

**EFEITOS DE CORRENTEZA SÔBRE POPULAÇÕES DE  
BIOMPHALARIA GLABRATA**

*A. BEZERRA COUTINHO e F. A. BEZERRA COUTINHO*

**PUBLICAÇÃO IEA N.º 230**  
Fevereiro — 1971

**INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA**  
Caixa Postal 11049 (Pinheiros)  
CIDADE UNIVERSITÁRIA "ARMANDO DE SALLES OLIVEIRA"  
SAO PAULO — BRASIL

EFEITOS DE CORRENTEZA SÔBRE POPULAÇÕES DE  
BIOMPHALARIA GLABRATA

A. Bezerra Coutinho e F. A. Bezerra Coutinho

Divisão de Física Nuclear  
Instituto de Energia Atômica  
São Paulo - Brasil

Publicação IEA Nº 230  
Fevereiro - 1971

Comissão Nacional de Energia Nuclear

Presidente: Prof.Dr. Hervásio Guimarães de Carvalho

Universidade de São Paulo

Reitor: Prof.Dr. Miguel Reale

Instituto de Energia Atômica

Diretor: Prof.Dr. Rômulo Ribeiro Pieroni

Conselho Técnico-Científico do IEA

Prof.Dr. José Moura Gonçalves	}	pela USP
Prof.Dr. José Augusto Martins		
Prof.Dr. Rui Ribeiro Franco	}	pela CNEN
Prof.Dr. Theodoreto H.I. de Arruda Souto		

Divisões Didático-Científicas

Divisão de Física Nuclear -  
Chefe: Prof.Dr. José Goldenberg

Divisão de Radioquímica -  
Chefe: Prof.Dr. Fausto Walter de Lima

Divisão de Radiobiologia -  
Chefe: Prof.Dr. Rômulo Ribeiro Pieroni

Divisão de Metalurgia Nuclear -  
Chefe: Prof.Dr. Tharcísio D.S. Santos

Divisão de Engenharia Química -  
Chefe: Lic. Alcídio Abrão

Divisão de Engenharia Nuclear -  
Chefe: Engº Pedro Bento de Camargo

Divisão de Operação e Manutenção de Reatores -  
Chefe: Engº Azor Camargo Penteado Filho

Divisão de Física de Reatores -  
Chefe: Prof.Dr. Paulo Saraiva de Toledo

Divisão de Ensino e Formação -  
Chefe: Prof.Dr. Rui Ribeiro Franco

EFEITOS DE CORRENTEZA SÔBRE POPULAÇÕES DE  
BIOMPHALARIA GLABRATA

A. Bezerra Coutinho\* e F.A. Bezerra Coutinho\*\*

RESUMO

O modelo apresentado em um trabalho anterior (Coutinho and Coutinho - Bulletin of Mathematical Biophysics - 30, 1968 pp. 553-563) é aplicado ao caso mais complicado de rios ou canais de correnteza rápida.

Os resultados obtidos descrevem qualitativamente os fenômenos observados experimentalmente e mostram que o uso de canais artificiais pode ser um método útil, se não único, para o estudo de importantes aspectos da ecologia do *Biomphalaria Glabrata*.

O planorbídeo *Biomphalaria Glabrata* é hospedeiro intermediário da *Schistosomose Mansônica*, que juntamente com as outras Bilhirsioses são consideradas as últimas grandes endemias não controladas da atualidade.

É fato bem conhecido, que existem outros parasitas que usam o *Biomphalaria Glabrata* como hospedeiro intermediário, tal como o *Halipegus Dubius* cujo hospedeiro definitivo é o *leptodactylos accelatus*. Entretanto na maior parte dos casos os hospedeiros definitivos das numerosas formas descritas na literatura são desconhecidos.

Em um trabalho anterior (Coutinho 1968), que doravante nós chamaremos de I, nós estudamos o papel da taxa de infecção por trematódeos em populações de Planorbídeos. Por meio de um modelo esquemático, foi possível calcular tanto a estrutura etária quanto a densidade de população usando a taxa de infecção por tremató

---

\* Faculdade de Medicina da Universidade Federal de Pernambuco.

