

ANÁLISE DE SINAIS TRANSIENTES APLICANDO A TRANSFORMADA DE WAVELET

Rosani Libardi da Penha*, José Messias de O. Neto**, Aucyone A. da Silva*,
Daniel K. S. Ting*

*Instituto de Pesquisas Energéticas e Nucleares, CNEN
Caixa Postal 11049
05508-900, São Paulo, Brasil.

**Centro Tecnológico da Marinha - SP
Caixa Postal 66158
05422-010, São Paulo, Brasil

RESUMO

O objetivo deste trabalho é utilizar a transformada de wavelet na análise de sinais transientes e mostrar a sua capacidade de evidenciar fenômenos de curta duração que, com outras técnicas, não são facilmente detectados. É feita uma comparação entre as técnicas de *wavelet* e as técnicas baseadas na transformada de *Fourier*, através da análise de dados simulados e dados experimentais de rotor. Estes dados contêm transientes conhecidos. A partir dos resultados obtidos concluiu-se que a técnica de wavelet conseguiu detectar todos os eventos transientes, o que não ocorre utilizando as técnicas baseadas na transformada de Fourier.

1. INTRODUÇÃO

A transformada de *wavelet* tem sido aplicada em várias áreas de pesquisa com bastante sucesso. Podemos citar dentre elas: análise de impressões digitais [1], visão computacional, análise de vibrações, supressão de ruído em dados estatísticos, monitoração de equipamentos em plantas nucleares [2], [3], processamento de voz, sensoreamento remoto, e outros.

Apesar do sucesso da análise de wavelet, como uma das mais recentes ferramentas matemáticas adotadas para processamento de sinais transientes, ainda não é muito utilizada em diagnósticos de falhas em máquinas. No entanto, a técnica de wavelet tem apresentado excelentes resultados em aplicações como detecção de dentes danificados em engrenagens [4], [5], monitoração de máquinas recíprocas (ou alternativas), monitoração e diagnóstico de mecanismos excêntricos, e detecção de danos estruturais em equipamentos e construções civis.

Newland [6] apresenta um conjunto de aplicações de *wavelets* na área de acústica e vibração de estruturas, ilustrando a eficiência da utilização dos mapas de *wavelet* na interpretação dos fenômenos dinâmicos de curta duração, ou fenômenos que apresentem uma tendência ao logo do tempo.

Pela versatilidade das aplicações da transformada de wavelets, percebe-se que é um campo amplo e ainda em expansão, com muitas possibilidades a serem exploradas.

Neste trabalho, são utilizados um conjunto de dados simulados e um conjunto de dados proveniente de um arranjo experimental de um rotor, aos quais são aplicadas a Transformada de *Wavelet*, a Transformada Rápida de Fourier (FFT) e a *Short Time Fourier Transform* (STFT). O objetivo é mostrar a eficiência da Transformada de *Wavelet* em detectar fenômenos localizados e de curta duração, em comparação a estas técnicas tradicionais.

2. TRANSFORMADA DE WAVELET

Transformada Contínua. A transformada contínua de *wavelets* (CWT) relaciona o sinal analisado $s(t)$ com a função elementar, denominada *wavelet*. Esta é uma função de curta duração, real, oscilatória e apresenta um espectro de frequência finito. A variação de frequência na transformada de *wavelet* se dá através da sua compressão/expansão no tempo. A wavelet é definida conforme a Eq. (1).

$$y_{a,b}(t) = y\left(\frac{t-b}{a}\right) \quad (1)$$

A transformada contínua de *wavelet* é definida pelo seguinte produto interno:

$$CWT(a, b) = \frac{1}{\sqrt{|a|}} \int s(t) \mathbf{y}^* \left(\frac{t-b}{a} \right) dt, \quad a \neq 0 \quad (2)$$

A função $\mathbf{y}(t)$ caracteriza a *wavelet* mãe. Uma série de funções derivadas da *wavelet* mãe são geradas a partir da variação dos parâmetros a e b . O parâmetro a representa a escala e está relacionada ao recíproco da frequência e o parâmetro b define a translação no tempo

A CWT pode ser representada graficamente num plano tempo-escala. A fig. 1 mostra os efeitos da dilatação/compressão da *wavelet* que simula uma variação de frequência, em contraposição à variação de frequência que ocorre na FFT e na STFT. A STFT utiliza o conceito de janela de tempo aplicado a FFT.

