



AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

ANÁLISE DE SINAIS EM REGIME TRANSIENTE
APLICANDO A TÉCNICA DE WAVELET

ROSANI MARIA LIBARDI DA PENHA

Dissertação apresentada como parte
dos requisitos para a obtenção do Grau
De Mestre em Ciências na Área de
Reatores Nucleares de Potencia e
Tecnologia do Combustível Nuclear

Orientador:
Dr. José Messias de Oliveira Neto

São Paulo
1999

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES

Autarquia associada à Universidade de São Paulo

**ANÁLISE DE SINAIS EM REGIME TRANSIENTE
APLICANDO A TÉCNICA DE *WAVELET***

ROSANI MARIA LIBARDI DA PENHA

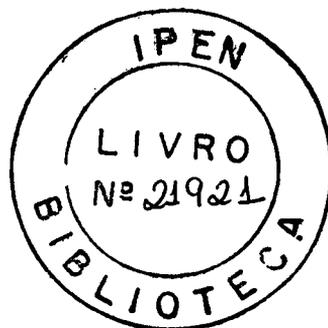
Dissertação apresentada ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares como parte dos requisitos para obtenção do Grau de Mestre em Ciências na área de Reatores Nucleares de Potência e Tecnologia do Combustível Nuclear.

Orientador:

Dr. José Messias de Oliveira Neto

São Paulo

1999



A minha filha Ana Paula

AGRADECIMENTOS

Ao Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares pela oportunidade de aprimoramento da formação acadêmica que proporciona aos funcionários.

À Comissão de Pós-Graduação, e a Dra. Linda Caldas pela compreensão e confiança ao deferir os pedidos realizados para a conclusão dos trabalhos.

Ao Dr. Messias de Oliveira Neto pelo apoio, compreensão e por ter orientado este trabalho.

Ao Dr. Aucyone Augusto da Silva pelo incentivo, pela sugestão do tema, por ter contribuído com dados experimentais, material bibliográfico e pelas sugestões.

Ao Dr. Daniel Ting pelo empenho e contribuição técnica, e pela confiança e incentivo que foram decisivos para a conclusão deste trabalho.

Ao Eng. Paulo Mário Rodrigues da Cunha (IPT/USP), por fornecer dados experimentais, e pelas discussões técnicas.

À MSc. Iraci Martinez pela revisão do texto da dissertação, pela amizade, incentivo e ajuda nos momentos mais difíceis.

Ao MSc. Anderson Freitas pelas discussões técnicas realizadas.

Ao Dr. Eduardo Winston Pontes pelas sugestões técnicas.

Aos amigos da divisão REI, que me deram apoio e estímulo na finalização deste trabalho.

Aos meus pais e meus irmãos pelo carinho e apoio que sempre me deram.

A minha filha Ana Paula, por ter me incentivado e pela compreensão nos momentos em que estive ausente.

ANÁLISE DE SINAIS EM REGIME TRANSIENTE APLICANDO A TÉCNICA DE *WAVELET*

Rosani Maria Libardi da Penha

RESUMO

Os sinais de vibrações mecânicas constituem uma importante fonte de informação para identificação e caracterização de anomalias relacionadas ao mal funcionamento de equipamentos. Tradicionalmente estes sinais são investigados através da análise espectral de Fourier. Este tipo de análise se aplica apenas aos sinais que podem ser classificados como estacionários. No entanto, fenômenos de caráter não-estacionário e impulsos transientes estão presentes nos sinais de vibrações das máquinas e podem fornecer informações importantes sobre o seu estado de funcionamento, indicando a existência de falhas incipientes. Estes sinais não podem ser adequadamente analisados através das técnicas clássicas de Fourier porque esta técnica fornece a composição média das frequências calculada sobre todo o tempo de duração do sinal. Neste trabalho são utilizados dois métodos para análise de sinais não-estacionários: *Short Time Fourier Transform* (STFT) e transformada de *wavelet*. A STFT é uma adaptação temporal da análise espectral clássica de Fourier possibilitando a análise do sinal no domínio tempo-frequência. Sua limitação é apresentar uma única resolução em todo o domínio tempo-frequência. A transformada de *wavelet* é uma nova técnica de análise que contorna os problemas encontrados na STFT, proporcionando uma representação para o sinal que congrega várias resoluções de frequência e localização no tempo em um único gráfico no domínio tempo-escala. A variação da resolução de frequência é obtida através de um fator de escala presente na definição da função *wavelet*. Uma avaliação comparativa da utilização da transformada de Fourier, STFT e transformada de *wavelet* é feita através da aplicação destas técnicas na análise de sinais simulados, sinais de vibração de um arranjo experimental de um rotor e sinais de vibração de uma máquina rotativa de usina de açúcar. A janela Hanning foi utilizada na análise com STFT. As *wavelets* Daubechies e harmônica foram utilizadas nas análises com as transformadas contínua e discreta e na análise de multirresolução dos sinais. Os resultados obtidos mostraram que a transformada de Fourier não foi capaz de detectar variações de frequência ou descontinuidades no sinal. A STFT detecta estas variações de frequência, mas apresenta problemas de resolução tempo-frequência. A transformada de *wavelet*, tanto a contínua quanto a discreta, se mostrou uma ferramenta eficiente na detecção dos impulsos transientes de curta duração e das descontinuidades presentes nos sinais analisados, fenômenos estes que não foram detectados com a utilização da STFT, o que demonstra a superioridade da transformada de *wavelet* neste tipo de análise.

WAVELET ANALYSIS FOR NONSTATIONARY SIGNALS

Rosani Maria Libardi da Penha

ABSTRACT

Mechanical vibration signals play an important role in anomalies identification resulting of equipment malfunctioning. Traditionally, Fourier spectral analysis is used where the signals are assumed to be stationary. However, occasional transient impulses and start-up process are examples of nonstationary signals that can be found in mechanical vibrations. These signals can provide important information about the equipment condition, as early fault detection. The Fourier analysis can not adequately be applied to nonstationary signals because the results provide data about the frequency composition averaged over the duration of the signal. In this work, two methods for nonstationary signal analysis are used: Short Time Fourier Transform (STFT) and wavelet transform. The STFT is a method of adapting Fourier spectral analysis for nonstationary application to time-frequency domain. To have a unique resolution throughout the entire time-frequency domain is its main limitation. The wavelet transform is a new analysis technique suitable to nonstationary signals, which handles the STFT drawbacks, providing multi-resolution frequency analysis and time localization in a unique time-scale graphic. The multiple frequency resolutions are obtained by scaling (dilatation/compression) the wavelet function. A comparison of the conventional Fourier transform, STFT and wavelet transform is made applying these techniques to: simulated signals, arrangement rotor rig vibration signal and rotate machine vibration signal. Hanning window was used to STFT analysis. Daubechies and harmonic wavelets were used to continuous, discrete and multi-resolution wavelet analysis. The results show the Fourier analysis was not able to detect changes in the signal frequencies or discontinuities. The STFT analysis detected the changes in the signal frequencies, but with time-frequency resolution problems. The wavelet continuous and discrete transform demonstrated to be a high efficient tool to detect transient impulses and discontinuities presents in the signals. As STFT did not detect discontinuities or short transients, the wavelet transform revealed superior performance in this kind of analysis.

SUMÁRIO

1 – INTRODUÇÃO	1
1.1 - Perspectiva Histórica das Técnicas de Análise de Sinais Temporais.....	2
1.2 - Campos de Aplicação da Transformada de Wavelets	8
2 – ANÁLISE DE SINAIS NO DOMÍNIO TEMPO-FREQÜÊNCIA E TEMPO- ESCALA.....	11
2.1 - Representação dos Sinais Temporais	11
2.2 - Transformada de Fourier	16
2.3 - Short Time Fourier Transform	19
2.4 - Transformada de <i>Wavelets</i>	26
2.4.1 – Transformada Contínua de Wavelet	26
2.4.2 – Transformada Discreta de Wavelet.....	30
2.5 - Famílias de <i>Wavelets</i>	38
3 - ALGORITMOS.....	47
4 – ANÁLISE DOS SINAIS.....	50
4.1 - Sinais Simulados	50
4.2 - Aplicações em Máquinas Rotativas.....	59
4.2.1 - Arranjo Experimental de Rotor.....	59
4.2.2 - Dados Reais de Máquinas Rotativas	68
5 – CONCLUSÕES	75
6 – RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS	78
6 – APÊNDICES	80
APÊNDICE A - Sinais Estacionários e Não-Estacionários.....	80
APÊNDICE B – Programas Gerados Através do Matlab.....	82
7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS.....	86

ÍNDICE DE FIGURAS

Figura 1.1 - <i>Wavelet</i> Haar, a primeira <i>wavelet</i>	6
Figura 2.1 – Funções elementares das Transformadas de Fourier, Gabor e <i>Wavelets</i>	15
Figura 2.2 - Sinal no domínio no tempo e da frequência.....	18
Figura 2.3 - Janela móvel da STFT, de largura fixa, definida por $\gamma(t)$	20
Figura 2.4 - Plano tempo-freqüência da STFT.....	22
Figura 2.5 - STFT - Janela de Hanning de 0,064s de largura.....	24
Figura 2.6 - STFT - Janela de Hanning de 0,512s de largura.....	25
Figura 2.7 - Plano tempo-escala (<i>wavelet</i>).....	28
Figura 2.8 – Dilatação e deslocamento na CWT.....	28
Figura 2.9 - Processo de dilatação e deslocamento da DWT.....	33
Figura 2.10 - Bloco básico de decomposição do sinal; e decomposição em árvore.....	35
Figura 2.11 - Banco de Filtros QMF - Reconstrução do sinal, aproximações e detalhes....	37
Figura 2.12 - <i>Wavelets</i> Daubechies: db2,db4 e db20.....	40
Figura 2.13 - <i>Wavelet</i> : Morlet, Mexican hat e Meyer.....	43
Figura 2.14 - <i>Wavelet</i> Harmônica.....	45
Figura 3.1 – Diagrama esquemático da análise dos dados.....	49
Figura 4.1.1 - Análise clássica de Fourier do Sinal- PSD (Power Spectral Density).....	53
Figura 4.1.2 - Análise do sinal com STFT (Short Time Fourier Transform).....	54
Figura 4.1.3 - Análise do sinal com CWT (transformada contínua de <i>wavelet</i>).....	55
Figura 4.1.4 - Análise do sinal com MRA (multirresolução).....	56
Figura 4.1.5 - Análise do sinal com MRA (multirresolução).....	57
Figura 4.2.1.2 - Análise com PSD e STFT - Sinal estacionário.....	62
Figura 4.2.1.3 - Análise com PSD e STFT - Sinal transiente.....	63
Figura 4.2.1.4 - Análise com <i>Wavelet</i> Harmônica.....	64
Figura 4.2.1.5 - Análise MRA com <i>Wavelet</i> db4.....	65
Figura 4.2.2.2 - Análise com PSD.....	69
Figura 4.2.2.3 - Análise com STFT.....	70
Figura 4.2.2.4 - Análise com <i>wavelet</i> harmônica.....	71

DEFINIÇÕES E ABREVIATURAS

$\langle s(t), g(t) \rangle$ produto interno

* função conjugada de $s^*(t) \leftrightarrow S^*(-w)$, se $s(t)$ é real então $s(t) = s^*(t)$, e $S(w) = S^*(-w)$, que é chamada função Hermitian

\int e \sum sem índices, está implícita a variação de $-\infty$ a $+\infty$

\wedge função dual

$\{ \}$ conjunto de funções

$[]$ indica sinal com variação discreta no tempo

$()$ indica sinal com variação contínua no tempo

a variável escala (adimensional)

CWT transformada contínua de *wavelet* (*Continuous Wavelet Transform*)

CT tomografia computadorizada

DWT transformada discreta de *wavelet* (*Discrete Wavelet Transform*)

ECG eletrocardiograma

EEG eletroencefalograma

f frequência cíclica (Hz)

FFT transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform*)

FIR filtro de resposta impulsiva finita (*Finite Impulse Response*)

m, n, k índices inteiros

MRI imagem por ressonância magnética (*Magnetic Resonance Imaging*)

fMRI imagem funcional por ressonância magnética (*functional Magnetic Resonance Imaging*)

PET tomografia por emissão de pósitrons (*Positron Emission Tomography*)

PSD espectro de potência (FFT *Power Spectrum Density*)

QMF par de filtros-espelho em quadratura (*Quadrature Filter Mirror*)

STFT *Short Time Fourier Transform*

t variável tempo

T tempo de duração do sinal (s)

w frequência angular (rad)

WVD Distribuição de energia de Wigner-Ville que é definida por:

$$WVD_s(\tau, f) = \int s\left(\tau + \frac{t}{2}\right) s^*\left(\tau - \frac{t}{2}\right) e^{-2j\pi ft} dt$$

1 – INTRODUÇÃO

A necessidade crescente de monitoração e diagnóstico de processos dinâmicos, em sistemas industriais, tem proporcionado o crescimento dos esforços no sentido de desenvolver novas técnicas de análise de sinais de sensores.

O objetivo principal deste aprimoramento tecnológico é obter informações detalhadas nos dados medidos.

Técnicas clássicas de processamento digital de sinais, análise estatística de séries temporais, análise de correlação e transformada rápida de Fourier têm sido utilizadas para detectar falhas de componentes em plantas industriais. Entretanto, os resultados têm demonstrado que estas técnicas não são suficientes para detectar anomalias não repetitivas ou cuja ocorrência se dá num período de tempo muito curto, ou para analisar sinais em condições não estacionárias.

Análise de sinais não-estacionários pode ser feita através da técnica de tempo-frequência (*Short Time Fourier Time*) – STFT) ou tempo-escala, que é a transformada de *wavelet*. Durante a última década, a transformada de *wavelet* tem sido aplicada com sucesso em muitas áreas de diagnóstico de falhas em sistemas industriais, e a problemas nos diversos campos da ciência e engenharia. Particularmente, tem sido crescente o interesse em aplicações para antecipar a detecção de anomalias em sistemas industriais complexos, melhorando as suas condições de segurança e desempenho. O grande desafio é identificar e caracterizar as anomalias durante um estágio incipiente, pois os sinais são algumas vezes mascarados pelo ruído de fundo (*background*).

Estes problemas podem ocorrer em instalações nucleares e, portanto, a técnica de *wavelet* pode ser utilizada para análise de sinais dos diversos fenômenos característicos dos reatores de pesquisas ou nos reatores de potência como, por exemplo, Angra I.

Vários trabalhos têm sido realizados, onde se aplica esta técnica para caracterizar, principalmente, fenômenos transientes [Che-1996] [Bur-1995] [Das-1997] [Wan-1993] [Bro-1992] [Sam-1996] [Sek-1998]. Nestes trabalhos, a transformada de *wavelet* apresenta

a grande vantagem de permitir a localização dos eventos no tempo e na frequência, simultaneamente.

O objetivo desta dissertação é utilizar a técnica de *wavelet* na análise de sinais transientes mostrando a sua eficácia em evidenciar fenômenos de curta duração ou que não sejam repetitivos, que não são facilmente detectados com outras técnicas. Estes fenômenos podem estar relacionados com falhas do sistema. Determinar uma correlação exata entre o transiente detectado com a técnica de *wavelet* e a possível falha do sistema, exige, além do domínio da técnica, experiência em relação ao fenômeno pesquisado, envolvendo um programa experimental de grande porte cujo escopo foge da disponibilidade de tempo e recursos deste trabalho. Então, o enfoque deste trabalho será, principalmente, mostrar a capacidade desta técnica em detectar os eventos transientes.

1.1 - Perspectiva Histórica das Técnicas de Análise de Sinais Temporais

Toda máquina requer um certo grau de manutenção que implica na decisão de reparo e troca de peças. Esta decisão está baseada no estado atual da máquina. Por isso um procedimento de monitoração da máquina adequado é importante, pois pode reduzir custos de manutenção e prolongar a sua vida útil. A maioria dos métodos de manutenção preditiva são baseados na análise de sinais de vibração e de sinais acústicos. Várias técnicas de análise de sinais têm sido utilizadas para monitoração de máquinas; entre estes, os métodos de análise espectral, baseados na transformada de Fourier, têm sido os mais utilizados nesta área.

O advento da série Fourier, proposta por volta de 1800 por Jean Baptiste Joseph Fourier, forneceu os fundamentos para a análise de sinais moderna e para uma vasta gama de pesquisas matemáticas realizadas nos séculos XIX e XX. Fourier introduziu o conceito de que uma função arbitrária, mesmo contendo descontinuidades, poderia ser expressa por uma única expressão analítica. Houve muita contestação, inclusive por parte de proeminentes matemáticos, como Biot, Laplace e Poisson. Mas suas pesquisas terminaram por fornecer o alicerce para muitos avanços na matemática, ciência e engenharia. A característica da transformada de Fourier, que a torna uma valiosa ferramenta de análise é a sua habilidade para decompor qualquer função periódica, tais como sinais resultantes de sensores que captam vibrações de máquinas, ou um sinal sonoro complexo, em uma série

de funções de uma base ortonormal, composta por senos e cossenos. Os coeficientes destas funções da base ortonormal, representam a contribuição das componentes de seno e cosseno do sinal em todas as frequências. Isto possibilita a análise do sinal em termos de suas componentes de frequência [Mon-1997].

A implementação do algoritmo da transformada rápida de Fourier (*Fast Fourier Transform* - FFT), proposta por Cooley e Turkey em 1965, revolucionou a implementação computacional da transformada de Fourier. Este algoritmo reduziu o número de operações de $(n \times n)$ para $(n \times \log_2(n))$, o que significa, para um sinal discreto representado por $n=2^{15}$ pontos, reduzir de cerca de $1,07 \times 10^9$ operações para cerca de $4,91 \times 10^5$ operações, resultando em 2184 vezes menos operações aritméticas. Isto viabilizou a primeira implementação de um analisador de espectro em tempo real, um grande marco no campo da análise de sinais [Mon-1997].

O uso da análise espectral é ditado pela natureza periódica ou repetitiva do movimento da maioria das máquinas. Defeitos ou falhas incipientes manifestam-se na forma de variações no espectro do sinal medido, cujas características espectrais podem ser relacionadas com a velocidade de rotação ou a taxa de repetição de certos movimentos da máquina, relacionando-se assim alterações na amplitude de certas frequências do espectro com determinadas condições de falhas [Sam-1996]. Por exemplo, desalinhamento e/ou desbalanceamento de uma máquina provocam alterações na amplitude das primeiras harmônicas da frequência de rotação da máquina. Falta de fase de um estator em falha pode induzir o aparecimento de vibração em frequências harmônicas com a frequência da corrente de alimentação.

As análises clássicas dão informações precisas sobre as componentes de frequência do sinal, sob a premissa de que o sinal seja estacionário, ou seja, que as frequências características presentes não variem com o tempo, que o sinal seja periódico e de duração infinita. Para fenômenos estacionários, a análise espectral é uma técnica bem estabelecida.

No entanto, muitos processos randômicos são essencialmente não-estacionários, podendo apresentar uma evolução de frequência dependente do tempo, uma componente não periódica, como um impulso transiente. O sinal de pressão do som de um discurso ou de uma música é não-estacionário; na monitoração de vibração, a ocorrência de impulsos transientes ocasionais, com a ocorrência de partes soltas por exemplo, faz o sinal ser não-estacionário e a vibração durante a partida ou parada de uma máquina também é um fenômeno não-estacionário. Nestes casos, a transformada de Fourier se torna inadequada

para representar com precisão o sinal. Embora o espectro de potência do sinal não-estacionário possa ser calculado da forma usual, os resultados informam apenas sobre a composição média das frequências, calculadas considerando todo o tempo de duração do sinal. Com isto eventos transientes de curta duração têm um efeito de provocar o espalhamento dos outros picos do espectro do sinal, ficando ele próprio descaracterizado [New-1994].

Vários esquemas alternativos têm sido desenvolvidos para melhorar a descrição de sinais de vibração não-estacionários. Numa análise tempo-frequência do sinal existem basicamente duas abordagens, como mencionou Jean Ville em 1947 [Rio-1991]. Uma alternativa é dividir o sinal em fatias no tempo e então analisar cada uma destas fatias separadamente calculando seu conteúdo de frequência. Esta metodologia é utilizada para a construção da *Short Time Fourier Transform* (STFT) e a Distribuição de energia de Wigner-Ville (WVD). Outra técnica utilizada é a de filtrar diferentes bandas de frequência do sinal e então cortar estas bandas no tempo e analisar o seu conteúdo de energia. Esta abordagem leva à técnica de análise de *wavelets*, que é o enfoque deste trabalho. A transformada de *wavelet* é um mecanismo de decompor um sinal em faixas de frequência, no qual a resolução de cada faixa está relacionado com a frequência central da faixa através do fator de escala. Alternativamente, a técnica de *wavelets* pode ser vista como uma decomposição do sinal em sua série de funções elementares (*wavelets*), análoga ao uso de senos e cossenos na transformada de Fourier, para representar outras funções. A diferença marcante que distingue a transformada de Fourier da transformada de *wavelet* é sua propriedade de localização no tempo e frequência. Esta localização se dá através das translações e das dilatações da função da *wavelet*-mãe no tempo, pela variação da a escala. A escala é proporcional ao inverso da frequência.

A aplicação da análise espectral tempo-frequência (STFT e WVD), no campo de diagnóstico de máquinas, teve um grande desenvolvimento nos anos 90. Segundo observa Samimy [Sam-1996], embora seja uma metodologia potencialmente promissora para análise de fenômenos altamente transientes em máquinas, a análise no domínio tempo-frequência ainda não é uma técnica muito bem estabelecida no campo de diagnóstico de máquinas. Pesquisas têm sido realizadas em colaboração com a indústria para explorar o verdadeiro potencial da análise no domínio tempo-frequência. Muitos campos de aplicação têm sido pesquisados: monitoração de equipamentos da indústria de manufatura; monitoração de máquinas para veículos aquáticos, aéreos ou terrestres, tanto para

aplicações civis ou militares; e para monitoração de sistemas mecânicos em geral. Destacam-se os trabalhos para localização de defeitos em mancais [Wang-1993], diagnósticos de bombas e outras máquinas [Roh-1993] [Roh-1995], e diagnóstico de máquinas rotativas [Meng-1991].

A utilização da STFT apresenta a limitação de ter uma janela fixa no plano tempo-frequência, o que significa ter uma resolução constante em toda banda de frequência do sinal. A distribuição de energia de Wigner-Ville [Qia-1996] é uma tentativa de contornar o problema da janela fixa da STFT, pois propõe uma alternativa que possibilita a definição independente do comprimento das janelas no domínio tempo e frequência, resultando numa resolução ótima nos dois domínios, além de possuir um algoritmo mais rápido que o do STFT. No entanto, a WVD apresenta a desvantagem de produzir componentes de interferência (*crosssterms*), o que impõe uma limitação às suas aplicações práticas. As componentes de interferência surgem principalmente nas altas frequências devido à característica bilinear da transformada. Então a STFT tem sido preferida, por não apresentar estes problemas, e dar uma representação mais confiável do sinal analisado [Bur-1995].

Em contrapartida, na transformada de *wavelet*, que é o enfoque principal deste trabalho, a resolução da frequência varia na proporção da variação da frequência central, o que é uma vantagem em relação à STFT. Além disto, não apresenta os problemas das componentes de interferência que surgem na WVD. Por estas características, a transformada de *wavelet* tem mostrado ser uma excelente ferramenta para análise de sinais não-estacionários e transientes.

A transformada de *wavelet* ganhou destaque durante a última década, mas os seus fundamentos remontam ao princípio do século, em 1909, quando Alfred Haar [Chu-1995] descobriu um sistema ortonormal de funções, tal que para qualquer função contínua, $f(x)$, a série definida pela expressão:

$$f(x) = \sum_{j=0}^{\infty} \sum_{k=0}^{2^j-1} a_{2^j+k} w(2^j x - k), \quad \text{onde } 0 \leq x \leq 1, \quad (1.1)$$

converge para $f(x)$ uniformemente no intervalo $0 \leq x \leq 1$. A pesquisa de Haar levou à mais simples das *wavelets* ortogonais, uma série de funções básicas retangulares como ilustrado na figura 1.1.

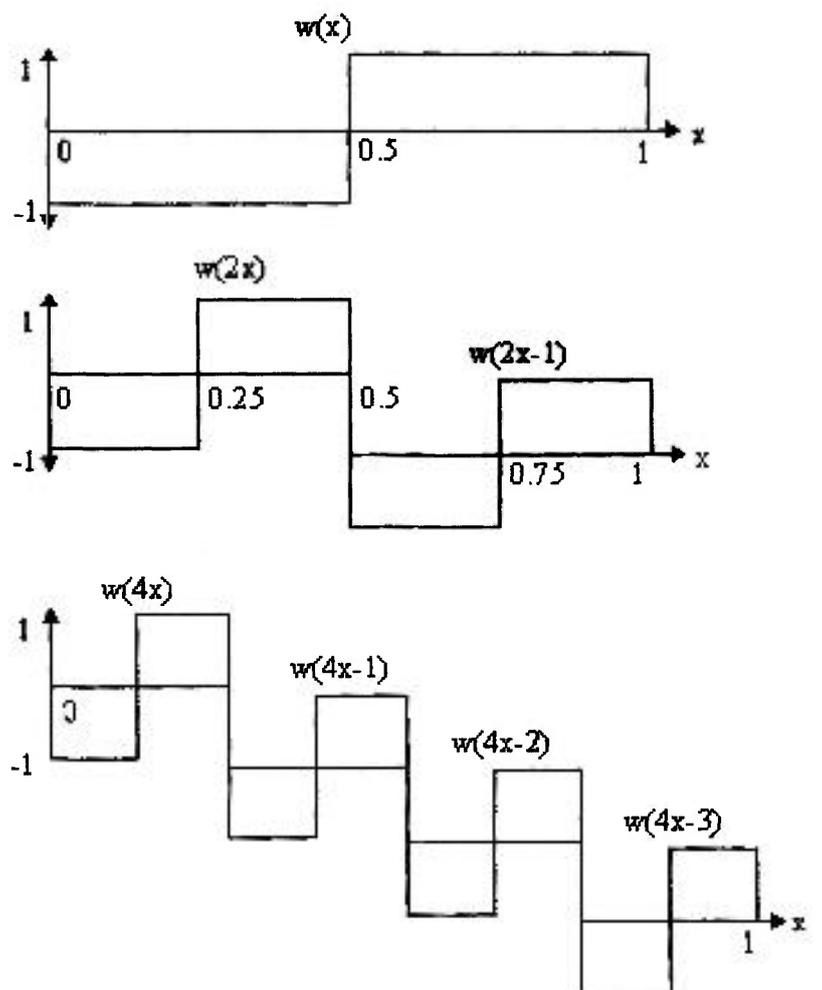


Figura 1.1 - *Wavelet* Haar, a primeira *wavelet*

A utilização desta função básica, ou elementar, foi de uso limitado devido à sua natureza descontínua, resultando numa ineficiência em representar sinais suaves, pois muitos coeficientes ($a_{2^{j+k}}$) devem ser utilizados para representar o sinal com exatidão.

Em 1975 Ronald Coifman e Guido Weiss criaram os denominados *átomos* e *moléculas* para formar os blocos básicos de um espaço de funções e estabeleceram as regras necessárias para reconstruir o espaço de funções inteiramente a partir destes átomos. Este desenvolvimento levou à análise de *wavelets*. O grande interesse na teoria de *wavelets* durante os anos 80 e 90 veio da pesquisa de Grossmman e Morlet que aplicaram a teoria de Coifman e Weiss na análise de sinais sísmicos e modelaram a propagação das ondas sonoras através da crosta terrestre não por senos e cossenos, mas através de funções mais simples, de curta duração (compactas), que ele chamou de “*wavelets*” (*'ondelettes'*), introduzindo assim o conceito de aplicação de *wavelet* na análise de sinais não-estacionários. A partir desta aplicação, estes pesquisadores mostraram uma nova forma de utilização das funções *wavelet*, com base numa intuição física [Mon-1997].