\*\* Instituto de Energia Atômica, São Paulo, Brasil.

deos e a Biomass density caracterizando o habitat como parâmetros. Mostrou-se também que existe um limite superior para a taxa de infecção por trematódeos, a partir da qual as populações de planorbídeos não podem mais alcançar o equilíbrio estacionário descrito em I e que nós vamos chamar de saturante.

A importância desta última observação vem do fato que a Endemia Schistosomose, só atinge estados calamitosos quando as populações de planorbídeos estão nas condições ótimas que permitem a manutenção destes equilíbrios saturantes. Isto corresponde ao fato já assinalado por Mozley (Mozley 1954) que regiões florescentes de planorbídeos são regiões onde a ocupação humana resultou na expulsão de toda a fauna superior. A ausência dos animais que são portadores de parasitas que usam o *Biomphalaria Glabrata* como hospedeiro intermediário, resulta em um abaixamento das taxas de infecção possíveis e portanto em populações em equilíbrio saturante.

Este fato nos levou a sugerir um método de controle puramente ecológico das populações de Planorbídeos e que consiste em imitar as condições ecológicas naturais, criando um animal que seja hospedeiro definitivo de uma espécie de parasita que use o Planorbídeo como hospedeiro intermediário. Do fato de que os parasitas raramente causam a morte do hospedeiro definitivo, segue-se que a taxa de infecção no habitat é diretamente proporcional ao número de hospedeiros definitivos que usam a mesma. É portanto fácil ver que a criação de uma única espécie de hospedeiros definitivos será certamente suficiente para elevar as taxas de infecção de modo a impedir a manutenção de equilíbrios estacionários saturantes.

A finalidade do presente trabalho é estudar as condições que devem satisfazer um rio ou canal de correnteza rápida, para poder abrigar uma população saturante de *Biomphalaria Glabrata*. Nós veremos que neste caso, devido ao arrasto de caramujos pela

correnteza, as condições são muito mais restritivas que no caso de lagos ou riachos de pequena vazão.

Apesar das complicações matemáticas e experimentais que o problema apresenta é possível como veremos, obter bons resultados qualitativos. Estes resultados fornecem um teste adicional ao modelo apresentado em I e têm importância prática no caso de canais artificiais como veremos no fim deste trabalho.

Consideremos então uma população de planorbídeos, em equilíbrio estacionário, habitando um canal de descarga rápida e seja  $l$  uma abscissa curvilínea traçada ao longo do canal. Nós supomos que a correnteza do canal não varia com o tempo, o que é consistente com o fato da população de Planorbídeos estar em equilíbrio estacionário.

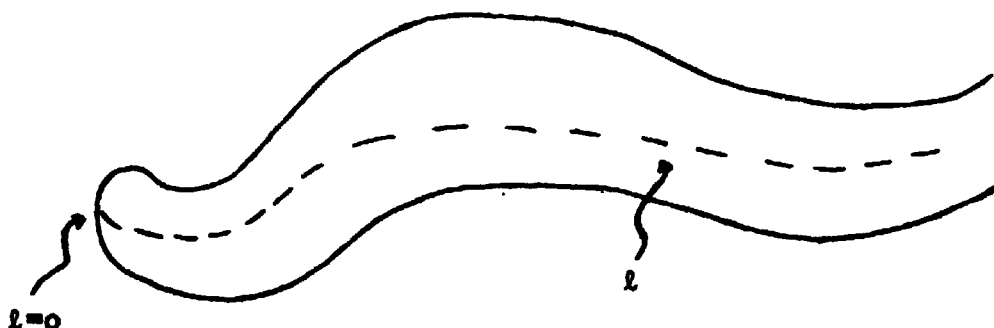


FIGURA 1

Seja então  $N_{T,l} dT dl$  o número de caramujos com idade entre  $T$  e  $T+dT$  que vivem entre  $l$  e  $l+dl$  no canal. Como a população é suposta em equilíbrio estacionário este número não varia com o tempo.

