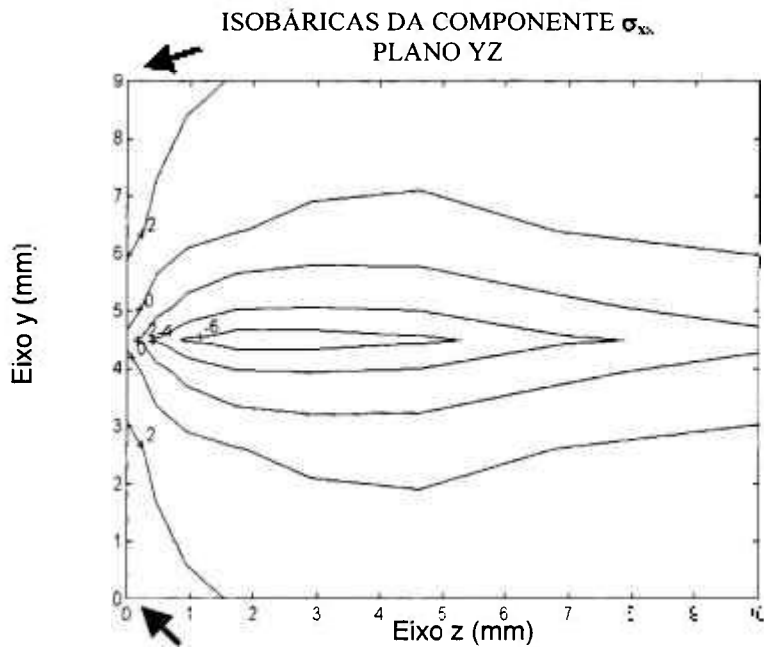


b)

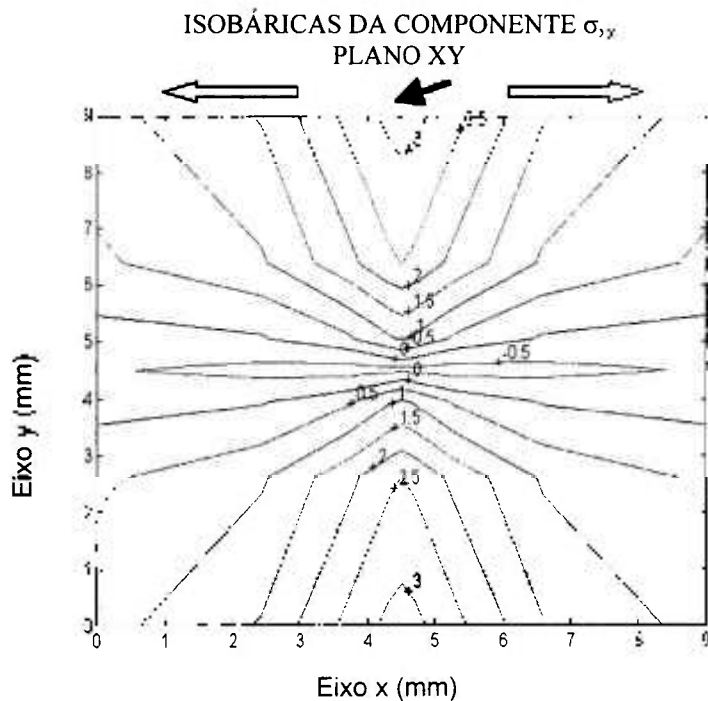
figura 24) Isobáricas da componente σ_{yy} do tensor de tensão, a) no plano central yz, $x = 1.5$ mm, ao longo da direção do bombeamento e b) no plano de bombeamento. As setas escuras indicam a posição de máxima tensão e as claras a direção do esforço.

Analisamos todas as componentes do tensor de tensão, vimos a que apresenta maior valor de tensão positiva é a componente σ_{yy} , e ocorre sobre a superfície de

bombeamento, para as coordenadas (0,4.5,0) e (9,4.5,0) mm, com um valor de 5.1 MPascal como pode ser visto na figura 24b). Para um cristal sem nenhuma em falha sua estrutura, uma possível fratura ocorreria neste ponto de máxima tensão e se propagaria até ao centro da face bombeada. Nas figura 25a) e figura 25b) são mostrado a componente σ_{xx} , a qual também apresenta valores altos de tensão, com um máximo de 3.2 MPascal. De forma análoga ao ocorrido com a temperatura, a forma espacial do campo de tensões não varia com o aumento da potência de bombeamento, onde a variação é dada apenas pela variação dos valores máximos e mínimos das suas componentes. Isto porque as tensões mecânicas em nosso modelo, não possuem um dependência com os valores absolutos da temperatura.



a)



b)

figura 25) Componente σ_{xx} do tensor de tensão, a) ao longo do plano central xz, $y = 1.5$ mm e b) na face bombeado. As setas indicam o local de máxima tensão.

Calculamos também a dependência entre os valores máximos de temperatura e tensão máxima com a variação da potência de bombeamento e foi encontrada uma dependência linear, como mostrado figura 26). Ajustando uma reta aos dados

obtivemos a seguinte relação para a temperatura máxima $T_{\max} = A_T f_o$ com $A_T = 2.68$ K/W f_o a parcela da potência de bombeamento convertida em calor e para a máxima tensão $\sigma_{\max} = A_s f_o$ com $A_s = 3.3$ MPascal/W. Cristais de LiF possuem um limite de fratura de 27 MPascal, e fazendo a projeção para potências de bombeamento maiores, o LiF atinge o seu limite de fratura com uma carga térmica de 8.2 W, e considerando 70% de eficiência de conversão térmica, tem um limite máximo para o bombeamento de aproximadamente 12 W.