A transição final do processamento de sinal contínuo para processamento digital de sinais, utilizando a transformada de *wavelet*, se deu com Stephane Mallat, em 1985, quando ele descobriu algumas relações entre filtros QMF (*Quadrature Filter Mirrors*), algoritmos piramidais e bases ortonormais de *wavelets* [Str-1996]. Inspirado nestes resultados, Yves Meyer propôs a primeira *wavelet* ortogonal, que se mostrou mais eficiente para modelar fenômenos complexos. Alguns anos depois (1987), Ingrid Daubechies utilizou o trabalho de Mallat e criou uma série de funções elementares ortonormais que são consideradas as mais eficientes e se tornou o alicerce das aplicações de *wavelet* nos dias atuais [Ama-1997]. Desde então tem havido uma proliferação de estudos da transformada de *wavelet* e sua implementação em vários campos de aplicação.

1.2 - Campos de Aplicação da Transformada de Wavelets

A transformada de *wavelet* tem sido aplicada em várias áreas de pesquisa com bastante sucesso. Podemos citar dentre elas: análise de impressões digitais [Str-1994], solução numérica de equações diferenciais parciais, análise de vibrações, banco de filtros com *wavelets*, compressão de imagem e vídeo, compressão de dados, visão computacional, supressão de ruído em dados estatísticos, engenharia nuclear [Das-1997] [Cif-1995], processamento de voz, sensoriamento remoto, e outros.

A área de processamento de imagens é onde se tem registrado o maior número de aplicações. Na área de imagens biomédicas, a técnica de *wavelet* tem sido utilizada para o processamento das imagens (redução de ruído, melhoramento da imagem, detecção de microcalcificações em mamografias); na reconstrução e em esquemas de aquisição de imagens (tomografia - CT e imagem por ressonância magnética - MRI) e para registro e análise estatística de imagens funcionais do cérebro (tomografia por emissão de pósitrons - PET e imagem funcional por ressonância magnética - *fMRI*) através de métodos de multirresolução [Uns-1996], [Den-1995], [Mal-1992], [Pey-1992b]. Na área de sinais fisiológicos unidimensionais, a transformada de *wavelet* tem sido aplicada para análise de ecocardiograma, eletrocardiograma (ECG) e eletroencefalograma (EEG) [Pey-1992a], [Uns-1996]. Outros trabalhos na área de compressão de imagens são apresentados em [Sat-1997] [Str-1994].

Uma aplicação interessante em sistemas elétricos de potência, consiste na monitoração de sinais de tensão e corrente em sistemas elétricos para tentar identificar os transientes provocados por determinadas cargas que podem estar influenciando na qualidade do sinal de potência fornecida (e.g., chaveamento rápido de equipamentos eletrônicos em ambiente industrial, e outros) que é uma situação comum, atualmente [Drie-1996].

Apesar do sucesso da análise de *wavelet*, como uma das mais recentes ferramentas matemáticas adotadas para processamento de sinais transientes, ainda não é muito utilizada em diagnósticos de falhas em máquinas. Apesar disto, a técnica de *wavelet* tem apresentado excelentes resultados nas seguintes aplicações: detecção de dentes danificados em engrenagens [Wan-1995], [Wan-1996], [Che-1995], monitoração de máquinas

recíprocas (ou alternativas) [Gri-1990], [Dal-1997], monitoração e diagnóstico de mecanismos excêntricos [Roh-1995], [Dal-1995] e detecção de danos estruturais em equipamentos e construções civis [Sur-1994].

A transformada discreta de *wavelet* também se mostrou eficiente quando utilizada como pré-processador de sinais de um sistema de redes neurais, para caracterização de falhas simples e simultâneas em engrenagens e rolamentos de máquina [Pay-1997]. Outros trabalhos utilizando transformada discreta de *wavelets* em redes neurais para monitoração e diagnóstico de máquinas são mostrados em [Bro-1992], [Tür-1995], [Pay-1997], [Hon-1996] e [Che-1996].

Newland [New-1999] apresenta um conjunto de aplicações de *wavelets* na área de acústica e vibração de estruturas, ilustrando a eficiência da utilização dos mapas de *wavelet* na interpretação nos fenômenos dinâmicos de curta duração, ou fenômenos que apresentem uma tendência ao longo do tempo. Um dos trabalhos apresenta um estudo sobre os problemas causados pelo barulho do metrô de Londres, que tem se tornado cada vez mais intrusivo, causando um impacto em novas ou velhas construções da cidade que é difícil prever. Este é um problema praticamente não resolvido que está tendo uma nova perspectiva com a aplicação da técnica de *wavelets*.

Um estudo interessante sobre a influência do tipo de *wavelet* nas variações de padrão no mapa tempo-escala, aplicado a falhas de engrenagens, é apresentada em [Che-1995] e [Wan-1996], onde se demonstra a superioridade das *wavelets* não ortogonais em alguns casos.

Outra aplicação interessante é a análise do sinal de tensão/corrente de alimentação de uma máquina durante o processo de partida ou parada. Determinados tipos de falha que não são perceptíveis durante a operação normal de uma máquina, tornam-se bastante pronunciados durante o transiente de partida da máquina, pois na partida o motor é submetido a uma carga que chega a ser 4 a 8 vezes maior que a carga nominal, possibilitando inclusive a detecção de falhas incipientes. A transformada de *wavelet* viabiliza a análise deste tipo de transiente de forma bastante eficiente. A análise do transiente de partida também se mostra um bom artifício quando não se tem a possibilidade de simular um regime de carga nominal para análise da máquina, quando está em manutenção num laboratório. Nestas circunstâncias a análise de transitório de partida é fundamental para pesquisar falhas. Na referência [Bur-1995] é apresentada uma aplicação deste tipo onde se utiliza três técnicas de análise: STFT, Distribuição de Wigner-Ville e

wavelet para detectar falha de rotor através da monitoração da corrente de alimentação e a *wavelet* foi a técnica que melhor evidenciou a falha.

A eficiência da utilização da transformada discreta de *wavelet* na detecção de transiente de potência em geradores de vapor de uma planta nuclear é apresentada em [Cif-1995]. Outro trabalho na área de engenharia nuclear pode ser visto em [Das-1997].

A transformada de *wavelet* tem tido várias aplicações na área de identificação e reconstrução de sinais transientes em séries temporais com ruído, onde a relação sinal/ruído (SNR) é muitíssimo baixa [Car-1993] e [Bel-1995].

Pela versatilidade das aplicações da transformada de *wavelets*, percebe-se que é um campo amplo e ainda em expansão, com muitas possibilidades a serem exploradas.

2 – ANÁLISE DE SINAIS NO DOMÍNIO TEMPO-FREQÜÊNCIA E TEMPO-ESCALA

2.1 - Representação dos Sinais Temporais

Do ponto de vista matemático um sinal pode ser representado de diferentes formas. A representação do sinal no tempo ou na frequência são as duas representações de sinais mais utilizadas para a sua caracterização. Tempo e frequência têm mostrado ser as duas variáveis independentes mais importantes na análise de sinais. A representação no domínio da frequência, como o espectro de potência, usualmente constitui um padrão de representação bem mais simples do que a representação no domínio do tempo. Por exemplo, uma função senoidal complexa corresponde simplesmente a um pulso no domínio da frequência. Usualmente os sinais são analisados ou no domínio do tempo ou no domínio da frequência, não em ambos simultaneamente. Isto ocorre, a despeito do fato de que a maioria dos sinais encontrados no mundo real têm um espectro dependente do tempo, ou seja, as componentes de frequência presentes no sinal variam no tempo. Assim se comportam os sinais biomédicos, sinais geofísicos, sinais de voz, sinais de imagens, sinais estatísticos, sinais de vibrações e tantos outros.

A representação ideal para analisar sinais não-estacionários e transientes deve ser tal que evidencie as variações da frequência do sinal no tempo. A transformada de Fourier, ferramenta tradicionalmente utilizada na análise de sinais, não dá esta informação; portanto a análise clássica de Fourier não é adequada para muitos sinais reais. Daí a importância de se discutir de forma sistemática as novas técnicas de análise que foram introduzidas para viabilizar uma representação que descreva o comportamento do sinal no domínio do tempo e da frequência, simultaneamente.

A idéia básica das técnicas para análise de sinais está sempre em *transformar* o domínio em que é representado um sinal (tempo, por exemplo), para uma representação em outro domínio (como o da frequência) ou, numa evolução, *transformar* uma representação no domínio do tempo para uma representação no domínio tempo-frequência ou tempo-

escala, buscando sempre uma abordagem que resulte no máximo de informação sobre o sinal, revelando suas características intrínsecas. Portanto, é importante entender, através de uma abordagem genérica de representação de sinais, as operações envolvidas nestas *transformações* de domínio, denominadas *transformações lineares*.

Uma das formas usuais de representação de sinais é a *expansão*. Um sinal s pertencente a um domínio Ψ , onde Ψ pode ter dimensão finita ou infinita, pode ser representado em termos da combinação linear de uma série de funções elementares $\{\psi_n(t)\}_{n \in Z}$ do domínio Ψ [Qia-1996], isto é,

$$s(t) = \sum_n a_n \psi_n(t), \quad n \in Z \quad (2.1)$$

Se a série de funções $\{\psi_n(t)\}_{n \in Z}$ é completa, ou seja, todo sinal $s(t) \in \Psi$ pode ser expandido como definido em (2.1), existirá uma série dual $\{\hat{\psi}_n\}$, tal que os coeficientes da expansão possam ser computados pelo seguinte produto interno, no domínio Ψ [Qia-1996]:

$$a_n \equiv \langle s, \hat{\psi}_n \rangle = \int s(t) \hat{\psi}_n^*(t) dt \quad (2.2)$$

ou, para sinais discretizados no tempo, onde $k \in Z$:

$$a_n \equiv \langle s, \hat{\psi}_n \rangle = \sum_k s[k] \hat{\psi}_n^*[k] \quad (2.3)$$

As operações (2.2) e (2.3) são denominadas *produto interno*, e são também chamadas de *transformações*, a função dual $\hat{\psi}_n(t)$ é denominada *função de análise*. Decorre desta forma, que (2.1) é chamada *transformada inversa* e $\psi_n(t)$ é denominada *função de síntese* [Qia-1996].

O produto interno tem uma interpretação física explícita e representa o grau de similaridade entre o sinal $s(t)$ e a função dual $\hat{\psi}_n(t)$. Ou seja, quanto maior o valor do produto interno a_n , maior a semelhança entre o sinal $s(t)$ e a função dual $\hat{\psi}_n(t)$. A operação do produto interno pode ser vista como a decomposição do sinal sendo analisado em uma série de funções elementares. Os coeficientes a_n indicam o valor da projeção do sinal nas sobre as funções $\hat{\psi}_n(t)$.

Se a série de funções $\{\psi_n(t)\}$ em que o sinal é decomposto, é completa, mas linearmente dependente, a representação do sinal é redundante (em análise discreta: *oversampled*), ou seja, há mais informação do que seria necessário para a reconstrução do sinal. Esta representação é denominada *frame*. Neste caso, o conjunto de função dual $\{\hat{\psi}_n(t)\}$, em geral, não é único, e a reconstrução do sinal não é direta, nem é garantida.

A importância dos *frames* está em que a redundância de informação, em certas análises, facilita o reconhecimento visual de determinados padrões devido à riqueza de detalhes, como por exemplo, a identificação de auto-similaridade e sinais fractais em sinais e imagens.

Se o conjunto de funções $\{\psi_n(t)\}$ é completa e linearmente independente ele forma uma base, e a base dual $\{\hat{\psi}_n(t)\}$ é *biortogonal* à base original $\{\psi_n(t)\}$ [Qia-1996], isto é,

$$\langle \psi_n, \hat{\psi}_{n'} \rangle = \delta(n - n') \quad (2.4)$$

onde, $\delta[n]$ é a função Delta de Dirac, ou seja:

$$\delta[n] = \begin{cases} 1 & n = 0 \\ 0 & n \neq 0 \end{cases} \quad (2.5)$$

Se a série de funções $\{\psi_n(t)\}$ é completa e $\langle \psi_n, \psi'_n \rangle = \delta(n - n')$, então $\{\psi_n(t)\}$ é uma base *ortonormal*. Neste caso, $\psi_n(t) = \hat{\psi}_n(t)$, e pode-se usar a mesma série funções tanto para análise como para a reconstrução do sinal [Qia-1996]. Além disso numa base ortonormal a representação de determinado sinal é única e a reconstrução se dá com o número mínimo de termos, que são necessários e suficientes, o que facilita a reconstrução do sinal. Neste caso não há informação redundante, e a representação do sinal é otimizada.

Além das implicações nas análises, decorrentes das características de ortogonalidade das funções elementares, como foi visto, deve-se ter em mente que estas funções devem ter características tais que sejam capaz de:

- evidenciar, da forma mais exata possível, o fenômeno físico em que se está interessado,
- formar uma série de funções elementares que seja fácil de implementar computacionalmente.

Desta forma, torna-se muito importante a escolha do conjunto de funções elementares de análise e síntese, $\{\psi_n(t)\}$ e $\{\hat{\psi}_n(t)\}$ respectivamente, a serem utilizadas no processamento do sinal.

A utilização de diferentes funções elementares implica em diferentes interpretações do mesmo fenômeno físico. Se o interesse é, por exemplo, apenas explorar as diferentes propriedades de frequência de um sinal estacionário, é desejável que as funções elementares $\{\hat{\psi}_n(t)\}$, sejam otimamente concentradas, ou localizadas, no domínio da frequência, como é o caso da série de funções $\{\exp\{2\pi mtj/T\}\}$, as quais correspondem a impulsos nas frequência $2\pi mt/T$. Como estas funções constituem uma base ortonormal, os coeficientes do produto interno $\langle s(t), \exp\{2\pi mtj/T\} \rangle$, indicam precisamente o comportamento do sinal na frequência $2\pi mt/T$, que é a transformada de Fourier do sinal $s(t)$.

Mas, se por outro lado, o interesse é de caracterizar o comportamento de um sinal não-estacionário no domínio do tempo e da frequência simultaneamente, então as funções elementares devem ser localizadas tanto no domínio do tempo quanto no domínio da frequência. Como representantes deste grupo de funções, destacam-se funções senoidais complexas harmonicamente relacionadas, descritas por $h(t - mT)\exp\{jn\Omega t\}$ (denominadas funções elementares de Gabor); e as funções escaladas $\psi(t - b)/a$, denominadas *wavelets*, que são funções que apresentam localização simultânea no domínio tempo-frequência.

A figura 2.1, mostra, no domínio do tempo, as funções elementares da transformada de Fourier, da transformada de Gabor (também conhecida como *Short Time Fourier Transform* - STFT) e da transformada de *wavelets*, que são as principais transformações lineares empregadas na análise de sinais.

Como pode ser observado na figura 2.1, as funções elementares da transformada de Fourier, que são senos e cossenos, se estendem por todo o domínio do tempo, não apresentando nenhuma característica de localização no tempo, enquanto que as funções

elementares de Gabor e de *wavelets*, são centradas em um tempo particular (pois são finitas), possuindo, deste modo, informação localizada não só no domínio da frequência mas também no domínio do tempo.

Na transformada de Gabor, a variação de frequência das funções elementares são obtidas através da modulação de frequência. Já com as funções *wavelets*, a variação de frequência é obtida através da compressão/dilatação do sinal no tempo. A compressão da função *wavelet* no tempo (diminuindo a sua duração), equivale a aumentar a frequência central da função na mesma proporção. Alterando a escala sistematicamente, pode-se obter diferentes valores de frequência.

Nos próximos itens, será apresentada teoria sobre a transformada clássica de Fourier, a transformada de Gabor (STFT) e a transformada de *wavelets*.

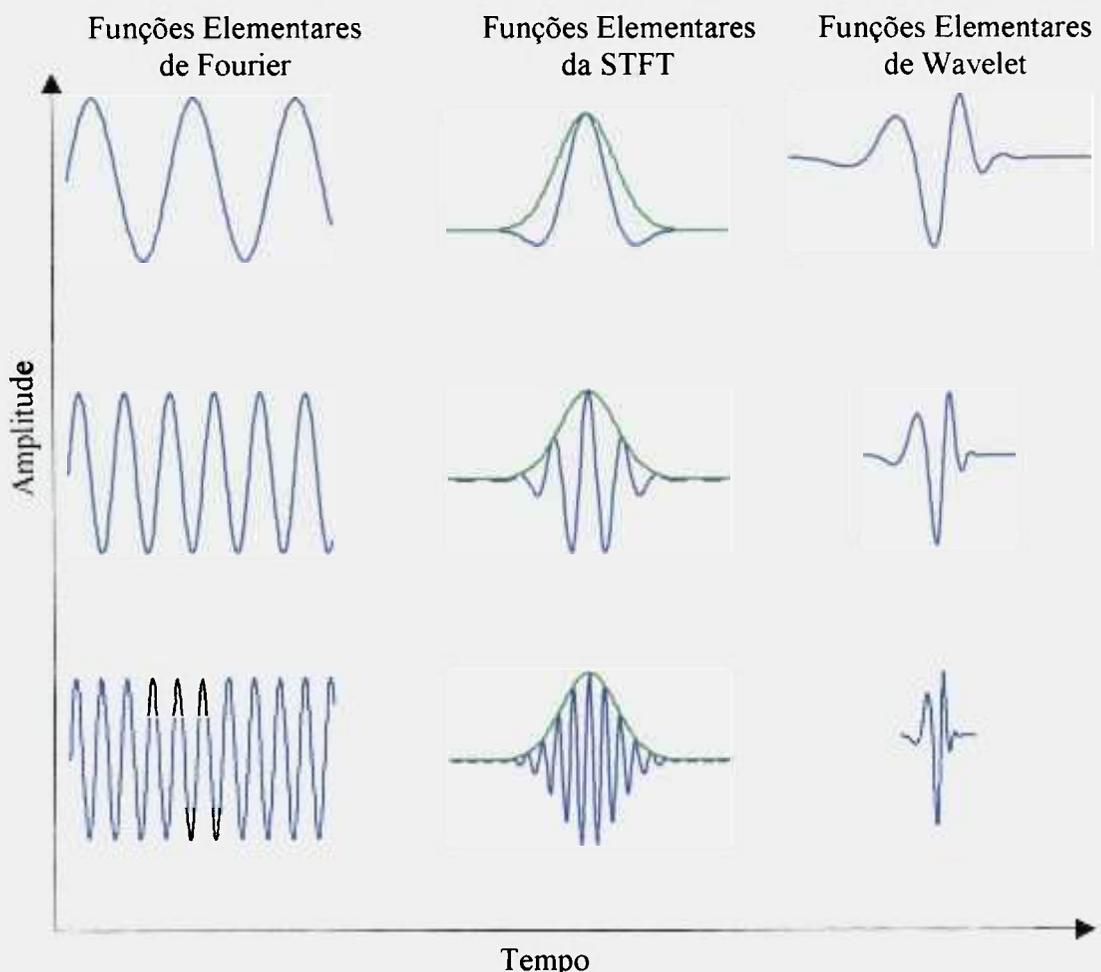


Figura 2.1 – Funções elementares das Transformadas de Fourier, Gabor e Wavelets

2.2 - Transformada de Fourier

O exemplo mais bem conhecido de funções que formam uma base ortonormal são as funções elementares da transformada de Fourier, funções senoidais complexas harmonicamente relacionadas. Uma das principais características da transformada de Fourier é que as suas funções duais e as funções elementares têm a mesma forma, podendo ser utilizado o mesmo conjunto de funções para análise e síntese. Então, o sinal $s(t)$ tem a sua representação no domínio da frequência, $S(w)$, definida pelo seu produto interno com a função elementar $\psi(t) = \exp\{-j\omega t\}$, de acordo com a equação (2.1):

$$s(t) = \frac{1}{2\pi} \int S(w) \exp\{j\omega t\} d\omega \quad (2.6)$$

onde $S(w)$, conforme a equação (2.2), é definida por:

$$S(w) = \int s(t) \exp\{-j\omega t\} dt \quad (2.7)$$

A integral (2.7), que calcula $S(w)$, é denominada Transformada Contínua de Fourier.

Esta transformada, $S(w)$, mede a similaridade entre o sinal $s(t)$ e uma série de funções complexas senoidais harmonicamente relacionadas $\{\exp\langle j\omega t \rangle\}$. A função $\exp\{j\omega t\}$, corresponde a um impulso no domínio da frequência, portanto a transformada de Fourier possui a resolução máxima no domínio da frequência. Assim $S(w)$, projeção do sinal nas funções elementares, descreve precisamente o comportamento do sinal na frequência w .

O quadrado do módulo da transformada de Fourier, $|S(w)|^2$ é definido como Espectro de Potência (Pss) do sinal $s(t)$, e determina a distribuição de energia do sinal no domínio da frequência. A área sob a curva da distribuição do espectro de potência fornece a energia total do sinal. Estas relações são mostradas nas equações definidas em (2.8).

$$P_{ss}(w) = |S(w)|^2 = S(w)S(w)^* \quad \text{e} \quad E[y^2] = \int P_{ss}(w) d\omega \quad (2.8)$$

A unidade do espectro de potência é definida por: (média quadrática do sinal)/(unidade frequência).

A transformada de Fourier é uma função linear do sinal analisado $s(t)$, e é em geral complexa, enquanto que o espectro de potência é uma função quadrática do sinal $s(t)$ e é sempre real. A transformada de Fourier e o espectro de potência são as duas ferramentas mais importantes na análise de frequência de sinais estacionários.

Quando o sinal $s(t)$ é obtido de uma forma discreta, utiliza-se a transformada discreta de Fourier (DFT). O sinal na sua forma discreta é representado pela série finita: $\{x_r\}$, onde $r = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$. A transformada de Fourier desta série é obtida através da versão discreta da equação (2.7), e se constitui em uma nova série finita, como segue:

$$\{X_k\} = \frac{1}{N} \sum_{r=0}^{N-1} x_r e^{-i(2\pi kr/N)}, \text{ onde } k = 0, 1, 2, \dots, (N-1), \quad (2.9)$$

onde $\{X_k\}$ é a transformada discreta de Fourier de $\{x_r\}$.

A transformada discreta inversa é definida pela versão discreta da equação (2.6),

$$\{x_r\} = \frac{1}{N} \sum_{k=0}^{N-1} X_k e^{i(2\pi kr/N)}, \text{ onde } r = 0, 1, 2, \dots, (N-1) \quad (2.10)$$

Na DFT, o número de componentes de frequência X_k é limitado, e varia de $k = 0, 1, 2, \dots, (N-1)$, correspondendo às frequências harmônicas $w_k = 2\pi kr/T = 2\pi kr/N\Delta$, onde Δ é o intervalo de amostragem, ou seja, Δ é o inverso da frequência de amostragem do sinal.

Na DFT, o cálculo do espectro de potência é dado por:

$$|X_k|^2 = X_k^* X_k \quad (2.11)$$

A transformada de Fourier fornece informação precisa sobre as frequências do sinal mas não há informação de tempo, por isto esta análise só se aplica a sinais cujas componentes de frequência não variam com o tempo, ou seja, considera-se que todas as frequências estejam presente todo o tempo. A utilização da técnica da análise de Fourier só traz resultados consistentes se aplicado a sinais estacionários, como definido no Apêndice A.

A figura 2.2 mostra a representação, no tempo e na frequência, de um sinal que contém componentes de frequência características, além de ruído branco.

Como pode-se observar na figura 2.2, através da representação no tempo, não é possível retirar muita informação sobre o comportamento do sinal. Porém analisando o seu espectro de potência percebe-se claramente a existência de três componentes de frequência, em 50Hz, 150Hz, e 400Hz, e também o patamar de baixa intensidade que se estende por toda a banda de frequência, indicando a presença de ruído branco que se caracteriza justamente por apresentar componentes numa banda larga de frequência.

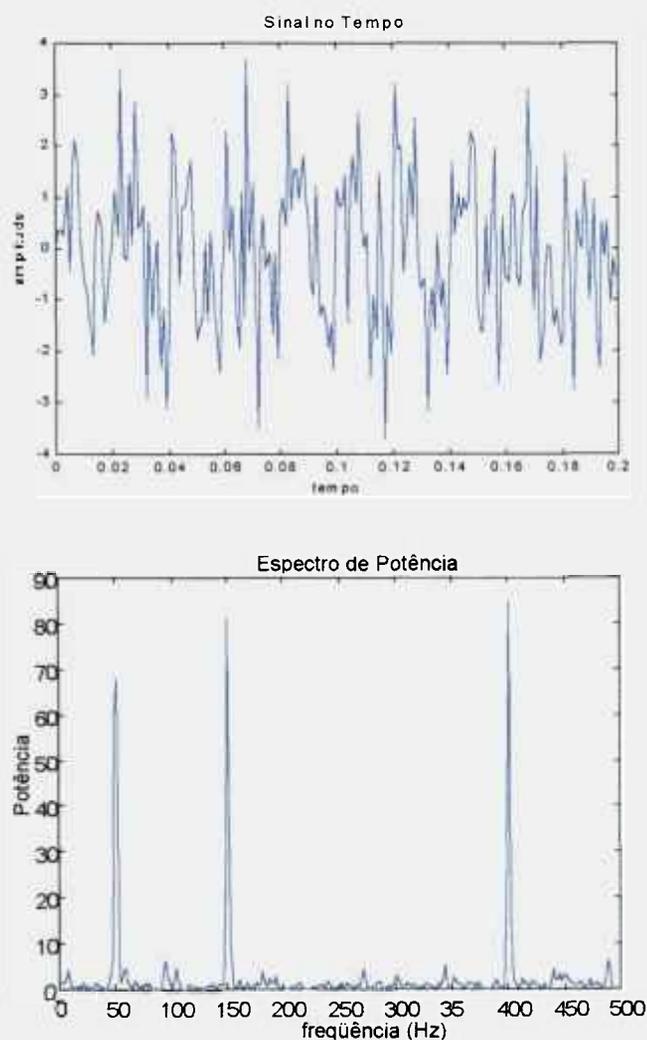


Figura 2.2 - Sinal no domínio no tempo e da frequência

2.3 - Short Time Fourier Transform

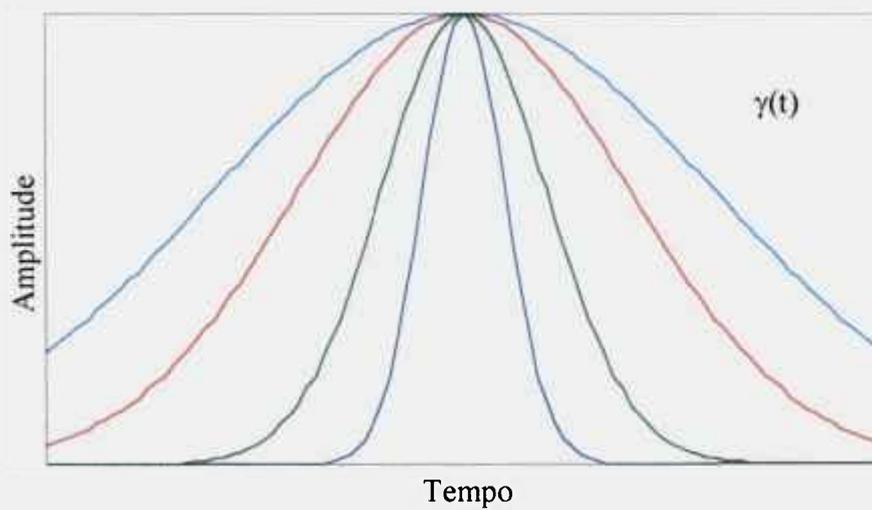
Na grande maioria das aplicações, o espectro de frequência presente no sinal varia com o tempo. Assim acontece com os sinais biomédicos, vibrações, sinais de voz e imagem, etc. Por isto a análise clássica de Fourier não se aplica a estes sinais, ditos não-estacionários e transientes, já que a transformada de Fourier é incapaz de refletir esta variação do espectro de frequência do sinal ao longo do tempo.

