CÁLCULO DE REATORES EM MALHAS GROSSAS PELA TÉCNICA DE ELEMENTOS FINITOS APLICADA AO MÉTODO DE MATRIZ RESPOSTA

HORÁCIO NAKATA
CENTRO DE ENGENHARIA NUCLEAR
ÁREA DE FÍSICA DE REATORES
INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
SÃO PAULO - SP

WILLIAM R. MARTIN
UNIVERSITY OF MICHIGAN
MICHIGAN U.S.A.

RESUMO

O método de elementos finitos é aplicado na solução da formulação modificada do método de matriz resposta para efetuar cálculos de reatores em malhas grossas obtendo-se resultados satisfatórios com tempo de processamento bastante reduzido. O método é aplicável a problemas onde heterogeneidade são dominantes e também a problemas de evolução em malhas grossas, onde a taxa de queima é variável dentro de uma mesma malha grossa, fazendo com que a seção de choque varie espacialmente com a evolução. (autor).

SOLUÇÃO DO MÉTODO DE MATRIZ RESPOSTA PARA TÉCNICA DE ELEMENTOS FINITOS

INTRODUÇÃO

No presente trabalho o método de elementos finitos é aplicado na solução da formulação modificada do método de matriz resposta para efetuar um cálculo de malhas grossas com resultados satisfatórios.

A idéia básica do método é construir para cada malha grossa (da ordem do elemento de combustível), dois tipos de matrizes resposta através da utilização do método de elementos finitos resolvendo o problema de fonte fixa, com aproximação de teoria de difusão, sujeita à condição de contorno de corrente incidente arbitrária na superfície da malha grossa. A primeira matriz resposta fornece a corrente parcial emergente devida à difusão da corrente parcial incidente e a segunda a corrente parcial emergente difundindo da fonte existente dentro da malha. Essas matrizes resposta são projetadas sobre funções bases independentes e a solução global é obtida através do balanceamento das correntes parciais definidas sobre essas funções base. As transformações entre distribuições de corrente local e global (e vice-versa) são efetuadas no processo de iteração global, produzindo a distribuição de corrente global que leva em conta as heterogeneidades locais que são capazes de serem resolvidas pelas malhas finas usadas para o cálculo da matriz resposta, mas que são possíveis de serem resolvidas pela malha no cálculo global. A utilização do método de elementos finitos para implementar o método de matriz resposta permite a inclusão de seções de choque variáveis espacialmente, contribuindo para melhoria do cálculo de burn-up. Quantidades locais tais como fluxo e densidade de potência são definidas explicitamente sobre todo o núcleo mesmo em elementos heterogêneos (ex: buracos de água ou barras de veneno queimável) pelo método de elementos finitos nos cálculos locais. Ademais o uso de dois tipos de matrizes resposta, para correntes e fontes, permite o tratamento de problemas de multigrupo pelas técnicas convencionais.

MÉTODO DE MATRIZ RESPOSTA

A formulação do método de matriz resposta apropriada para ser implementada por elementos finitos é descrita abaixo seguindo a formulação convencional de Weisse Lindahl (3).

O domínio V do problema é subdividido em N subdomínios Vi, i=1.., N, que serão chamadas de malhas grossas. Cada malha grossa é limitada por superfície S_i com vetor normal $\underline{n}$ $(\underline{r}_s)$, onde $\underline{r}_s$ é a posição do vetor sobre S_i.

É assumido que é conhecida a solução da equação não homogênea de difusão

$$D_i \nabla^2 \phi_i - \Sigma_{a_i} \phi_i + Q_i = 0 \qquad , i = 1, \dots, N$$

dentro do módulo V_i sujeito à condição de contorno sobre S_i, correspondente à irradiação por corrente arbitrária J_i^- $(\underline{r}_s)$. A corrente parcial emergente J_i^+ $(\underline{r}_s)$ em S_i pode ser obtida através da solução do fluxo de neutrons.