Suponhamos então que em um certo tempo  $t = 0$  nós coloquemos uma marca identificadora em todos os  $N_{T_0,l} dT dl$  planorbídeos, cuja idade está entre  $T_0$  e  $T_0+dT$ . Se nós agora fixarmos atenção apenas nestes planorbídeos, notaremos que seu número variará com o tempo. Vamos chamar  $C(t,l) dT dl$  o seu número em um tempo  $t$ . Como a população está em equilíbrio estacionário, nós teremos

$$C(t, \ell) = N_{T, \ell} \quad \text{para } T = T_0 + t \quad (1)$$

Em um intervalo de tempo elementar  $\partial t$ ,  $C(t, \ell) d\ell dT$  diminui por duas causas:

- i) Uma certa fração  $D\lambda(t, \ell) C(t, \ell) d\ell dT \partial t$  dos planorbídeos morrem.
- ii) Uma certa fração  $Da(t, \ell) C(t, \ell) d\ell dT \partial t$  dos planorbídeos são arrastados pela correnteza, indo encalhar em pontos à jusante de  $\ell$ .

Como os dois eventos, morrer e ser arrastado são independentes mas não se excluem mutuamente, o decréscimo total é

$$- D[\lambda(t, \ell) + a(t, \ell) - \lambda(t, \ell) a(t, \ell)] C(t, \ell) d\ell dT \partial t$$

Na equação anterior  $D$  é uma constante de proporcionalidade de cuja dimensão é a de inverso de tempo (ou idade).

Por outro lado, chegam à região entre  $\ell$  e  $\ell + d\ell$ , planorbídeos provenientes de regiões à montante de  $\ell$  no canal.

Seja  $P(x, \xi)$  a probabilidade de um animal tendo sido arrastado de um ponto  $x$  do canal, vir a encalhar em um ponto situado entre  $x$  e  $x + \xi$ . Logo,  $\frac{\partial P(x, \xi)}{\partial \xi} d\xi$  é a probabilidade do arrasto terminar entre  $x$  e  $x + \xi + d\xi$ . Naturalmente nós devemos ter  $P(x, \infty) = 1$  e  $P(x, 0) = 0$  e portanto  $\int_0^{\infty} \frac{\partial P(x, \xi)}{\partial \xi} d\xi = 1$ .

Seja  $v(x)$  a velocidade média com que o arrasto se faz no ponto  $x$ . Então o tempo gasto em um arrasto começando em  $x$  e terminando em  $\ell$  será

$$\Delta t = \int_x^{\ell} \frac{dx}{v(x)}$$

Portanto o número de planorbídeos que se adicionam em um intervalo de tempo  $\partial t$  à  $C(t, \ell) d\ell dT$ , provenientes da região situada entre  $x$  e  $x + dx$  será

$$D(a(t-\Delta t, x) - \lambda(t-\Delta t, x) a(t-\Delta t, x)) \frac{\partial P(x, \xi=l-x)}{\partial \xi} C(t-\Delta t, x) dx dT dl \Delta t$$

Se nós expandirmos

$$a(t-\Delta t, x) = a(t, x) + \frac{\partial a(t, x)}{\partial t} (-\Delta t) + \dots$$

$$\lambda(t-\Delta t, x) = \lambda(t, x) + \frac{\partial \lambda(t, x)}{\partial t} (-\Delta t) + \dots$$

$$C(t-\Delta t, x) = C(t, x) + \frac{\partial C(t, x)}{\partial t} (-\Delta t) + \dots$$

e supusermos o tempo  $\Delta t$  sempre muito pequeno então nós podemos escrever

$$D(a(t, x) - \lambda(t, x) a(t, x)) \frac{\partial P(x, \xi=l-x)}{\partial \xi} C(t, x) dx dT dl \Delta t.$$

Esta aproximação corresponde a supor desprezível o tempo gasto no arrasto em relação à vida do animal.

O número total de planorbídeos que se adicionam à  $C(t, l) dl dT$  no tempo  $\Delta t$ , provenientes de regiões à montante de  $l$  é então

$$\int_0^l D\{a(t, x) - \lambda(t, x) a(t, x)\} \frac{\partial P(x, \xi=l-x)}{\partial \xi} C(t, x) dx dT dl \Delta t.$$

Podemos portanto escrever

$$\frac{\partial [C(t, l) dl dT]}{\partial t} = - D[\lambda(t, l) + a(t, l) - \lambda(t, l) a(t, l)] C(t, l) dl dT + \int_0^l D\{a(t, x) - \lambda(t, x) a(t, x)\} \frac{\partial P(x, \xi=l-x)}{\partial \xi} C(t, x) dx dl dT + \dots \quad (2)$$

que é uma equação integro-diferencial de primeira ordem.