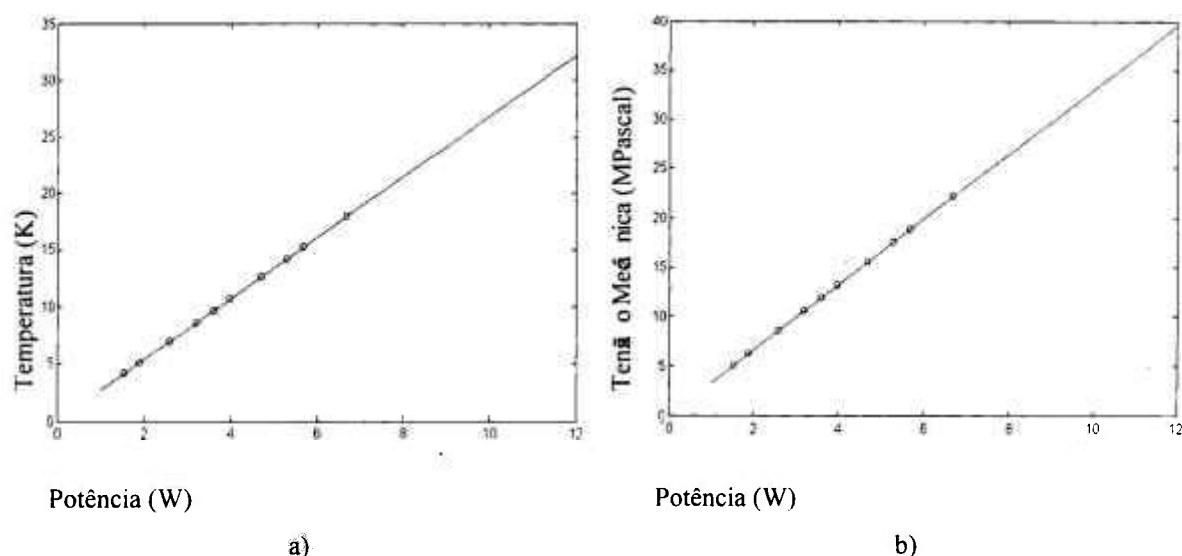


figura 26) Dependência linear da máxima variação de temperatura e tensão máxima com a potência de bombeamento.

Nas figuras seguintes serão apresentadas as comparações entre a OPD simuladas e as medidas realizadas através do interferômetro, para o cristal de LiF:F2-.

A figura 27a) corresponde à medida da OPD em uma região circular de aproximadamente 6.85 mm de diâmetro coincidindo com o centro do cristal. A medida das dimensões da área de análise foram realizada com uma íris colocada na posição anterior a lente de imagem, conforme a figura 10), esta íris foi mantida com 6.85 mm de diâmetro. Como o feixe é colimado, a sua cintura se mantém praticamente constante ao longo de sua propagação. Com isto pode-se assumir que a área selecionada pela íris, corresponde a uma mesma área sobre a amostra. Como as medidas foram feitas sempre com o mesmo arranjo, fez-se uma medida do diâmetro da

íris, e uma gravação da imagem correspondente da mesma sem a amostra, ver figura 28). Esta imagem pode ser usada como referência para as medidas das distâncias entre franjas. Como poderá ser visto nas imagens de OPD, as franjas possuem uma interrupção abrupta, correspondendo à parte do feixe interrompida pela íris, ou seja, à área de análise de 6.85 mm de diâmetro.

