

## ANÁLISE de FREQUÊNCIAS de um TANQUE ENGASTADO na BASE COM CONSIDERAÇÃO da INTERAÇÃO FLUIDO-ESTRUTURA e SLOSHING

Carlos Alexandre de J. Miranda  
IPEN-CNEN/SP-COPESP  
Travessa R, 400. CEP 05508-900.  
Cid. Universitária. São Paulo - SP

### RESUMO

São calculadas as frequências próprias de um tanque, sem reforçadores, parcialmente cheio de água, engastado no pavimento da base. Foram desenvolvidos modelos de elementos finitos harmônicos "sem" e "com água" considerando o efeito da água respectivamente através de fatores de "added mass" obtidos na literatura e através da modelagem do líquido com considerações adequadas para a interface fluido-aço. São feitas algumas considerações quanto a "sloshing". As frequências da estrutura com água estão na faixa de amplificação de uma excitação sísmica típica.

### INTRODUÇÃO

Em trabalho anterior [1] foi feito um estudo de frequências naturais em um cilindro de paredes com partes finas e partes espessas, imerso em água confinada. Na mencionada refer. [1] foi feito um levantamento bibliográfico sobre o assunto, inclusive com recomendações quanto a modelagem a ser adotada.

O tanque ora analisado é formado por uma calota superior hemisférica de 9.6 m de raio conectada por uma trecho cilíndrico a outra calota hemisférica semi-enterrada no pavimento. O nível da superfície livre da água é considerado a 12.8 m acima do pavimento. Não são considerados eventuais reforços na casca nesta fase do trabalho.

Inicialmente foram calculadas as frequências do tanque vazio, com o uso de elementos finitos de casca axisimétrica. Por meio de formulação analítica, obtida em literatura específica disponível, foram estimados o efeito de "added mass" sobre a casca devido a presença do fluido nela contido e as frequências de "sloshing" para a geometria em estudo.

Em uma etapa posterior foram calculadas as frequências considerando o fluido no interior do tanque por meio de um modelo axisimétrico com elementos harmônicos de casca (para discretizar o tanque) e sólidos (para discretizar o fluido). Para tanto são feitas considerações a respeito da interface fluido-estrutura.

Na figura 1a apresenta-se a estrutura analisada.

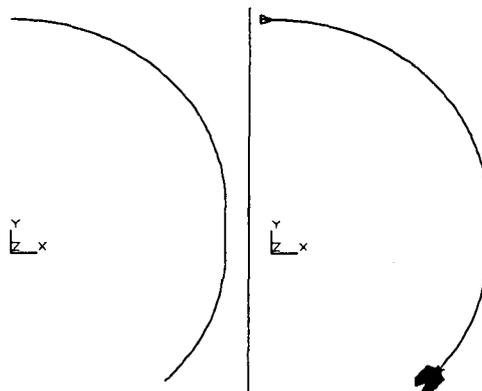
### MODELOS

Com o programa ANSYS [4] foram desenvolvidos dois modelos axisimétricos harmônicos: 1) Modelo "Sem Água" e Modelo "Com Água".

Para a casca (aço) foram adotadas as seguintes propriedades típicas: Módulo de elasticidade (EX) = 172000 MPa, Densidade (DENS) = 7850. Kg/m<sup>3</sup>. Para a água foram adotados: DENS = 1000. Kg/m<sup>3</sup>, "Bulk Modulus" ou "Fluid Elastic Modulus" (EX) = 2000 MPa [3]. Como Viscosidade Dinâmica (VISC) foi adotado o valor 8.6E-6 Ns/m<sup>2</sup> (a ref. [4]

sugere 1.13e-6 Ns/m<sup>2</sup> enquanto que a ref. [3] indica o valor 8.6e-5 Ns/m<sup>2</sup>).

Modelo "Sem Água" - foi desenvolvido utilizando 111 nós e 110 elementos de casca, STIF61, de 2 nós e 4 graus de liberdade por nó (UX, UY, UZ, ROTZ), sem discretizar a água no interior do tanque. Com este modelo foi estudado apenas o caso axisimétrico (MODE=0) visando obter as primeiras frequências da estrutura sem considerar, diretamente, a presença da água. o que foi feito a posteriori a partir da refer. [2].



