

# Estudo do regime de acoplamento de modos passivo em lasers de Nd por absorvedores saturáveis lentos

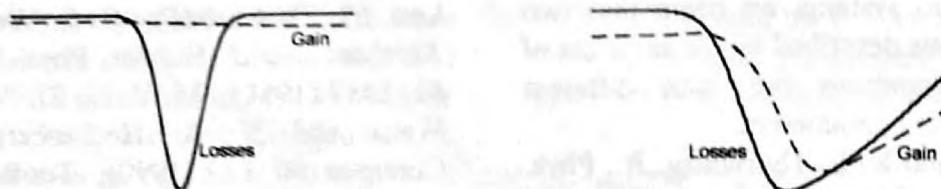
Edison Puig Maldonado e Nilson Dias Vieira Junior  
IPEN/CNEN-SP - MMO - C.P.11049, CEP 05422-970 - São Paulo-SP

## Resumo

Utilizando o modelo analítico clássico para o regime de acoplamento de modos por absorvedores saturáveis lentos, demonstramos a possibilidade de obtenção desse regime em lasers de Nd:YLF ( $\sigma_E \sim 3 \cdot 10^{-19} \text{ cm}^2$ ) com o uso de absorvedores saturáveis de LiF:F<sub>2</sub><sup>-</sup>, mesmo para cavidades de comprimento curto (1,5 m). Também é demonstrada a razão desse regime ter sido usualmente obtido apenas para comprimentos longos do ressonador (30 m).

## Introdução

A obtenção do regime de acoplamento de modos (ML) por ação de um absorvedor saturável depende, em uma primeira análise, do tempo de resposta do elemento não-linear utilizado. Duas técnicas de acoplamento de modos por absorvedores saturáveis são comumente usadas: acoplamento de modos por um absorvedor saturável rápido ou acoplamento de modos por um absorvedor saturável lento. Em ambos os casos, as condições de operação devem ser tais que o ganho líquido do laser possua uma, e apenas uma, janela temporal de ganho líquido positivo em um período do ressonador, como esquematizado na figura 1.



a) ML por absorvedor saturável rápido

b) ML por absorvedor saturável lento

Figura 1) Técnicas de ML passivo. O intervalo de variação do ganho é comparável à duração do pulso óptico

No caso de não-linearidades ressonantes o modelo é o de ML por absorvedor saturável lento, pois o tempo de resposta típico de um absorvedor saturável real é, em geral, muito maior que a largura temporal dos pulsos gerados.<sup>[1]</sup> Este regime raramente foi obtido em lasers de Nd (e na maioria dos outros lasers de estado sólido), devido à instabilidade de tais lasers na presença de oscilações de relaxação.<sup>[2]</sup> Lasers de Nd:YLF, têm tempo de relaxação longo (comparado com períodos típicos de oscilação no ressonador,  $\sim 10^{-8}$  s), da ordem de  $10^{-4}$  s, e seção de choque de emissão estimulada pequena (comparada com dye lasers, por exemplo), da ordem de  $10^{-19} \text{ cm}^2$ . Demonstrou-se a obtenção desse regime em lasers c.w. de Nd, apenas para sistemas onde a absorção inicial do absorvedor saturável é muito pequena e utilizando-se ressonadores longos (dezenas de m). Iremos analisar o caso da geração de acoplamento de modos passivo, utilizando-se cristais de LiF com centros de cor F<sub>2</sub><sup>-</sup> como absorvedores saturáveis, em lasers contínuos de Nd:YLF.