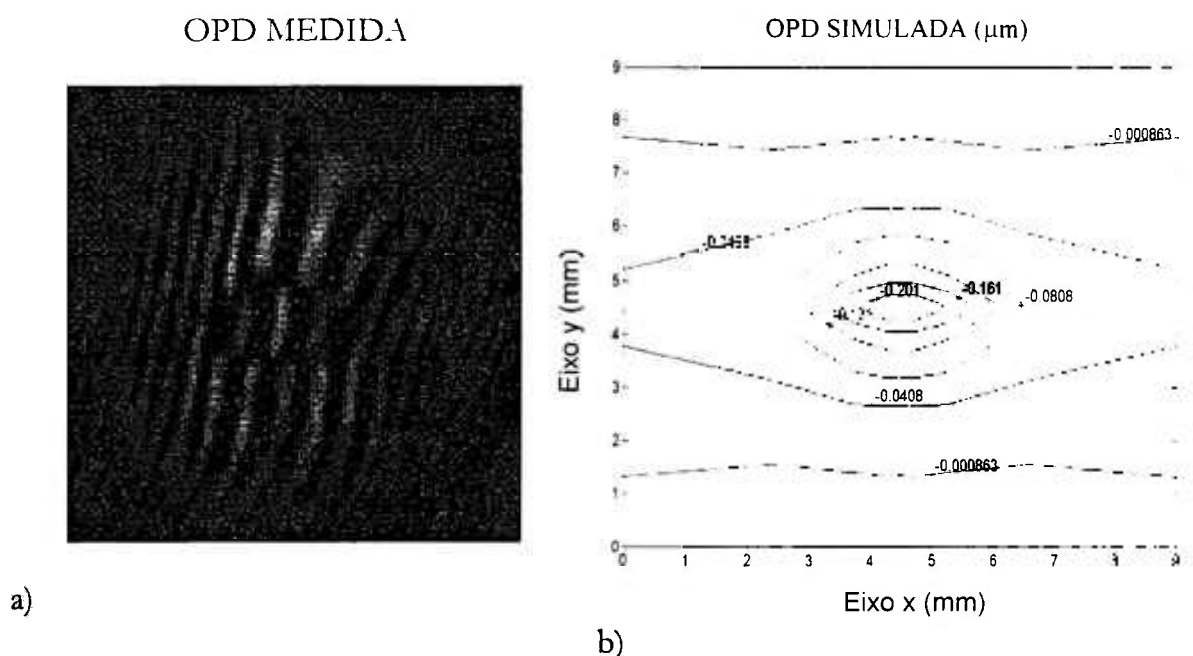


figura 27) a): Padrão de interferência, correspondente a OPD induzida em um cristal de LiF:F2- de 9x9x10 mm, pelo bombeamento por um feixe laser de 2.2 W, com cintura de feixe de 1250µm por 50µm, a distâncias entre franjas correspondem $\lambda/2$, para um feixe de análise de HeNe. b): OPD simulada para o cristal de LiF com mesma situação de bombeamento.

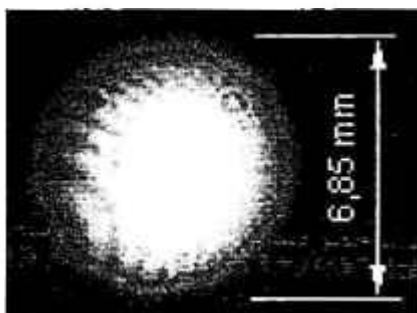


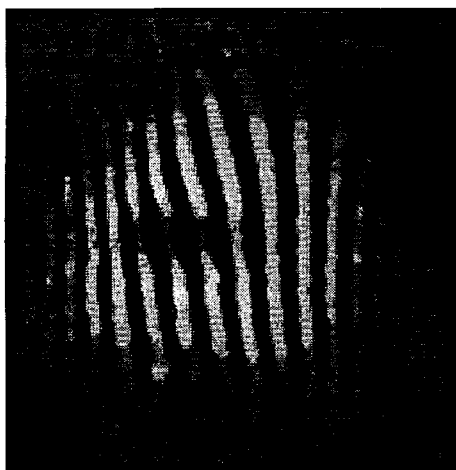
figura 28): Imagem sem presença de amostra

Pode-se ver na figura 27), que do centro até a borda superior (direção y), existem duas franjas visíveis, entre estas franjas há uma distância de meio comprimento de

onda. Isto corresponde a uma OPD do centro até a borda de meio comprimento de onda, o que corresponde a 316 nm para o laser de HeNe. O erro na medida visual de OPD é de um quarto de comprimento de onda aproximadamente, pois nesta figura pode-se ver que as franjas verticais tem uma interrupção próxima ao centro do cristal, mas o seu término não é definido, podendo estar tanto até quarto de comprimento de onda longe do início de uma nova franja. Desta forma a OPD pode ter entre 316 e 474 nm. Na figura 27b) esta representada a OPD simulada, onde obtemo uma máxima OPD do centro até a borda de 250 μm , que corresponde a um erro mínimo de 26 %.

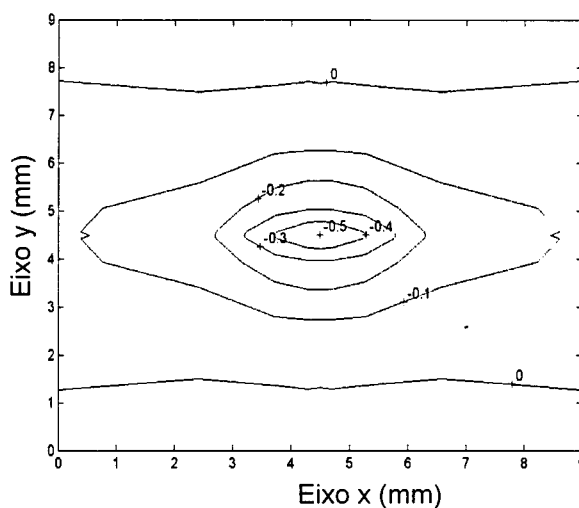
Fez-se medidas de OPD para diversos valores de potência, estas medidas são mostradas na figura Com o aumento da potência de bombeamento foi observado, que não há uma mudança na forma da OPD, só havendo variação de seus valores absoluto.