FIGURAS 1a e 1b: MODELO 'SEM ÁGUA' MALHA e COND. DE CONTORNO

Modelo "Com Água" - neste modelo, com malha menos refinada do que o modelo anterior, além dos elementos STIF61 também foram utilizados elementos STIF81, de 4 nós para representar a água com as propriedades já citadas.. Procurou-se manter os elementos de fluido com uma forma a mais "regular" possível. Com este modelo, apresentado na figura 2, se visa obter as primeiras frequências da estrutura considerando diretamente a influência da água no interior do tanque. Foram considerados 2 casos: 1, axisimétrico (MODE=0) e 2. não axisimétrico com MODE=1 (i.é.: com 1 onda circunferencial). Observe-se que o parâmetro MODE=1 significa

que, na deformada modal, a seção transversal se mantém circular.

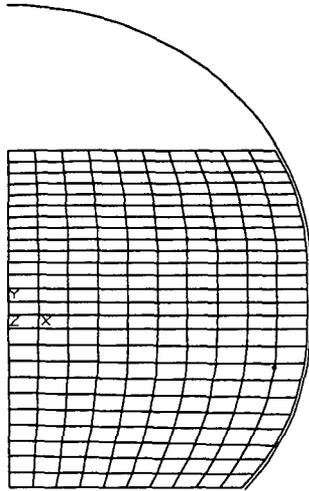


FIGURA 2: MODELO 'COM ÁGUA' MALHA

**Interface Fluido-Estrutura** - Para a correta consideração desta interface foram criadas 2 camadas de nós coincidentes (quase, não o sendo apenas para efeito visual) do lado da água e do lado da casca. Para tanto estes nós coincidentes foram rotacionados para que, em seus sistemas de coordenadas, a direção X coincidisse com a perpendicular à mencionada interface e, posteriormente, foram acoplados pelas suas direções X. Desta forma é permitido o deslocamento tangencial relativo.

**CONDIÇÕES DE CONTORNO**

**Modelo "Sem Água"** - Os nós na parte inferior do modelo, tiveram todos os seus graus de liberdade restringidos, simulando um engaste no concreto da base. O nó que representa o ápice da casca, teve a sua direção radial restringida. Estas condições de contorno se aplicam ao caso axisimétrico, o único estudado com este modelo. Na figura 1b tem-se as condições de contorno adotadas.

**Modelo "Com Água"** - As condições de contorno variaram de acordo com o MODE definido. Assim, para o caso axisimétrico (MODE=0) foram consideradas, na casca, as condições de axisimetria:  $UX=UZ=ROTZ=0$  no ápice da casca e engaste total no nó da base. Para a água foram consideradas:  $UY=0$  nos nós da base ( $Y=0$ ) e  $UX=0$  no eixo de simetria ( $X=0$ ). Para o caso com MODE=1 foram considerados, para a casca:  $UY=0$  no ápice da casca e engaste total na base. Para a água:  $UY=0$  para os nós da base e para os nós sobre o eixo de simetria.

**RESULTADOS**

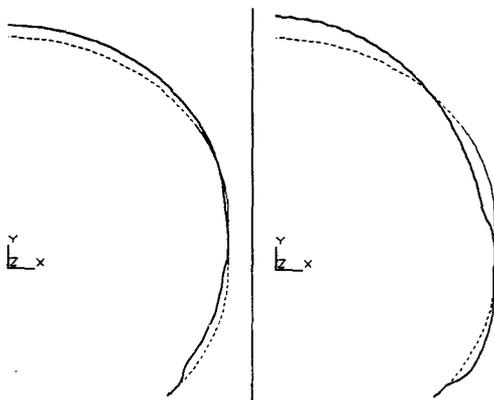
Para a análise foi adotado o método de interações por sub-espacos reduzido definindo-se, como graus de liberdade (gdl) masters, os gdl UX e UY de todos os nós da casca. Com este procedimento, no modelo "Com Água" se está "capturando" apenas os modos da casca evitando, assim, "capturar" modos associados com a água que são da ordem de 0.3 Hz, como apresentado a seguir.