## Teoria<sup>[2,3]</sup>

Modelo para o absorvedor saturável lento e meio de ganho: Para esses meios, temos:

$$L_A(t) = L_A^0 \cdot e^{-\frac{E(t)}{E_A}} \quad ; \quad \Gamma(t) = \Gamma^0 \cdot e^{-\frac{E(t)}{E_L}} \quad (1)$$

onde  $L_A(t)$  é a perda logarítmica por duplo-passo do absorvedor,  $E_A = h\nu_0 A_A / \sigma_A$  é a energia de saturação do absorvedor,  $\Gamma(t)$  é o ganho logarítmico por duplo passo,  $E_L = h\nu_0 A_L / \sigma_L$  é a energia de saturação do meio laser. A condição de equilíbrio para o ganho é dada por  $[\Gamma^0 - \Gamma^0] \cdot \exp(-E_P/E_L) \cdot \exp(-T_R/\tau) = \Gamma^0 - \Gamma^0$ , onde:  $E_P$  é a energia total do pulso,  $\tau$  é o tempo de vida do nível laser superior,  $\Gamma^0$  é o ganho máximo do meio laser e  $T_R$  é o período do ressonador.

Condição de autoconsistência do regime: Considerando a amplitude do pulso óptico,  $v(t)$ , que realiza uma viagem completa no ressonador, temos, em primeira ordem:

$$\left( g_T(t) + \frac{1}{\Delta\omega_c^2} \frac{d^2}{dt^2} - \frac{\delta}{\Delta\omega_c} \frac{d}{dt} \right) v = 0 \quad (2)$$

onde utilizou-se as grandezas normalizadas:  $g(t) = \Gamma(t)/L$  ;  $q(t) = L_A(t)/L$  ;  $\delta = \Delta\omega_c \tau / L$  ( $L$  é a perda logarítmica duplo-passo da cavidade laser), e onde  $g_T(t) = g(t) - q(t) - 1$  é o ganho total (ou líquido) do laser.

**Solução:** Introduzindo (1) em (2), e expandindo os fatores:  $e^{-E/EL}$  até 1ª ordem e  $e^{-E/EA}$  até 2ª ordem:

$$v(t) = \sqrt{V_0 E_A / 2\tau_P} / \cosh(t/\tau_P) \quad (3)$$

onde  $V_0 = E_P / E_A$ . Como  $E(t) = \int^t |V(t)|^2 dt$ , temos:  $E(t) = E_A (V_0/2) [1 + \tanh(t/\tau_P)]$ . Substituindo esta solução na equação (2) e igualando os coeficientes das três funções hiperbólicas, pode-se determinar as três incógnitas do problema:  $V_0$ ,  $\tau_P$ , e  $\delta$ . A equação para  $V_0$  obtida com este procedimento é:

$$-(1 + q_0 - g^{(0)}) + (q_0 - g^{(0)}/s) \frac{V_0}{2} - \frac{3}{16} q_0 V_0^2 = 0 \quad (4)$$

**Condições de limite para o regime:** Utilizando a expressão (1), expandindo os fatores:  $e^{-E/EL}$  até 1ª ordem e  $e^{-E/EA}$  até 2ª ordem, e definindo a energia do pulso normalizada:  $U(t) \equiv E(t) / E_A$ , temos para o ganho total:

$$g_T(U) = -(1 + q_0 - g^{(0)}) + (q_0 - g^{(0)}/s) U - \frac{1}{2} q_0 U^2 \quad (5)$$

onde  $s \equiv E_L / E_A$ . O sistema deve oferecer um ganho positivo durante a passagem do pulso, isto é, o coeficiente  $(q_0 - g^{(0)}/s)$  deve ser positivo. O ganho líquido deve ser negativo antes e depois da passagem do pulso. Assim, a energia total do pulso deve satisfazer os critérios:  $g_T(0) = g^{(0)} - 1 - q_0 \leq 0$  e  $g_T(V_0) \leq 0$ . Considerando as soluções de (4) para a energia do pulso, o limite inferior é dado por:

$$V_0 = (8/3) [1 - g^{(0)}/(s \cdot q_0)] \quad (6)$$

O limite superior é:

$$V_0 = (8/5) [1 - g^{(0)}/(s \cdot q_0)] \quad (7)$$

No limite inferior, o ganho inicial é dado diretamente por:  $g^{(0)} = 1 + q_0$ . No limite superior, o ganho inicial é obtido através da substituição de (7) em (5):

$$\frac{16}{50} [q_0 - g^{(0)}/(s \cdot q_0)]^2 - (1 + q_0 - g^{(0)}) = 0 \quad (8)$$