OPD MEDIDA



a)

OPD SIMULADA (μm)



b)

figura 29) Cristal de LiF bombeamento com 4.7W, na figura a) foi medida uma OPD do centro até a borda de $3\lambda/4$, ou entre 474 e 632 nm, uma franja está fora do campo de visão da CCD, na figura b) a OPD máxima simulada do centro até a borda é de 500 μm

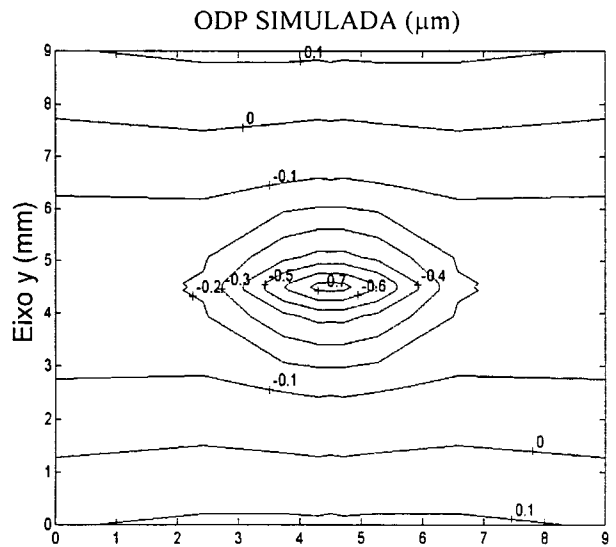
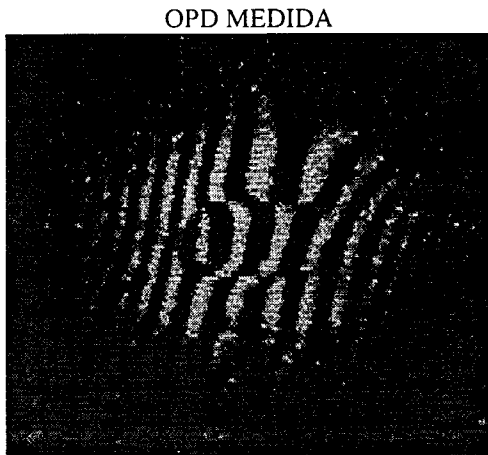


figura 30) Cristal de LiF bombeamento com 6.7W, na figura a) foi medida uma OPD do centro até a borda de λ , ou seja entre 632 e 790 nm, uma franja está fora do campo de visão da CCD, na figura b) a OPD máxima simulada do centro até a borda é de aproximadamente 700 μm .

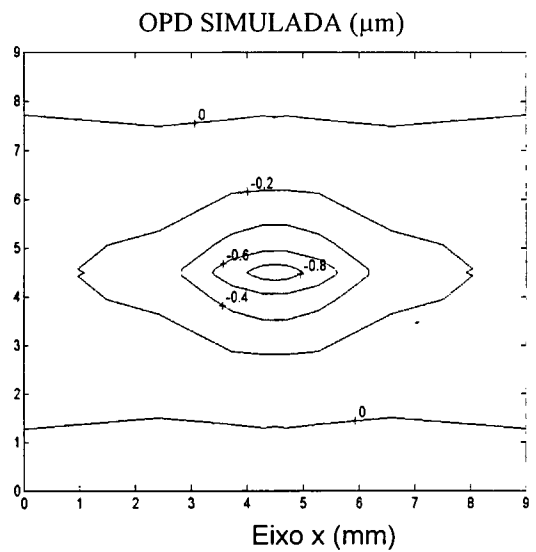
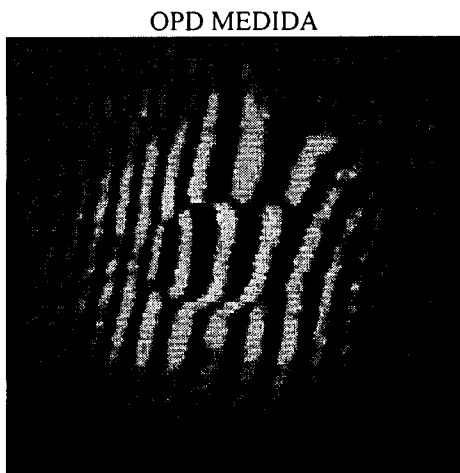


figura 31) Cristal de LiF bombeamento com 8.1 W, na figura a) foi medida uma OPD do centro até a borda de λ , ou seja entre 948 e 1100 nm, duas franja estão fora do campo de visão da CCD, na figura b) a OPD máxima simulada do centro até a borda é de aproximadamente 890 nm.

OPD MEDIDA



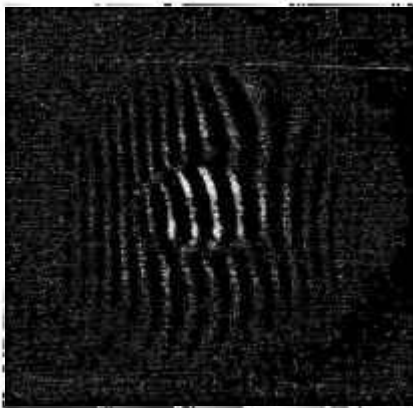
Potência de bombeamento de 2.7 W, OPD centro até a borda, 316 a 474 nm

OPD MEDIDA



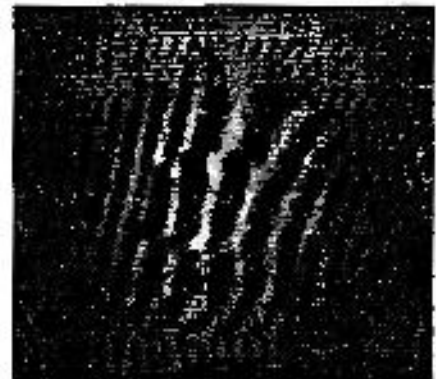
Potência de bombeamento de 5.2 W, existe uma franja a mais fora do campo de visão, OPD centro até a borda, 632 a 790 nm

OPD MEDIDA



Potência de bombeamento de 5.7 W, existe uma franja a mais fora do campo de visão, OPD centro até a borda, 632 a 790 nm

OPD MEDIDA



Potência de bombeamento de 9.6 W, OPD centro até a borda, existe duas franjas a mais fora do campo de visão 948 a 1106 nm

figura 32) Medidas interferométricas de OPD variação da potência de bombeamento de 2.7 W até 9.6 W.