Para contornar esta deficiência da transformada de Fourier para sinais não-estacionários, Gabor [Chu-1995] propôs que o sinal analisado fosse comparado com uma função elementar localizada no domínio da frequência e do tempo, simultaneamente, como definido em (2.12). A transformada, utilizando este tipo de função elementar, é denominada Short-Time Fourier Transform (STFT), e introduz a variável tempo na transformada clássica de Fourier. A STFT é definida por,

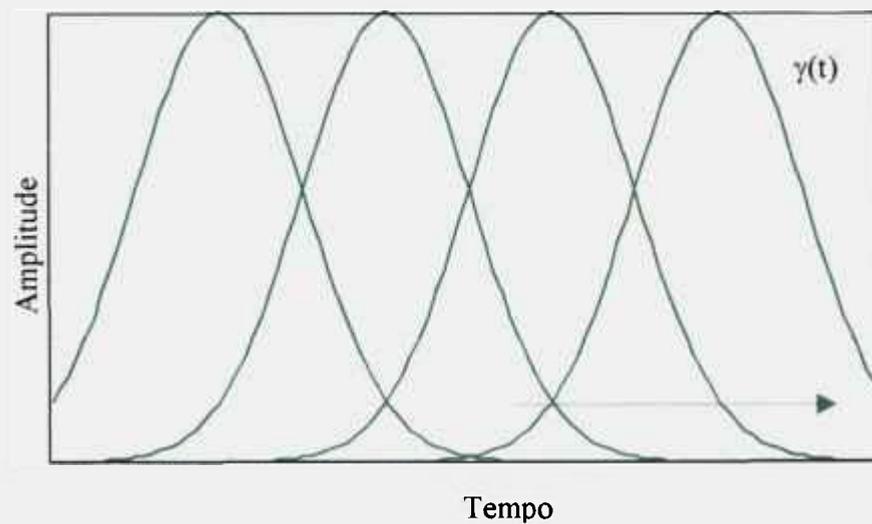
$$STFT(t, \omega) = \int s(\tau) \gamma_{t, \omega}^*(\tau) d\tau = \int s(\tau) \gamma^*(\tau - t) e^{-j\omega\tau} d\tau \quad (2.12)$$

onde $\gamma(t)$ é de duração finita, ou seja: $\int_{-\infty}^{+\infty} |\gamma(t)| dt < \infty$

A função (2.12) é um produto interno e reflete a similaridade entre o sinal $s(\tau)$ e a função elementar $\gamma(t - \tau) \exp\{j\omega\tau\}$. A função $\gamma(t)$ é de duração finita, por isso é denominada função janela. A STFT calcula a transformada de Fourier do sinal dentro da janela, definida pela função $\gamma(t)$, centrada no instante de tempo t , refletindo as propriedades locais de frequência do sinal neste tempo. Esta janela vai sendo deslocada no tempo, percorrendo todo o sinal, mostrando o comportamento localizado da frequência do sinal; como ilustrado na figura 2.3.



a) Variação da largura da janela da STFT



b) Escolhida a largura da janela em (a), ela é transladada no tempo

Figura 2.3 - Janela móvel da STFT, de largura fixa, definida por $\gamma(t)$.

A escolha da função $\gamma(t)$ deve ser tal que proporcione uma ótima localização tempo-freqüência, ou seja, a janela de tempo ($2\Delta t$) e a banda de freqüência ($2\Delta w$) devem ser tão estreitas quanto possível, para que a medida do sinal num determinado ponto (t,w) seja o mais representativo possível.

Pelo princípio da incerteza de Heisenberg temos que,

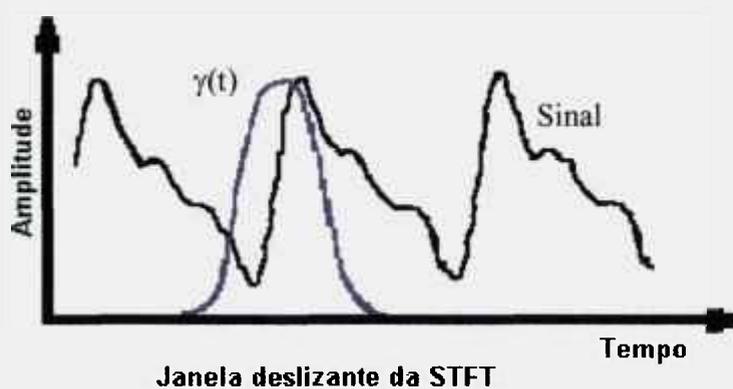
$$\Delta t \Delta w \geq \frac{1}{2} \quad \text{ou} \quad \Delta t \Delta f \geq \frac{1}{4\pi}, \quad (2.13)$$

e a igualdade só é verdadeira para a função Gaussiana $\gamma(t) = A \exp\{-at^2\}$ [Qia-1996]. A igualdade é a condição que dá o menor valor para o produto $\Delta t \Delta f$.

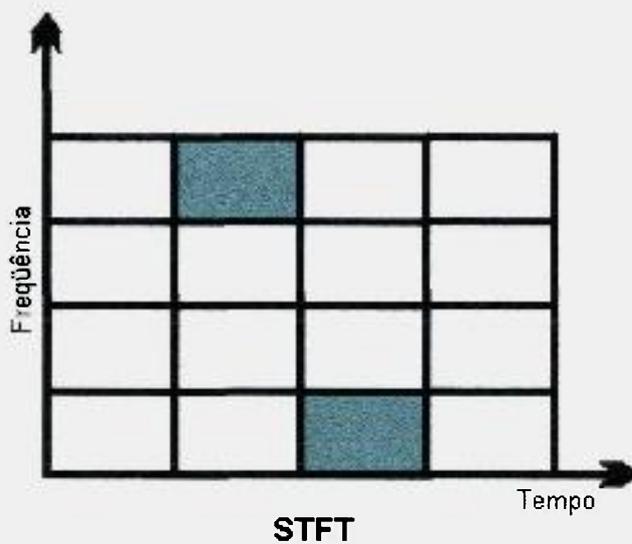
Por esta razão, Gabor escolheu uma Gaussiana para função janela $\gamma(t)$, por ser a função que apresenta a melhor característica de localização tempo-freqüência. Esta janela está representada na figura 2.3. Embora Gabor tenha se restringido a uma função elementar que tenha uma forma gaussiana, outras funções janela podem ser utilizadas [Qia-1996].

O quadrado do STFT é chamado espectograma STFT, e é a representação mais simples e utilizada de espectro dependente do tempo, a qual descreve de forma aproximada a distribuição de energia do sinal no domínio tempo freqüência. Enquanto que a STFT é geralmente complexa, o espectograma STFT é sempre real.

A STFT é representada graficamente numa grade bidimensional, como na figura 2.4. As divisões no eixo horizontal do plano tempo freqüência representam a largura, no tempo, de cada janela da STFT. As divisões no eixo vertical representam as bandas de freqüência. Para cada retângulo é gerado um valor que representa a quantidade de sinal dentro daquele intervalo de freqüência durante aquela janela de tempo específica.



a) Na STFT, a transformada de Fourier é calculada dentro da janela $\gamma(t)$ enquanto é transladada no domínio do tempo



b) A janela da STFT tem o mesmo tamanho para todo o plano tempo-frequência

Figura 2.4 - Plano tempo-frequência da STFT

Uma limitação da STFT na análise de sinais não-estacionários é o compromisso entre a largura da janela, que é geralmente escolhido como um ciclo da frequência fundamental, o que determina a resolução no tempo, e a resolução de frequência f no espectro. Pois se $\gamma(t)$ é escolhida para ter uma boa resolução no tempo (menor Δt), então sua resolução na frequência é deteriorada (maior $\Delta \omega$), ou vice versa.

Para ilustrar o efeito do compromisso da resolução tempo-frequência na aplicação da técnica STFT, foi utilizado um sinal com características não-estacionárias, com três componentes de frequência. Inicialmente o sinal apresenta uma frequência de 100Hz. A frequência muda bruscamente para 200Hz no tempo $t = 0,4s$, sofrendo uma nova mudança brusca para 300Hz, no tempo $t = 1,2s$.

A técnica de STFT foi aplicada a este sinal e os resultados são mostrados nos gráficos 2D e 3D das figuras 2.5 e 2.6. Na figura 2.5, a STFT do sinal foi calculada utilizando-se um janela do tipo Hanning [Mat-1996] de largura igual a 0,064 segundos, o que equivale a uma resolução em frequência de 15,625Hz. Na figura 2.6, a STFT do mesmo sinal foi calculada utilizando-se uma janela de 0,512 segundos, que equivale à resolução em frequência de 1,9 Hz. O tamanho da janela foi aumentado em oito vezes com a finalidade de evidenciar o efeito do compromisso da resolução tempo-frequência. Como pode-se observar, a melhoria da resolução em frequência implica numa pior resolução no tempo. Na figura 2.5, devido à boa resolução no tempo, é fácil identificar o instante em que há a mudança brusca da frequência ($t = 0,4s$, e em $t = 1,2s$) mas o valor das frequências não são exatos. Já na figura 2.6, pode-se identificar com maior precisão os valores de frequência de 100Hz, 200Hz e 300Hz, mas não pode-se dizer com precisão os instantes de tempo em que ocorrem as mudanças de frequência, devido à baixa resolução no domínio do tempo.

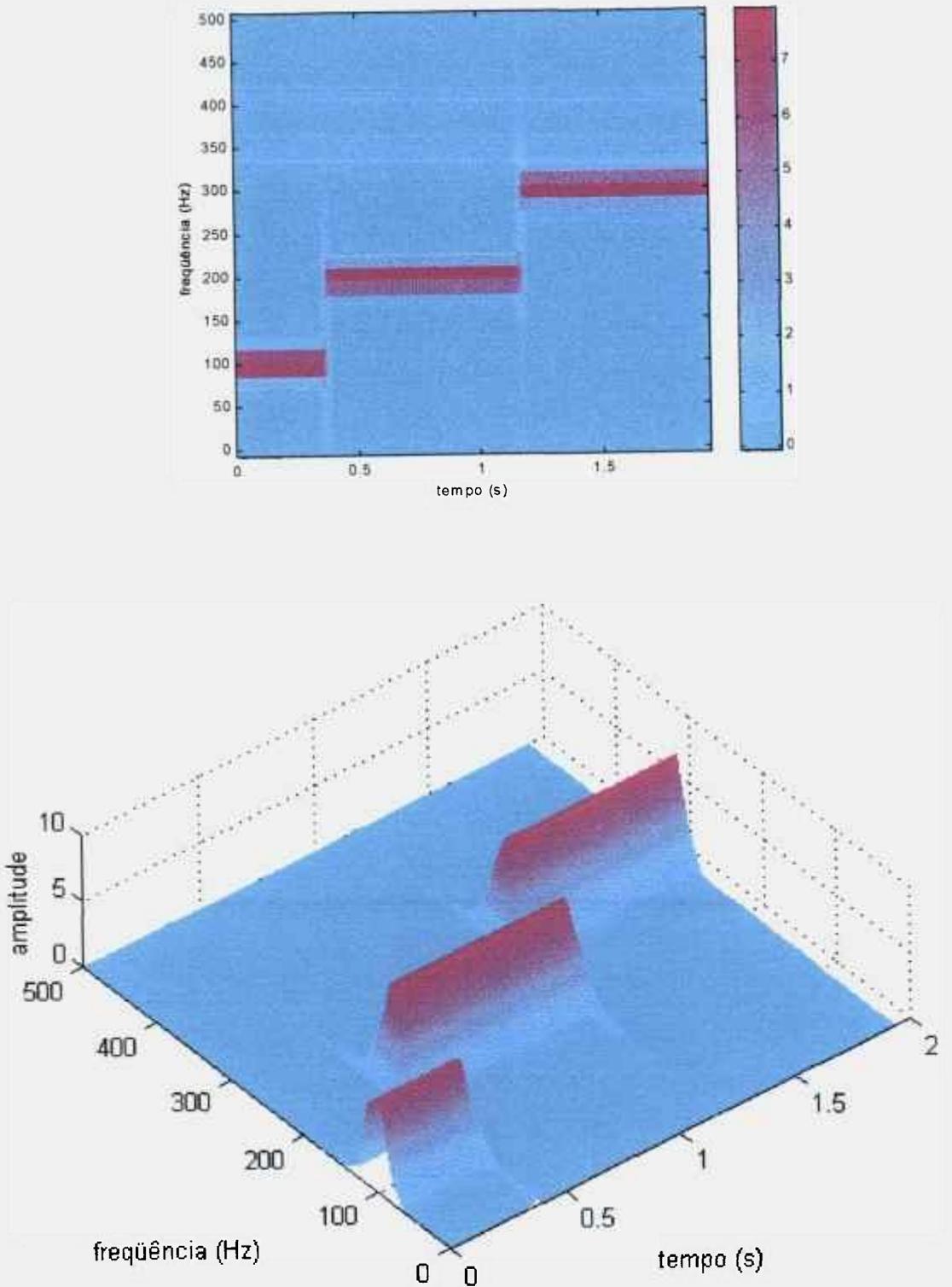


Figura 2.5 - STFT - Janela de Hanning de 0,064s de largura

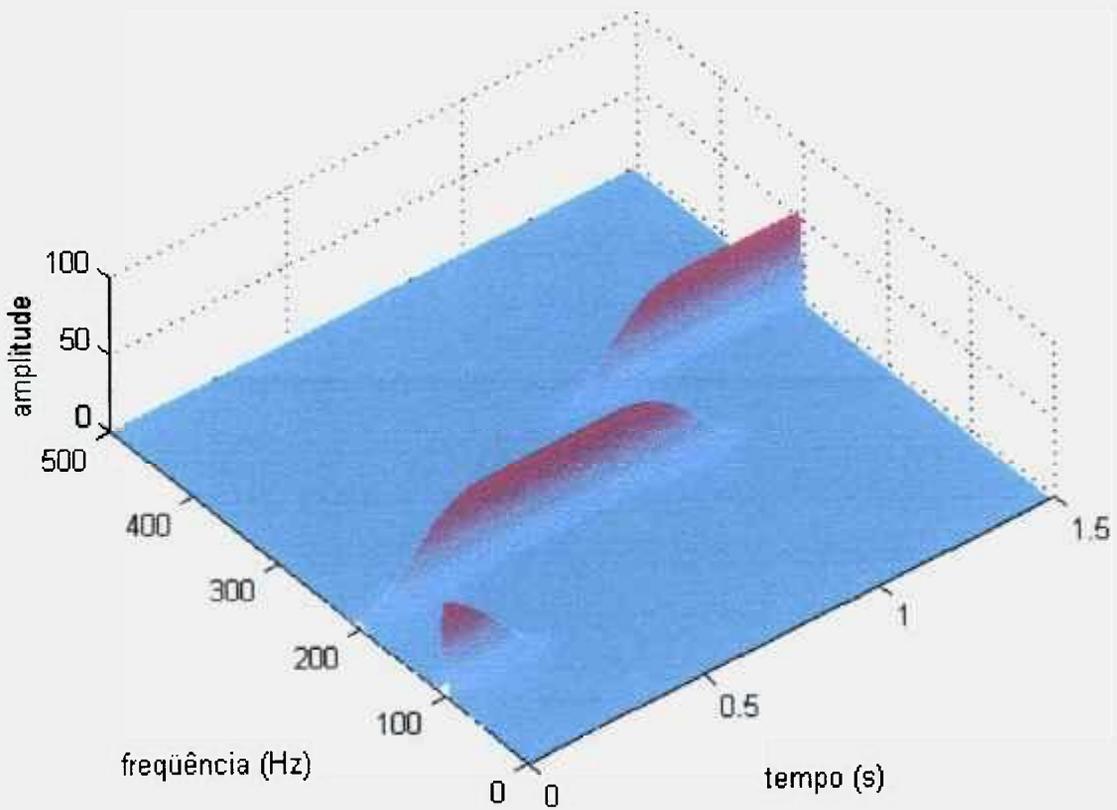
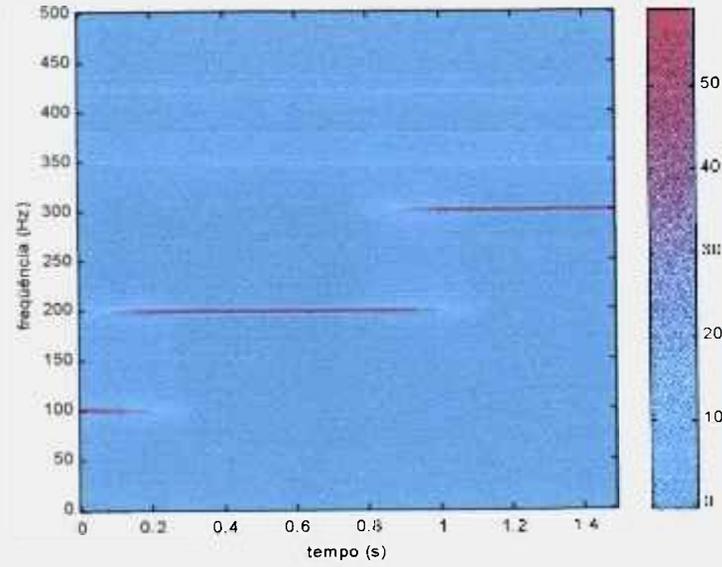


Figura 2.6 - STFT - Janela de Hanning de 0,512s de largura

O tamanho das janela no tempo e na frequência, uma vez definido, é constante, isto implica em ter a mesma resolução para todo o plano de tempo-frequência, o que constitui a principal limitação da STFT.

Em muitas aplicações, como por exemplo, em sinais de vibração, as harmônicas de frequências mais altas do espectro do sinal não necessitam ter a mesma exatidão que as harmônicas de frequências mais baixas[New-1994]. Outro fato observado é que a maioria dos fenômenos de baixa frequência têm uma duração relativamente longa, enquanto os fenômenos de alta frequência têm uma duração curta . Isto sugere uma análise do sinal num plano de múltiplas escalas, onde a largura da janela de tempo e a banda de frequência não seriam mais constantes, e sim, variariam de acordo com o valor da frequência central da banda. Assim haveriam janelas mais longas para os fenômenos de baixas frequências, e janelas mais curtas, melhor adaptadas para fenômenos de alta frequência, possibilitando uma flexibilidade muito maior para a análise [Drie-1996].

Como será mostrado a seguir, com a transformada de *wavelets* é possível implementar este tipo de análise de forma mais precisa, contornando as limitações apresentadas pela STFT para sinais não-estacionários.

2.4 - Transformada de *Wavelets*

2.4.1 – Transformada Contínua de Wavelet

A transformada contínua de *wavelets* (CWT) relaciona o sinal estudado $s(t)$ com a função elementar, chamada *wavelet*. Esta função é real, oscilatória, com conteúdo finito de frequência, e de curta duração tendendo rapidamente a zero quando $t \rightarrow \infty$. A variação de frequência na transformada de *wavelet* é obtida através da sua compressão/expansão no tempo.

$$\psi_{a,b}(t) = \psi\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (2.14)$$

A transformada contínua de *wavelet* é definida pelo seguinte produto interno:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int s(t) \psi^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad a \neq 0 \quad (2.15)$$

A função $\psi(t)$ caracteriza a *wavelet* mãe. Uma série de funções derivadas da *wavelet* mãe são geradas a partir da variação dos parâmetros a e b . O parâmetro a representa a escala e está relacionada ao recíproco da frequência e o parâmetro b define a translação no tempo. Se $\psi(t)$ é centrada no tempo zero e na frequência ω_0 , então sua versão dilatada e transladada $\psi(t-b)/a$ é centrada no tempo b e frequência ω_0/a , respectivamente, refletindo as características de frequência do sinal no ponto $(t, \omega) = (b, \omega_0/a)$.

A função $\psi(t)$ deve pertencer ao espaço $L^2(R)$. Este espaço é definido como o espaço das funções f que satisfazem à condição de energia finita, ou seja,

$$\int |f(t)|^2 dt < \infty \quad (2.16)$$

A CWT pode ser representada graficamente num plano tempo-escala, como mostrado na figura 2.7. A figura 2.8 mostra os efeitos de dilatação e translação na CWT. A *wavelet* se move de forma contínua no eixo do tempo, provocando a superposição parcial das *wavelets*, o que resulta na redundância característica da CWT.

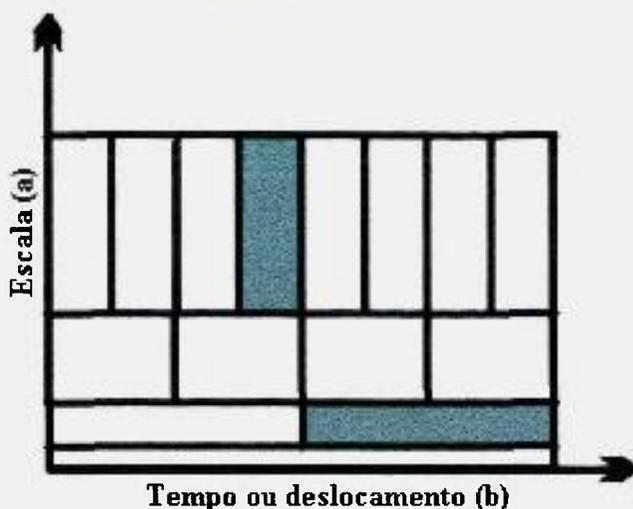
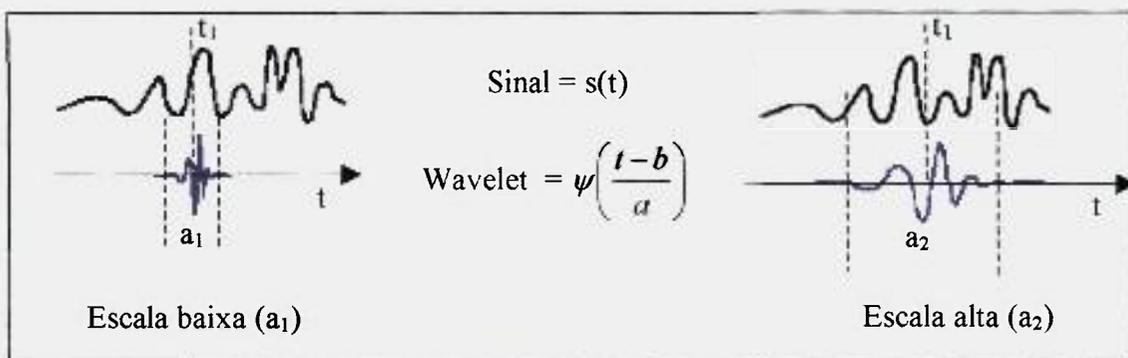
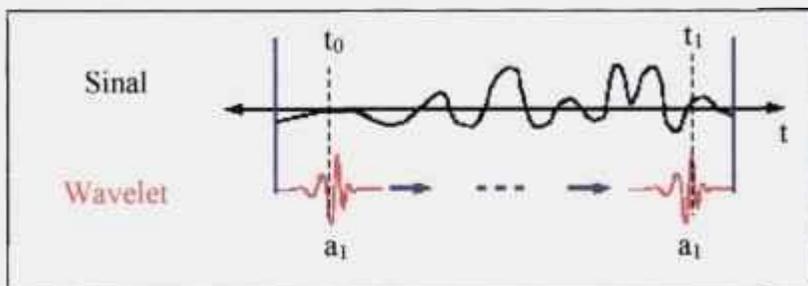


Figura 2.7 - Plano tempo-escala (wavelet)



a) Variação contínua do valor da escala - CWT



b) Deslocamento contínuo da wavelet no tempo - CWT

Figura 2.8 – Dilatação e deslocamento na CWT

Para alcançar a perfeita reconstrução do sinal, a *wavelet* mãe terá que satisfazer a condição de admissibilidade que é expressa por:

$$C_{\Psi} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (2.17)$$

onde $\Psi(w)$ é a transformada de Fourier da *wavelet* mãe, $\psi(t)$. Esta condição implica em que $\Psi(0) = 0$, ou seja $\psi(t)$ é um filtro passa banda, que é uma função janela. Assim, o sinal original pode ser reconstruído por,

$$s(t) = \frac{1}{C_{\Psi}} \iint \frac{1}{a^2} CWT(a, b) \hat{\psi}\left(\frac{t-b}{a}\right) da db \quad (2.18)$$

onde $s(t) \in L^2$ e como $\int_{-\infty}^{+\infty} |\psi(t)| dt < \infty$

Esta operação é denominada transformada inversa de *wavelet*, onde a função $\hat{\psi}(t)$ é a função dual de $\psi(t)$ (função síntese), quando as funções $\psi(t)$ formam uma base ortonormal, $\hat{\psi}(t) = \psi(t)$.

A energia E do sinal $s(t)$ está relacionada aos coeficientes da transformada de *wavelets* pela seguinte relação,

$$E = \int |s(t)|^2 dt = \frac{1}{C_{\Psi}} \iint a^{-2} |CWT(a, b)|^2 da db \quad (2.19)$$

A equação (2.19) mostra que a distribuição de energia da transformada de *wavelet* no plano tempo-frequência é igual à energia total do sinal no domínio do tempo. Ou seja, é possível recuperar o sinal completamente através dos coeficientes da transformada de *wavelets* [Shi-1996].

2.4.2 – Transformada Discreta de Wavelet

A transformada contínua de *wavelet* (CWT) é uma representação redundante, ou seja, o deslocamento da *wavelet* no domínio do tempo é contínuo, fazendo com que haja sobreposição parcial destas funções. Mesmo considerando que a CWT usa dados discretamente amostrados no tempo, o processo de deslocamento é um processo contínuo ao longo de todo o domínio temporal do dado amostrado. A dilatação pode ser definida desde um valor mínimo (escala original do sinal) até um valor máximo que pode ser escolhido dependendo da resolução requerida, proporcionando uma resolução muito maior. A escolha do valor máximo da escala é um compromisso entre uma melhor resolução e o aumento de tempo e memória computacional necessário para o cálculo dos coeficientes das *wavelets*.

Esta condição de redundância na representação do sinal utilizando a CWT caracteriza o que é denominado quadro (frame), onde existe mais informação do que o necessário para representar o sinal.

Apesar do cálculo computacionalmente dispendioso da CWT, em muitos casos este tipo de representação possibilita uma interpretação visual precisa dos fenômenos envolvidos, e.g. na análise de fractais. Para casos onde se deseja uma reconstrução posterior do sinal, a representação redundante da CWT não é a mais adequada, pois para efeitos de armazenamento ou transmissão de sinais, por exemplo, o ideal é ter um número mínimo de coeficientes de *wavelets*.

Uma possibilidade, que tem sido bastante explorada, é a utilização da CWT numa versão amostrada, em que são utilizados apenas determinados valores para os parâmetros a e b , diminuindo ou eliminando a redundância.

Escolhendo-se adequadamente estes parâmetros (a e b), pode-se definir uma família de *wavelets* transladadas e escaladas no tempo, tal que ainda seja possível recuperar o sinal completamente, de forma mais simples, eficiente e compacta, com menor custo computacional.