Assim, pôde-se definir limites para a estabilidade do regime de pulso único, na forma de curvas no plano  $(g_0 \times q_0)$ . Uma expressão para a largura temporal dos pulsos,  $\tau$ , pode ser obtida utilizando-se o mesmo procedimento que levou à equação (4). Assim:

$$\tau_P = \frac{4}{\Delta\omega_C \cdot V_0 \cdot \sqrt{q_0}} \quad (9)$$

**Condições para o regime auto-iniciado:** Considera-se que a amplitude do campo intracavidade consiste de uma parte constante  $v_s$  e uma perturbação  $\delta v$  que evolui. A parte sem dependência temporal deve obedecer a relação:  $[1 + q_s - g_s] \cdot v_s = 0$ . Usando as formas estacionárias de  $q$  e  $g$ , temos:

$$1 + \frac{q_0}{1 + \frac{P_S \tau_A}{E_A}} - \frac{g_0}{1 + \frac{P_S \tau_L}{E_L}} = 0 \quad (10)$$

$$\text{A perturbação irá crescer se: } \frac{q_0/P_A}{(1 + P_S/P_A)^2 + (2\pi m \tau_A/T_R)^2} > \frac{g_0/P_L}{(1 + P_S/P_L)^2 + (2\pi m \tau_L/T_R)^2} \quad (11)$$

Pode-se eliminar  $P_S$  (potência estacionária, ou média) da equação (11) usando (10), e assim obter-se uma relação entre  $g_0$  e  $q_0$  que consiste na fronteira para a iniciação do regime de acoplamento de modos.

**Presença de oscilações de relaxação:** Considerando a equação fundamental:

$$\frac{d}{dt} \delta P + \frac{1}{\tau_C} [\delta q - \delta g] P_S = 0 \quad (12)$$

Assumindo  $\delta q$  como função instantânea de  $\delta P$ , e assumindo a dependência temporal  $\exp(st)$ , a análise da equação leva à observação de instabilidades ( $\text{Re}[s] > 0$ ) para:

$$\frac{q_0 P_S / P_A}{(1 + P_S / P_A)^2} > (1 + P_S / P_L) \frac{\tau_C}{\tau_L} \quad (13)$$

Substituindo a desigualdade por uma igualdade em (13) obtém-se a equação de uma curva no plano  $g_0 \times q_0$ . O regime de instabilidade é circunscrito pela curva.

Desenvolvemos um programa de computador que fornece graficamente os limites dos regimes obtidos em um sistema laser com absorvedor saturável lento, segundo o modelamento descrito. Assim, uma vez conhecidos os parâmetros do meio laser e do absorvedor, pode-se avaliar a viabilidade do regime de acoplamento de modos passivo, identificando a configuração  $(g_0^* \times q_0^*)$  que satisfaz a autoconsistência, estabilidade e auto iniciação do regime.