7.3.2. ANÁLISE DOS EFEITOS TERMO-MECÂNICOS NO YLF

Nesta seção apresentamos os resultados da análise dos efeitos térmicos e óticos obtidos para um cristal de Nd:YLF, o qual foi bombeado longitudinalmente por um diodo laser com 10 W de potência. O arranjo de bombeamento é mostrado na figura 9), e o perfil de intensidade, com forma elíptica, é descrito na seção “Bombeamento por Diodo Laser”. O feixe de bombeamento se propaga ao longo da direção z (figura 9) e é focalizado na superfície do cristal, cortada em ângulo de Brewster.

Para entender melhor a orientação do feixe de bombeamento ou a orientação do cristal em relação ao feixe nas explicações a seguir, remetemos á figura 18.

O cristal tem dimensões de 6 x 1.7 x 10 milímetros, nas direções x, y e z respectivamente, e encontra-se inserido no interferômetro conforme a figura 10). Como o cristal de Nd:YLF pertence ao grupo pontual C_{4h}^2 , ele possui um eixo de simetria diferenciado (eixo c). O eixo cristalino c apresenta a maior seção de choque de absorção para o bombeamento e, portanto a polarização do diodo é alinhada com a direção do eixo c, aumentando a eficiência do laser.

O índice de refração e a dispersão do índice de refração (dn/dt) assumem valores diferentes para as polarizações π e σ . Desta forma, a OPD resultante da soma da distribuição de temperatura e deformação assume valores diferentes para as polarizações π e σ , resultando em lentes térmicas diferentes para cada uma destas direções. Desta forma, temos dois padrões de OPD distintos, para cada uma destas polarizações. A simulação com o nosso programa mostrou que ambas correspondem a lentes negativas, ou seja com menor OPD no centro da face bombeada. Isto ocorre por causa da variação do índice de refração ser negativa com o aumento da temperatura.

Para a medida da OPD termicamente induzida, bombeamos o cristal com o feixe do diodo, conforme figura 9 e figura 10. A seleção destas polarizações foi feita através do polarizador mostrado na figura 10, localizado na saída do laser de HeNe. Para a polarização π , o feixe do HeNe foi polarizado horizontalmente (direção x) e para a polarização σ , o feixe foi polarizado verticalmente (direção y).

As figuras seguintes demonstram o resultado obtido com as simulações. Podemos ver abaixo que o máximo de variação ocorre no centro da face bombeada e tem um valor de aproximadamente 94 °C.

Variação de temperatura no plano $y=0.001$ mm

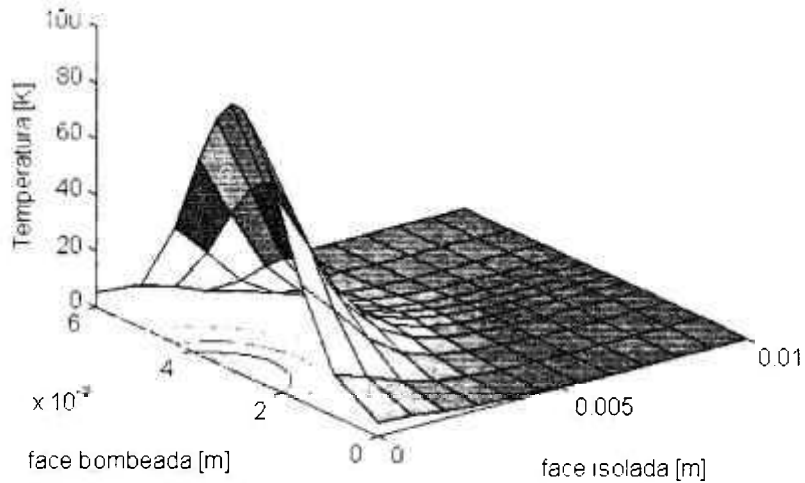


figura 33: Variação de temperatura dentro do plano xz com $y=1$ mm.

Variação de temperatura no plano $z=0$

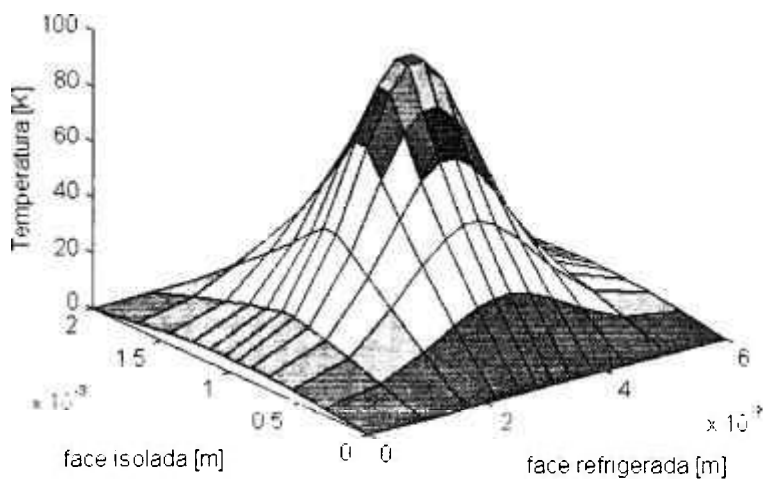


figura 34: Variação de temperatura dentro do plano xy com $z=0$ mm.