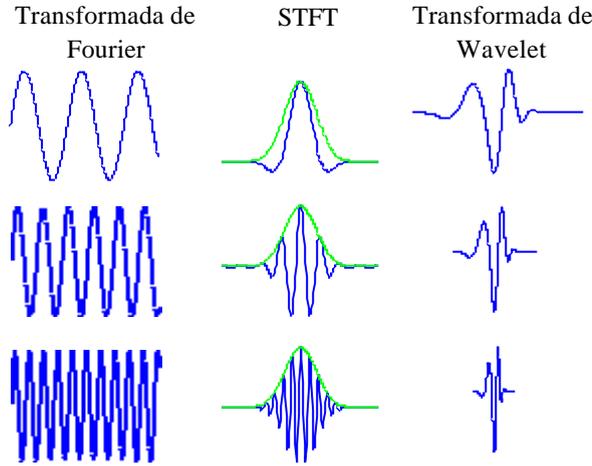


Figura 1. Funções Elementares da FFT, STFT e da Transformada de *Wavelet*

Na CWT a *wavelet* se move de forma contínua no eixo do tempo, provocando a superposição parcial das *wavelets*, o que resulta na redundância característica da CWT.

Para alcançar a perfeita reconstrução do sinal, a *wavelet* mãe terá que satisfazer a condição de admissibilidade que é expressa por:

$$C_{\Psi} = \frac{1}{2\pi} \int \frac{|\Psi(w)|^2}{|w|} dw < \infty \quad (3)$$

onde $\Psi(w)$ é a transformada de Fourier da *wavelet* mãe, $\mathbf{y}(t)$. Esta condição implica em que $\Psi(0) = 0$, ou seja $\mathbf{y}(t)$ é um filtro passa banda, que é uma função janela. Assim, o sinal original pode ser reconstruído por,

$$s(t) = \frac{1}{C_{\Psi}} \iint \frac{1}{a^2} CWT(a, b) \hat{\mathbf{y}} \left(\frac{t-b}{a} \right) dadb \quad (4)$$

onde $s(t) \in L^2$ e como $\int_{-\infty}^{+\infty} |\mathbf{y}(t)| dt < \infty$

Esta operação é denominada transformada inversa de *wavelet*, onde a função $\hat{\mathbf{y}}(t)$ é a função dual de $\mathbf{y}(t)$ (função síntese), quando as funções $\mathbf{y}(t)$ formam uma base ortonormal, $\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t)$.

A energia E do sinal $s(t)$ está relacionada aos coeficientes da transformada de *wavelets* pela seguinte relação,

$$E = \int |s(t)|^2 dt = \frac{1}{C_{\Psi}} \iint a^{-2} |CWT(a, b)|^2 dadb \quad (5)$$

A Eq. (5) mostra que a distribuição de energia da transformada de *wavelet* no plano tempo-frequência é igual à energia total do sinal no domínio do tempo. Ou seja, é possível recuperar o sinal completamente através dos coeficientes da transformada de *wavelets* [7].

Transformada Discreta. A transformada discreta surge quando a CWT é amostrada escolhendo-se valores de escalas e posições no tempo (parâmetros a e b) baseados em potência de dois. Este tipo de variação é denominada *dyadic*, como definido na Eq. (6):

$$a = 2^{-j} \text{ e } b = k2^{-j}, \text{ onde } j, k \in Z \quad (6)$$

Substituindo estes valores na Eq. (2), obtém-se os coeficientes $d_{j,k}$ da CWT, que são definidos por,

$$d_{j,k} = CWT(2^{-j}, k2^{-j}) = 2^{j/2} \int s(t) \mathbf{y}^*(2^j t - k) dt = \int s(t) \mathbf{y}_{j,k}^*(t) dt \quad (7)$$

onde $\mathbf{y}_{j,k}(t)$, são as versões dilatadas e transladadas da *wavelet* mãe $\mathbf{y}(t)$, definidas por,

$$\mathbf{y}_{j,k}(t) = 2^{j/2} \mathbf{y}(2^j t - k) \quad (8)$$

E o sinal original $s(t)$ será reconstruído por,

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k} \hat{\mathbf{y}}_{j,k}(t) \quad (9)$$

Quando $\{\mathbf{y}(t)\}$ é ortonormal, então $\hat{\mathbf{y}}(t) = \mathbf{y}(t)$, e pode-se escrever,

$$s(t) = \sum_{j=-\infty}^{+\infty} \sum_{k=-\infty}^{+\infty} d_{j,k} \mathbf{y}_{j,k}(t) \quad (10)$$

$$d_{j,k} = \int s(t) \mathbf{y}_{j,k}^*(t) dt \quad (11)$$

A versão amostrada da CWT, como definida nas equações Eq. (10) e Eq. (11), constitui não mais um *frame*, mas uma base. A CWT, assim amostrada, é denominada transformada discreta de *wavelet* (DWT).