### Caso 1: Análise de um resultado da literatura

O regime de acoplamento de modos em um laser contínuo de Nd:YAG com cristais de  $\text{LiF:F}_2^-$  foi experimentalmente obtido somente para comprimentos longos do ressonador ( $\gg 3$  m), se estabelecendo claramente para  $\ell = 30$  m, e para uma absorção inicial do absorvedor saturável de apenas:  $q_0 \approx 0,018$ . Observou-se que mesmo um pequeno desvio desse valor de absorção inicial resulta em uma séria deterioração do regime. Se a absorção inicial é inferior ao valor ótimo, o sistema estabelece o regime contínuo de oscilação (c.w.). Se a absorção inicial é maior, observou-se oscilações de relaxação com nenhuma sub-estrutura de acoplamento de modos.<sup>[4]</sup> Nós realizamos um cálculo dos limites no plano  $g_0 \times q_0$  para um sistema análogo a este, que utiliza um meio ativo de Nd:YLF. Os parâmetros considerados são,  $\lambda_L = 1047$  nm,  $\Delta\lambda_L = 12$  cm<sup>-1</sup>,  $\sigma_L = 3,1 \cdot 10^{-19}$  cm<sup>2</sup>,  $\tau_L = 5,3 \cdot 10^{-4}$  s,  $\sigma_A = 1,7 \cdot 10^{-17}$  cm<sup>2</sup>,  $\tau_A = 6 \cdot 10^{-8}$  s,  $A_L = A_A = 5 \cdot 10^{-3}$  cm<sup>2</sup>. O comprimento de ressonador é  $\ell = 30$  m.

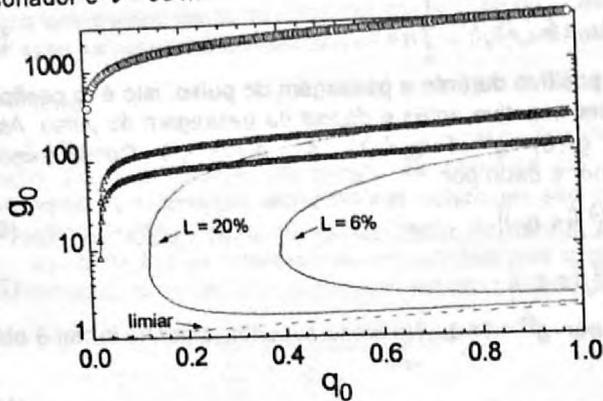


Figura 2) Limites para a geração de acoplamento de modos em um laser de Nd:YLF com absorvedor saturável  $\text{LiF:F}_2^-$ . O comprimento do ressonador é  $\ell = 30$  m. As curvas contínuas circunscrevem a região de oscilações de relaxação (e regime de chaveamento-Q). As curvas com triângulos limitam a região de autoconsistência para a geração de pulsos únicos por acoplamento de modos. A curva com círculos delimita superiormente a região de auto-iniciação do regime.

Como o sistema da referência consiste em um laser c.w. bombeado por lâmpada, os valores de ganho tipicamente atingidos não ultrapassam o valor  $\Gamma_0 \approx 2$ .<sup>[5]</sup> Podemos assumir que as perdas do ressonador são:  $L_0 \approx 0,3$  (10% de perdas por passo e 10% de transmissão do espelho). Assim, o parâmetro  $g_0 = \Gamma_0/L_0$  é limitado a um valor  $g_0 \leq 10$ .

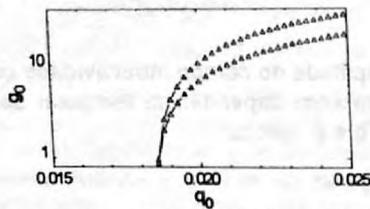


Figura 3) Limites para a geração de acoplamento de modos em um laser de Nd:YLF com absorvedor saturável  $\text{LiF:F}_2^-$ , para um ressonador de comprimento  $\ell = 30$  m (expansão do gráfico da figura 2).

Assim, o valor ótimo experimentalmente encontrado:  $q_0 = 0,018$  é da mesma ordem dos valores teoricamente previstos para o estabelecimento do regime de acoplamento de modos nesse tipo de sistema. O cálculo realizado também demonstra claramente que o regime de acoplamento de modos é extremamente sensível à absorção inicial:  $\Delta q_0 \approx 0,003$ , como verificado. A largura temporal dos pulsos obtidos com esta técnica pode ser estimada utilizando-se a expressão (9). Considerando  $q_0$  igual a 0,02,  $\Delta\omega_C \approx \Delta\omega_L = 12$  cm<sup>-1</sup>,  $V_0$  dado por (6) e  $s = 55$  temos:  $\Delta\omega_L \tau_P \approx 140 \Rightarrow \tau_P \approx 400$  ps. O valor experimental obtido foi  $\tau_P \approx 300$  ps,<sup>[4]</sup> o que demonstra a validade do cálculo acima.