Com este objetivo, tradicionalmente a CWT é amostrada escolhendo-se valores de escalas e posições (parâmetros a e b) baseados em potência de dois. Este tipo de variação é denominada *dyadic*, como definido na equação (2.20):

$$a = 2^{-j} \text{ e } b = k2^{-j}, \text{ onde } j, k \in Z \quad (2.20)$$

Substituindo estes valores em (2.15), obtém-se os coeficientes $d_{j,k}$ da CWT, são definidos por,

$$d_{j,k} = CWT(2^{-j}, k2^{-j}) = 2^{j/2} \int s(t) \psi^*(2^j t - k) dt = \int s(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \quad (2.20)$$

onde $\psi_{j,k}(t)$, são as versões dilatadas e transladadas da *wavelet* mãe $\psi(t)$, definidas por,

$$\psi_{j,k}(t) = 2^{j/2} \psi(2^j t - k) \quad (2.21)$$

E o sinal original será reconstituído por,

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k} \hat{\psi}_{j,k}(t) \quad (2.22)$$

Quando $\{\psi(t)\}$ é ortonormal, então $\hat{\psi}(t) = \psi(t)$, e pode-se escrever,

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k} \psi_{j,k}(t) \quad (2.23)$$

$$d_{j,k} = \int s(t) \psi_{j,k}^*(t) dt \quad (2.24)$$

A versão amostrada da CWT, como definida nas equações (2.23) e (2.24), constitui não mais um *frame*, mas uma base. A CWT, assim amostrada, é denominada transformada discreta de *wavelet* (DWT).

A figura 2.9 mostra o processo de dilatação e deslocamento da *wavelet* mãe na DWT, onde o sinal é decomposto em blocos baseados em potências de dois. Para um determinado valor de escala 2^j , a *wavelet* é transladada ao longo do eixo do tempo em k intervalos de tempo de duração 2^j . O próximo valor de escala é o dobro da anterior ($2^{j+1} = 2 \times 2^j$) e a *wavelet* é transladada ao longo do eixo do tempo em intervalos de tempo 2^{j+1} . O índice j é denominado nível de decomposição da transformada de *wavelet*.

Um algoritmo eficiente para calcular os coeficientes da DWT através da teoria de filtros foi desenvolvido em 1988 por Mallat [Str-1996], como alternativa ao cálculo através do produto interno definido pela equação (2.24). O algoritmo de Mallat (algoritmo piramidal ou de árvore) é de fato um esquema clássico conhecido na comunidade de processamento de sinal como *two-channel sub-band coder* [Str-1996]. O algoritmo de Mallat resulta na transformada rápida de *wavelet*. A utilização da transformada rápida de *wavelet* (FWT) implica numa redução de custo que é equivalente à redução do custo computacional que se obtém utilizando transformada rápida de Fourier (FFT) como alternativa à transformada discreta de Fourier (DFT) [New-1993]. A grande vantagem deste algoritmo é que os coeficientes da transformada são calculados sem a necessidade do cálculo explícito da função *wavelet*. O que se projeta então é o banco de filtros utilizado, o qual determina a possibilidade da perfeita reconstrução do sinal. A escolha deste banco de filtros determina a forma da função *wavelet* que será utilizada na análise.

O algoritmo de Mallat é implementado através de um banco de filtros do tipo QMF (*Quadrature Filter Mirror Pair*) [Str-1996]. Este banco de filtros é constituído de dois blocos: um bloco utilizado na decomposição do sinal e outro na reconstrução do sinal.

Na Figura 2.10 é ilustrada a decomposição de um sinal através do bloco básico de decomposição do algoritmo de Mallat [Mis-1996]. Neste processo, o sinal original S passa através dos filtros complementares H e L , passa-alta e passa-baixa respectivamente, que são os filtros decomposição do banco de filtros QMF. Destes filtros emergem dois sinais com o mesmo número de amostras que S , o que dobra o número de amostras em relação ao sinal S . Então é feita a operação de *downsampling* em A e D , que consiste em desprezar cada segunda amostra da sequência A e D . Com isto o número de amostras destes sinais passa a ser a metade, dando origem aos sinais cA e cD , que são os coeficientes da DWT.

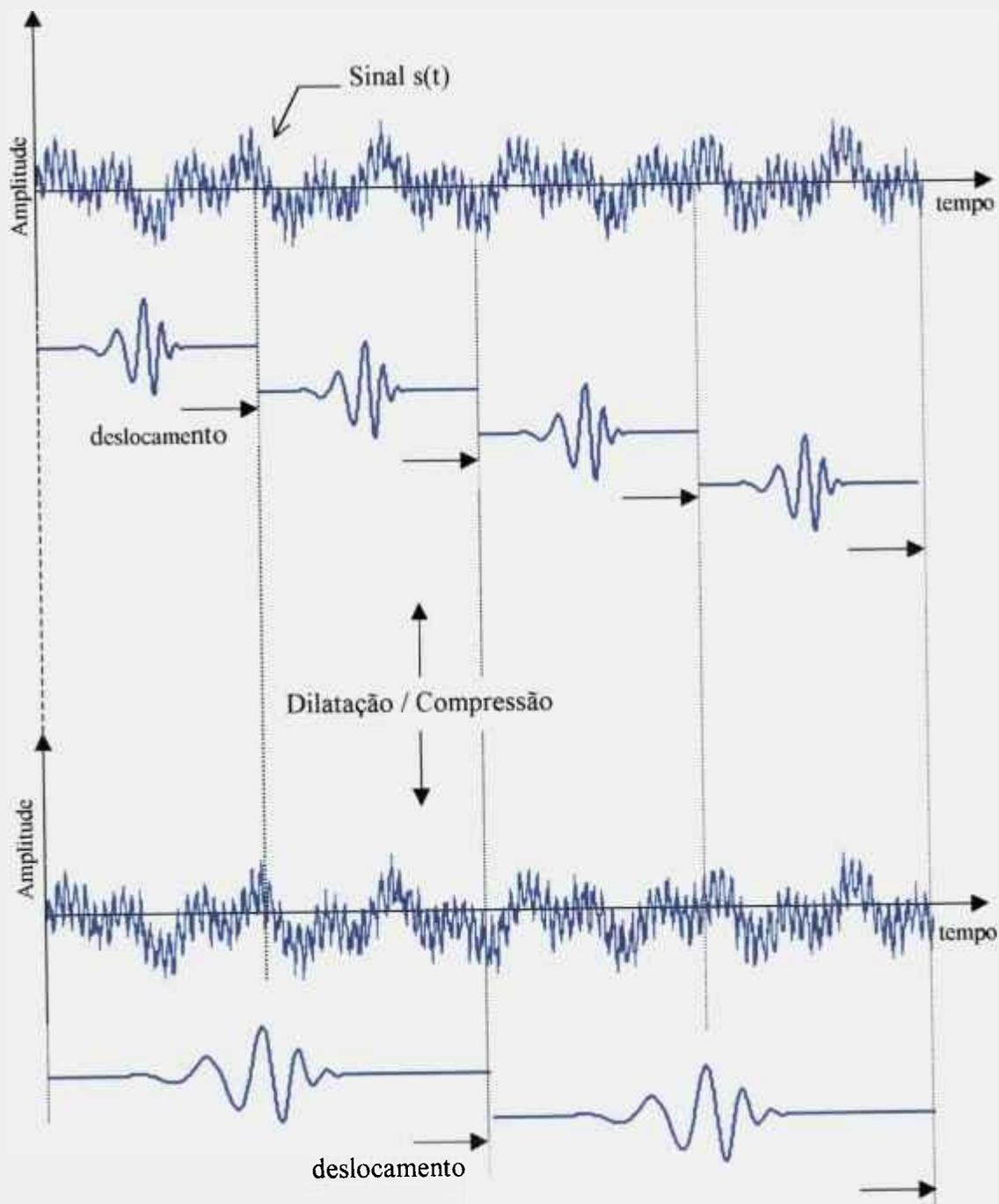


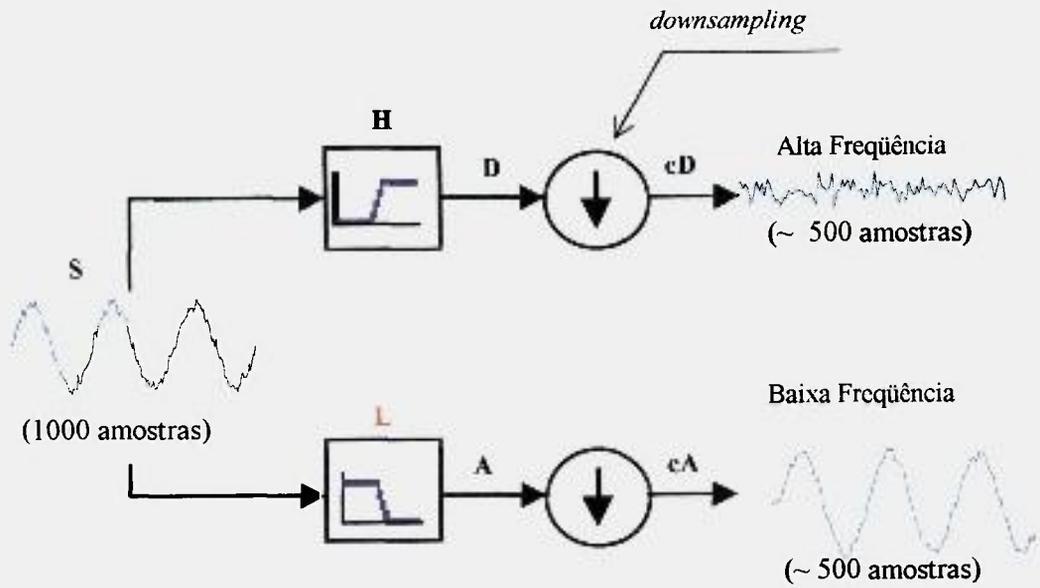
Figura 2.9 - Processo de dilatação e deslocamento da DWT

O filtro passa baixa L tem o efeito de “suavizar” o sinal, gerando, o que é denominada, uma *aproximação do sinal*. O filtro passa alta retém a parte de alta frequência que é denominada *detalhe do sinal*. Como pode-se observar na figura 2.10a, os coeficientes do detalhe cD consistem principalmente de ruído de alta frequência, enquanto que os coeficientes da aproximação cA contêm muito menos ruído e preserva a forma (identidade) do sinal. As aproximações do sinal estão relacionadas com o filtro passa baixa (componentes de escala alta) e com a função de dilatação do sinal, e os detalhes estão relacionadas com o filtro passa alta (componentes de escala baixa) e com a função *wavelet*.

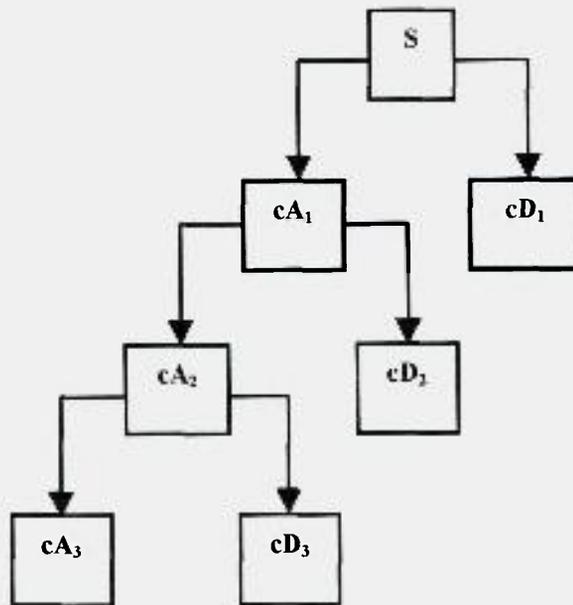
O algoritmo de decomposição aplicado ao sinal original S , se aplicado à aproximação cA , gera uma nova componente de aproximação do sinal que, por sua vez, pode ser novamente decomposta e assim sucessivamente. Os detalhes do sinal são a diferença entre duas aproximações sucessivas. Este processo de aplicação iterativa do algoritmo de Mallat, mostrado na figura 2.10b, possibilita a decomposição do sinal em várias componentes de menor resolução ($cA_1, cA_2, \dots, cA_j, \dots, cA_n$), com os respectivos detalhes ($cD_1, cD_2, \dots, cD_j, \dots, cD_n$). Este tipo de análise é também conhecida como decomposição em árvore. Os coeficientes cA_j e cD_j , são ditos pertencerem ao *nível de decomposição j*.

Teoricamente esta decomposição pode seguir indefinidamente, em vários níveis, até que um detalhe ou aproximação atinja o valor limite de uma única amostra. Na prática escolhe-se o número de decomposições (ou nível de decomposição) com base na natureza do sinal, faixas de escala de interesse, ou num critério de entropia [Mis-1996].

Na análise mostrada na figura 2.10, o processo de decomposição sucessiva é aplicado apenas às aproximações do sinal, gerando novas aproximações e detalhes. No entanto, este processo pode também ser aplicado aos detalhes de cada nível, gerando um segundo nível de aproximação e detalhe, e assim sucessivamente. Este tipo de decomposição do sinal possibilita o que é denominada a análise de *wavelet* em pacotes (*Wavelet Packet Analysis - WPA*). Este tipo de análise é mais completa e mais complexa, e fornece maiores informações sobre os detalhes do sinal [Ser-1996], [Cod-1994], [Mis-1996].



a) Bloco básico para decomposição de sinal



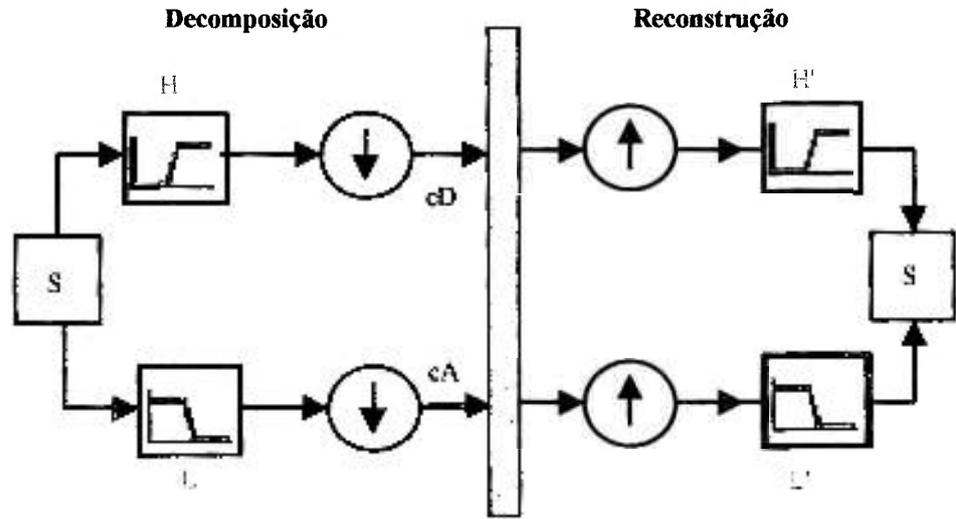
b) Decomposição de sinal em árvore

Figura 2.10 - Bloco básico de decomposição do sinal; e decomposição em árvore

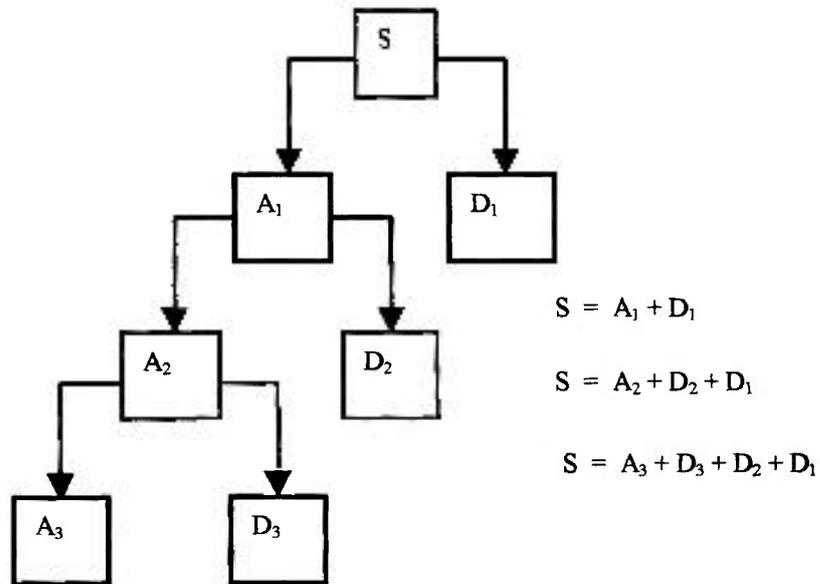
A reconstrução do sinal é realizada através da transformada discreta inversa de *wavelet* (IDWT), onde os coeficientes cD e cA são recombinados para formar o sinal original, como ilustrado na figura 2.11a. Enquanto que o processo de decomposição envolve filtragem (H, L) e *downsampling*, o processo de reconstrução do sinal consiste em *upsampling* e filtragem (H', L'). No processo de reconstrução, os detalhes (cD) e as aproximações (cA) passam pelo processo de *upsampling*, que recupera (dobra) o tamanho do sinal através da inserção de zeros entre amostras consecutivas. Após o *upsampling*, estes sinais são filtrados pelos filtros de reconstrução do banco de filtros QMF (H' e L' respectivamente), recompondo o sinal original. Se o sinal foi decomposto em mais de um nível, como no exemplo da figura 2.10b, este processo deve ser iniciado no último nível de decomposição, e repetido até atingir o nível do sinal original.

Assim como é possível reconstruir o sinal original S recombinação dos coeficientes cA e cD , pode-se também reconstruir as próprias aproximações ou detalhes (componentes do sinal), combinando cada vetor de coeficientes (cA ou cD) com um vetor de zeros de mesmo tamanho. Desta forma, se um vetor cA tem 500 amostras (pontos), um vetor de zeros de 500 amostras (pontos) é criado e ambos passam pelo processo de *upsampling* e filtragem (filtros L' e H' respectivamente), sendo recombinados para formar a componente A do sinal. Este processo é repetido para cada aproximação e detalhe em que o sinal original foi decomposto. Todas aproximações e detalhes terão o tamanho igual ao tamanho do sinal original. O sinal original poderá então ser recuperado, pela soma direta das aproximações e detalhes reconstruídos, como mostra a figura 2.11b.

A análise das aproximações e detalhes reconstruídos permite a observação das componentes do sinal no tempo, separadas em bandas de frequências, estando cada banda relacionada a um nível de decomposição. Este tipo de análise do sinal é também conhecido como análise em multirresolução (MRA - *Multi Resolution Analysis*).



a) Bloco básico QMF para decomposição e reconstrução de sinais



b) Esquema de composição do sinal através da reconstrução de suas componentes

Figura 2.11 - Banco de Filtros QMF - Reconstrução do sinal, aproximações e detalhes

2.5 - Famílias de *Wavelets*

O conjunto formado pela *wavelet* mãe e suas versões dilatadas e transladadas no tempo ou espaço também definem uma família de *wavelets*. Teoricamente, o número de possibilidades para gerar uma *wavelet* mãe é infinito. Qualquer função que seja finita no tempo e em frequência, pode ser uma *wavelet*.

A escolha da *wavelet* depende do objetivo do processamento do sinal. O critério para a escolha da família de *wavelet* é o de encontrar a função mais adequada para comparar às componentes locais de interesse, presentes no sinal. Então, os coeficientes da transformada terão um valor alto, se numa determinada escala e num certo instante existir uma similaridade acentuada entre a *wavelet* e o sinal analisado; de outra forma os valores dos coeficientes serão baixos [Wan-1996].

Inúmeros autores têm desenvolvido suas próprias *wavelets* mãe com propriedades especiais que as fazem adequadas para aplicação em diferentes campos. As mais conhecidas são Coiflet, Symmlet, Morlet, Haar, Daubechies e Meyer [Chu-1995]. Meyer foi o primeiro a descobrir uma base de *wavelet* ortogonal, em 1985. Logo depois, Mallat introduziu a análise de multirresolução, que explicou melhor as propriedades da *wavelet* de Meyer. Então em 1987, Daubechies criou uma *wavelet* ortogonal com suporte compacto no tempo (dbN). Depois vieram as *wavelets* biortogonais que estão relacionadas com as funções *spline*.

As *wavelets* Daubechies são as mais utilizadas, principalmente na área de processamento de imagens, e para solução de polinômios de ordem n . Estas *wavelets* proporcionam uma análise ortogonal, são assimétricas e não possuem função explícita, mas podem ser definidas por equações funcionais e seus coeficientes podem ser calculados recursivamente utilizando um algoritmo fácil de implementar [STR-1996]. Podem ser usadas com análise contínua (CWT), ou discreta (DWT). É uma *wavelet* pouco regular [Mis-1996].

A seguir são apresentados os algoritmos utilizados para o cálculo da função dilatação $\phi(x)$ e da função *wavelet* $\psi(x)$ para as famílias Daubechies:

$$\phi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} c_k \phi(2x - k) \quad (2.25)$$

$$\psi(x) = \sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k c_k \phi(2x + k - N + 1) \quad (2.26)$$

Onde N é um número par de coeficientes de *wavelet* c_k , e k é um número inteiro e varia de zero a $N-1$. Estas equações devem satisfazer às seguintes condições de ortogonalidade a fim de obter os coeficientes de *wavelets* c_k [New-1993]:

1. Conservação da área: A área sob a curva da função escala se mantém unitária para cada iteração. Esta condição é assegurada por:

$$\sum_{k=0}^{N-1} c_k = 2 \quad (2.27)$$

2. Exatidão: Strang [Str-1996] mostrou a condição que os coeficientes das *wavelets* devem satisfazer a fim de alcançar a melhor exatidão possível na representação do sinal analisado, que é definida pela seguinte equação:

$$\sum_{k=0}^{N-1} (-1)^k k^m c_k = 0, \text{ onde } m = 0, 1, 2, \dots, N/2-1 \quad (2.28)$$

3. Ortogonalidade : A fim de gerar uma base ortogonal de *wavelet* em $L^2(\mathbb{R})$, a seguinte equação deve ser satisfeita:

$$\sum_{k=0}^{N-1} c_k c_{k+2m} = 0, \text{ onde } m = 0, 1, 2, \dots, N/2-1 \quad (2.29)$$

A figura 2.12, mostra três tipos de *wavelets* Daubechies mãe, a db2, que tem um aspecto fractal. À medida em que o número de coeficientes (N) da *wavelet* db N aumenta, ela se torna mais regular (db4 ,db20). A função phi (dilatação) representada nesta figura, está relacionada com os coeficientes do filtro passa-baixa, e a função psi (*wavelet*) está relacionada com os coeficientes filtro passa-alta da análise de multirresolução.

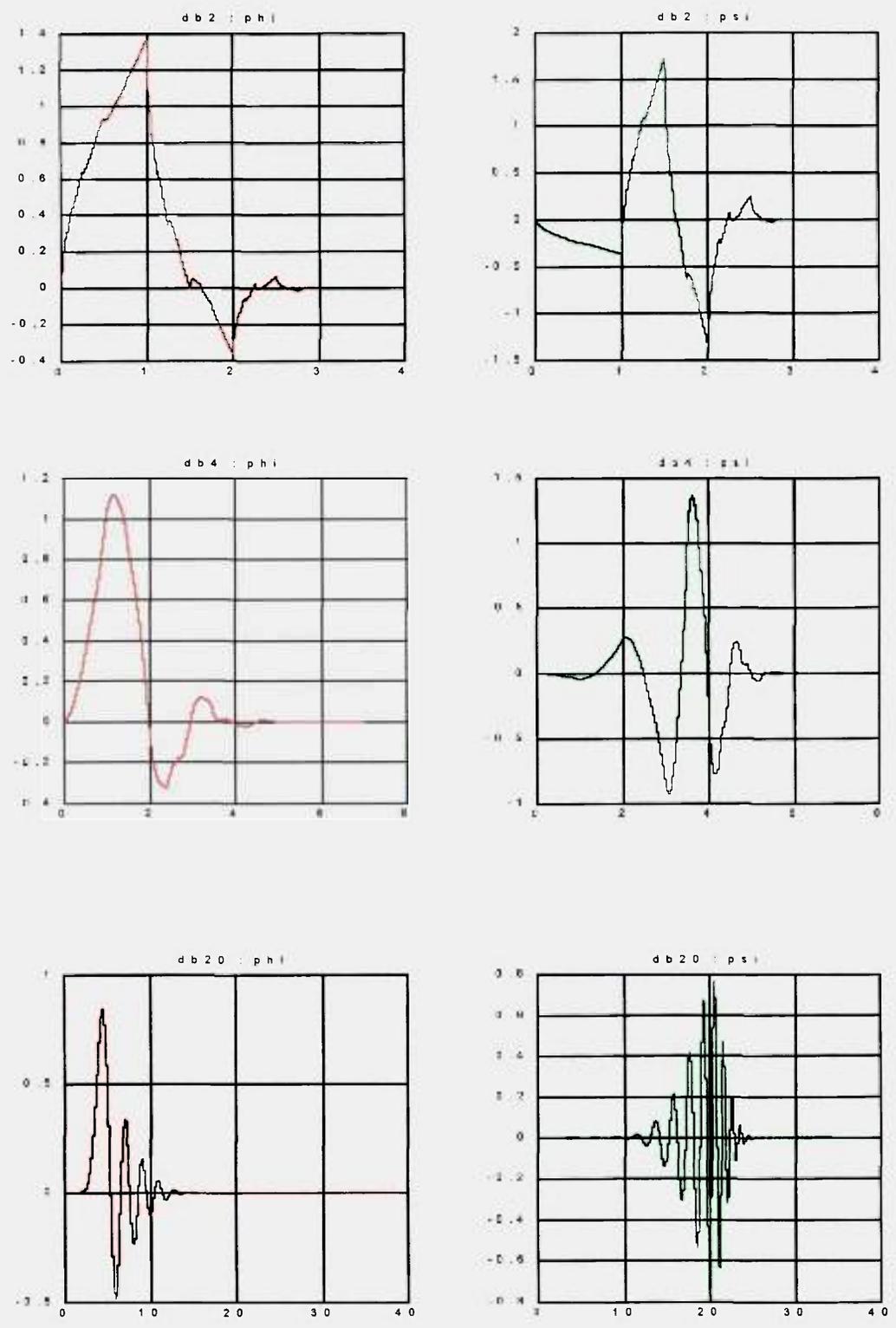


Figura 2.12 - Wavelets Daubechies: db2,db4 e db20

A *wavelet* Morlet e a *wavelet* Mexican-hat, mostradas na figura 2.13, não permitem uma análise ortogonal, por isso a reconstrução do sinal não é assegurada. Em geral estas funções são utilizadas em análise contínua (CWT). A *wavelet* Morlet e a Mexican-hat possuem função explícita, mas o algoritmo para implementá-las é lento [Mis-1996].