Mesmo que sejam dados  $\lambda(t, l)$ ,  $a(t, l)$  e  $\frac{\partial P(x, \xi)}{\partial \xi}$  a equação (2) só pode em geral ser resolvida numericamente. Entretanto, como veremos a seguir é possível fazer certas simplificações e então obter uma solução analítica.

Em primeiro lugar é possível escrever  $a(t, l) = a(l)$ , vis



to que a correnteza do rio foi suposta não variar com o tempo e se existe alguma dependência da probabilidade de arrasto com o tempo devido as variações do tamanho do animal esta será necessariamente pequena e portanto pode ser desprezada.

Em segundo lugar vamos supor  $a(l) = a$  e  $P(x, t) = P(\xi)$ . Estas duas simplificações implicam num canal altamente uniforme. São portanto inadmissíveis no caso de rios ou canais naturais mas podem ser verdadeiras pelo menos como primeira aproximação para canais artificiais. Nós voltaremos a este ponto no fim do trabalho.

Nós vamos supor que  $\lambda(t, l) = \lambda(t)$  o que novamente implica em um canal altamente uniforme. Naturalmente, como  $\lambda$  depende da idade  $T$  é uma função de  $t$ . Entretanto a mortalidade associada com larval trematode infecção, a qual é independente da idade, é muito alta nos casos que nos interessa. Nós podemos então supor que ela domina outras causas de morte que dependem da idade, exceto na vizinhança da idade zero, onde observação experimental mostra que a taxa de mortalidade cresce muito. Da mesma maneira que em I, nós vamos então supor que exista uma idade  $T_0$  tal que para  $T > T_0$ ,  $\lambda(t) = \lambda$  independente de  $T$  e que para idades menores que  $T_0$  é feito o controle populacional com mortalidade muito altas, eliminando o excesso de nascimento.

Com estas aproximações nós podemos então escrever a equação (2) na forma

$$\frac{\partial C(t, l)}{\partial t} = -D(\lambda + a - \lambda a) C(t, l) + D(\lambda - \lambda a) \int_0^l \frac{\partial P(\xi = l - x)}{\partial \xi} C(t, x) dx \quad (3)$$

A equação (3) pode ser resolvida analiticamente. Para isto, suponhamos que  $C(t, l)$  seja de ordem exponencial e tomemos a transformada de Laplace da equação (3)

$$\int_0^{\infty} e^{-sl} \frac{\partial C(t, l)}{\partial t} dl = -D(\lambda + a - \lambda a) \int_0^{\infty} e^{-sl} C(t, l) dl + D(a - \lambda a) \int_0^l e^{-sl} dl \int_0^l C(t, x) \frac{dP(\xi = l - x)}{d\xi} dx.$$

Chamemos

$$C(t,s) = \int_0^{\infty} e^{-s\ell} C(t,\ell) d\ell \quad e \quad f(s) = \int_0^{\infty} e^{-sx} \frac{dP(x)}{dx} dx.$$

usando agora o teorema de convolução, obtemos

$$\frac{\partial C(t,s)}{\partial t} = -D(\lambda+a-\lambda a) C(t,s) + D(a-\lambda a) C(t,s) f(s).$$

Esta equação pode ser integrada imediatamente

$$C(t,s) = C(0,s) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)t + D(a-\lambda a) f(s)t\} \quad (4)$$

onde

$$C(0,s) = \int_0^{\infty} e^{-s\ell} C(0,\ell) d\ell$$

a equação (4) pode agora ser transformada, usando o teorema de Brownich

$$C(t,\ell) = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)t}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} C(0,s) \exp\{D(a-\lambda a)f(s)t\} ds \quad (5)$$

onde  $\gamma$  é o ponto de intersecção com o eixo das abcissas (eixo real) de uma reta paralela ao eixo das ordenadas (eixo imaginário) e que fica à direita das singularidades de  $C(0,s)\exp\{D(a-\lambda a)f(s)t\}$ .