Na figura 35) é mostrado a distribuição da componente σ_{xx} do tensor de tensão mecânica ao longo da direção do bombeamento. Esta componente representa o

esforço ao longo da direção x. O centro do cristal encontra-se em compressão (valores negativos) enquanto que próximo das bordas encontra-se em tensão (valores positivos). Isto é devido ao fato de que o centro mais quente é impedido de se expandir pela periferia mais fria. O máximo valor para esta componente é de 32 MPascal, ocorrendo na superfície refrigerada. O limite de fratura no YLF é de 35 MPascal aproximadamente, ver Tabela 1, estando portanto o cristal para esta configuração de bombeando e refrigeração, próximo do seu limite de fratura.

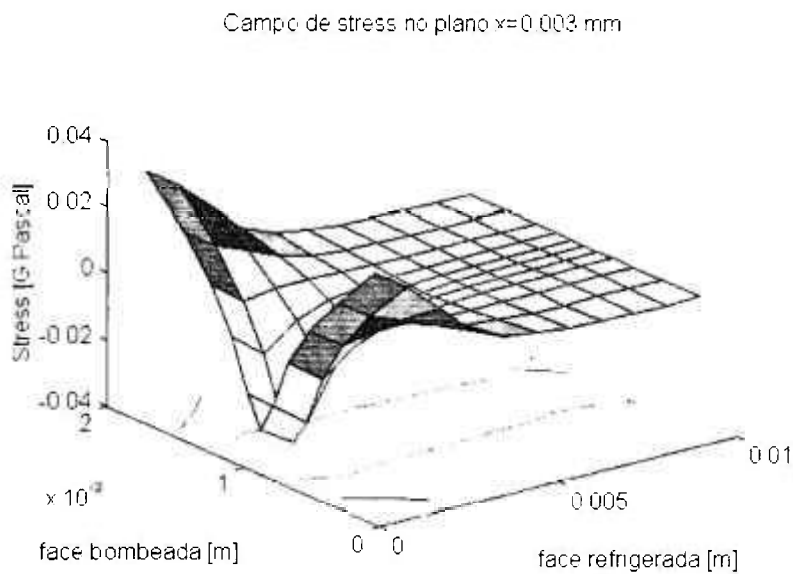


figura 35: Componente σ_{xx} do tensor de stress no plano yz (ao longo do bombeamento) em $x=3$ mm. O máximo de tensão é de 0.032 G Pascal, e ocorre na superfície refrigerada.

As distorções óticas induzidas pelos campo de temperatura e deslocamento, são analisadas através da OPD induzida. As simulações e medidas experimentais são mostradas na figura 36 e na figura 37 para a análise da polarização π , e na figura 38 e na na figura 39 para a polarização σ .

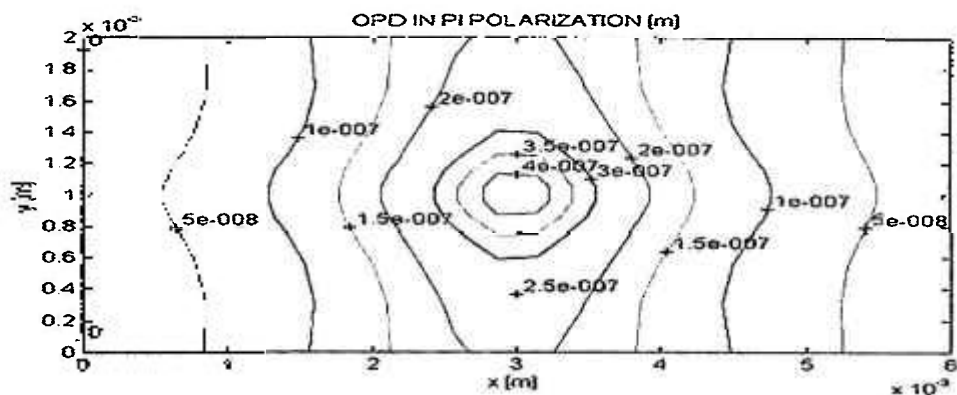


figura 36: Simulação da OPD induzida pela distribuição de temperatura e deslocamento, para o feixe de análise polarizado na direção π . A OPD do centro até a borda, na direção x é de $\approx 420\text{nm}$, e na direção y é de $\approx 220\text{nm}$.



figura 37: OPD térmica medida com o feixe de análise polarizada na direção π . OPD média (do centro até a borda) na direção horizontal (x) é de $\approx 470\text{ nm}$, enquanto na vertical (y) é menor que 170 nm .

Observando a figura 36) e a figura 37) acima vemos que a OPD total forma anéis elípticos, com um maior numero de franjas na direção x . Na figura 36) observamos que a OPD induzida tem valores positivos, resultando em uma lente com distância focal positiva e astigmatica.