A *wavelet* Morlet é definida como:

$$\psi(x) = c(e^{x^2/2} \cdot \cos(5x)) \quad (2.30)$$

A *wavelet* Mexican-hat é definida como:

$$\psi(x) = \frac{2}{\sqrt{3}} \pi^{-1/4} (1-x^2) e^{-x^2/2} \quad (2.31)$$

A *wavelet* Meyer, figura 2.13, permite análise ortogonal com a transformada discreta (DWT), mas não através dos filtros FIR (*Finite Impulse Response*), pelo algoritmo de Mallat, como é o caso das Daubechies. É infinitamente regular, ou seja, é infinitamente derivável, e não tem suporte finito, ou seja, não pode ser definida por um número finito de coeficientes. Possui um algoritmo lento. A *wavelet* Meyer e sua função dilatação são definidas no domínio da frequência pelas equações (2.32) e (2.33), respectivamente:

Wavelet:

$$\hat{\psi}(w) = (2\pi)^{-1/2} e^{iw/2} \operatorname{sen}\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi}|w|-1\right)\right) \quad \text{se} \quad \frac{2\pi}{3} \leq |w| \leq \frac{4\pi}{3} \quad (2.32)$$

$$\hat{\psi}(w) = (2\pi)^{-1/2} e^{iw/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{4\pi}|w|-1\right)\right) \quad \text{se} \quad \frac{4\pi}{3} < |w| \leq \frac{8\pi}{3}$$

$$\hat{\psi}(w) = 0 \quad \text{se} \quad |w| \notin \left[\frac{2\pi}{3}, \frac{8\pi}{3}\right] \quad \text{e} \quad v(a) = a^4(35 - 84a + 70a^2 - 20a^3), \quad a \in [0,1]$$

Função dilatação:

$$\hat{\phi}(w) = (2\pi)^{-1/2} \quad \text{se } |w| \leq \frac{2\pi}{3} \quad (2.31) \quad (2.33)$$

$$\hat{\phi}(w) = (2\pi)^{-1/2} \cos\left(\frac{\pi}{2} v\left(\frac{3}{2\pi}|w| - 1\right)\right) \quad \text{se } \frac{2\pi}{3}|w| \leq \frac{4\pi}{3}$$

$$\hat{\phi}(w) = 0 \quad \text{se } |w| \leq \frac{4\pi}{3}$$

Várias wavelets Meyer podem ser obtidas variando o parâmetro a da função auxiliar $v(a)$.

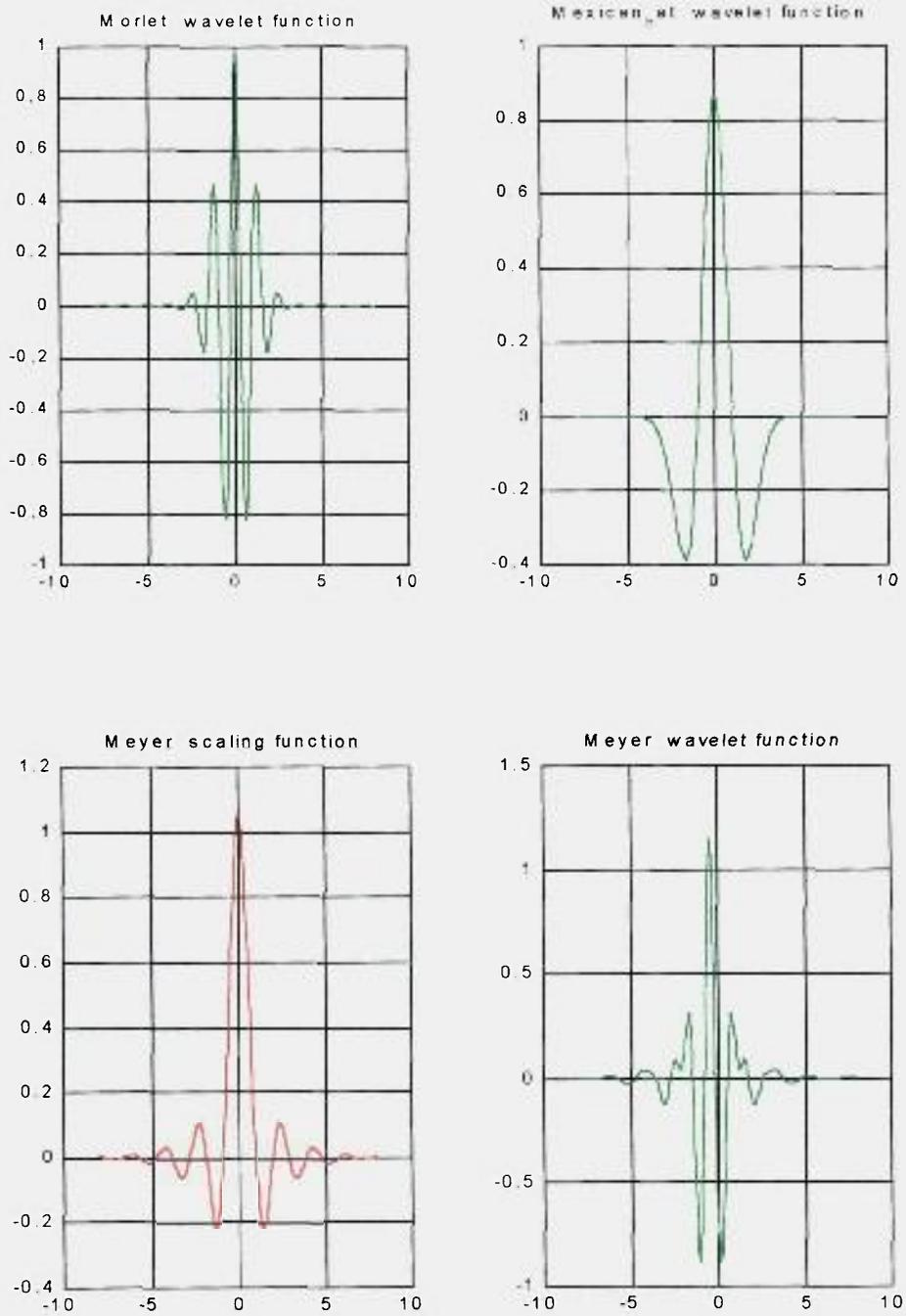


Figura 2.13 - Wavelet: Morlet, Mexican hat e Meyer

As *wavelets* biortogonais são utilizadas para compressão de imagens. São compactamente suportadas, ou seja, possuem um número finito de coeficientes. Sua principal característica é possibilitarem as condições de simetria e de perfeita reconstrução do sinal com filtros FIR. Estas duas condições são impossíveis de ser alcançadas simultaneamente utilizando *wavelets* ortogonais. Na análise com as *wavelets* biortogonais, são utilizadas duas *wavelets* diferentes: uma para decomposição do sinal, e outra para síntese do sinal. Uma *wavelet* privilegiando a condição de perfeita reconstrução do sinal e a outra, a condição de simetria, que é uma característica importante para evitar a defasagem no processamento da imagem. Também são possíveis as análises contínua e DWT.

Newland [New-1993] introduziu a *wavelet* harmônica. Suas principais vantagens são a regularidade e similaridade com certos fenômenos que ocorrem em máquinas rotativas. Estas *wavelets* são complexas, compactas no domínio da frequência, conseguindo uma boa discriminação neste domínio.

A *wavelet* harmônica é calculada explicitamente através da transformada de Fourier, por isso seu algoritmo é muito rápido.

A *wavelet* harmônica é definida por:

$$\psi(x) = (e^{j4\pi x} - e^{j2\pi x}) / j2\pi x \quad (2.34)$$

E a função dilatação é definida por:

$$\phi(x - k) = (e^{j2\pi(x-k)} - 1) / j2\pi(x - k), \quad \text{onde: } k = -\infty, \dots, +\infty \quad (2.35)$$

A figura 2.14 mostra a parte real e imaginária da *wavelet* harmônica.

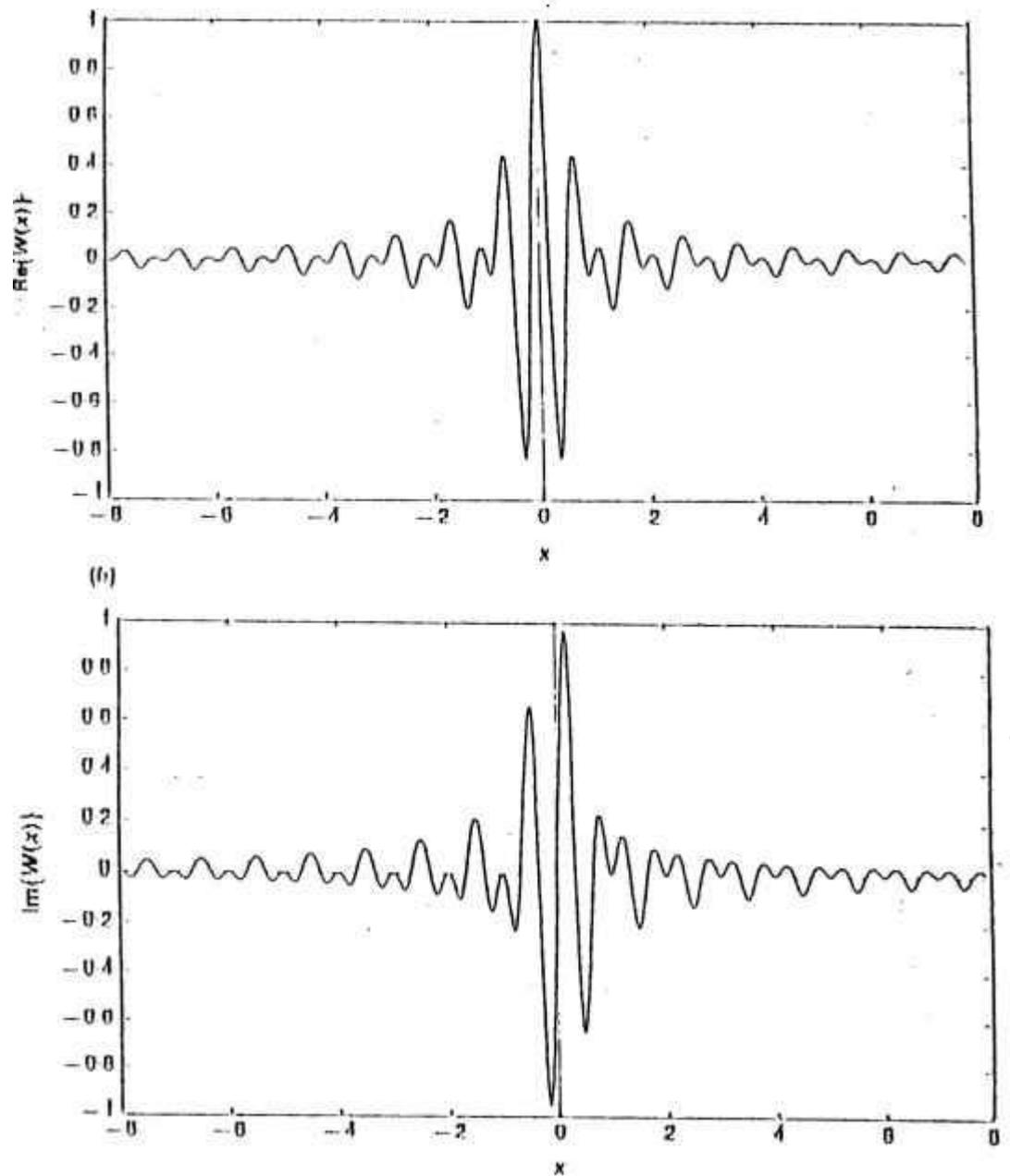


Figura 2.14 - Wavelet Harmônica

A escolha da melhor *wavelet* a ser usada para análise de determinado sinal é um tópico de muita discussão porque não há uma regra geral. É mais uma questão de bom senso e experiência, que vai se construindo à medida que mais e mais experimentos, utilizando as várias possibilidades, são realizados. Alguns aspectos básicos podem ser observados para uma primeira aproximação. A similaridade do sinal com a *wavelet* é muito importante. Se o sinal é suave, ou seja, se não apresenta variações bruscas, ou, pelo contrário, se apresenta irregularidades, é uma indicação importante na escolha da *wavelet*. Assim, sinais típicos de um determinado campo de aplicação são melhor representados por *wavelets* que guardem maior semelhança com estes sinais.

Na análise de vibrações de máquinas rotativas, *wavelet* tem-se mostrado uma boa técnica, pois possibilita a análise de fenômenos transientes e de curta duração. Newland [New-1993] desenvolveu a *wavelet* harmônica especialmente para pesquisar os fenômenos harmônicos. As *wavelets* Daubechies (db4 e db20) também têm-se mostrado adequadas para análise destes fenômenos. Assim, neste trabalho, foram utilizadas as *wavelets* Daubechies (db4) e a *wavelet* harmônica para a análise dos sinais apresentados no capítulo 4. Muitos trabalhos têm sido publicados nesta área [Che-1995/-1996], [Bur-1995], [Wan-1993], [Bro-1992], [Sam-1996].

3 - ALGORITMOS

As técnicas de análise de sinais discutidas no capítulo anterior, ou seja, transformada de Fourier, Short Time Fourier Transform (STFT) e a transformada de *wavelet*, foram implementadas para a análise de três conjuntos de dados:

- 1 – dados simulados;
- 2 – dados de um arranjo experimental de rotor;
- 3 – dados de uma máquina de usina de açúcar.

Para proceder à implementação destas técnicas, foram utilizados os recursos de análise e programação oferecidos pelo *software* Matlab [Mat-1997].

O Matlab é uma plataforma de desenvolvimento que utiliza uma linguagem de computação de alto desempenho que integra, de forma eficiente e flexível, os ambientes de computação, visualização e programação. Contém uma vasta coleção de algoritmos que facilita a implementação de várias funções para análise de dados. Oferece também algumas *toolboxes* especializadas, como a de processamento de sinais e a de *wavelet*. A *toolbox* de *wavelet* fornece ferramentas para a análise e síntese de sinais e imagens utilizando os algoritmos da transformada de *wavelet*, dentro da infra-estrutura oferecida pelo Matlab.

Com a *toolbox* de *wavelet*, através de linhas de comando, é possível calcular a transformada contínua de *wavelet* (CWT), transformada discreta de *wavelet* (DWT), executar a análise de multirresolução (MRA), além da síntese dos sinais. A programação é muito flexível e aberta, permitindo a exploração dos resultados das análises de forma muito eficiente. Muitas funções auxiliares estão disponíveis, e também há facilidade para implantação de outras funções que sejam necessárias. Várias famílias de *wavelets* estão disponíveis: Morlet, Mexican hat, Meyer, Haar, Daubechies (dbN), Symlets, Coiflets, Spline *biorthogonal wavelets* [Mis-1996].

Na *toolbox* de processamento de sinais estão disponíveis ferramentas para a análise espectral de sinais e análises estatísticas. Pode-se calcular a transformada de Fourier (FFT),

o espectro de potência (PSD), e a STFT do sinal, com muita flexibilidade em termos de escolha de parâmetros e janelas para o cálculo destas funções [Mat-1996].

Nos cálculos da FFT, PSD e STFT, foi utilizada a janela Hanning. Os coeficientes da janela Hanning são definidos por:

$$w[k] = 0,5 \left(1 - \cos \left(2\pi \frac{k}{n-1} \right) \right), \quad k = 1, 2, \dots, n$$

onde n é inteiro, e define a largura da janela.

O cálculo do PSD foi implementado utilizando o algoritmo de Welch [Mat-1997].

A STFT foi implementada utilizando a função *specgram* da *toolbox* de processamento de sinais, que calcula a magnitude da transformada de Fourier em função do tempo.

O algoritmo implementado nos cálculos de decomposição e síntese dos sinais nas análises através da DWT ou MRA é o algoritmo desenvolvido por Mallat [Str-1996][Mis-1996].

As análises com as *wavelets* harmônicas utilizam um algoritmo desenvolvido por Newland . Os resultados são apresentados em mapas, que representam a distribuição de energia do sinal no domínio de tempo-escala. Este algoritmo também foi desenvolvido por Newland, e ambos estão descritos na referência [New-1993].

Os programas gerados no Matlab para análise dos sinais estão listados no Apêndice B.

Os sinais foram analisados de acordo com o procedimento mostrado na figura 3.1.

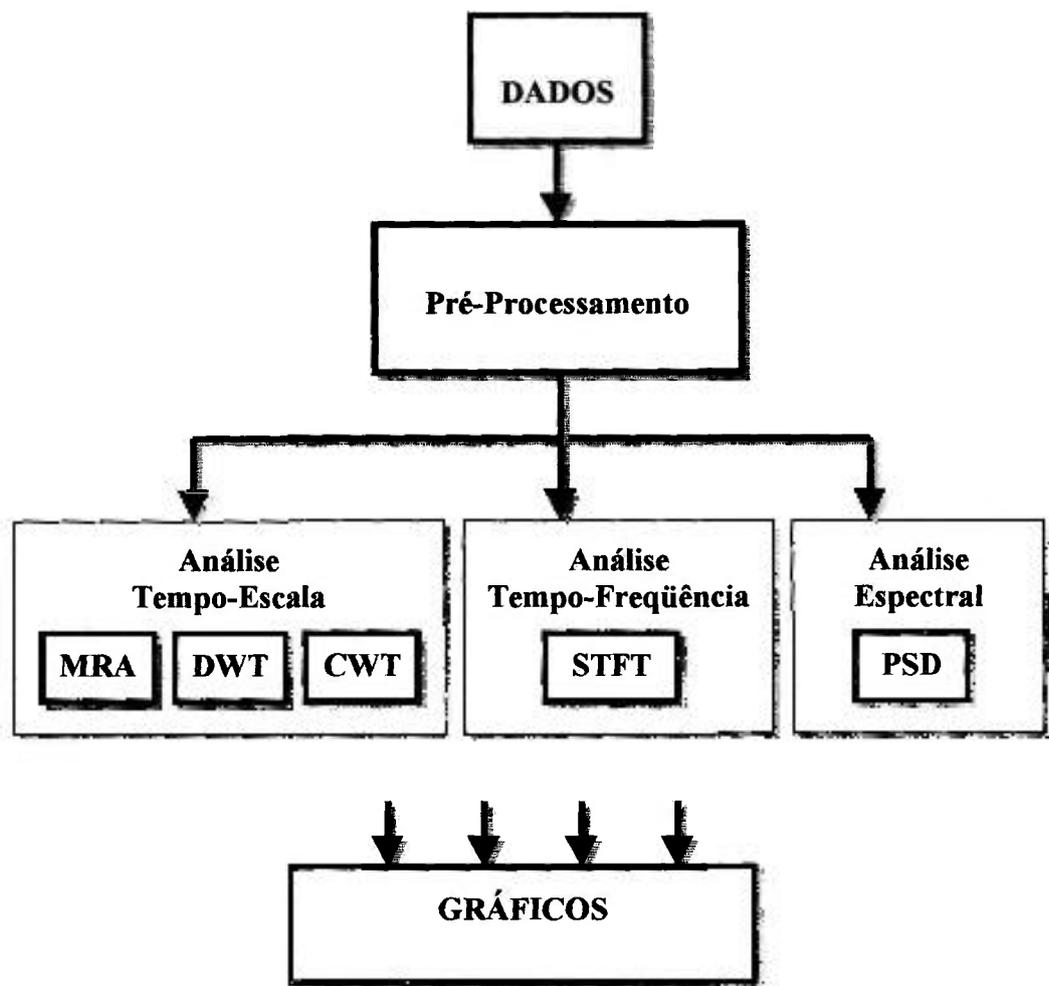


Figura 3.1 – Diagrama esquemático da análise dos dados.

4 – ANÁLISE DOS SINAIS

As técnicas de análise de sinais discutidas nos capítulos anteriores foram aplicadas a um conjunto de sinais, com o objetivo de proceder a uma análise comparativa da eficiência das diferentes técnicas, principalmente na detecção de eventos transientes e de curta duração.

Foram utilizadas as seguintes técnicas de análise:

- Transformada de Fourier ,
- *Short Time Fourier Transform* ,
- Transformada de *Wavelet*, utilizando *wavelets* Daubechies e harmônica.

Foram analisados três conjuntos de dados:

- sinais simulados,
- dados provenientes de um arranjo experimental de um rotor, [Swa-1993]
- dados reais provenientes de uma máquina rotativa da indústria de álcool, fornecidos pelo IPT/USP. [Ipt-1999]

4.1 - Sinais Simulados

Através de sinais simulados, e aplicando as técnicas de análise clássica de Fourier, STFT e transformada de *wavelet*, procurou-se evidenciar a característica principal da análise *wavelet*, que é a sua capacidade de detectar eventos transientes, de curtíssima duração, com alta precisão no tempo, o que nem sempre é conseguido com as técnicas clássicas de análise de sinais.

Para gerar os sinais simulados e aplicar os vários algoritmos de análise de Fourier e *wavelet*, foi utilizado como ferramenta computacional o *software* Matlab.

Foram geradas duas séries temporais distintas, que apresentam as mesmas frequências características, 50Hz e 100Hz, mas com evolução diferente no tempo. Numa delas (figura 4.1.1.a) as frequências componentes do sinal estão presentes durante todo o tempo e não variam, enquanto que na outra (figura 4.1.1.b), cada uma das frequências está presente apenas durante parte do tempo. Foi também introduzida nos sinais uma descontinuidade no tempo $t=0,1s$.

A figura 4.1.1a mostra o sinal estacionário definido por:

$$x(t) = \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t) + \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t), \text{ para } 0 \leq t \leq 2s, \quad (4.1)$$

descontinuidade: para $t = 0,1s$, $x(t) = 0$.

A figura 4.1.1b mostra o sinal não-estacionário definido por:

$$\begin{cases} x(t) = \sin(2\pi \cdot 50 \cdot t), & \text{para } 0 \leq t \leq 0,2s \\ x(t) = \sin(2\pi \cdot 100 \cdot t), & \text{para } 0,2s < t \leq 2,0s \end{cases} \quad (4.2)$$

descontinuidade: para $t = 0,1s$, $x(t) = 0$.

A frequência de amostragem dos sinais definidos por (4.1) e (4.2) é 1000 Hz.

4.1.1 - Análise dos Resultados

As várias técnicas de análise foram aplicadas a estes sinais, com o intuito de verificar as diferentes informações que podem ser extraídas na utilização de cada técnica. Os resultados são mostrados nas figuras 4.1.1 a 4.1.5.

Aplicando a técnica clássica de Fourier, através do cálculo do PSD, tem-se praticamente, o mesmo espectro de frequência para os dois sinais. Isto mostra que a análise espectral não consegue distinguir as diferenças existentes entre os dois sinais. Neste exemplo pode-se verificar no domínio do tempo que os sinais são completamente diferentes, mas em situações reais, com sinais mais complexos, esta caracterização no tempo, na maior parte das vezes, não é possível. O PSD não detectou a transição entre as frequências nem a descontinuidade do sinal.

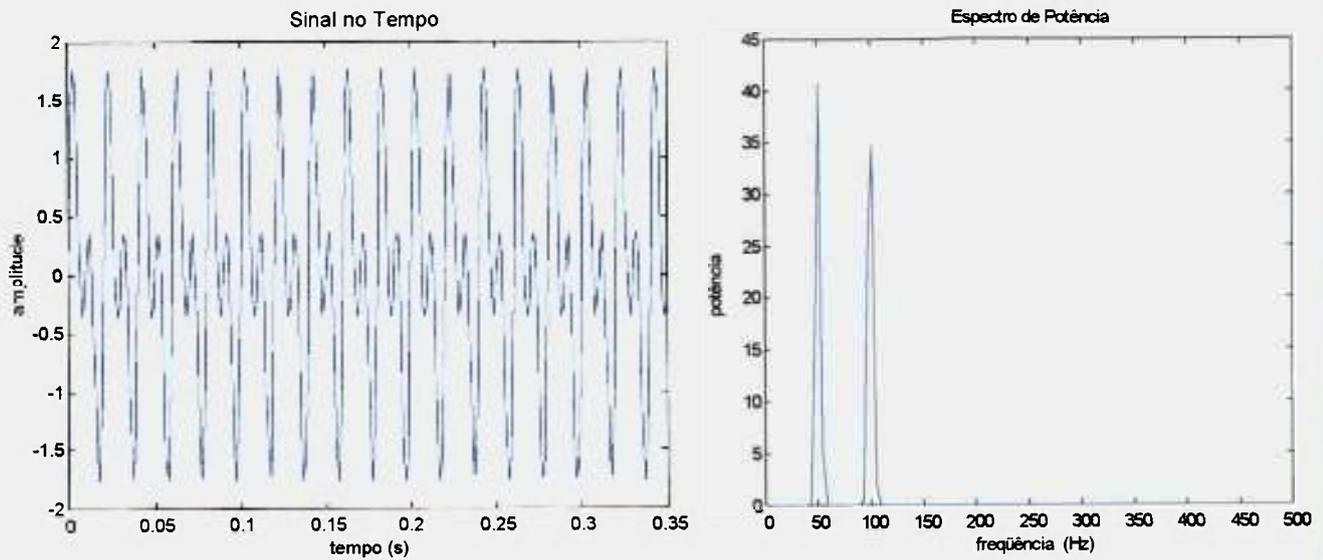
Na figura 4.1.2, foi aplicada a STFT. Aqui é possível identificar o instante de transição da frequência do sinal. Mas a identificação do tempo exato em que a frequência

muda de valor é impreciso, e dá uma informação incorreta. Isto ocorre devido a largura da janela da STFT, que é fixa e determina uma certa resolução no tempo. A descontinuidade do sinal também não é percebida pela STFT.

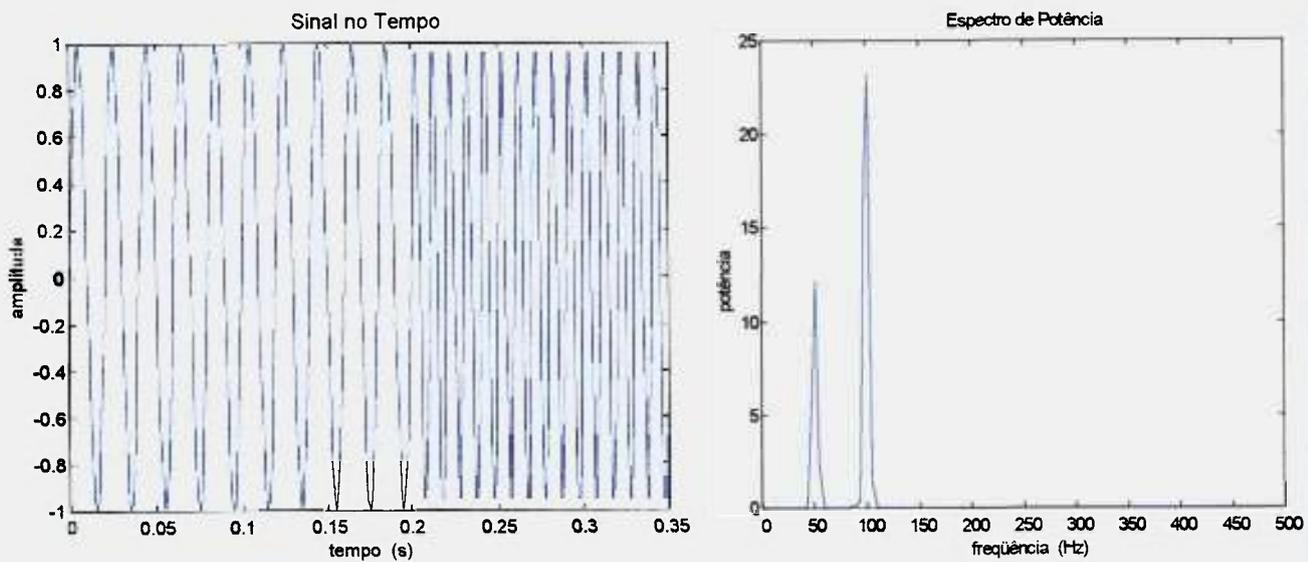
Na figura 4.1.3, foi aplicada a transformada contínua de *wavelet*, utilizando a *wavelet* 'db4'. Neste gráfico fica evidente a variação da frequência (em $t = 0,2$ s) e a localização temporal da descontinuidade (em $t = 0,1$ s.) Além disto é possível obter a informação precisa do instante em que estes fenômenos transitórios ocorreram. Isto se dá devido à capacidade de compressão da *wavelet*, através de valores muito baixos de escala, onde se consegue uma excelente resolução no tempo para fenômenos transientes.