A vantagem da DWT é sua eficiência computacional muito superior e a possibilidade da perfeita reconstrução do sinal.

3. SINAIS SIMULADOS

Através de sinais simulados, e aplicando as técnicas de análise clássica de Fourier, STFT e transformada de *wavelet*, procurou-se evidenciar a característica principal da análise com *wavelet*, que é a sua capacidade de detectar eventos transientes, de curtíssima duração, com alta precisão no tempo, o que nem sempre é conseguido com as técnicas clássicas de análise de sinais

Para gerar os sinais simulados e aplicar os vários algoritmos de análise de Fourier e *wavelet*, foi utilizado como ferramenta computacional o *software* Matlab.

Foi gerada uma série temporal que apresenta as frequências características de 50Hz e 100Hz. Cada uma das frequências está presente no sinal apenas durante parte do tempo. Uma descontinuidade no tempo $t=0,1s$ foi introduzida no sinal para ser pesquisada.

O sinal é composto pela soma de $x_1(t)$ e $x_2(t)$, que são definidos da seguinte forma:

$$\begin{cases} x_1(t) = \sin(2 * \pi * 50 * t), & \text{para } 0 \leq t \leq 0,2s \\ x_2(t) = \sin(2 * \pi * 100 * t), & \text{para } 0,2s < t \leq 2,0s \end{cases}$$

exceto para $t = 0,1s$, onde $x(0,1s) = 0$.

A frequência de amostragem destes sinais é 1000 Hz.

Análise dos Resultados. Apresenta-se uma análise do sinal aplicando a técnica tradicional FFT, a STFT (Short-time Fourier Transform) e a técnica de *wavelet*. Os resultados estão mostrados em Fig. 2, Fig. 3 e Fig. 4.

Na Fig 2 é aplicada a técnica clássica de Fourier, através do cálculo do *Power Spectrum Density* (PSD). Neste exemplo, pode-se verificar que a FFT apenas informa as componentes de frequência presentes no sinal, sem nenhuma informação de tempo (localização). Assim, o PSD não detectou a transição entre as frequências nem a descontinuidade do sinal.

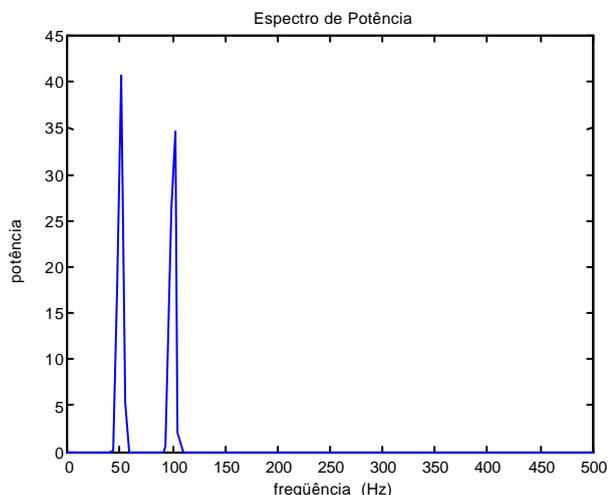


Figura 2. Power Spectrum Density (PSD)

Na fig. 3, foi aplicada a STFT. Aqui é possível identificar o instante de transição da frequência do sinal. Mas a identificação do tempo exato em que a frequência muda de valor é impreciso, e dá uma informação incorreta. Isto ocorre devido a largura da janela da STFT, que é fixa e determina uma certa resolução no tempo. Pode-se melhorar a resolução no tempo, mas perde-se resolução em frequência. A descontinuidade do sinal não é percebida pela STFT.