### Caso 2: Projeto de um experimento utilizando-se um ressonador de $\ell = 1,5$ m

O cálculo dos limites para a geração de acoplamento de modos passivo no laser de Nd:YLF com  $\text{LiF:F}_2^-$ , considerando um ressonador de comprimento  $\ell = 1,5$  m, é mostrado na figura 4. A análise comparativa deste resultado com aquele obtido para um ressonador com  $\ell = 30$  m mostra que a diminuição em  $T_R$  leva a três principais efeitos: 1) a região de instabilidade se estende agora por uma área muito maior do plano  $g_0 \times q_0$ , devido ao menor tempo de vida dos fótons no ressonador; 2) as condições de autoconsistência do regime são agora satisfeitas para valores de ganho máximo (proporcional à intensidade de bombeamento) uma ordem de grandeza maiores que no caso anterior, pois o meio laser deve agora recuperar o seu ganho inicial em um período  $T_R$  uma ordem de grandeza menor; 3) a região de auto-iniciação do regime também se estende para valores de ganho uma ordem de grandeza maiores que os anteriores. Este cálculo mostra claramente porque o regime de acoplamento de modos nesse sistema nunca foi obtido para comprimentos curtos do ressonador: os valores de ganho máximo necessários,  $g_0 = \Gamma_0/L_0 \approx 1000$ , são muito superiores àqueles obtidos com bombeamento por lâmpada ou até por configurações típicas com bombeamento colinear. Assim, o uso de  $\text{LiF:F}_2^-$  em lasers contínuos de Nd tem comumente se restringido à obtenção de regimes de chaveamento-Q.

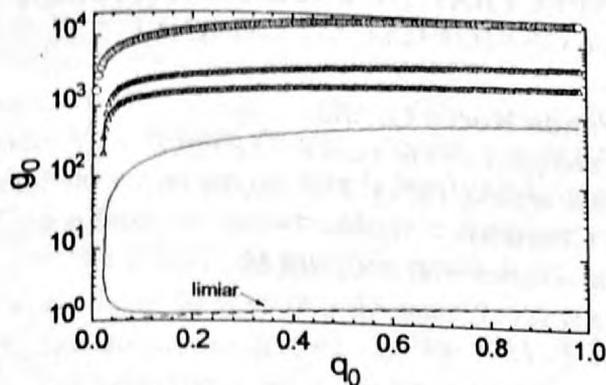


Figura 4) Limites para a geração de acoplamento de modos em um laser de Nd:YLF com absorvedor saturável LiF:F<sub>2</sub><sup>-</sup>. O comprimento do ressonador é  $\ell = 1,5$  m. As curvas contínuas circunscrevem a região de oscilações de relaxação (e regime de chaveamento-Q). As curvas com triângulos limitam a região de autoconsistência para a geração de pulsos únicos por acoplamento de modos. A curva com círculos delimita a região de auto-iniciação do regime (abaixo da curva).

Uma análise teórica do ganho obtido em diferentes configurações de um laser de Nd:YLF bombeado colinearmente por um diodo-laser de comprimento de onda  $\lambda_p = 797$  nm e potência  $P_p = 3$  W, é mostrado na figura 5.<sup>[6]</sup> O eixo horizontal corresponde à cintura do feixe de bombeamento. Considera-se o comprimento do meio ativo:  $\ell = 2 \pi \cdot w_p^2 / \lambda_p$ , e a cintura do feixe de emissão:  $w_0 = (\lambda / \lambda_p)^{1/2} \cdot w_p$ , sendo portanto ambos funções da cintura  $w_p$ .