Nas figuras 4.1.4 e 4.1.5, foi utilizada a análise de multirresolução (MRA) para os dois sinais. Fica bastante evidente a identificação dos dois transientes e a sua localização no tempo, nos dois sinais. Só que, com a utilização da MRA, o esforço computacional é muito menor, pois a transformada de *wavelet* só foi calculada para quatro valores de escala enquanto que para a CWT foram utilizadas 32 valores de escala, sem considerar que na MRA os parâmetros não são varridos de forma contínua, como na CWT.

Em resumo, através deste experimento numérico procura-se mostrar que apenas com a análise de *wavelet* (CWT e DWT), é possível detectar as descontinuidades no domínio do tempo com precisão.



a) Sinal estacionário com descontinuidade em $t=0,1$ s e o respectivo PSD



b) Sinal não-estacionário com descontinuidade em $t=0,1$ s e o respectivo PSD

Figura 4.1.1 - Análise clássica de Fourier do Sinal- PSD (Power Spectral Density)

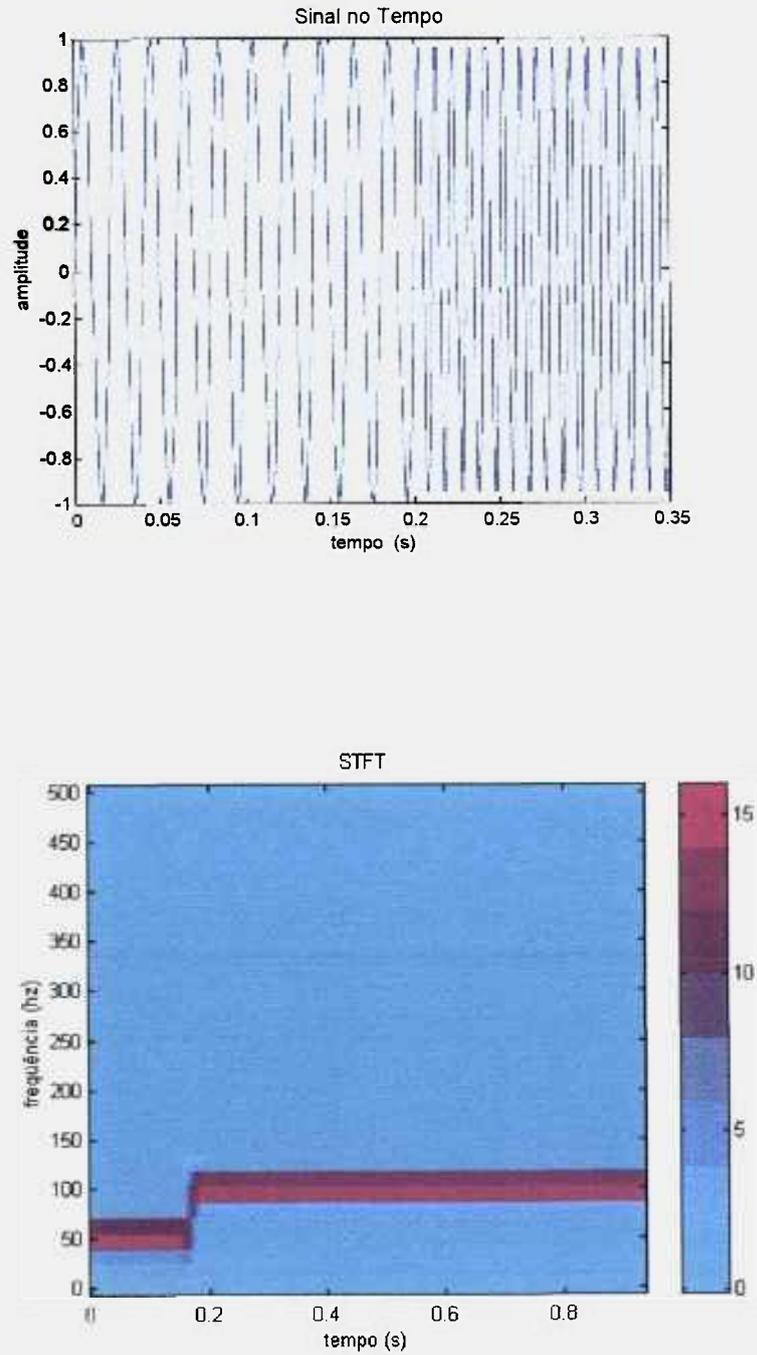


Figura 4.1.2 - Análise do sinal com STFT (Short Time Fourier Transform)

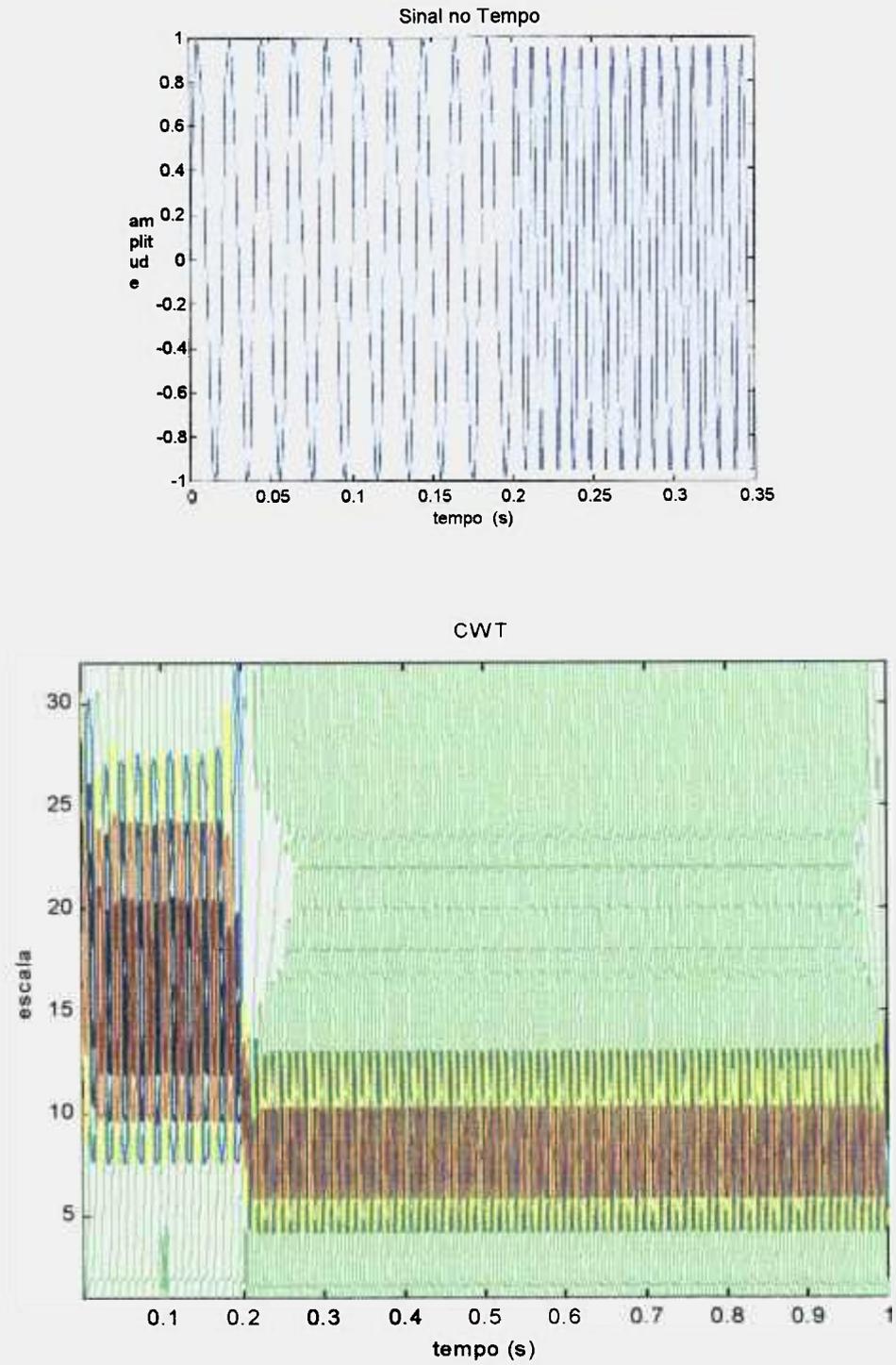


Figura 4.1.3 - Análise do sinal com CWT (transformada contínua de *wavelet*)

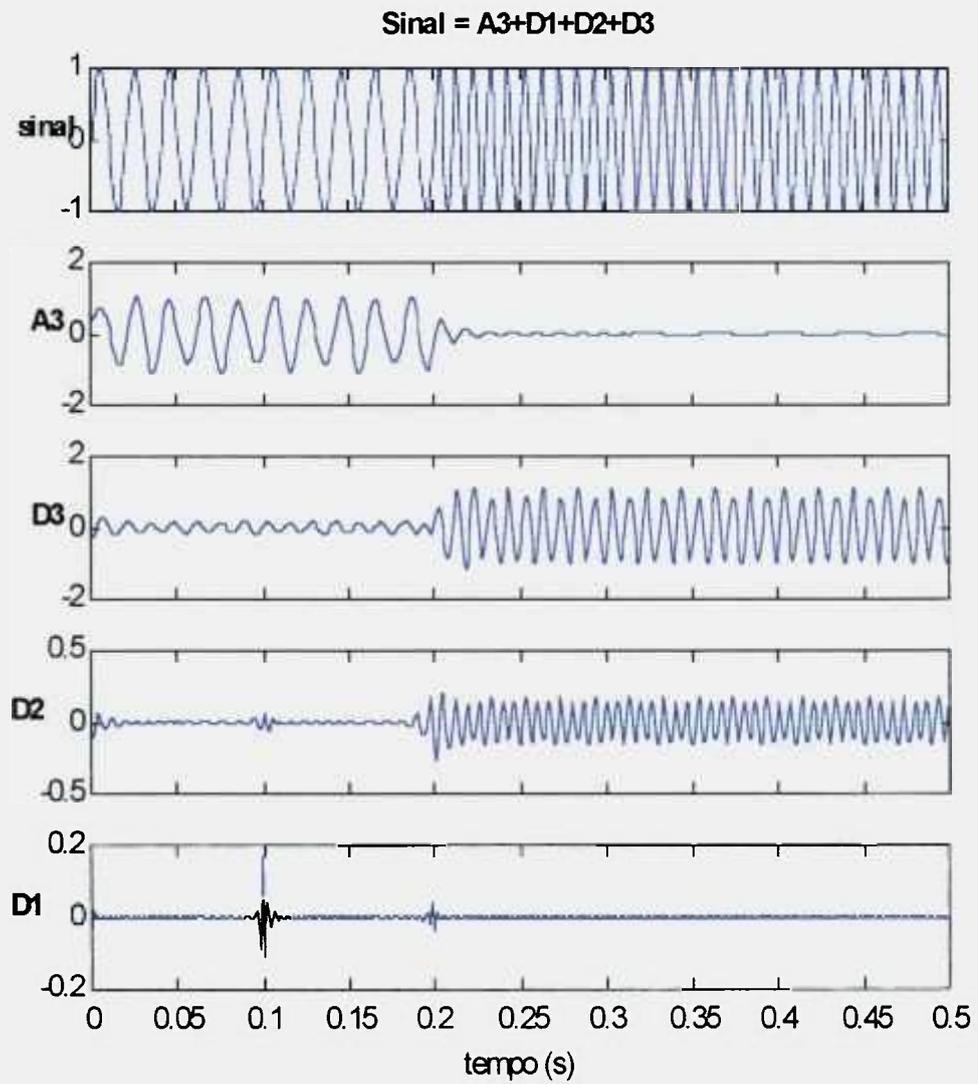


Figura 4.1.4 - Análise do sinal com MRA (multirresolução)

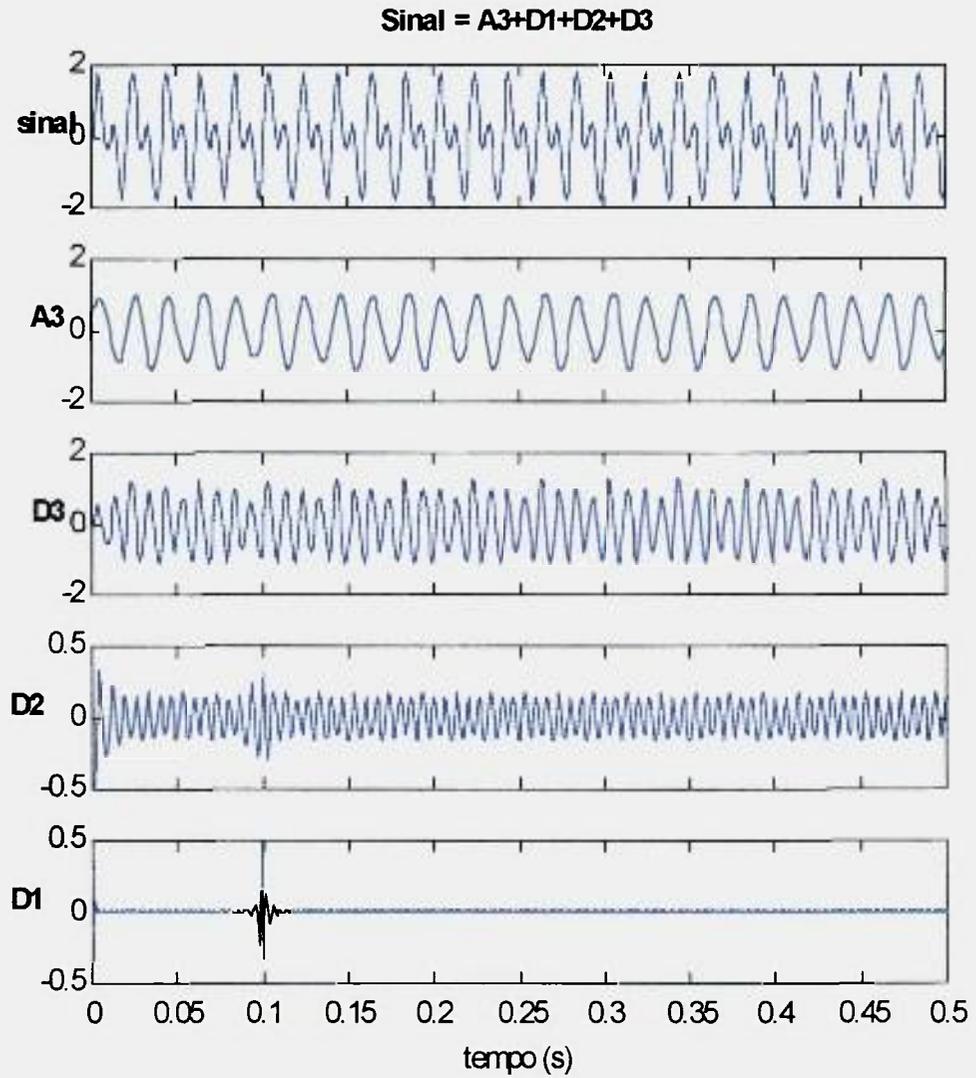


Figura 4.1.5 - Análise do sinal com MRA (multirresolução)

4.2 - Aplicações em Máquinas Rotativas

4.2.1 - Arranjo Experimental de Rotor

As técnicas de análise utilizando a transformada de Fourier, a STFT e a transformada de *wavelet*, também foram aplicadas aos dados de vibração obtidos através de um arranjo experimental, como mostrado na figura 4.2.1.1; com o propósito de avaliar as diferentes informações obtidas através da aplicação de cada técnica. Uma descrição detalhada do experimento é encontrada na referência [Swa-1993].

O sistema é composto por um motor que aciona um disco rotativo. Quatro mancais são usados no experimento. Os sinais de velocidade e vibração do eixo são obtidos através de um tacômetro e de um sensor de deslocamento (posição horizontal) instalados no primeiro mancal do arranjo (mancal #1). O sensor de deslocamento, montado no mancal, produz um campo magnético o qual é alterado em função da variação da distância entre o sensor e o eixo, proporcionando assim uma medida da vibração do eixo.

Nos experimentos é feita uma variação de velocidade através da variação da carga no motor. Diferentes condições de anomalia, como desbalanceamento e desalinhamento, são introduzidas. Os sinais de vibração são adquiridos pelo sensor de deslocamento em várias condições de operação: com desbalanceamento e desalinhamento do rotor nas condições de regime estacionário, partida e parada.

A aquisição de dados foi feita usando Data Translation DT2801-7A conversor A/D e o GlobalLab, um programa para aquisição de dados fornecidos pela Data Translation [Swa-1993].

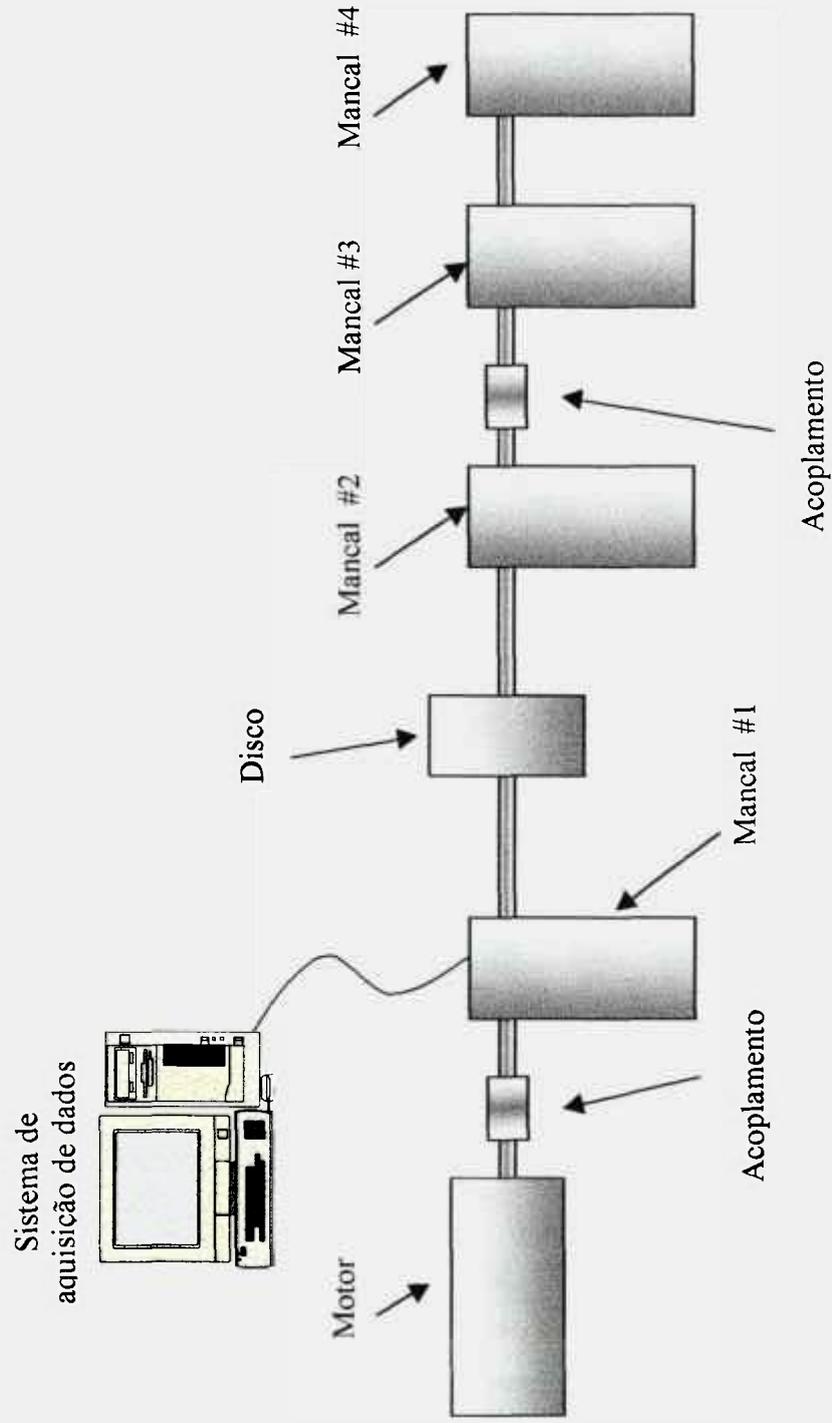


Figura 4.2.1.1 – Arranjo experimental para teste de rotor

Num experimento particular, o motor opera, inicialmente, a uma velocidade constante de 3600 rpm. A velocidade é, então, diminuída gradualmente até chegar a zero; em seguida, a velocidade é aumentada até alcançar 7200 rpm. Os sinais medidos nesta condição são adquiridos durante 400 segundos, com uma frequência de amostragem de 500 Hz. Este sinal foi selecionado para análise.

4.2.1.1 - Análise dos Resultados

Apresenta-se uma análise do sinal selecionado aplicando a técnica tradicional PSD, a STFT (Short-time Fourier Transform) e a técnica de *wavelet*. Os resultados estão mostrados nas figuras 4.2.1.2 a 4.2.1.4.

A figura 4.2.1.2 mostra a STFT e o PSD do sinal com o rotor operando em regime estacionário. Como pode-se observar, o PSD caracteriza muito bem as frequências presentes no sinal. A frequência que aparece em 60 Hz corresponde à rotação nominal do rotor. A frequência de 160 Hz está relacionada com a vibração estrutural da carcaça, pois não é harmônica da frequência de rotação (60 Hz).

A variação muito acentuada da velocidade, que se reflete no sinal de vibração do sensor, faz com que o PSD se torne completamente ineficaz e impreciso para fornecer informação sobre o comportamento sinal, como mostra a figura 4.2.1.3.

Através da STFT, como mostrado também na figura 4.2.1.3, pode-se acompanhar uma variação contínua das frequências presentes no sinal, as quais correspondem à velocidade de rotação do rotor (60 Hz) e a frequência de vibração da carcaça (160 Hz). Pode-se observar que a amplitude da componente de frequência de 160 Hz diminui durante o transiente de velocidade, e volta a aumentar quando o motor entra em regime estacionário.

Na figura 4.2.1.4, é feita uma análise utilizando a transformada discreta de *wavelet*, utilizando a *wavelet* harmônica [New-1993]. Pode-se observar que este tipo de análise oferece um nível de detalhe superior ao da STFT, mostrando que a variação de velocidade do rotor (frequência de 60 Hz) não é realizada de forma contínua, como mostra a figura 4.2.1.3. Este fato se deve à propriedade da *wavelet* de detectar as variações bruscas locais, ocorridas no processo.

Na figura 4.2.1.5 ,é feita uma análise de MRA do sinal do sensor . Sua decomposição é feita em quatro bandas de frequências (aproximações e detalhes). A grande vantagem deste método de análise de multirresolução (MRA), está em que o sinal é analisado localmente isolando as faixas de frequência de interesse daquelas indesejadas, como por exemplo, o ruído de fundo. Também nesta análise são detectadas algumas descontinuidades no sinal que representam o instante em que ocorreu a variação de frequência.

