INIS-mf--7658

BR8206510

ANAIS PROCEEDINGS

COBEM 81

VI CONGRESSO BRASILEIRO DE ENGENHARIA MECANICA

RIO DE JANEIRO, 15 – 18 de dezembro de 1981

TRABALHO PAPER N.º D-30 P.P. 297 - 305 PUC/RJ

CONDUÇÃO DE CALOR EM ELEMENTOS COMBUSTÍVEIS COM CONDIÇÕES DE CONTORNO VARIANDO COM O TEMPO

Artur José Gonçalves Faya

Pesquisador

Centro de Engenharia Nuclear - IPEN - São Paulo, SP

José Rubens Maiorino

Pesquisador

Centro de Engenharia Nuclear - IPEN - São Paulo, SP

SUMÁRIO

Um método de solução de problemas de valor no contorno com dependência temporal nas condições de contorno é aplicado na resolução de um problema de condução de calor em elementos combustíveis tipo placa com coeficiente de transferência de calor variável com o tempo. Os resultados numéricos apresentados demonstram a viabilidade do método na solução desta classe de problemas .

SUMMARY

A method for the solution of boundary-value problems with variable boundary conditions is applied to solve a heat conduction problem in a plate-type fuel element with time dependent film coefficient. The numerical results show the feasibility of the method in the solution of this class of problems .

1. Introdução

Problemas de condução de calor em condições de transientes podem ser resolvidos por técnicas usuais da Física-Matemática |1|, tais como , separação de variáveis, transformadas integrais, etc., ou por técnicas numéricas. Entretanto, existe uma grande classe de problemas nos quais as condições de contorno variam com o tempo, em que é impossível a aplicação das técnicas acima, em virtude dos autovalores e autofunções associadas ao problema serem, também, funções do tempo. Exemplos dessa situação aparecem em vários ramos da Física e Engenharia : (i) condução de calor num sólido sujeito a condições de contorno convectivas dependentes do tempo; (ii) moderação e termalização de nêutrons com condições de contorno dependentes da energia; (iii) difusão de massa com fronteiras móveis |2|, etc .

Recentemente, Özisik e Murray |3| introduziram um método de solução para esta classe de problemas, o qual é uma extensão do método da transformada integral. No presente trabalho, aplica-se esta técnica a um problema de condução de calor em elementos combustíveis tipo placa refrigerados por um fluido, com coeficiente de transferência de calor convectivo variável no tempo. Uma situação típica de interesse é o transiente em que a refrigeração do circuito primário torna-se deficiente em virtude de falha de bomba. Tal fato pode implicar em condições de fluxo crítico de calor em reatores refrigerados por água sendo, portanto, de relevância na análise de acidentes de reatores nucleares .

Neste trabalho apresenta-se uma descrição do desenvolvimento analítico aplicado a este problema particular .

2. Análise

Considere um elemento combustível tipo placa plana sem encamisamento refrigerado lateralmente por um fluido monofásico com uma distribuição de temperatura no estado estacionário. Suponha que as condições do escoamento do fluido são perturbadas resultando numa variação temporal do coeficiente de transferência de calor convectivo. A distribuição de temperatura no combustível nessa situação é descrita por :

$$\frac{\partial^2 T(x,t)}{\partial x^2} + \frac{q'''}{k} = \frac{1}{\alpha} \frac{\partial T(x,t)}{\partial t} , \qquad (1)$$

com as condições de contorno e inicial dadas por

$$\left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=0} = 0, \qquad (2)$$

$$k \left.\frac{\partial T}{\partial x}\right|_{x=L} + h\,(t)\; T\,(L,t) = 0 \qquad (3)$$

e

$$T(x,0) = f(x),$$

respectivamente. Aqui $T(x,t)$ representa a variável temperatura, q''' a densidade de potência, k o coeficiente de condutividade térmica do combustível, L a meia espessura da placa de combustível, α a difusividade térmica do combustível, $f(x)$ a distribuição de temperatura no estado estacionário e $h(t)$ a variação temporal do coeficiente de transferência de calor. Supõe-se que as propriedades físicas e a densidade de potência são constantes.

Para a aplicação do método de Özisik e Murray |3| é conveniente adimensionar as equações acima. Para tanto define-se as seguintes variáveis adimensionais .