**RESULTADOS MODELO "SEM ÁGUA"** - As primeiras 10 frequências foram obtidas e são apresentadas na coluna 2 da tabela 1 juntamente com as frações de massa associadas a cada modo. Nas figuras 3 a 5 são apresentados os primeiros 6 modos.

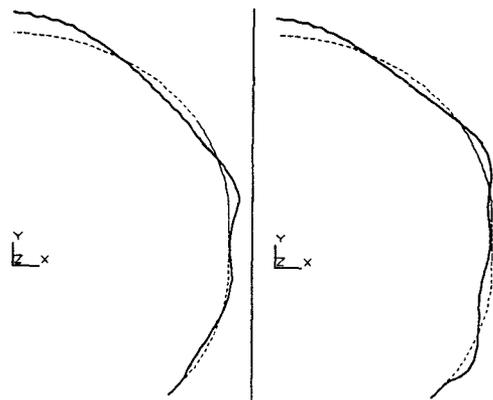
**Influência da Água** - A fim de se obter a influência da água nos valores encontrados, através da estimativa dos fatores de "added mass", utilizou-se as formulações da seção 14.4 da refer. [2]. Assim:

$$\mu_e = \mu + \alpha \cdot \rho \cdot a / h \tag{1}$$

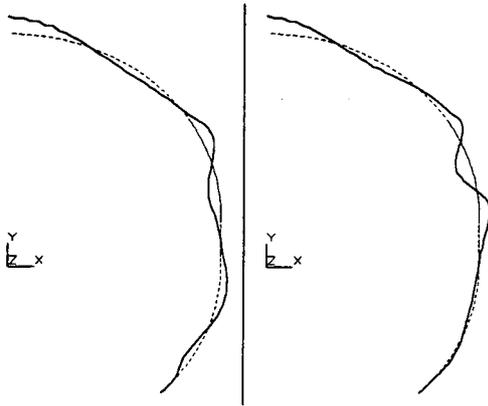
Na eq. 1  $\mu_e$  é a densidade efetiva de um disco de espessura h, densidade  $\mu$  e raio a, o qual é exposto, de um lado só, a um fluido de densidade  $\rho$ . Para o fator  $\alpha$  é sugerido  $8/3\pi$  mas, no caso de um cilindro, adotando-se o comprimento como sendo o raio do cilindro e condições de apoio simples, tem-se  $\alpha < 1/i$  onde i é o número de ondas circunferenciais..



FIGURAS 3a e 3b: MODELO 'SEM ÁGUA' MODOS 1 e 2



FIGURAS 4a e 4b: MODELO 'SEM ÁGUA' MODOS 3 e 4



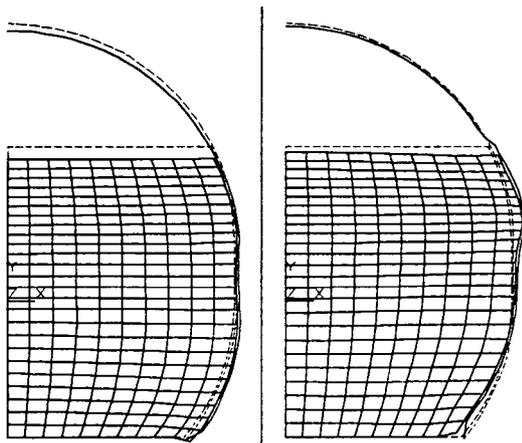
FIGURAS 5a e 5b: MODELO 'SEM ÁGUA'  
MODOS 5 e 6

Assim pode-se ter  $\alpha=0.849$  ou  $\alpha=1$ . Em primeira aproximação adotou-se  $\alpha=1$  e, portanto tem-se  $\mu_e = 507850 \text{ Kg/m}^3$ . Isto corresponde a uma massa equivalente de aço cerca de 6 vezes a massa de água contida no tanque. Sendo  $K$ =rigidez e  $m$ =massa a frequência é proporcional a  $\sqrt{(K/m)}$ . Para os valores apresentados, a influência da água sobre as frequências corresponde a uma redução das frequências obtidas segundo o fator 0.12. Na coluna 3 da tabela 1 são apresentados os valores reduzidos pelo fator acima.