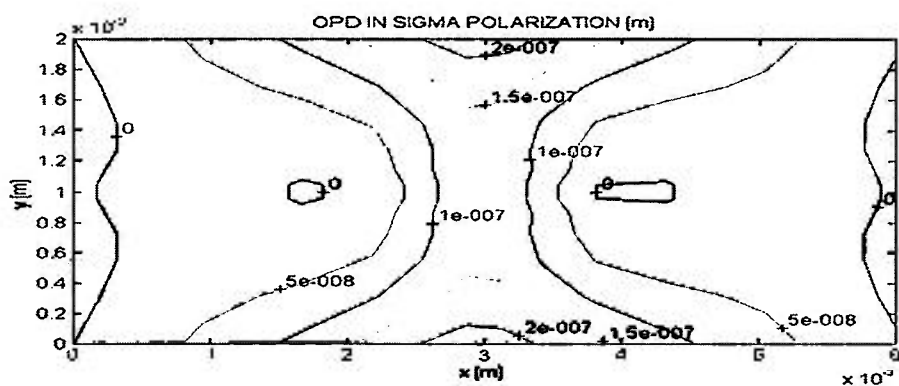


figura 38: Simulação da OPD induzida pela distribuição de temperatura e deslocamento, para o feixe de análise polarizado na direção σ . A OPD do centro até a borda é de $\approx 110\text{nm}$ na direção x , e de -90nm para direção y .

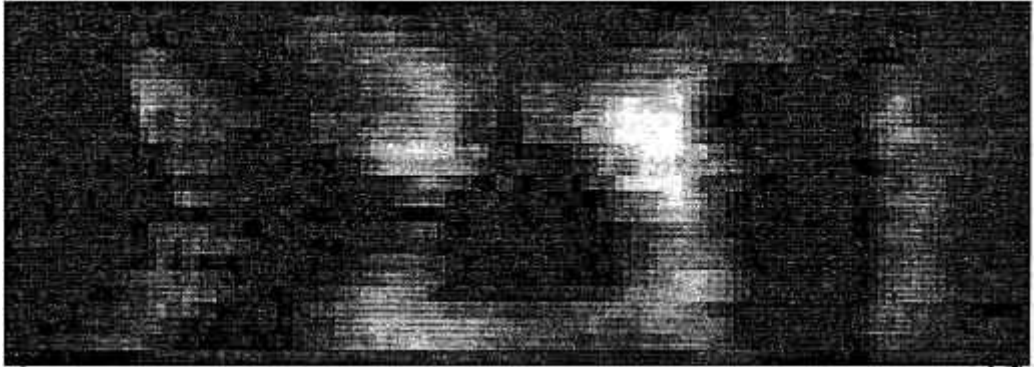


figura 39: OPD térmica medida com o feixe de análise polarizada na direção σ . A OPD induzida média é de ≈ 120 nm.

Observando a figura 38) e a figura 39) vemos que a OPD, analisado na direção σ , assume uma forma bastante complexa, onde a OPD do centro é maior que a OPD da borda na direção x e menor que na direção y. Isto resulta em uma lente que possui distância focal positiva na direção x e distância focal negativa na direção y.

Podemos verificar através das medidas acima que o programa de simulação fornece dados razoavelmente precisos que permitem o estudo de melhores configurações de refrigeração e de bombeamento por diodo laser. Ficou evidente também que com apenas 10 Watt de potência de bombeamento estamos perto do limite de fratura do cristal de YLF de 32 Mpascal. Para a polarização π a lente térmica é positiva e elíptica. Para a polarização σ , a lente é mais complexa: negativo no eixo x e positivo no eixo y.

8. CONCLUSÕES

Desenvolvemos um método numérico, baseado em elementos finitos, o qual possibilita uma análise dos problemas térmicos e mecânicos, induzidos pelo bombeamento por diodos. Este método consiste em um conjunto de programas de computador e possibilita calcular a distribuição espacial de temperatura, tensões mecânicas e diferença de caminho ótico, OPD, resultante dos efeitos térmicos. Neste programa é possível entrar com os parâmetros para a caracterização do bombeamento, como perfil de intensidade, parâmetros M^2 e potência. Em seguida são especificadas as faces que são refrigeradas e as que se encontram isoladas e as propriedades físicas do meio ativo, de uma forma bastante geral. Ainda, este programa pode ser utilizado para a análise térmica em meios ativos com baixa simetria cristalina e sujeitos a diversas geometrias de bombeamentos. A precisão do método é limitada a malha de pontos onde a solução é obtida. A densidade desta malha é variável ao longo do volume do cristal, sendo mais densa onde é esperado um maior gradiente de temperatura, permitindo assim uma convergência mais rápida para a solução e evitando o uso de uma malha mais fina o que aumentaria o tempo de processamento.

Fizemos uma averiguação extensa deste programa com dados da literatura e pudemos constatar que os resultados estão em boa concordância com a literatura. A maioria das simulações, para o campo de tensões e temperatura, reproduziram resultados de artigos científicos com boa precisão.

Utilizamos este programa para simular diversas situações típicas de bombeamento longitudinal por diodos em cristais de Nd:YLF e LiF:F2-. A validade destes resultados pôde ser verificada com experimentos através de medidas interferométricas com um interferômetro do tipo Twyman-Green, feito no laboratório. Verificamos que tanto a forma quanto os valores medidos para a OPD concordam com os resultados das simulações.

Para a análise feita nos cristais de Nd:YLF pudemos verificar a OPD resultante para ambas as polarizações, π e σ , do feixe de análise de HeNe. No nosso

conhecimento é a primeira vez que esta análise foi feita em um cristal birrefringente. Obtivemos uma concordância boa para a polarização π e menos precisão para a polarização σ , porém com o comportamento correto.