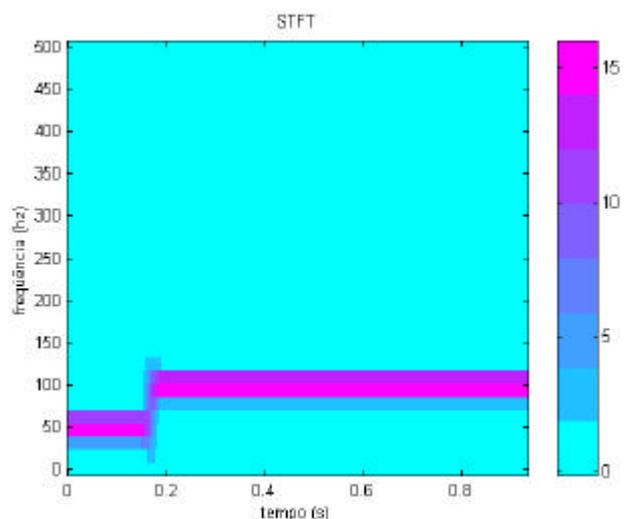


Figura 3. Short Time Fourier Transform

Na fig. 4, foi aplicada a transformada discreta de *wavelet*, utilizando a *wavelet* 'db4'. Neste gráfico fica evidente a mudança da frequência (em $t = 0,2 s$) e a localização temporal da descontinuidade (em $t = 0,1 s$). Além disto é possível obter a informação precisa do instante em que estes fenômenos transitórios ocorreram. Isto se dá devido à capacidade de compressão da *wavelet* através de valores muito baixos de escala, onde se consegue uma excelente resolução no tempo para fenômenos transientes.

Apenas quatro valores de escala, no cálculo da transformada discreta de *wavelet*, foram suficientes para possibilitar a detecção dos eventos discutidos. Os quatro valores utilizados de escala correspondem as quatro bandas de frequências (aproximações (A) e detalhes (D)) em que o sinal foi decomposto. A grande vantagem deste método, também conhecido como análise de multirresolução (MRA), está em que o sinal é analisado localmente isolando as faixas de frequência de interesse daquelas indesejadas, como por exemplo, o ruído de fundo.

Em resumo, através deste experimento numérico procurou-se mostrar que apenas com a análise de *wavelet* (CWT e DWT), é possível detectar as descontinuidades no domínio do tempo com precisão.

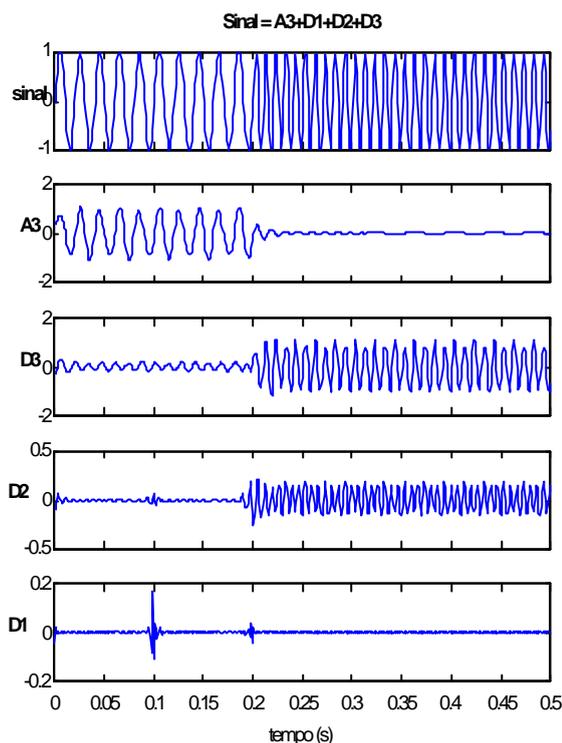


Figura 4. Transformada Discreta de *Wavelet* (DWT)

4. ARRANJO EXPERIMENTAL DO ROTOR

As técnicas de análise utilizando a transformada de Fourier, a STFT e a transformada de *wavelet*, também foram aplicadas aos dados de vibração obtidos através de um arranjo experimental de um rotor. Uma descrição detalhada do experimento é encontrada na referência [7].

O sistema é composto de um motor carregado com um disco. Os sinais de velocidade e vibração do eixo são obtidos através de um tacômetro e de um sensor de deslocamento (posição horizontal) instalados nos mancais do arranjo. O sensor de deslocamento, montado no mancal, produz um campo magnético o qual é alterado de acordo com a variação da distância entre o sensor e o eixo, proporcionando assim uma medida da vibração do eixo.

Nos experimentos é feita uma variação de velocidade através da variação da carga no motor. Diferentes condições de anomalia, como desbalanceamento e desalinhamento, são introduzidas. Os sinais de vibração são adquiridos pelo sensor de deslocamento em várias condições de operação: com desbalanceamento e desalinhamento do rotor nas condições de regime estacionário, partida e parada.