Observe-se que são estimadas as frequências mas não os modos que serão diferentes, tanto mais devido ao fato da massa de água não preencher totalmente o tanque.

**RESULTADOS MODELO "COM ÁGUA"** - Os gdl definidos permitem "capturar" as massas: 1970 ton em X e 32.4 ton em Y. A massa total do modelo é cerca de 3610 ton (água+aço). A razão da pequena massa "capturada" em Y deve-se a particular vinculação adotada para a interface fluido-aço.

As primeiras 10 frequências associadas aos parâmetros MODE=0 e MODE=1 foram obtidas e são apresentadas na tabela 2. Nas figuras 6 a 8 são mostrados os primeiros 6 modos axisimétricos (MODE=0).



FIGURAS 6a e 6b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 1 e 2 - AXISIMÉTRICO

Tabela 1 - Resultados "Sem Água"

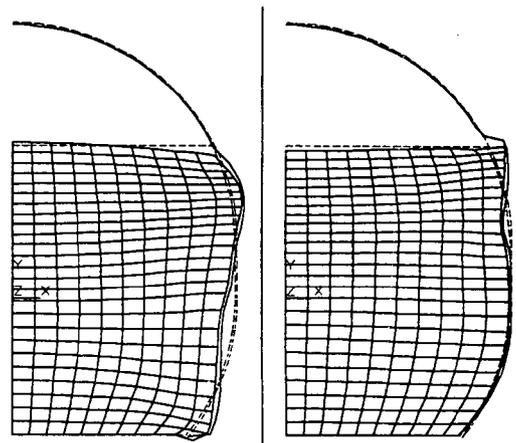
MODO	FREQ. (Hz)	FREQ. (Hz)	FRAÇÃO DE MASSA ASSOCIADA (%)	
1	36.5	4.4	26.40	96.90
2	64.0	7.7	26.40	2.40
3	73.3	8.8	---	---
4	75.6	9.1	8.90	---
5	76.4	9.2	---	---
6	77.4	9.3	3.60	---
7	77.9	9.3	24.0	---
8	78.2	9.4	4.30	---
9	78.8	9.5	1.00	---
10	79.3	9.5	5.30	---
(1)	(2)	(3)	Dir. X	Dir. Y

Tabela 2 - Resultados "Com Água"

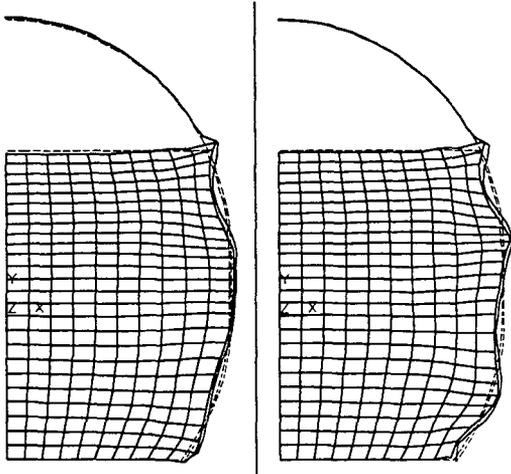
MODO	FREQUÊNCIAS (Hz)		FRAÇÃO DE MASSA ASSOCIADA (%)	
	MODE=0	MODE=1	(%)	
1	7.61	3.89	88.4	---
2	16.4	4.06	10.4	91.6
3	22.5	8.29	---	7.60
4	25.9	16.3	0.80	---
5	28.2	24.4	---	---
6	30.5	29.4	---	---
7	34.8	33.0	---	---
8	37.3	34.7	---	---
			Dir. X MODE=0	Dir. Y MODE=1

Nas figuras 9 a 12 são apresentados os 8 primeiros modos não axisimétricos, associados ao parâmetro MODE=1.