Devida à linearidade da equação de difusão, a dependência de J_i^+ $(\underline{r}_s)$ a J_i^- $(\underline{r}_s)$ e Q_i $(\underline{r}_s)$ pode ser expressada pela transformação linear

$$J_i^+(\underline{r}_s) = \oint_{S_i} R_i^s(\underline{r}_s' \to \underline{r}_s) J_i^-(\underline{r}_s) d\underline{r}_s' + \int_{V_i} R_i^V(\underline{r} \to \underline{r}_s) Q_i(\underline{r}) d\underline{r} \tag{1}$$

onde $R_i^s(\underline{r}_s' \to \underline{r}_s)$ é a função de Green da corrente parcial devida à difusão de corrente incidente,

$R_i^V(\underline{r} \to \underline{r}_s)$ é a função de Green devida à difusão de neutrons produzidos dentro de V_i (ex: auto espalhamento, fissão ou fonte externa),

$Q_i(\underline{r})$ é a produção de neutrons dentro de V_i

Definindo-se $H_{ij}(\underline{r}_s' \to \underline{r}_s)$ como a probabilidade de que um neutron deixando a superfície S_j chegue até à superfície S_i, temos a equação de compatibilidade,

$$J_i^-(\underline{r}_s) = \sum_{j=1}^{N} H_{ij}(\underline{r}_s' \to \underline{r}_s) J_j^+(\underline{r}_s') \qquad , i = 1, \dots, N \tag{2}$$

O fluxo de neutrons dentro da malha grossa V_i é dada por

$$\Phi_i(\underline{r}) = \oint_{S_i} M_i^s(\underline{r}_s \to \underline{r}) J_i^-(\underline{r}_s) d\underline{r}_s + \int_{V_i} M_i^V(\underline{r}' \to \underline{r}) Q_i(\underline{r}') d\underline{r}', \; i = 1, \dots, N, \tag{3}$$

onde $M_i^s(\underline{r}_s \to \underline{r})$ e $M_i^V(\underline{r}' \to \underline{r})$ são funções de Green devidas à corrente incidente e fonte de neutrons, respectivamente.

Expandindo as correntes parciais, o fluxo e a fonte das Equações (1) - (3) em polinômios base válidos para todo o domínio do problema, obtemos as equações matriciais $\underline{J}_i^+ = \underline{\underline{R}}_i^s \cdot \underline{J}_i^- + \underline{\underline{R}}_i^V \underline{Q}_i$, $\underline{J}_i^- = \sum_{j=1}^{N} \underline{\underline{H}}_{ij} \cdot \underline{J}_j^+$

e $\quad \underline{\Phi}_i = \underline{\underline{M}}_i^s \cdot \underline{J}_i^- + \underline{\underline{M}}_i^V \cdot \underline{Q}_i \quad ; i = 1, \dots, N.$

Uma representação compacta das equações matriciais pode ser obtida definindo os seguintes vetores e matrizes :

$$\underline{J}^{\pm} = col\,(\underline{J}_1^{\pm}, \underline{J}_2^{\pm}, \dots, \underline{J}_N^{\pm})$$

$$\underline{\Phi} = col\,(\underline{\Phi}_1, \underline{\Phi}_2, \dots, \underline{\Phi}_N)$$

$$\underline{Q} = col\,(\underline{Q}_1, \underline{Q}_2, \dots, \underline{Q}_N)$$

e $\underline{\underline{R}}^s, \underline{\underline{R}}^V, \underline{\underline{M}}^s, \underline{\underline{M}}^V, \underline{\underline{H}}$ ≡ matriz bloco N x N com elementos $\underline{\underline{R}}_i^s, \underline{\underline{R}}_i^V, \underline{\underline{M}}_i^s, \underline{\underline{M}}_i^V, \underline{\underline{H}}_{ij}$ respectivamente.