$$x^* = x/L,$$

$$t^* = \alpha t/L^2,$$

$$T^* = kT/q'''L^2,$$

e o número de Biot, $Bi(t)$, dado por

$$Bi(t) = h(t)\; L/k\; .$$

Com essas definições as equações (1) a (4) tornam-se

$$\frac{\partial^2 T^*}{\partial x^{*2}} + 1 = \frac{\partial T^*}{\partial t^*} \qquad (5)$$

com

$$\left.\frac{\partial T^*}{\partial x^*}\right|_{x^*=0} = 0. \qquad (6)$$

$$\left[\frac{\partial T^*}{\partial x^*} + Bi(t^*)\; T^*\right]_{x^*=1} = 0 \qquad (7)$$

$$T^*(x^*,0) = f(x^*) \qquad (8)$$

No método em questão deve-se inicialmente resolver o seguinte problema de autovalores associado :

$$\frac{d^2\psi_m(x^*;t^*)}{(dx^*)^2} = -\lambda_m(t^*)\; \psi_m(x^*;t^*) \qquad (9)$$

com as condições de contorno

$$\left.\frac{d\psi_m}{dx^*}\right|_{x=0} = 0 \qquad (10)$$

e

$$\left[\frac{d\psi_m}{dx^*} + Bi(t^*)\psi_m\right]_{x^*=1} = 0 \qquad (11)$$

Note que as autofunções ψ_m (x^*,t^*) e autovalores λ_m dependem paramétri - camente da variável tempo, sendo dadas por

$$\psi_m(x^*;t^*) = \cos\left[\lambda_m(t^*)\; x^*\right] \qquad (12)$$

e os autovalores obtidos como solução de

$$\lambda_m(t^*)\; \tan\left[\lambda_m(t^*)\right] = Bi(t^*) \qquad (13)$$

Portanto seguindo o clássico método de transformadas integrais a distribuição de temperatura pode ser escrita como

$$T^*(x^*,t^*) = \sum_m^{\infty} K_m(x^*;t)\; \bar{T}_m\; (t^*) \qquad (14)$$

onde $\bar{T}_m(t^*)$ é a transformada de $T^*(x^*,t^*)$, sendo dada por

$$\bar{F}_m(t^*) = \int_0^1 K_m\ (x^*;t^*)\ T(x^*,t^*)\ dx^*, \tag{15}$$

e as autofunções normalizadas, $K_m(x^*;t^*)$, por

$$K_m(x^*;t^*) = \frac{\psi_m(x^*;t^*)}{N_m(t^*)} = \frac{\cos\left[\lambda_m\ (t^*)\ x^*\right]}{N_m(t^*)} \tag{16}$$

onde o fator de normalização

$$N_m(t^*) = \int_0^1 \psi_m^2\ (x^*;t^*)\ dx^*, \tag{17}$$

pode ser obtido da expressão

$$N_m(t^*) = \frac{1}{2} + \frac{1}{4\ \lambda_m(t^*)}\ \sin\left[2\lambda_m(t^*)\right] \tag{18}$$

Seguindo o método de Özisik e Murray pode-se mostrar que as transformadas das distribuições adimensionais são soluções do seguinte sistema de equações diferenciais acopladas :

$$\frac{d\bar{F}_m}{dt^*} + \lambda_m^2\ \bar{F}_m - \sum_n^{\infty} B_{mn}\ \bar{F}_n = A_m \tag{19}$$

$$m = 1,\ 2,\ 3,\ \ldots,\ \infty$$

onde

$$A_m(t^*) = \int_0^1 K_m(x^*;t^*)\ dx^* \tag{20}$$

e

$$B_{mn}(t^*) = \int_0^1 K_m(x^*;t^*)\ \frac{\partial K_m(x^*;t^*)}{\partial t^*}\ dx^* \tag{21}$$

resultando

$$A_m\ (t^*) = \frac{\sin\lambda_m}{\lambda_m\sqrt{N_m}} \tag{22}$$

e

$$B_{mn} = \frac{1}{2} N_m^{-1/2} N_n^{-1/2} \frac{d(Bi)}{dt^*} \left[\lambda_n \sec^2 \lambda_n + \tan \lambda_n\right]^{-1}$$

$$x\left[\frac{\sin(\lambda_m+\lambda_n)}{(\lambda_m+\lambda_n)^2} - \frac{\cos(\lambda_m+\lambda_n)}{\lambda_m+\lambda_n} + \frac{\sin(\lambda_n-\lambda_m)}{\lambda_n-\lambda_m} - \frac{\cos(\lambda_n-\lambda_m)}{\lambda_n-\lambda_m}\right] \quad (23)$$

Portanto, solucionando-se o sistema de equações representado por (19) por uma técnica conveniente a distribuição de temperatura adimensional pode ser obtida através da equação (14) .

3. Resultados numéricos

Com o intuito de ilustrar numericamente o método aqui descrito , considera-se nesta secção um transiente em que o coeficiente de transferencia de calor é função do tempo. Uma situação típica em que este fenômeno ocorre é no acidente de perda de vazão de refrigerante resultante, por exemplo, de falha de bomba no circuito primário. Conforme descrito por Tong e Weisman |4| em tal acidente a velocidade no refrigerante varia de acordo com

$$V(t) = V_o \ (KV_o t + 1)^{-1}$$

onde V_o é a velocidade do fluido refrigerante antes do acidente ocorrer e K uma constante que depende do canal de refrigeração e tipo de fluido refrigerante. Usando o fato conhecido que h é proporcional a potência 0.8 do número de Reynolds e, portanto,da velocidade do refrigerante, pode-se descrever a dependência temporal do número de Biot por

$$Bi(t) = Bi(0) \ (KV_o t + 1)^{-0.8}$$

Aqui considerou-se como valores típicos |4| para o canal quente de um reator tipo PWR, $K = 0,27\ cm^{-1}$ e $V_o = 5$ m/s. Desta forma todas as grandezas necessárias para a solução do sistema de equações diferenciais acopladas, podem ser encontradas pelas equações descritas na secção 2 . O sistema de equações diferenciais foi solucionado pelo método de Euler modificado |5| .