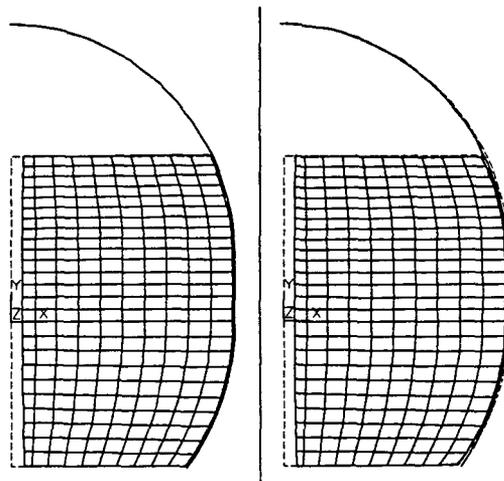
Observe-se a ótima aproximação entre os resultados desta tabela 2 com aqueles da tabela 1 (coluna 3) quando se considera a influência da água segundo a formulação da refer. [2]. Isto evidencia que, mesmo com aproximações, as formulações desta refer. [2] fornecem bons resultados para uma primeira estimativa de frequências de estruturas complexas de casca.



FIGURAS 7a e 7b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 3 e 4 - AXISIMÉTRICO



FIGURAS 8a e 8b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 5 e 6 - AXISIMÉTRICO



FIGURAS 9a e 9b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 1 e 2 - NÃO-AXISIMÉTRICO

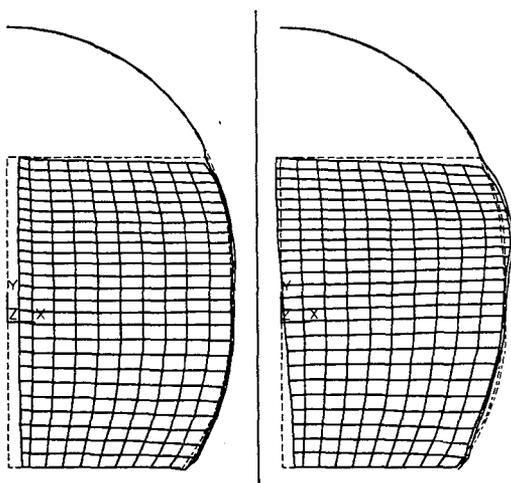
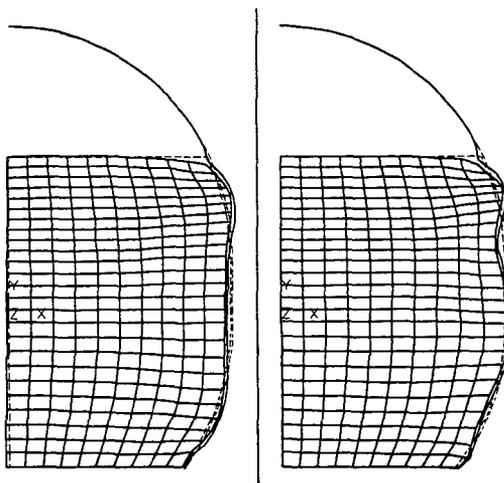
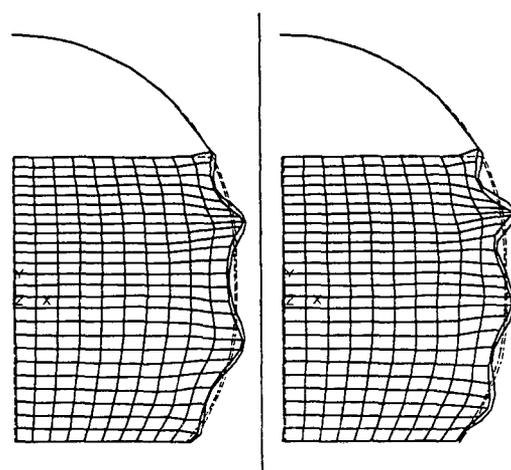