Num experimento particular, o motor opera, inicialmente, a uma velocidade constante de 3600 rpm. A velocidade é, então, diminuída gradualmente até chegar a zero; em seguida, a velocidade é aumentada até alcançar 7200 rpm. Os sinais medidos nesta condição são adquiridos durante 400 segundos, com uma frequência de amostragem de 500 Hz. Este sinal foi selecionado para análise.

Análise dos Resultados. Apresenta-se uma análise do sinal selecionado aplicando a técnica tradicional PSD, a STFT (Short-time Fourier Transform) e a técnica de *wavelet*. Os resultados são mostrados em Fig. 5, Fig. 6 e Fig. 7.

A fig.5 mostra o PSD do sinal de vibração. A variação muito acentuada da velocidade, que se reflete no sinal de vibração do sensor, faz com que o PSD seja completamente ineficaz e impreciso para fornecer informação sobre o comportamento sinal, como mostra o gráfico.

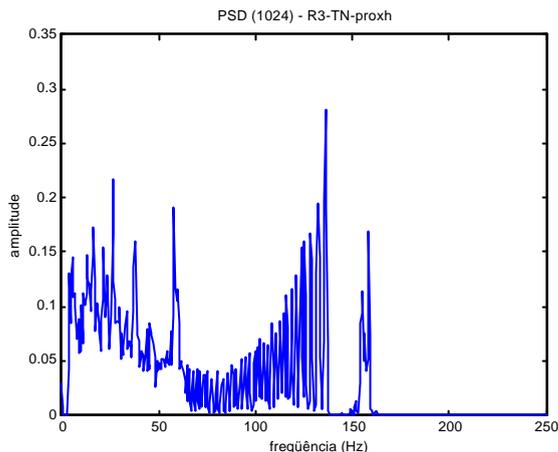


Figura 5. Power Spectrum Density (PSD)

Através da STFT, como mostrado na fig. 6, pode-se acompanhar uma variação contínua das frequências presentes no sinal, as quais correspondem à velocidade de rotação do rotor (60 Hz) e a frequência de vibração da carcaça (160 Hz). Pode-se observar que a amplitude da componente de frequência de 160 Hz diminui durante o transiente de velocidade, e volta a aumentar quando o motor entra em regime estacionário.

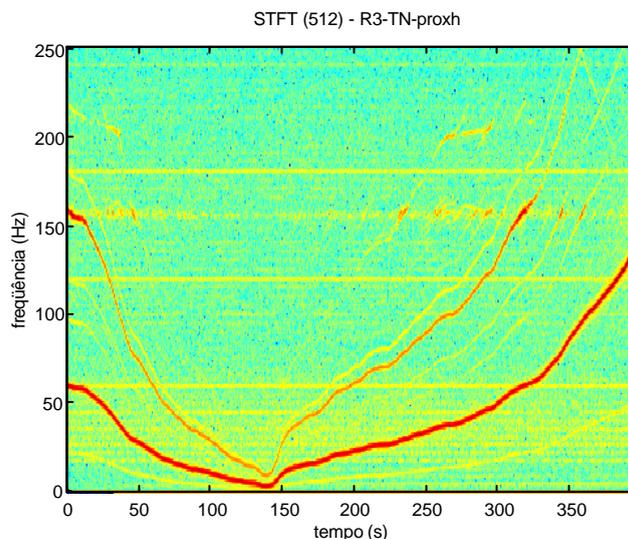


Figura 6. Short Time Fourier Transform

Na fig. 7, é feita uma análise utilizando a transformada discreta de *wavelet*, utilizando a *wavelet* harmônica [9]. Pode-se observar que este tipo de análise oferece um nível de detalhe superior ao da STFT, mostrando que a variação de velocidade do rotor (frequência de 60 Hz) não é realizada de forma contínua, como mostra a figura. Este fato se deve à propriedade da *wavelet* de detectar as variações bruscas locais, ocorridas no processo.