Usando agora a equação (1) nós podemos escrever a equação (4)

$$N_{T,\ell} = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)(T-T_0)}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} C(0,s) \exp\{D(a-\lambda a)f(s)(T-T_0)\} ds$$

para  $T > T_0$   
e definindo

$$N_{0,s} = e^{D(\lambda+a-\lambda a)T_0} C(0,s) \exp\{-D(a-\lambda a)f(s)T_0\} \quad (6)$$

$$N_{0,\ell} = \mathcal{L}^{-1}\{N_{0,s}\} = \frac{1}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} N_{0,s} ds \quad (7)$$

nós chegamos a

$$N_{t,l} = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} N_{0,s} \exp\{D(a-\lambda a)f(s)T\} ds \text{ para } T > T_0 \quad (8)$$

Para idades menores que  $T_0$ , não sabemos qual é a forma da distribuição etária, visto que nesta região  $\lambda$  depende fortemente de  $T$ . Seja agora  $N_{0,l}^* d\ell dT$  o número de animais com idade entre  $T=0$  e  $T=dT$  entre  $\ell$  e  $\ell+d\ell$ . Certamente,  $N_{0,l}^* d\ell$  é numéricamente igual ao número de animais que nascem por unidade de tempo entre  $\ell$  e  $\ell+d\ell$ . Seja também  $\mathfrak{F}(t,\ell)$  uma função tal que  $\mathfrak{F}(0,\ell) = 1$  para todo  $\ell$ , e  $\mathfrak{F}(T,\ell) \approx 0$  para  $T > T_0$ , isto é, muito pequena para  $T > T_0$ .

Então, nós podemos escrever para tôdas as idades

$$N_{t,l}^* = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} N_{0,s} \exp\{D(a-\lambda a)f(s)T\} ds + (N_{0,l}^* - N_{0,l}) \mathfrak{F}(T,\ell)$$

ou redefinindo  $N_{t,l}$

$$N_{T,l} = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} e^{s\ell} N_{0,s} \exp\{D(a-\lambda a)f(s)T\} ds \text{ para todo } T \quad (9)$$

nós escrevemos

$$N_{T,l}^* = N_{T,l} + (N_{0,l}^* - N_{0,l}) \mathfrak{F}(T,\ell)$$

A interpretação de  $N_{0,l}$  e portanto de  $N_{0,s}$  segue-se imediatamente da equação (8).  $N_{0,l} d\ell dT$  é o número de animais entre os  $N_{0,l}^* d\ell dT$  que atingirão idades superiores a  $T_0$ , todos os restantes sendo eliminados em idades pequenas, fazendo-se assim a regulação populacional.

Vamos agora examinar o comportamento de  $N_{T,l}$  quando  $\ell \rightarrow 0$  e quando  $\ell \rightarrow \infty$  o que pode ser feito sem conhecer explicitamente  $f(s)$  na equação (9).

Para isto, nós usaremos os seguintes teoremas da transformada inversa. Seja

$$g(s) = \mathcal{L}\{h(x)\} = \int_0^{\infty} e^{-sx} h(x) dx \quad e \quad \mathcal{L}^{-1}\{g(s)\} = h(x).$$

Então

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\lim_{s \rightarrow \infty} sg(s)\right\} = \lim_{x \rightarrow 0} h(x) \quad (10)$$

$$\mathcal{L}^{-1}\left\{\lim_{s \rightarrow 0} sg(s)\right\} = \lim_{x \rightarrow \infty} h(x) \quad (11)$$

Seja  $N_{T,s} = \mathcal{L}\{N_{T,\ell}\}$  e então da equação (9) segue-se

$$N_{T,s} = N_{0,s} \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T + D(a-\lambda a)f(s)T\} \quad (12)$$