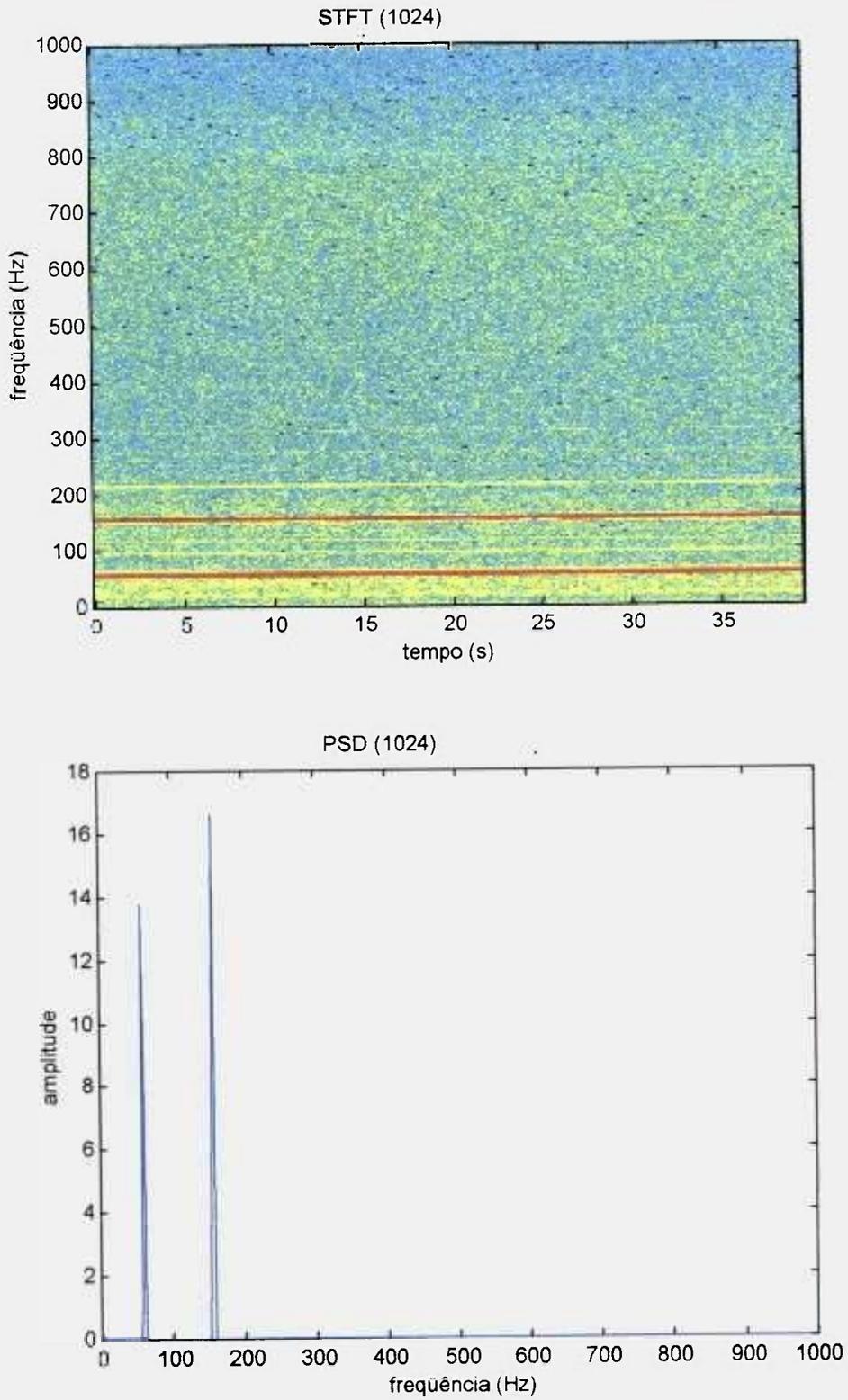


Figura 4.2.1.2 - Análise com PSD e STFT - Sinal estacionário

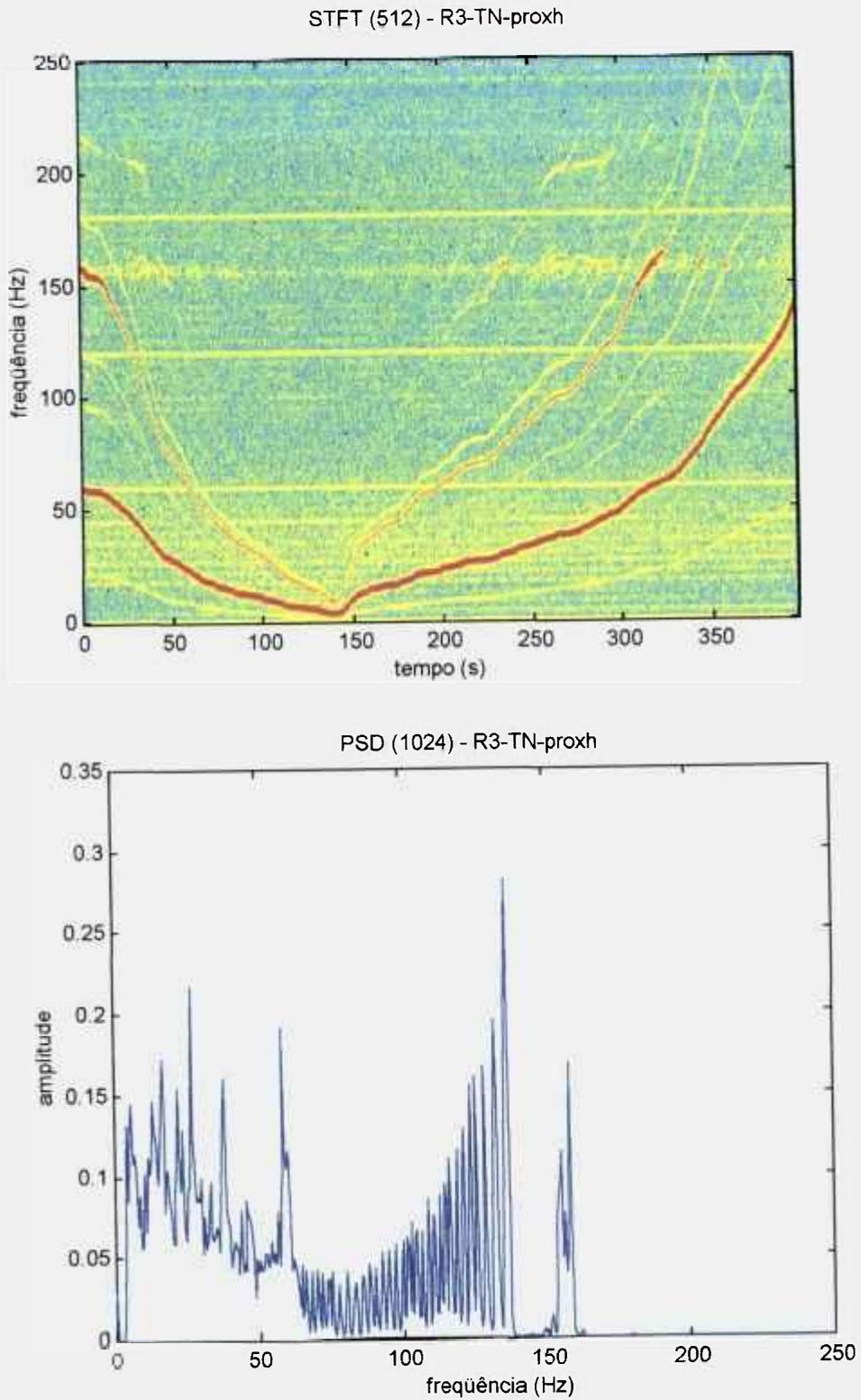


Figura 4.2.1.3 - Análise com PSD e STFT - Sinal transiente

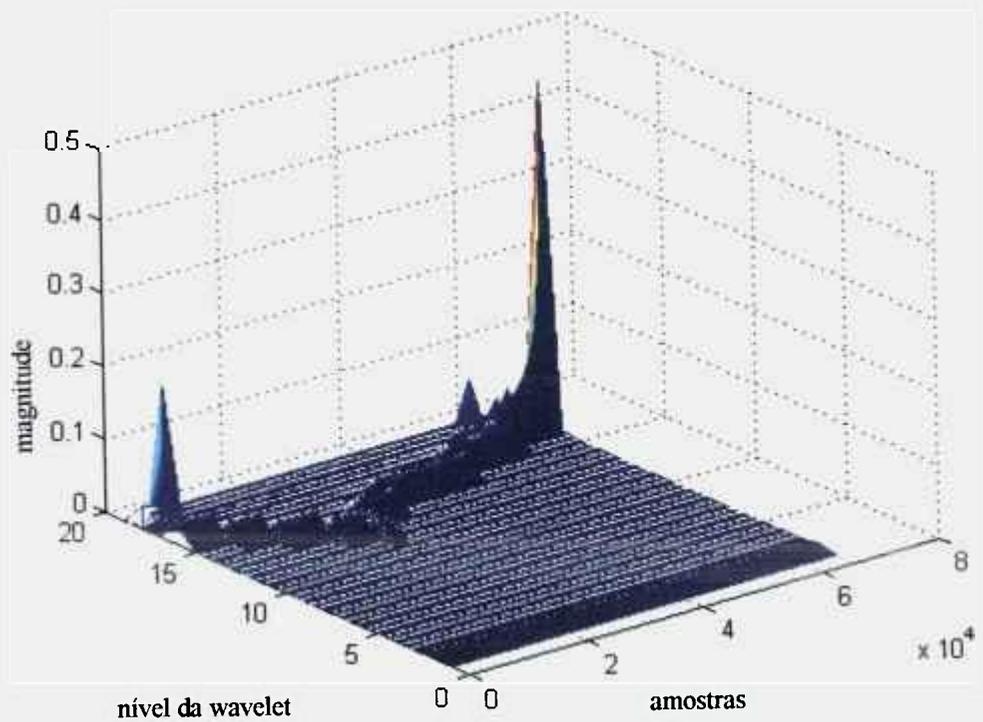
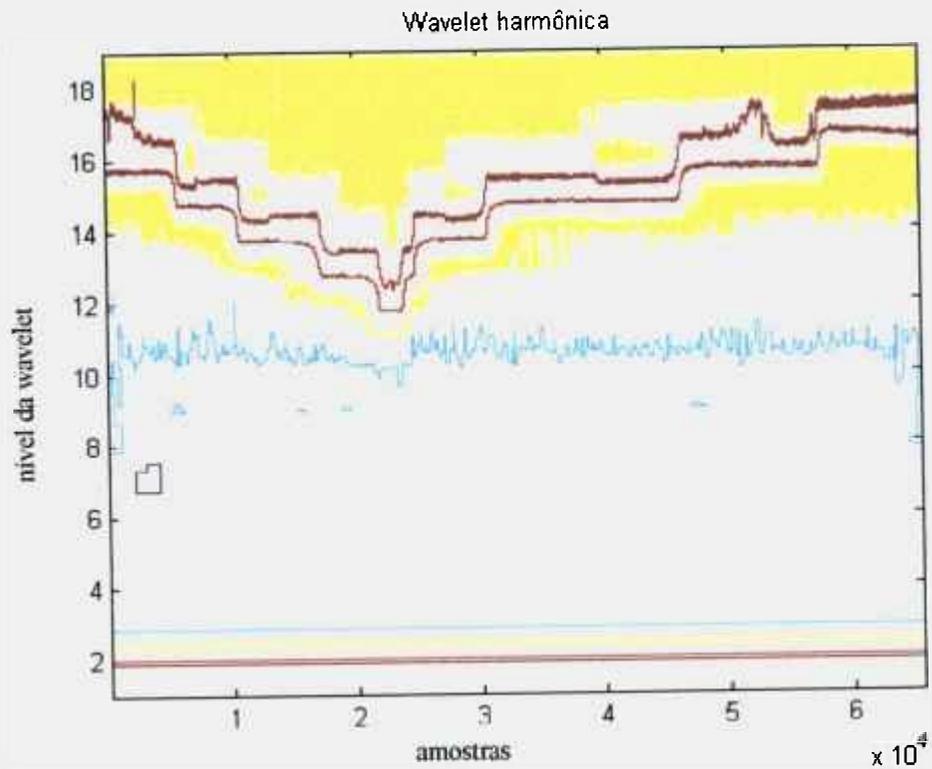


Figura 4.2.1.4 - Análise com *Wavelet* Harmônica

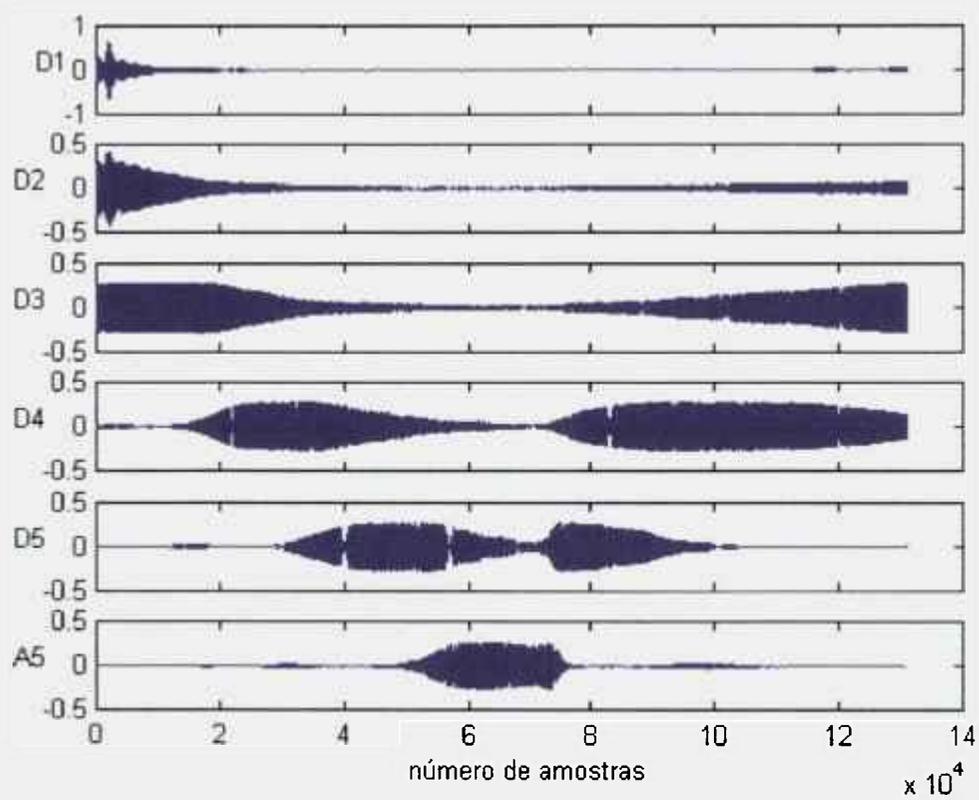


Figura 4.2.1.5 - Análise MRA com *Wavelet db4*

4.2.2 - Dados Reais de Máquinas Rotativas

Outra série de análises foi realizada utilizando dados reais. O Instituto de Pesquisas Tecnológicas (IPT/USP) forneceu três conjuntos de dados, referentes a uma máquina rotativa em utilização numa usina açúcar [Ipt-1999]. Estes dados foram analisados com as técnicas de PSD, STFT e *wavelet*.

Esta máquina é constituída por uma turbina a vapor conectada a uma máquina de triturar cana, por meio de dois conjuntos de engrenagens redutoras, como mostrado esquematicamente na figura 4.2.2.1.

A turbina gira a uma velocidade de 6000 rpm. O dois conjuntos de engrenagens de redução resultam na velocidade de 720 rpm para o triturador.

Vários sensores de vibração (acelerômetros) foram instalados nos mancais da máquina. Os sinais destes sensores foram adquiridos digitalmente através de um sistema de aquisição do LabView [Nat]. Todos os sinais foram adquiridos a uma taxa de 800 Hz, totalizando 16000 pontos em 20 segundos, para cada sinal adquirido.

O IPT/USP forneceu dados referentes a três destes sensores. Dois são referentes aos sensores de proximidade montados no mancal próximo ao triturador, um na direção horizontal axial e o outro na direção horizontal radial. O outro conjunto de dados refere-se a um terceiro sensor montado no mancal que está localizado no segundo conjunto de engrenagens redutoras próximo ao triturador, na direção horizontal radial. O sinal de vibração foi integrado para se obter a velocidade do movimento vibratório.

4.2.2.1 - Análise dos Resultados

Foi selecionado para análise o sinal do acelerômetro montado na posição horizontal radial, junto ao segundo conjunto de engrenagens.

As figuras 4.2.2.2 a 4.2.2.4 apresentam os resultados das análises realizadas.

Como o sinal apresenta pequenas variações de frequência, o PSD fornece ainda uma boa caracterização do comportamento do sinal em termos de valores médios (figura 4.2.3.2).

A STFT fornece mais informações, indica uma variação acentuada na frequência de 200Hz que é a primeira harmônica da velocidade da turbina. (figura 4.2.3.4).

Esta variação deve estar associada à variação de carga devido a alimentação irregular da cana que entra no triturador. Estas variações deveriam também estar refletidas nas frequências de 12Hz . O que não é perceptível no gráfico da STFT.

Esta variação deve estar também associada a desalinhamento e desbalanceamento da máquina, já que estes fenômenos provocam grandes alterações nas amplitudes das primeiras harmônicas do sinal de vibração.

Os gráficos da análise com *wavelet* (figura 4.2.3.4) mostram mais detalhes que a STFT. Nele observa-se a variação da frequência de 12 Hz , que aparece no nível 8.

No gráfico pode-se encontrar outros padrões de picos, que representam interações físicas desconhecidas, que podem estar relacionadas a possíveis falhas da máquina, como folga, defeitos nos dentes das engrenagens e outros.

Para identificar as possíveis falhas seria necessário uma exploração exaustiva e sistemática dos dados e um perfeito conhecimento dos possíveis modos de falha da máquina. Assim poderia ser feita uma correspondência exata das falhas com os padrões mostrados nos mapas de *wavelet*, o que não foi viável dentro do escopo deste trabalho.

Alguns padrões que aparecem neste mapa são muito semelhantes aos padrões encontrados na ocorrência de quebras em dentes de engrenagens, mostrados em estudos realizados por Chen e Wang [Che-1995].

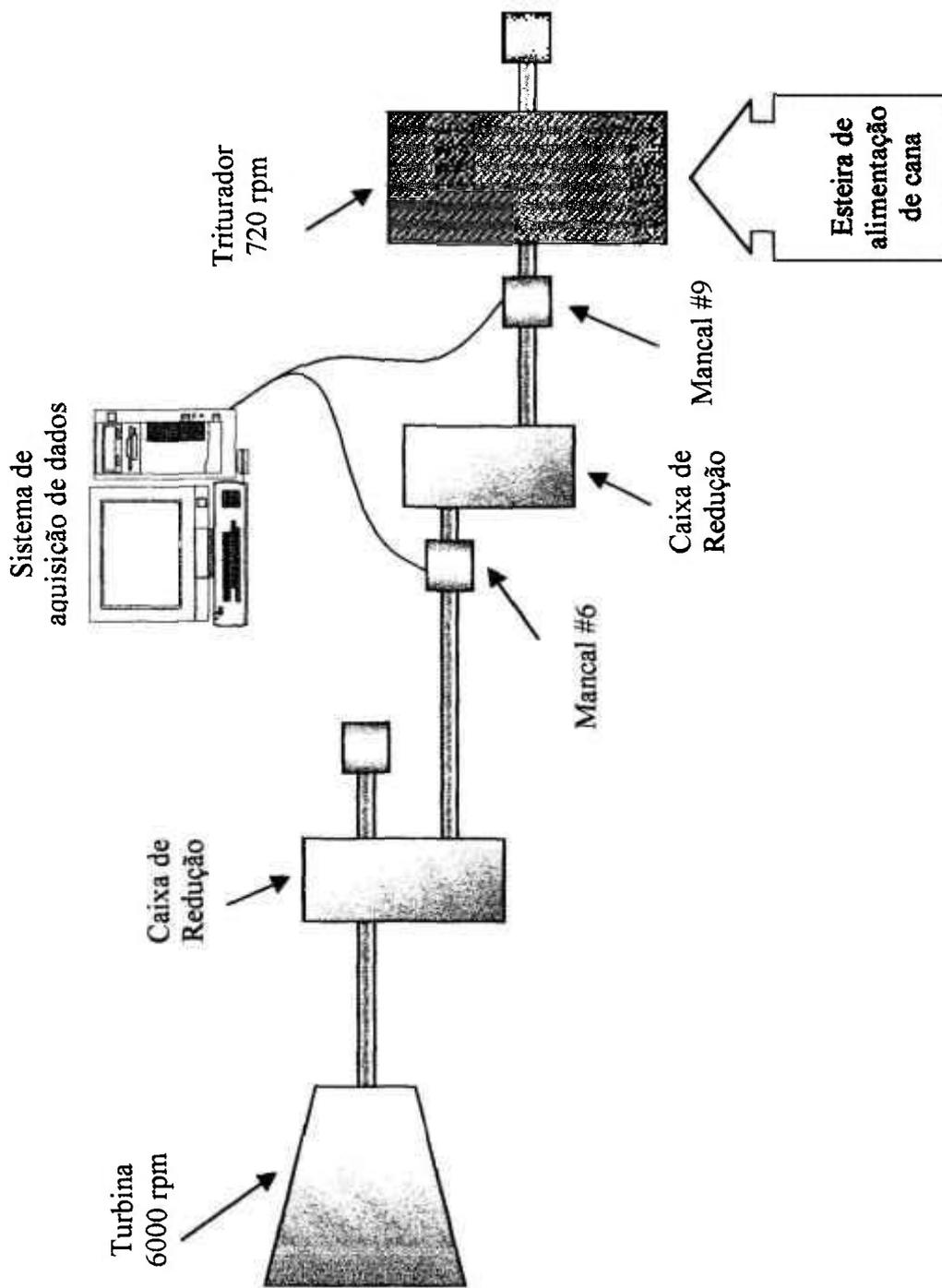


Figura 4.2.2.1 - Diagrama esquemático da máquina do IPT

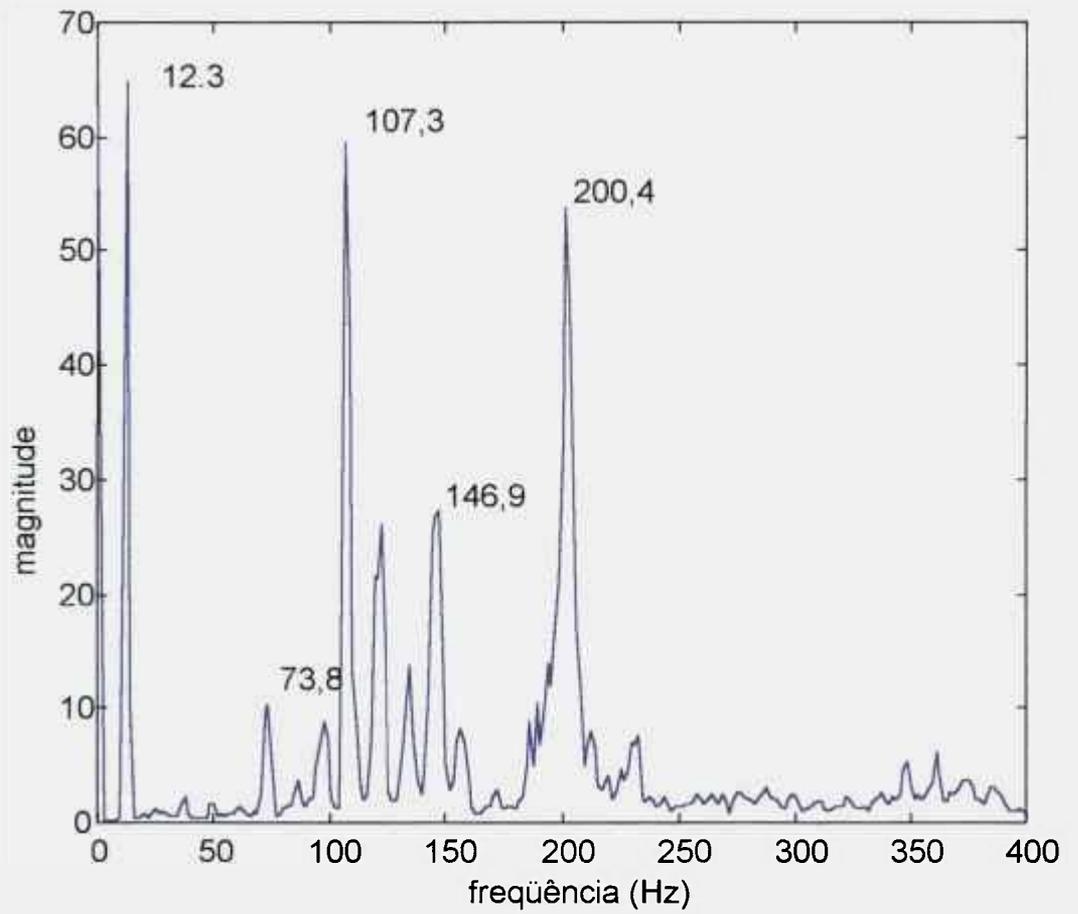


Figura 4.2.2.2 - Análise com PSD

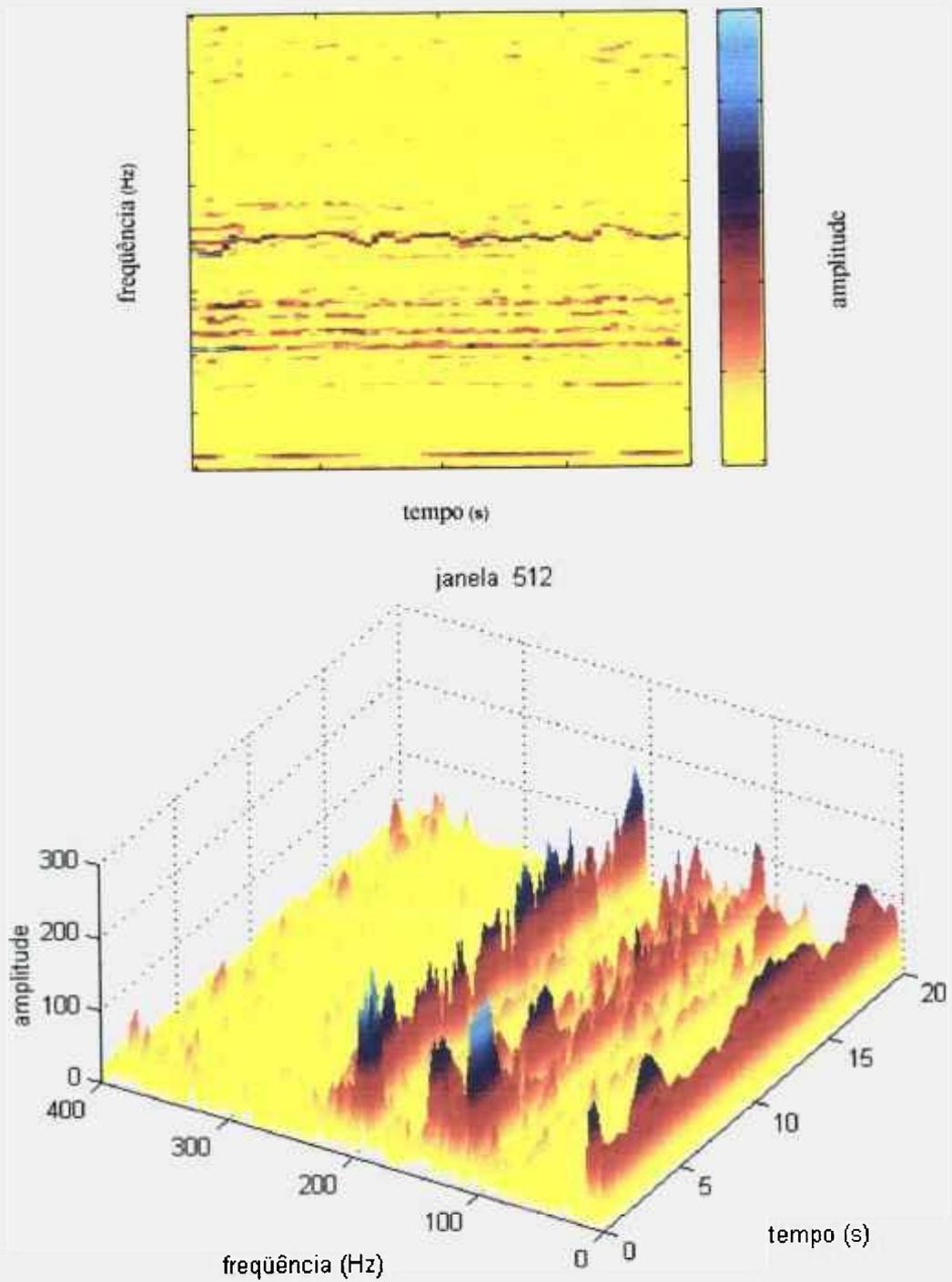


Figura 4.2.2.3 - Análise com STFT

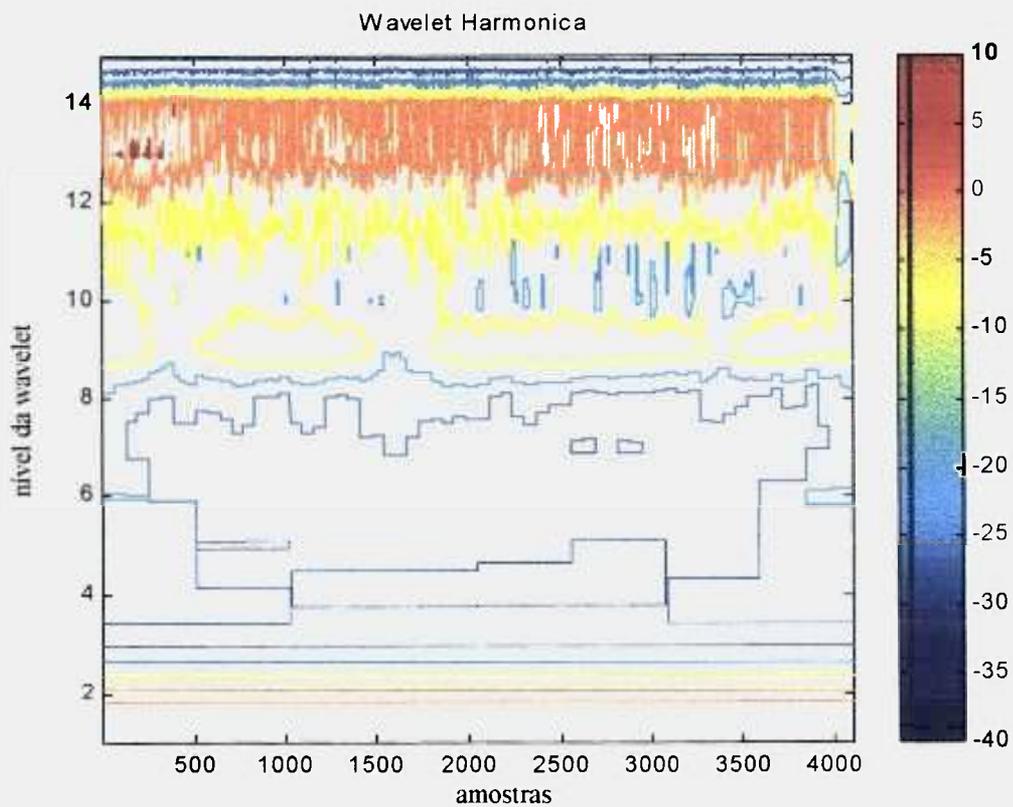
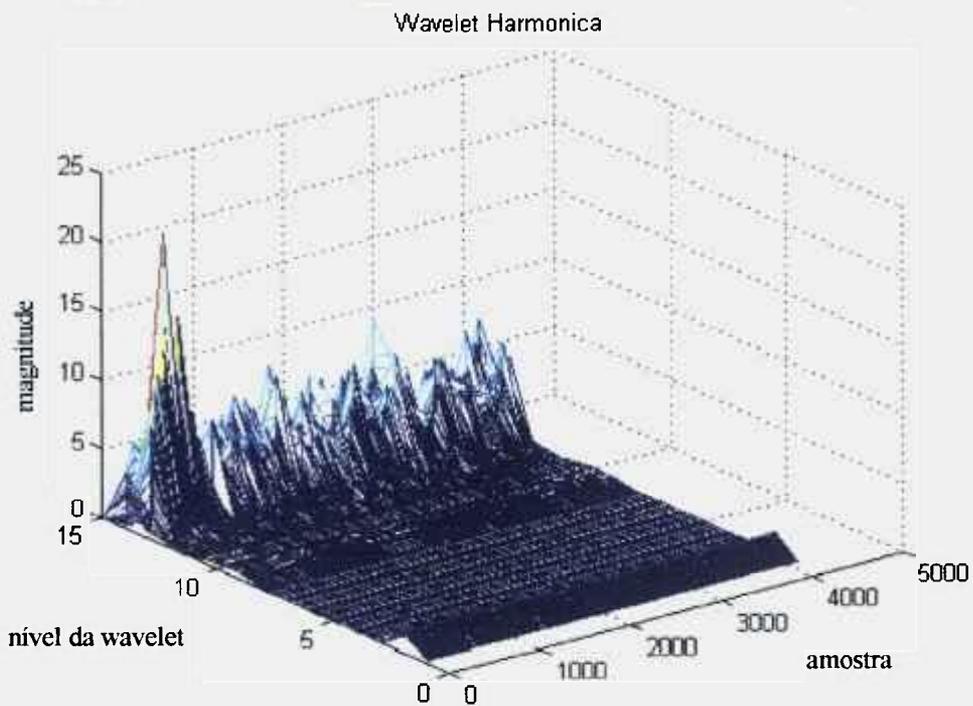


Figura 4.2.2.4 - Análise com *wavelet* harmônica

5 – CONCLUSÕES

O aumento da complexidade do maquinário industrial tem determinado o investimento em desenvolvimento de técnicas para monitoração do estado das máquinas, com o objetivo de aprimorar os seus programas de manutenção preditiva. A utilização deste tipo de manutenção evita paradas desnecessárias ou substituição de peças, baseadas na estimativa de um período médio de ocorrência de falhas, como acontece nos programas de manutenção preventiva. Estas estimativas de tempo de falha são fornecidas pelos fabricantes dos equipamentos, o que naturalmente implica em prazos conservadores ocasionando desperdícios e altos custos de manutenção. Por outro lado, com uma avaliação confiável do estado da máquina, é possível implementar um programa de manutenção preditiva, onde permite-se por exemplo, decidir com segurança que uma máquina crítica do processo continue operando, apesar de ter sido ultrapassado o prazo normal de intervenção; ou que falhas incipientes sejam detectadas, possibilitando uma intervenção adequadamente programada. Permite ainda avaliar a gravidade da anomalia de um problema detectado e realizar o seu diagnóstico. Estas ações resultam no aumento da eficiência das máquinas e do processo como um todo.