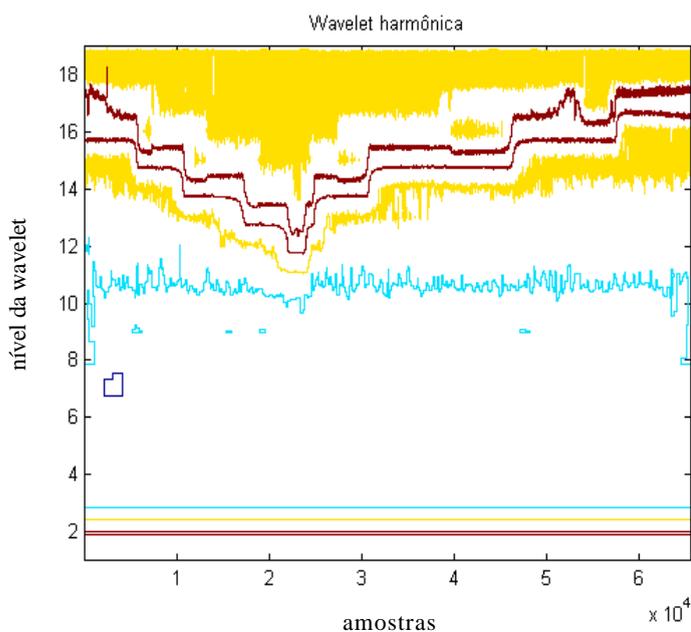


Figura 7. Transformada Discreta de *Wavelet* (DWT)

5. CONCLUSÕES

Sinais não-estacionários geralmente estão presentes nas vibrações mecânicas na forma de impulsos transientes, ou variação de velocidade, ou durante a partida e a parada da máquina. A análise destes sinais fornece informações importantes para a avaliação do estado da máquina.

Pelas análises realizadas, pode-se concluir que a transformada de Fourier não se mostra adequada quando aplicada a sinais não-estacionários, pois não são capazes de representar a evolução no tempo do conteúdo de frequência de um sinal não-estacionário, ou detectar um fenômeno impulsivo de curta duração.

A STFT possibilita o acompanhamento da evolução, no tempo, da frequência de um sinal. Porém neste tipo de análise, uma vez escolhida a resolução no tempo, fica automaticamente determinada a sua resolução de frequência, que é constante durante todo o processo de análise. A técnica da STFT constitui-se numa boa ferramenta quando se conhece a priori a faixa de frequência do fenômeno em que se está interessado, ou seja, quando a utilização de uma única janela no tempo é suficiente.

A aplicação da técnica de wavelet nos sinais não-estacionários apresentados, demonstraram a capacidade desta técnica de acompanhar as variações de frequência dos sinais e ainda detectar transientes de curta duração, com uma excelente localização tempo-escala, superando as limitações apresentadas pela STFT.

6. REFERÊNCIAS

- [1] STRANG, G.; NGUYEN, T. **Wavelets and Filter Banks**. Wellesley-Cambridge Press. MA, 1996.
- [2] DASILVA, A., **An Integrated Approach for Plant Monitoring and Diagnosis Using Multiresolution Wavelet Analysis**. PhD. Dissertation, The University of Tennessee. May 1997.
- [3] CIFTCIOGIU, Ö.; TÜRKCAN, E. **Transient Detection by Wavelet Transform in Plant Monitoring**. SMORN VII. Avignon, France, 19-23, 1995.
- [4] WANG, W.J.; MCFADDEN, P.D. **Application of Orthogonal Wavelet to Early Gear Damage Detection**. *Mechan. Syst and Sig. Process.*, vol. 9, pp.497-507. 1995.
- [5] WANG, W.J.; MCFADDEN, P.D. **Application of Wavelet to Gearbox vibration Signals for Fault Detection**. *Journal of Sound and Vibration*, Vol. 192(5), 927-939. 1996.
- [6] NEWLAND, D.E., **Harmonic Wavelets in Vibrations and Acoustics**", Royal Society discussion Meeting – *Wavelets: The Key For Intermittent Information?* feb.24-25, 1999.
- [7] SWAGGERTY, G.L. **Surveillance and Analysis of Multivariate Processes Using Digital Signal Processing**. MSc. Tesis, The University of Tennessee. Dec. 1993.
- [8] QIAN, S.; CHEN, D. **Joint-Time Frequency Analysis - Methods and Applications**. Prentice-Hall PTR. 1996.

ABSTRACT

The objective of this work is to apply the Wavelet Transform in transient signals. The Wavelet technique can outline the short time events that are not easily detected using traditional techniques. In this work, the Wavelet Transform is compared with the Fourier Transform, by using simulated data and rotor rig data. This data contain known transients. The wavelet could follow all the transients, what do not happen to the Fourier techniques.