Um dos resultados mais importantes, obtido através destas análises, foi que a máxima tensão ocorre na face bombeada e se propaga em direção das faces laterais. Isto está de acordo com os nossos cristais fraturados de Nd:YLF que apresentaram uma fissura ao longo da face bombeada quando bombeados com 16W pelo diodo. Este comportamento genérico ainda foi quantificado durante a vigência deste mestrado.

Com o auxílio deste novo conhecimento adquirido através deste mestrado temos agora os meios para projetar ressonadores laser que conseguem suportar a carga térmica induzida, tanto do ponto de vista mecânico quanto ótico.

9. REFERÊNCIAS

- [1] COUSINS, A. K. "Temperature and thermal stress scaling in finite-length end pumped laser rods," IEEE J. Quantum. Electron., Q.E. **28**, pp. 1057-1069, 1992
- [2] GHATAK, A K. and THYAGARAJAN. "Contemporary optics," editora Plenum Press, New York, 1978
- [3] PFISTNER C. et al. "Thermal beam distortions in end-pumped Nd:YAG, Nd:GSGG and Nd:YLF rods," IEEE J. Quantum Electron., Q.E. **30**, pp. 1605-1615, 1994
- [4] SUTTON, S. B. et al. "Optical distortion in end pumped solid-state rod laser," Applied Optics, Vol. **32** No 27, pp.5256- 5269, 1993
- [5] HELLO, P. et al. "Thermal effects in Nd:YAG slabs 3D modelling and comparison with experiments," Journal of Modern Optics, Vol. **41**, No 7, pp. 1371, 1994
- [6] SIMON, R. "Laser cavities bounded by crossed cylindrical mirrors," Opt. Soc. Am. A, vol. **4** No 10, pp. 1953-1961, 1987
- [7] FRAUCHIGER, J. et al. "Modeling of thermal lenses and higher order ring mode oscillation in end-pumped cw Nd:YAG lasers," IEEE J. Quantum Electron., Q.E. **28**, pp. 1605-1615, 1991
- [8] BASS, M. "Handbook of Optics," Vol. 2, OSA-Optical Society of America, McGraw-Hill, 1995
- [9] FARRUKH, U. O. et al. "An analyses of the temperature distribution in finite solid-state laser rods," IEEE Quantum Electronics, Q.E. **24**, pp. 2253-2263, 1988
- [10] EGGLESTON, J. M. et al. "The slab laser geometry part I: Theory," IEEE J. Quantum Electron, Q.E. **20**, pp. 298-300, 1984
- [11] EGGLESTON, J. M. et al. The slab laser geometry part II: Thermal effects in finite slab, IEEE J. Quantum Electron, Q.E. **21**, pp. 1195-1209, 1985
- [12] KOECHNER, W. Solid State Laser Engineering, Editora Springer, New York, 1988
- [13] WEBER, M.J. "Handbook Of Laser Science And Technology," C.R.C -Press; Optical Material: Part 2, vol. **IV**, pp. 15-20 e 319-343, 1988
- [14] ULRICH, P.B., WALLACE, J. "Propagation characteristics of collimated, pulsed laser beam through an absorbing atmosphere," J. Opt. Soc. Am., vol **63**, pp 8-12, 1973
- [15] WETTER, N.U. et al. "Enhanced efficiency of a continuous mode-locked Nd:YAG laser by compensation of the thermally induced, polarization-dependent bifocal lens," Appl. Opt. **32**, pp. 5280-5284, 1993

- [16] LANDAU, L. D. and LIFSHITZ, E. M. "Theory Of Elasticity," editora Pergamon Press, 1959
- [17] BOLEY, B. A., WEINER, J. H. "Theory Of Thermal Stress," editora John Wiley & Sons inc. 1960
- [18] BHAGARAVANTAM, S. "Crystal Symmetry And Physical Properties," editora academic press, 1966.
- [19] MASON, Warren P. "Crystal Physics Of Interaction Processes," editora P. Mason, 1966
- [20] REDDY, J.N. "Applied Functional Analyses And Variational Methods In Engineering," editora Mc Graw-Hill 1986
- [21] ZIENKIEWICZ, O C. "El Método de los Elementos Finitos," editora Reverté, Barcelona, 1980
- [22] GUSEV, A. A. et al. "Thermal effects in active element of a room temperature Lif:F2- laser," Optics Communications, Vol. **61**, No 3, pp. 219 – 223, 1987.
- [23] MAGNI, V. "Multielement Stable ressonador containing a variable lens," J. Opt. Soc. Am., vol **4**, pp 1962-1969, 1987
- [24] TIDWELL, S. C. et al. "Scaling cw diode-end-pumped Nd:YAG lasers to high average powers," IEEE J. Quantum Electron, Q.E. **28**, pp. 997-1009, 1992
- [25] YAN, D. et al. "Single-path interferometer for measuring fluid flows in real time with low-quality optics," Optics and Lasers in Engineering, **28**, pp. 33-45, 1998
- [26] CLARKSON, W. A. et al. "Efficient Nd:YAG laser end pumped by 20 w diode-laser bar," Optics Letters, Vol. **21**, No 12 , 1996
- [27] HALL, D R et al. "The Physics And Technology Laser Resonator," IOP Publishing Ltd, 1989