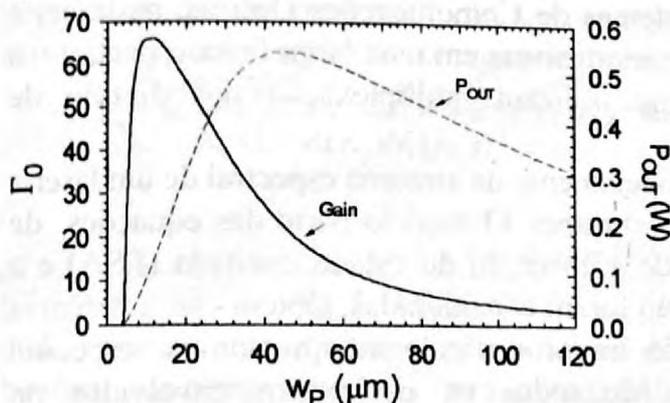


Figura 5) Ganho máximo duplo-passo e potência de saída para um laser de Nd:YLF bombeado colinearmente por laser de diodo, com  $\lambda_p = 797$  nm e potência  $P_p = 3$  W. Para a potência de saída considerou-se um espelho de refletividade  $R = 0,98$ .

Considerando-se que as perdas totais por duplo-passo (perdas passivas + transmissão do espelho) são  $L = 0,06$ , temos que a configuração com  $w_p \approx 20 \mu\text{m}$  é capaz de atingir valores de ganho da ordem de  $10^3$  vezes o valor de perdas. Para uma maior tolerância no valor da absorção inicial do absorvedor saturável, pode-se estender o ressonador para um comprimento  $\ell' \approx 3$  m, permitindo a obtenção do regime para valores de  $q_0$  entre 0,1 e 1. A largura temporal estimada dos pulsos obtidos com esta técnica, considerando  $q_0 = 0,5$ ,  $\Delta\omega_C \approx \Delta\omega_L = 12 \text{ cm}^{-1}$ ,  $s = 5,5$ ,  $A_L = 3 \cdot 10^{-5} \text{ cm}^2$  e  $A_A = 3 \cdot 10^{-4} \text{ cm}^2$ , é:  $\Delta\omega_L \cdot \tau_p \approx 4 \Rightarrow \tau_p \approx 10$  ps.

## Conclusão

Uma análise teórica quantitativa dos parâmetros necessários para o regime de acoplamento de modos por absorvedores saturáveis lentos foi implementada em um programa de computador, permitindo explicar os resultados experimentais obtidos para o laser de Nd:YAG com LiF:F<sub>2</sub><sup>-</sup>, e idealizar um experimento com maior tolerância nos parâmetros, para a obtenção do regime nesse tipo de sistema.

## Agradecimentos

Este trabalho foi apoiado pela Fundação de Amparo à Pesquisa do Estado de São Paulo (FAPESP) (proc. 93/4999-7). O autor Edison Puig Maldonado tem uma bolsa de DR-2 FAPESP (proc. 91/3968-5).

## Referências

- [1] Ippen, E.P.; "Principles of passive mode locking": Appl. Phys. B **58**, p. 159 (1994)
- [2] Hauss, H.; "Parameter Ranges for CW Passive Mode Locking": IEEE J. Quant. Electron. **12** (1976) 169
- [3] Hauss, H.; "Theory of Mode Locking with a Slow Saturable Absorber": IEEE J. Quant. Electron. **11** (1975) 736.
- [4] Kornienko et al; "Mode locking in a cw solid state laser by a filter containing F<sub>2</sub><sup>-</sup> centers": Sov. J. Quant. Electron. **15** (1985) 1566
- [5] Maldonado, E.P.; Nogueira, G.E.C.; Vieira Jr., N.D.; "Determination of the Fundamental Laser Parameters Using an Acousto-Optical Device": IEEE J. Quantum Electron. **29** (1993) 1218
- [6] Maldonado, E.P. and Vieira Jr., N.D.; "Optimization of the active medium length in longitudinally pumped lasers"; Submetido para JOSA B.