Vários métodos podem ser empregados para avaliar o estado da máquina como análise química do óleo, termografia, análise espectral de corrente do motor, análise acústica e análise de vibrações mecânicas. A análise das vibrações mecânicas nas máquinas rotativas é a técnica mais ampla e que produz melhores resultados. Neste processo obtém-se uma série de dados de vibrações da máquina sob diversas condições de operação, os quais devem ser coletados de maneira sistemática, para que se possa interpretá-los corretamente. O correto diagnóstico de um problema em função de uma vibração anormal detectada é a tarefa mais difícil num programa de manutenção preditiva por exigir habilidade e experiência, mas se utilizado corretamente é um dos métodos mais efetivos conhecido.

Portanto, a eficiência da avaliação do estado da máquina depende muito da técnica utilizada para analisar os seus sinais de vibração. A análise espectral através da

transformada de Fourier é a técnica usual para a análise de vibrações mecânicas. Esta técnica é adequada para análise de sinais estacionários, proporcionando para este tipo de sinal, informação precisa das componentes de frequência presentes no sinal, como foi visto na análise de PSD dos sinais estacionários apresentados do capítulo 4.

No entanto, pelas análises realizadas, pode-se concluir que a transformada de Fourier não se mostra adequada quando aplicada a sinais não-estacionários, pois não são capazes de representar a evolução no tempo do conteúdo de frequência de um sinal não-estacionário, ou detectar um fenômeno impulsivo de curta duração.

Os sinais não-estacionários geralmente estão presentes nas vibrações mecânicas na forma de impulsos transientes, ou variação de velocidade, ou durante a partida e a parada da máquina. Estes sinais também contêm informações importantes na avaliação do estado da máquina. Examinando o estado da máquina durante a partida e parada, por exemplo, é possível obter informações adicionais por ressonâncias e detectar a presença de vibrações não-síncronas. Estes fenômenos começaram a ser adequadamente analisados a partir do desenvolvimento de técnicas que possibilitam a análise do sinal no domínio tempo-frequência, dentre estas técnicas, a STFT se tornou uma das mais utilizadas.

A STFT possibilita o acompanhamento da evolução, no tempo, da frequência de um sinal. Porém neste tipo de análise, uma vez escolhida a resolução no tempo, fica automaticamente determinada a sua resolução de frequência, que é constante durante todo o processo de análise do sinal. A técnica da STFT se constitui numa boa ferramenta quando se conhece a priori a faixa de frequência do fenômeno em que se está interessado, ou seja, quando a utilização de uma única janela no tempo é suficiente.

A STFT foi aplicada aos sinais não-estacionários apresentados no capítulo 4, onde foi demonstrada a sua habilidade em acompanhar a evolução no tempo do conteúdo de frequência do sinal, quando se escolhe uma resolução adequada para representação do fenômeno em questão. Mas se mostrou inadequada para detectar variação brusca de frequência e descontinuidades presentes no sinal.

Uma alternativa para análise dos sinais transientes é a utilização da transformada de *wavelet*, que possibilita uma forma de análise em que sinal pode ser representado num plano tempo-escala, no qual é possível examinar o sinal em diferentes escalas as quais correspondem a diferentes resoluções de frequência, e ainda acompanhar sua evolução no

tempo. Esta análise em multirresolução proporciona muitas possibilidades de extrair informações dos sinais não-estacionários.

A aplicação da técnica de *wavelet* nos sinais não-estacionários apresentados no capítulo 4, demonstraram a capacidade desta técnica de acompanhar as variações de frequência dos sinais e ainda detectar transientes de curta duração, e transitórios, com uma excelente localização tempo-escala, superando as limitações apresentadas pela STFT.

Pode-se concluir que a versatilidade apresentada pela transformada de *wavelet* permite várias possibilidades para análise do sinal. Como a análise através de *frames*, representação característica da análise redundante da transformada contínua de *wavelet*, análise esta que proporciona mais detalhes facilitando a identificação visual padrões de defeitos em máquinas. A análise com *wavelet* discreta, onde é possível beneficiar-se se uma representação mínima do sinal através de *wavelets* ortogonais, que é uma característica importante para compressão de dados. Pode-se utilizar também análise de multirresolução, em que o sinal é separado em diferentes bandas de frequência e mostrado no tempo, onde pode-se separar as bandas de frequência de interesse para análise.

Como foi visto, conclui-se que as possibilidades são muitas para aplicação na área de manutenção preditiva, possibilitando uma caracterização mais precisa do estado da máquina, melhorando o processo de decisão, contornando as limitações apresentadas pela transformada de Fourier e a STFT.

6 – RECOMENDAÇÕES PARA TRABALHOS FUTUROS

Sugestões para trabalhos futuros:

- Nas análises dos sinais realizadas neste trabalho com STFT, foi utilizada a janela do tipo Hanning, outras janelas podem ser utilizadas para comparação dos resultados obtidos.
- Na análise dos sinais com a técnica de *wavelet*, foram utilizadas as *wavelets* Daubechies (db4) e a harmônica. Outras famílias de *wavelets* podem ser utilizadas para comparação dos resultados.
- A decomposição do sinal utilizando o método de análise de pacotes de wavelet (WPA), onde também os detalhes são decompostos, pode trazer algum benefício na identificação dos fenômenos transientes.
- Para validar a interpretação dos dados e possibilitar a identificação e classificação de prováveis falhas, sugere-se a montagem de uma bancada experimental para um motor, onde possam ser simuladas, de forma controlada, várias condições de falhas da máquina. Os sinais de vibração seriam coletados para montar um banco de dados para análise com as técnicas de STFT, *wavelet*.
- Adicionalmente pode ser desenvolvido um aplicativo de *software* integrando as técnicas de análise de sinais disponíveis na ferramenta Matlab, como PSD, FFT, transformada de *wavelet* e análises estatísticas. Este programa, com uma interface homem-máquina amigável, proporcionaria maior versatilidade e rapidez na análise e a possibilidades da utilização das diversas técnicas em campo.
- Para validação da metodologia em condições reais, sugere-se aplicar a técnica de *wavelet* para analisar sinais de vibração da bomba do circuito primário do reator do Reator IAEA-R1m, que é um equipamento que apresenta a facilidade de já estar instrumentado com vários acelerômetros e sensores de temperatura, possuindo também um sistema digital aquisição de dados conectado a estes sensores. Pode-se fazer um banco de assinaturas da bomba nas várias fases de operação do reator, monitorando os sinais de vibração na

operação normal, parada e partida do reator. A análise destes dados pode melhorar os procedimentos de manutenção preditiva da bomba do circuito primário, através da detecção de falhas incipientes.

- Após as etapas de validação propostas anteriormente, este trabalho pode ser estendido para monitoração de bombas em reatores de potência, como, por exemplo, em Angra I.

- Novas e sofisticadas ferramentas de suporte de decisão e resolução de problemas tem sido desenvolvidos para serem utilizados em diagnósticos de falhas em máquinas e para manutenção preditiva, de forma geral. Entre eles, sistemas especialistas e sistemas baseados em redes neurais, nos quais a transformada de *wavelet* está sendo utilizada como pré-processador para caracterização de sinais para estes sistemas. Nesta linha, uma sugestão para um futuro trabalho é implementação um programa aplicativo de *software* semelhante utilizando *wavelet* em conjunto com redes neurais para detecção de falhas.

- A análise de vibração em elementos combustíveis do Reator IAEA-R1m e de Angra I, através da análise dos sinais de provenientes de detectores de neutrons, é uma outra possibilidade de aplicação da técnica de *wavelet*, em particular quando os sensores são móveis, como é o caso da instrumentação *in-core* de Angra I.

6 – APÊNDICES

APÊNDICE A - Sinais Estacionários e Não-Estacionários

Quando um fenômeno físico é considerado em termos de um processo aleatório, as propriedades do fenômeno podem ser descritas hipoteticamente em um instante de tempo pelo cálculo de médias sobre uma coleção de funções amostrais que descrevem o processo aleatório [Lop-1995].

Para uma coleção de funções amostrais que formam o processo aleatório $\{x_1(t), x_2(t), \dots, x_k(t), \dots; x_N(t)\}$, o valor médio para um instante de tempo t_1 , é definido por:

$$\mu_{x(t_1)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) \quad (\text{A.1})$$

Para este mesmo processo aleatório, a autocorrelação, definida como a média da correlação entre valores do processo aleatório para dois instantes de tempo diferentes, é dada por:

$$R_{xx(t_1, t_1 + \tau)} = \lim_{N \rightarrow \infty} \frac{1}{N} \sum_{k=1}^N x_k(t_1) x_k(t_1 + \tau) \quad (\text{A.2})$$

Se os valores do valor médio e da autocorrelação variam com o instante de tempo t_1 , o processo $\{x_1(t)\}$ é dito *não-estacionário*, se estes valores não dependem do tempo t_1 em que são calculados, o processo é dito *estacionário*.

Para uma determinada função amostral x_k podemos calcular o valor médio e a autocorrelação, pelas seguintes equações:

$$\mu_k = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) dt \quad (\text{A.3})$$

$$R_k(\tau) = \lim_{T \rightarrow \infty} \frac{1}{T} \int_0^T x_k(t) x_k(t + \tau) dt \quad (\text{A.4})$$

Se o processo é estacionário e os valores do valor médio e da autocorrelação não diferem quando computadas para diferentes funções amostrais $x_k(t)$ pertencente ao processo aleatório $\{x(t)\}$, e ainda, se $\mu_k = \mu_{x(t)}$ e $R_k(\tau) = R_{xx(t_1, t_1 + \tau)}$, então o processo é dito *ergódico*. Isto significa que o processo $\{x(t)\}$ pode ser completamente representado por uma única função amostral $x_k(t)$, não sendo necessário fazer o cálculo das médias considerando todo o conjunto de funções amostrais.

Portanto, esta premissa de ergodicidade é assumida sempre se aplica a transformada de Fourier a uma única amostra temporal, pois considera-se que esta amostra é suficiente para representar completamente o processo estacionário.

APÊNDICE B – Programas Gerados Através do Matlab

Programa 1 – Análise com *wavelet* contínua e *wavelet* harmônica

```
load \martel\iptdados\ipt6h20
y=ipt6h20;
dn=cwt(y,1:32,'db4');
dn1=hmapdn(y);
mesh(abs(dn)),title('Wavelet Contínua - db4')
figure
contour(dn),title('Wavelet Contínua - db4')
figure
mesh(dn1), title('Wavelet Harmonica')
figure
contour(dn1), title('Wavelet Harmonica')
```

Programa 2 – Cálculo de espectrograma – STFT – dados do IPT

```
%desIptSpect.m
%load \prog\ipt6h20
s=ipt6h20;
nfft=512;
janela=512;
[b,f,t]=specgram(s,nfft,800,janela,256);
figure;
imagesc(t,f,abs(b)),colormap (1-jet)
xlabel('tempo (s)'),ylabel('frequência (Hz)')
%title(['janela ',num2str(janela)])
colorbar
axis xy
figure,surf(t,f,abs(b)),
colormap (1-jet), shading interp,view(-38,70)
title(['janela ',num2str(janela)])
xlabel('tempo (s)'),ylabel('frequência (Hz)'),zlabel('amplitude')
```

Programa 3 – Cálculo de espectrograma – STFT - sinais simulados

```

%desSenoSpec
t = 0:0.001:2; %fs=1000Hz
f1=100;
f2=200;
f3=300;
x = sin(2*pi*f1*t)+ sin(2*pi*f2*t)+ sin(2*pi*f3*t);
t1=t(1:400);
t2=t(401:1200);
t3=t(1201:2001);
x1=0.5* sin(2*pi*f1*t1);
x2= 0.5*sin(2*pi*f2*t2);
x3= 0.5*sin(2*pi*f3*t3);
y = x+ randn(1,length(t));
y(100)=0;
yy= [x1 x2 x3];%+ randn(1,length(t));
figure;plot(t(1:350),yy(1:350)),
title('Sinal no Tempo','FontSize',12)
ylabel('amplitude'), xlabel('tempo (s)'),
s=yy;
nfft=256
janela=256;
[b,f,t]=specgram(s,nfft,1000,janela,250);
figure;
imagesc(t,f,abs(b)),colormap cool, shading interp
xlabel('tempo (s)'),ylabel('frequência (hz)')
title(['janela ',num2str(janela)])
colorbar
axis xy
figure,surf(t,f,abs(b)),
colormap cool, shading interp,view(-38,70)
rotate3d on
title(['janela ',num2str(janela)])
xlabel('tempo (s)'),ylabel('frequência (hz)'),zlabel('amplitude')

```

Programa 4 – Análise de MRA e CWT

```

%figmra.m
t = 0:0.001:1; %fs=1000Hz
f1=50;
f2=100;
t1=t(1:200);
t2=t(201:1001);
x1= sin(2*pi*f1*t1);
x2= sin(2*pi*f2*t2);
y = sin(2*pi*f1*t)+ sin(2*pi*f2*t);
y(100)=0;
yy= [x1 x2];%+ randn(1,length(t));
yy(100)=0;
w = 'db20'
n = 3; %niveis de decomposição
s=y;
%s=yy;
[C,L] = wavedec(s,n,w);
A3 = wrcoef('a',C,L,w,3);
D3 = wrcoef('d',C,L,w,3);
D2 = wrcoef('d',C,L,w,2);
D1 = wrcoef('d',C,L,w,1);
figure
subplot(5,1,1); plot(s(1:500)); title('Sinal = A3+D1+D2+D3','FontWeight','bold');
ylabel('sinal','FontWeight','bold','Rotation',0);
set(gca,'xticklabel','')
subplot(5,1,2); plot(A3(1:500)); ylabel('A3','FontWeight','bold','Rotation',0);
set(gca,'xticklabel','')
subplot(5,1,3); plot(D3(1:500)); ylabel('D3','FontWeight','bold','Rotation',0);
set(gca,'xticklabel','')
subplot(5,1,4); plot(D2(1:500)); ylabel('D2','FontWeight','bold','Rotation',0);
set(gca,'xticklabel','')
subplot(5,1,5);

```

```

plot(t(1:500),D1(1:500)); ylabel('D1','FontWeight','bold','Rotation',0);
xlabel('tempo (s)')
%subplot(6,1,1); plot(s);title('Sinal e Detalhes')
%ylabel('Sinal','Rotation',0,'FontWeight','bold')
%CWT
c=cwt(yy,1:32,'db4');
figure;contour(c);
set(gca,'xticklabel',[0.1 0.2 0.3 0.4 0.5 0.6 0.7 0.8 0.9 1.0]);
title('CWT');xlabel('tempo (s)'), ylabel('escala')

```

Programa 5 – Análise com PSD

```

%figsenopsd1.m
t = 0:0.001:1; %fs=1000Hz
x = sin(2*pi*50*t)+ sin(2*pi*150*t)+ sin(2*pi*400*t);
% y = x + randn(1,length(t));
[pyy f]=psd(y,1024,500);
figure;plot(f,pyy)
title('PSD (1024) - R3-TN-proxh')
ylabel('amplitude')
xlabel('frequência'),

```

7 – REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

- [Ama-1997] http://www.amara.com/IEEEwave/IW_history.html. *Introduction to Wavelets*. 1997.
- [Bro-1992] BROTHERTON, T.; POLLARD, T.; JONES, D. *Application of Time-Frequency and Time-Scale Representations to Fault Detection and Classification*. Inst. Symp. Time-Frequency and Time-Scale Analysis. Canada, Oct. 4-6, 1992.
- [Bel-1995] BELLUZZO, D.; MARSEGUERRA, M.; TARANTOLA, S. *Wavelet Analysis of fast, short lived transients with noise*. SMORN VII. Avignon, France, 19-23, 1995.
- [Bur-1995] BURNETT, R.; WATSON, J.F.; ELDER, S. *The Application of Modern Signal Processing Techniques to Rotor Fault Detection and Location within Three Phase Induction Motors*. IEEE – Instr. Measurement Technology Conferences. April 23-26, 1995.
- [Car-1993] CARMONA, R.A. *Wavelet Identification of Transient in Noisy Time Series*. Department of Mathematics – UCLA. 1993.
- [Cif-1995] CIFTCIOGIU, Ö.; TÜRKCAN, E. *Transient Detection by Wavelet Transform in Plant Monitoring*. SMORN VII. Avignon, France, 19-23, 1995.
- [Che-1995] CHEN, D. J.; WANG, W. J. *Pattern Changes of Time-Shifted Vibration Signals on Wavelet Time-Scale Maps*. D E-Vol. 84-1. 1995.
- [Che-1996] CHEN, C.H.; LEE, G.G. *Multiresolution Wavelet Analysis Based Feature Extraction for Neural Network Classification*. IEEE. 1996.
- [Chu-1995] CHUI, C. K. *Wavelet Analysis and its Applications - An Introduction to Wavelets*. Academic Press. London, 1995.
- [Cod-1994] CODY, M. A. *The Wavelet Packet Transform Extending the Wavelet Transform*. Dr. Dobbs Journal, M&T Publishing Inc., Miller Freeman Publishing Inc. April 1994.
- [Dal-1995] DALPIAZ, G.; et al. *Fault Detection and Diagnostics in Cam Mechanisms*. Proceedings of the 2nd International Symposium on Acoustical and Vibratory Surveillance Methods and Diagnostic Techniques, 827-338. France 1995.
- [Dal-1997] DALPIAZ, G.; RIVOLA, A. *Condition Monitoring and Diagnostics in Automatic Machines: Comparison of Vibration Analysis Techniques*. *Mechan. Syst and Sig. Process.*, vol. 11(1), 53-73. 1997.

- [Das-1997] DASILVA, A.; *An Integrated Approach for Plant Monitoring and Diagnosis Using Multiresolution Wavelet Analysis*. PhD. Dissertation, The University of Tennessee. May 1997.
- [Den-1995] DENNIS, M.H.; et all. *Two Applications of Wavelets an Related Techniques in Medical Imaging*. Annals of Biomedical Engineering, vol.23, pp. 637-665. 1995.
- [Drie-1996] DRIESEN, J.; et all. *Analyzing Time-Variant Power System Harmonics Using Wavelets Transform*. IEEE Instrumentation and Measurement, Technology Conference. Brussels, Belgium, June 4-6, 1996.
- [Gri-1990] GRIVELET, P. *Monitoring of Reciprocating Compressors by Vibration*. Proceedings of the IMMDC Congress. Los Angeles 1990.
- [Hon-1996] HONG, G. S.; et all. *Using Neural Network for Tool Condition Monitoring Based on Wavelet Decomposition*. Inst. J. Mach. Tools Manufact. vol. 36, No. 5, pp. 551-566. 1996.
- [Ipt - 1999] Dados e informações da máquina da usina de álcool fornecidos pelo Instituto de Pesquisas Tecnológicas – USP, através de contatos com o Engenheiro Paulo Mário Rodrigues da Cunha. 1999.
- [Lop-1995] LOPES, P.R.L. Estudo da Metodologia de Análise de Séries Temporais Aplicada à Monitoração do Tempo de Resposta dos Instrumentos Ligados ao Sistema de Proteção de Reatores Nucleares. Dissertação de Mestrado. Ipen/CNEN-SP, 1995.
- [Mal-1992] MALLAT, S.; ZHONG, S. *Wavelet Maxima Representations, in Wavelet Application*. Editor Y. Meyer, Ed. Masson . 1992.
- [Mat-1997] MATLAB – *The Language of Technical Computing*, The MathWorks Inc. 1997.
- [Mat-1996] MATLAB – *Signal Processing Toolbox User's Guide*. 1996.
- [Meng-1991] MENG, Q.; QU, L. *Early Detection of Gear Failure by Vibration Analysis*. Mechan. Syst. and Signal Process., vol. 5, pp. 155-166. May 1991.
- [Mis-1996] MISITI M. *Matlab – Wavelet Toolbox User's Guide*. 1996.
- [Mon-1997] <http://www.monash.edu.au/cmcm/wavelet/whistory.htm>. *Signal Processing: A Historical Perspective*. 1997
- [Nat] NATIONAL INSTRUMENTS – Sistema de aquisição de dados implementado com o *software* LabView.
- [New-1999] NEWLAND, D.E. *Harmonic Wavelets in Vibrations and Acoustics*, Royal Society discussion Meeting – *Wavelets: The Key For Intermittent Information?* feb.24-25, 1999.

- [New-1993] NEWLAND, D.E. *An Introduction to Random Vibrations, Spectral and Wavelet Analysis*. Longman. 1993.
- [New-1994] NEWLAND, D.E. *Wavelet Analysis of Vibration, Part I: Theory*. Journal of Vibrations and Acoustics, Transaction of the ASME, vol.116. October 1994.
- [Pay-1997] PAYA, B.A.; BADI, M.N.M. *Artificial Neural Network Based Fault Diagnostics of Rotating Machinery Using Wavelet Transform as a Preprocessor*. Mechanical Systems and Signal Processing, 11(5), 751-765. 1997.
- [Pey-1992a] PEYRIN, F.; et all. *Time-Frequency and Time-Scale Analysis of High Resolutions ECGs*. IEEE -1992, 0-7803-0805-0/92. 1992
- [Pey-1992b] PEYRIN, F.; et all. *Multiscale Reconstruction of Tomographic Images*. IEEE - 1992, 0-7803-0805-0/92.
- [Qia-1996] QIAN, S.; CHEN, D. *Joint-Time Frequency Analysis - Methods and Applications*. Prentice-Hall PTR. 1996.
- [Ran-1991] RANTALA, S.; SUORANTA, R. *Enhanced Vibration Monitoring Using Parametric Modeling Technique*. IEEE – Instr. Measurement Technology Conferences. May 14-16, 1991.
- [Roh-1993] ROHRBAUGH, R. *Application of Time-Frequency Analysis: Theory and Application to Machine Condition Assessment*. Tech. Report SADP_U93/00039-715. Naval Surface Warfare Center, 1993.
- [Roh-1995] ROHRBAUGH, R.; COHEN, L. *Time-Frequency Analysis of a Cam Operate Pump in Life Extension of Aging Machine and Structures*, Proc. 49th Meet. MFPT Soc., Vibration Institute, Willowbrook, IL, Apr. 1995, vol.49.
- [Rio-1991] RIOUL, O.; VETTERLI, M. *Wavelets and Signal Processing*. IEEE SP Magazine. Oct. 1991.
- [Sam-1996] SAMIMY, B.; RIZZONI, G. *Mechanical Signature Analysis Using Time-Frequency Signal Processing: Application to Internal Combustion Engine Knock Detection*. Proceedings of the IEEE, Vol. 84, No. 9. Sept. 1996.
- [Sat-1997] SATHYANARAYAN, S.; et all, *Multiwavelet Transform Based Image Compression Techniques*. SPIE, vol. 2825. 1997.
- [Sek-1998] SEKER, S.; UPADHAYAYA, B.R.; ERBAY, A.S.; MCCLANAHAN, J.P.; DASILVA, A.A. *Rotating Machinery Monitoring and Diagnosis Using Short Time Fourier Transform and Wavelet Techniques*. MARCON, Knoxville, TN, USA, pp. 17.01-17.06. May 19-21, 1998.
- [Ser-1996] SERRANO, E.P.; FABIO, M. A. *Application of the Wavelet Transform to acoustic Emission Signal Processing*. IEEE Transactions on Signal Porcessing, vol.44, No.5. May 1996.

- [Str-1996] STRANG, G.; NGUYEN, T. *Wavelets and Filter Banks*. Wellesley-Cambridge Press. MA, 1996.
- [Str-1994] STRANG, G. *Wavelets: The transformation of signals into a sum of small, overlapping waves offers a new method for analyzing, storing and transmitting information*. American Scientist, volume 82. May-June 1994.
- [Sur-1994] SURACE, C.; RUOTOLO, R. *Crack Detection of a Beam Using Wavelet Transform*. Proceedings of 12nd IMAC, 1141-1147. HW 1994.
- [Swa-1993] SWAGGERTY, G.L. *Surveillance and Analysis of Multivariate Processes Using Digital Signal Processing*. MSc. Tesis, The University of Tennessee. Dec. 1993.
- [Tür-1995] TÜRKCAN, E.; CİFTÇIOĞLU, Ö. *Multiresolution Pattern Analysis for Neural Network Training*, SMORN VII. Avignon, France, 19-23, 1995.
- [Uns-1996] UNSER, M.; et all. *A Review of Wavelets in Biomedical Applications*. Proceeding of the IEEE, vol.84, No. 4. 1996.
- [Wan-1993] WANG, W.J.; MCFADDEN, P.D. *Early Detection of Gearbox Failure by Vibration Analysis – I: Calculation of the Time-Frequency Distribution*. Mechan. Syst and Signal Process., vol. 7, pp.193-203. Sept. 1993.
- [Wan-1995] WANG, W.J.; MCFADDEN, P.D. *Application of Orthogonal Wavelet to Early Gear Damage Detection*. Mechan. Syst and Sig. Process., vol. 9, pp.497-507. 1995.
- [Wan-1996] WANG, W.J.; MCFADDEN, P.D. *Application of Wavelet to Gearbox vibration Signals for Fault Detection*. Journal of Sound and Vibration, Vol. 192(5), 927-939. 1996.