Nós podemos então calcular

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} sN_{T,s} &= \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \lim_{s \rightarrow \infty} s N_{0,s} \exp\{D(a-\lambda a)f(s)T\} \\ &= \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \lim_{s \rightarrow \infty} s N_{0,s} \end{aligned}$$

porque  $\lim_{s \rightarrow \infty} f(s) = 0$ . Aplicando agora o teorema (9) nós temos

$$N_{T,0} = \lim_{l \rightarrow 0} N_{T,\ell} = \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \lim_{s \rightarrow \infty} s N_{0,s} =$$

$$\exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \lim_{\ell \rightarrow 0} N_{0,\ell}$$

e portanto

$$N_{T,0} = N_{0,0} \exp\{-D(\lambda+a-\lambda)T\} \quad (13)$$

Analogamente

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s N_{T,s} &= \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \lim_{s \rightarrow 0} s N_{0,s} \exp\{D(a-\lambda a)f(s)T\} = \\ &= \exp\{-D\lambda T\} \lim_{s \rightarrow 0} s N_{0,s}^{s \rightarrow 0} \end{aligned}$$

porque  $\lim_{s \rightarrow 0} f(s) = 1$ . Aplicando agora o teorema (10) nós temos

$$N_{T,\infty} = \lim_{\ell \rightarrow \infty} N_{T,\ell} = \exp -D\lambda T \lim_{\ell \rightarrow \infty} N_{0,\ell} \quad \text{e portanto}$$

$$N_{T,\infty} = N_{0,\infty} \exp -D\lambda T \quad (14)$$

Vamos agora definir uma quantidade

$$\alpha(T,\ell) = \frac{\int_T^\infty N_{T,\ell} d\ell dT}{\int_{T_1}^\infty N_{T,\ell} d\ell dT} \quad T > T_1 > T_0$$

que é a probabilidade de em uma amostra de caramujos, colhido entre  $\ell$  e  $\ell+d\ell$  no canal e onde todos os animais têm idade maior que  $T_1$  encontrar animais com idade maior que  $T$ . Obviamente  $\alpha(T,\ell)$  diminui com  $T$ .

Das equações (13) e (14) nós encontramos

$$\alpha(T,0) = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T_1}} = e^{-D(\lambda+a-\lambda a)(T-T_1)} \approx e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T} \quad \text{para}$$

$$T \gg T_1 \quad (15)$$

$$\alpha(T,\infty) = \frac{e^{-D\lambda T}}{e^{-D\lambda T_1}} = e^{-D\lambda(T-T_1)} \approx e^{-D\lambda T} \quad \text{para } T \gg T_1 \quad (16)$$

o último passo nas duas últimas equações ocorre porque na prática para a idade  $T$  na qual nós estamos interessados,  $T$  pode ser feito muito maior que  $T_1$ .

Seja então  $\alpha_C$  um valor de  $\alpha(T,\ell)$  tal que seja virtualmente impossível encontrar caramujos. Chamemos  $T_C(\ell)$  a idade correspondente e que será considerada a máxima idade alcançada entre  $\ell$  e  $\ell+d\ell$ .

De (16) e (17) segue então

$$T_C(0) = \frac{-\log \alpha_C}{D(\lambda+a-\lambda a)} \quad (17)$$

$$T_C^{(\infty)} = \frac{-\log \alpha_C}{D\lambda} \quad (18)$$

As equações (17) e (18) devem ser comparadas com a equação (7) de I. Exceto pelo fato de que na equação (7) a constante D, deveria estar no denominador as equações são da mesma natureza. Isto nos leva a concluir imediatamente que o diâmetro máximo médio definido em I aumenta progressivamente da fonte para a foz do canal.

Experimentalmente a existência deste efeito nos foi comunicada pelo Dr. Dobrovóluy, do centro de saúde de Porto Rico, como sendo de ocorrência comum em rios de descarga rápida. Seguindo suas indicações nós verificamos pelo menos em um caso, na Bica de São Pedro em Olinda, Pernambuco, Brasil a existência do fenômeno. A infestação de trematódios foi verificada ser de 1% constante ao longo de cerca de 200 m de canal e  $D_{\max}$  ia aumentando progressivamente de 6 mm na fonte até cerca de 15 mm no fim do canal que se perdia na borda de um auto-estrada.

Devido ao grande esforço que representa a coleta de dados experimentais para este tipo de trabalho, não foi tentada nenhuma coleta mais abundante de material e nós nos contentamos em termos descrito pelo menos qualitativamente o fenômeno.