Na Figura 1 ilustra-se a distribuição de temperatura , para diferentes valores da variável tempo, obtida pela aproximação de ordem 3 , i.e., considerou-se apenas as tres primeiras equações do sistema dado por (19). A Tabela 1 mostra o comportamento da temperatura central em

Tabela 1

Temperatura Central, T* (0,t*), para as várias ordens da aproximação

Tempo Adimensionado t^*	Ordem da aproximação 1	2	3
0	0.867	0.848	0.851
0.4	0.877	0.865	0.867
0.8	0.932	0.921	0.923
1.2	1.007	0.996	0.998
1.6	1.094	1.079	1.081
2.0	1.176	1.166	1.168

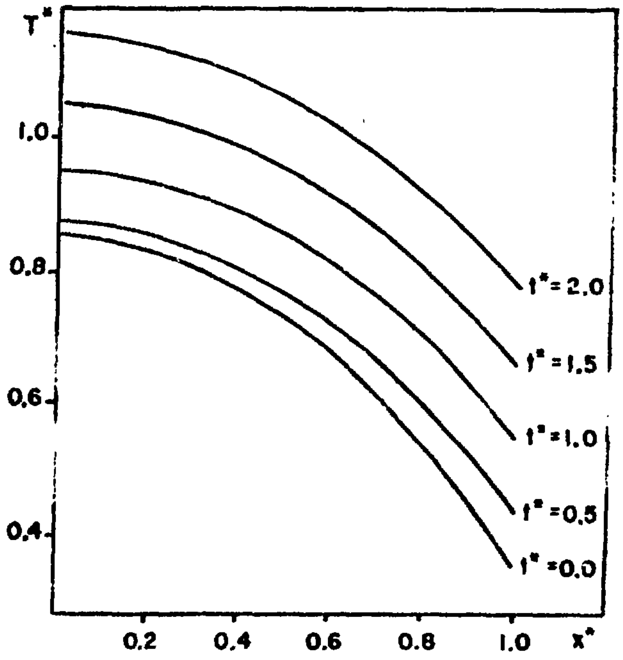

Figura 1 - Distribuição de temperatura no elementos combustíve função do tempo para as tres primeiras ordens da aproximação. Como era de se esperar a harmônica de ordem 3 pouco contribui ao valor da temperatura.

Deve-se ressaltar que na solução numérica do sistema de equações a escolha do incremento de tempo dependerá da ordem de aproximação. Òbviamente deve-se cuidar para que o incremento seja substancialmente inferior ao período da harmônica de ordem superior para evitar problemas de estabilidade numérica .

4. Conclusão

A aplicação do método proposto por Özisik e Murray no problema aqui apresentado levou a obtenção de resultados satisfatórios com o uso de baixas ordens de aproximação tornando o método atrativo sob o ponto de vista computacional. Assim no IBM-370/155 usou-se 29 milisegundos/intervalo de tempo/aproximação, sem qualquer preocupação de se otimizar o programa. Para a aplicação do método em problemas "realísticos" e uma melhor avaliação de sua competitividade, torna-se imperativo extende-lo a outras geometrias, incluir o encamisamento, incluir a dependência da condutividade têrmica com a temperatura e também permitir que a densidade de potência varie espacial e temporalmente. Por outro lado, a única limitação do método, no que diz respeito a precisão numérica, reside na solução do sistema de equações diferenciais acopladas e, em "teoria", poder-se-ia obter soluções exatas aumentando-se a ordem da aproximação . Portanto o método deve ser considerado de grande valia como padrão para a verificação de métodos aproximados .

REFERÊNCIAS

|1| Morse, P.M. & Feshbach., Methods of Theoretical Physics, MacGraw Hill, New York, (1953) .

|2| Bogado, L.S., Özisik, M.N., & Verghese, K., On the Solution of Linear Difusion Problems in Media with Moving Boundaries. Nucl. Sci. Engng. 76, 345, (1980) .

|3| Özisik, M.N., & Murray, R.L., On the solution of Linear Difusion Problems with Variable Boundary Condition Parameters, Journal of Heat Transfer, 96, 48, (1974) .

|4| Tong, L.S., & Weisman, J., Thermal Analysis of Pressurized Water Reactors, American Nuclear Society, La Grange Park, Illinois (1979) .

|5| Carnahan, B., Luther, H.A., & Wilkes, J.O., Applied Numerical Methods, John Wiley & Sons, Inc., New York, (1969) .