FIGURA 10a e 10b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 3 e 4 - NÃO-AXISIMÉTRICO



FIGURAS 11a e 11b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 5 e 6 - NÃO-AXISIMÉTRICO



FIGURAS 12a e 12b: MODELO 'COM ÁGUA'  
MODOS 7 e 8 - NÃO-AXISIMÉTRICO

#### FREQUÊNCIAS DE "SLOSHING"

Na refer. [5] é apresentada uma formulação em elementos finitos para a análise de "sloshing" em fluidos. No presente trabalho se visa obter a ordem de grandeza da frequência de "sloshing". Assim como uma primeira abordagem para a determinação de frequências do líquido foram feitas 2 avaliações, baseadas na seção 13 da refer. [2]: 1) ondas em tanque de profundidade constante (mais próxima da geometria do tanque sob análise) e 2) em tanques de profundidade variável.

Profundidade Constante - Existem 2 casos para esta hipótese: tanque profundo e tanque raso. Dadas as dimensões da geometria analisada verifica-se que se está no primeiro caso e as frequências de "sloshing", para os primeiros 4 modos variam entre 0.22 e 0.37 Hz.

Profundidade Variável - Adotando-se uma geometria esférica para o tanque e valores extremos para a relação H/R (profundidade/raio da seção) tem-se que as frequências de "sloshing" variam entre 0.16 e 0.36 Hz.

Comparando-se os dois casos acima pode-se afirmar que a frequência de "sloshing" está em cerca de 0.3 Hz.

## CONCLUSÕES

Os resultados obtidos com as formulações "de casca" e "casca+fluido" mostram que as primeiras 4 frequências da estrutura sem água estão entre 36 e 75 Hz enquanto que com água estes valores caem para cerca de 4 a 16 Hz. Os fatores de "added mass" para este caso são da ordem de grandeza da massa contida no tanque. A frequência de "sloshing" é da ordem de 0.3 Hz.

As frequências da estrutura com água estão na faixa de amplificação de uma excitação sísmica típica e portanto deverá ser realizada uma análise sísmica para garantir a integridade da mesma.

## REFERÊNCIAS

[1] Miranda, C. A. J. - "Interação Fluido-Estrutura - Estudo Comparativo Entre Modelos com Elementos de Casca com "Added Mass" e Modelos com Elementos Finitos Sólidos e de Fluido 2-D Axisimétricos". XI Congresso Latino-Ibero-Americano Sobre Métodos Computacionais Para Engenharia, OUT/90.

[2] Blevins, R. - "Formulas for Natural Frequency and Mode Shape", Van Nostrand R. Co., 1979.

[3] Kreith, F. - "Principi di trasmissione del Calore", App. III, Liguori Editore, 1974 (Tradução para o italiano da 3ª edição americana).

[4] ANSYS, Versão 4.4A, "User's Manual"-DeSalvo, G.J. e Dorman, R.W., 1989

[5] Tokuda, N., Sakurai, T. e Teraoku, T. - "A Sloshing Analysis Method Using a General Purpose FEM Structural Analysis Code". ASME/PVP Conference, Vol. 258, 1993, pp. 201.

## ABSTRACT

This work presents the frequencies evaluation of a tank partially filled with water and no stiffeners. The tank is formed by two hemispherical shells connected by a cylindrical part. The lower part is partially buried into the base.

Harmonic finite element models were developed for this study for two different cases: one not considering the presence of water and another taking it into account. For the former, axisymmetric shell elements were used and the effect of the water on the frequencies was achieved from the analysis by added mass factors. These factors, as well the formulation used to obtain the sloshing frequencies, were obtained from technical references.

The results of the two models show that the added mass, for this case, have the order of magnitude of the contained water mass. Furthermore the frequencies of the fluid filled shell are in the seismic amplification zone for a typical seismic excitation. Due to that a careful seismic analysis should be performed to assure the integrity of the tank.