Vamos retornar agora à distribuição dada pela equação (9) e que representa parte da população com idade entre T e T+dT entre l e l+dl. Usando a mesma notação de I, a equação (10) nós podemos escrever

$$M(l)dl = \frac{A(l)dl}{R_1} = \int_0^{\infty} m(T) N_{T,l} dl dT \quad (19)$$

$M(l)dl$  é então numericamente a massa de organismos que pode viver entre os pontos l e l+dl do canal, caracterizado pelo parâmetro  $A(l)dl$  que é a quantidade de alimento produzido por unidade de tempo entre l e l+dl.

Tomando a transformada de Laplace da equação (19) nós temos

$$M(s) = \int_0^{\infty} m(T) N_{T,s} dT \quad \text{onde} \quad M(s) = \int_0^{\infty} e^{-s\ell} M(\ell) d\ell \quad (20)$$

Substituindo a equação (12) na equação (20) obtemos

$$M(s) = \int_0^{\infty} m(T) N_{0,s} \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT$$

como  $N_{0,s}$  não depende de  $T$  nós podemos tirá-la para fora da integral e escreve-la como

$$N_{0,s} = \frac{\bar{M}(s)}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT} \quad (21)$$

substituindo a equação (21) na equação (9) obtemos

$$N_{T,\ell} = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{s\ell} M(s) \exp\{D(a-\lambda a) f(s) T\} ds}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT} \quad (22)$$

e portanto

$$N_{T,\ell}^* = \frac{e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{2\pi i} \int_{\gamma-i\infty}^{\gamma+i\infty} \frac{e^{s\ell} M(s) \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} ds}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT}$$

$$+ (N_{0,\ell}^* - N_{0,\ell}) \mathfrak{F}(T,\ell)$$

A equação (23) mostra que a população do canal pode ser dividida em duas partes, uma das quais  $(N_{0,\ell}^* - N_{0,\ell}) \mathfrak{F}(T,\ell)$  é composta por indivíduos com idades muito pequenas e que existem devido ao grande excesso de nascimentos que caracteriza as populações de Planorbídeos.

Por isto, vamos estudar apenas a parte da população dada pela equação (22). Devido entretanto a grande complicação das fórmulas vamos nos limitar a estudar as condições na fonte e na foz do canal.

Substituindo a equação (21) na equação (12), obtemos

$$N_{T,s} = e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T} \frac{M(s) \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT}$$

Para simplificar ainda mais vamos supor  $M(\ell) = M$  e neste caso  $M(s) = \frac{M}{s}$  e então

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow \infty} s N_{T,s} &= e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T} M \lim_{s \rightarrow \infty} \frac{\exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT} \\ &= \frac{M e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} dT} \end{aligned}$$

usando o teorema (9) obtemos

$$N_{T,0} = \lim_{\ell \rightarrow 0} N_{T,\ell} = \frac{M e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} dT} \quad (24)$$

Analogamente

$$\begin{aligned} \lim_{s \rightarrow 0} s N_{T,s} &= e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T} M \lim_{s \rightarrow 0} \frac{\exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} \exp\{D(a-\lambda a) f(s)T\} dT} \\ &= \frac{M e^{-D\lambda T}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D\lambda T\} dT} \end{aligned}$$



e portanto, usando o teorema 10 obtemos

$$N_{T,\infty} = \lim_{\ell \rightarrow \infty} N_{T,\ell} = \frac{M e^{-D\lambda T}}{\int_0^{\infty} m(T) \exp(-D\lambda T) dT} \quad (25)$$

Nós podemos portanto, calcular o número total de animais que vivem por unidade de comprimento do canal, da parte da população cujas idades são maiores que  $T_0$ , na fonte, isto é, em  $\ell = 0$  e bastante afastado da fonte, isto é, para  $\ell \rightarrow \infty$ .

$$N(0) = \int_0^{\infty} N_{T,0} dT = \frac{M}{D(\lambda+a-\lambda a) \int_0^{\infty} m(T) \exp\{-D(\lambda+a-\lambda a)T\} dT} = \frac{M}{\lambda_1 \int_0^{\infty} m(T) dT} \quad (26)$$

$$N(\infty) = \int_0^{\infty} N_{T,\infty} dT = \frac{M}{D\lambda \int_0^{\infty} m(T) \exp(-D\lambda T) dT} = \frac{M}{\lambda_2 \int_0^{\infty} m(T) dT} \quad (27)$$

onde  $\lambda_1 = D(\lambda+a-\lambda a)$  e  $\lambda_2 = D\lambda$ .

As equações (26) e (27) devem ser comparadas com a segunda equação da página 561, no trabalho I. Delas resulta que a densidade de organismos vai diminuindo à medida que nós vamos caminhando da fonte para a foz do canal.

Como vimos antes neste trabalho, as hipóteses que foram usadas para integrar a equação (2) têm melhores chances de se aplicar no caso de canais artificiais altamente uniformes. Nestes casos, pode-se pensar em determinar a forma da função  $P(\xi)$  experimentalmente, com o uso por exemplo das técnicas de marcação radioativas dos Planorbídeos (Knight, W.B. et al - 1968).

Uma vez obtido  $P(\xi)$ , pode-se obter uma forma explícita para  $N_{T,\ell}$ . Como exemplo (puramente hipotético) tomaremos

$$P(x) = 1 - e^{-Px} \quad e \quad m(T) = m_0 \quad (\text{constante}) \quad M(l) = M$$

Dados êstes valôres é possível calcular as integrais da equação (22), usando o Teorema de Cauchy e encontrar

$$N_{T,l} = -\frac{M}{m_0} \frac{d}{dT} \left[ e^{-D(\lambda+a-\lambda a)T} \left\{ i + \sum_{n=1}^{\infty} \left[ D(a-\lambda a)T \right]^n \frac{1}{n!} \left\{ 1 - e^{-\rho l} \left( 1 + \dots + \frac{(\rho l)^{n-1}}{(n-1)!} \right) \right\} \right\} \right]$$

Como nos vimos em I, quando a infestação trematódica aumenta exageradamente o equilíbrio saturante não pode ser atingido. Do ponto de vista experimental o resultado disto é que se torna extremamente difícil achar exemplares de planorbídeos toda vez que isto acontece. Do ponto de vista prático, fica eliminado o perigo das endemias de schistosomose. O uso de canais com vazão controlada, pode nos permitir a determinação exata do ponto onde o equilíbrio saturante não pode mais ocorrer, bem como dar detalhes do comportamento das populações na zona intermediária.

#### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem frutíferas conversações e sugestões por parte do Dr. A.F.R. de Toledo Piza do Departamento de Física da Universidade de São Paulo.

Um dos autores (FABC) agradece também ao Prof. Marcello Dany de Souza Santos, antigo chefe da DFN por contínuo estímulo e ao Prof. Rômulo Ribeiro Pieroni por apoio constante durante a realização deste trabalho.

#### ABSTRACT

A model developed in a previous paper (Coutinho and Coutinho - Bulletin of Mathematical Biophysics - 30, 1968 pp 553-563) is used to study populations of *Biomphalaria Glabrata* in Rivers and channels of fast flow. The results obtained are in good qualitative agreement with the phenomena experimentally observed and suggest that the use of artificial channels can be a very useful tool, if not the unique available, for the experimental study of some important aspects of the Ecology of the *Biomphalaria Glabrata*.

#### RESUMÉ

Le modèle présenté dans un travail antérieur (Coutinho et Coutinho - Bulletin of

Mathematical Biophysics - 30, 1968 pp. 553-563) est appliqué au cas plus compliqué de rivières ou canaux de flux rapide. Les résultats obtenus montrent bon accord qualitatif avec les phénomènes observés expérimentalement. En même temps, nous montrent aussi que l'emploi des canaux artificiels peut être une méthode utile, sinon unique, pour l'étude expérimental de certains aspects de l'Ecologie du *Biomphalaria Glabrata*.

### REFERÊNCIAS

Coutinho A.B. and Coutinho F.A.B. (1968) - Bulletin of Mathematical Biophysics - Volume 30, 1968 (553 - 563).

Mozley, A (1954) - An Introduction to Molluscan Ecology - London , Lewis, 1954.

Knight, W.B., Liard, F., Ritchie, L.S., Pellegrino J. and Chiriboga, J. (1968) - Experimental Parasitology, 22 (1968) (309-315).