



**PROJETO DE GERADORES DE VAPOR PARA APLICAÇÕES  
NUCLEARES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO**

**Masao Sakai e Otavio de Mattos Silveira**

**PUBLICAÇÃO IEA 512  
CEN - AFTR 058**

**JULHO/1978**

**PROJETO DE GERADORES DE VAPOR PARA APLICAÇÕES  
NUCLEARES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO**

**Massao Sakai e Otavio de Mattos Silveira**

**CENTRO DE ENGENHARIA NUCLEAR**  
**Área de Fluido e Termohidráulica de Reatores**

**INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA**  
**SÃO PAULO - BRASIL**

**APROVADO PARA PUBLICAÇÃO EM JUNHO/1978**

**CONSELHO DELIBERATIVO**

**MEMBROS**

Klaus Reinach - Presidente  
Roberto D'Utra Vaz  
Helcio Modesto da Costa  
Ivano Humbert Marchesi  
Admar Cervellini

**PARTICIPANTES**

Regina Elisabete Azevedo Beretta  
Flávio Gori

**SUPERINTENDENTE**

Rômulo Ribeiro Pieroni

**INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA**  
Caixa Postal 11.049 (Pinheiros)  
Cidade Universitária "Armando de Salles Oliveira"  
**SÃO PAULO - BRASIL**

# PROJETO DE GERADORES DE VAPOR PARA APLICAÇÕES NUCLEARES UTILIZANDO TÉCNICAS DE OTIMIZAÇÃO<sup>1</sup>

Massao Sakai<sup>2</sup> e Otavio de Mattos Silveira<sup>3</sup>

## RESUMO

Apresentase neste trabalho um procedimento para maximizar a potência líquida de uma central nuclear aplicando-se a teoria de controle ótimo de sistemas dinâmicos. O problema é formulado no gerador de vapor que é o elemento de ligação entre o ciclo primário e o secundário. A solução do problema de otimização do gerador de vapor é obtida simultaneamente com os balanços térmicos nos ciclos primários e secundário, através de um processo iterativo. Obtém-se desta forma os parâmetros ótimos do gerador de vapor, do ciclo de vapor e do ciclo do gás refrigerante.

## 1 - INTRODUÇÃO

A teoria de controle ótimo de sistemas dinâmicos pode ser aplicada à resolução de problemas de otimização em todos os campos da engenharia. Na área nuclear, tem-se feito alguns trabalhos envolvendo otimização do projeto do cerne do reator, tais como, minimização da massa crítica Goldschmidt e Quenon<sup>(1)</sup> e maximização da potência. Santos e Cintra<sup>(2)</sup>.

No presente trabalho apresenta-se a metodologia para o estudo da maximização da eficiência de uma central nuclear. Os parâmetros de projeto do gerador de vapor, elemento que serve de ligação entre o ciclo primário e o secundário do reator, serão determinados. A velocidade do fluido refrigerante no gerador de vapor é considerada como uma variável de controle, que influi diretamente na taxa de transferência de calor e também na sua potência de bombeamento. O princípio de máximo de Pontryagin<sup>(3)</sup> dá as condições necessárias para determinar seu valor ótimo, bem como as trajetórias ótimas das variáveis de estado.

Na análise do ciclo primário, utilizou-se fórmulas empíricas de transferência de calor e perda de carga dados por Kutateladze<sup>(4)</sup>, Hall<sup>(5)</sup> e Hughes e Slack<sup>(6)</sup>.

No ciclo secundário, empregou-se o procedimento de balanço térmico desenvolvido no departamento de engenharia mecânica e naval por Belchior<sup>(7)</sup>.

Neste trabalho apresenta-se uma solução semi-analítica de otimização do balanço térmico de uma central nuclear, cujo objetivo é a geração de energia elétrica. Com as necessárias modificações e procedimento pode ser usado em problemas similares tais como: ciclo de vapor de centrais termoeletricas, ciclos para propulsão, ciclos de vapor com extrações para processos industriais.

## 2 - O PROBLEMA DE CONTROLE ÓTIMO

A central estudada no presente trabalho é apresentada por Baltazar<sup>(8)</sup>. Trata-se de uma instalação com um reator Magnox, de urânio natural refrigerado por gás hélio, cujas características principais são apresentadas na Tabela I, cujo diagrama é dado na Figura 1.

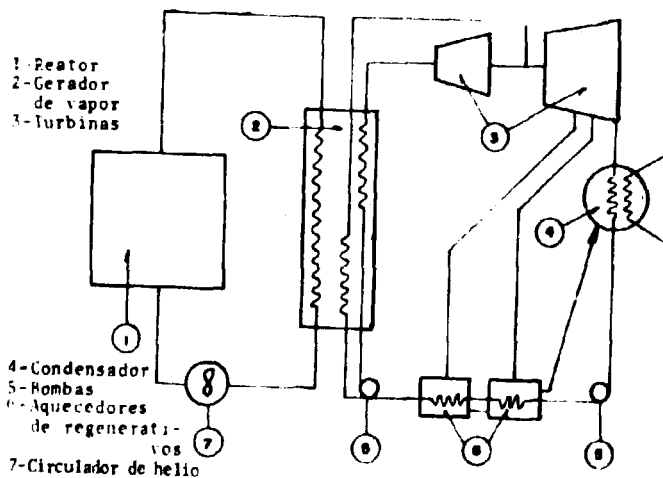
(1) Trabalho apresentado no "IV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica, PAPER, B-36, PP. 843-874, Florianópolis, Dez. 1977.

(2) Centro de Engenharia Nuclear, Instituto de Energia Atômica, São Paulo - Brasil.

(3) Departamento de Engenharia Mecânica, Escola Politécnica de USP, São Paulo - Brasil

**Tabela I**  
**Características Principais da Central**

|   |  |
|---|--|
| Potência Térmica                              | 110 MW   |
| Combustível                                   | Urânio Metálico  |
| Moderador                                     | Grafita  |
| Refrigerante                                  | Hélio  |
| Cerne   | Cilíndrico – 6,5 x 6,5 m                                       |
| Gerador de Vapor                              | Cilíndrico – 3,5 m de diam.                                    |
| (3 Unidades)                                  | 6 m de Altura  |
| Ciclo de Vapor                                | Dual   |
| Pressão do Hélio no Cerne                     | 20 atm.  |
| Elemento de Combustível                       | Cilíndrico, Encamizado em<br>Magnox Diâmetro Externo<br>2,5 cm |
| Temperatura Máxima no Elemento<br>Combustível | 580°C  |
| Nº de Aquecedores Regenerativos               | 2  |



**Figura 1 – Diagrama Simplificado da Central**

## 2.1 – Modelo do Gerador de Vapor

O gerador de vapor considerado é do tipo um passe, constituído por feixe de tubos retos dentro das quais é gerado o vapor. O hélio escoa perpendicularmente aos tubos guiado por defletores. As principais características estão na Tabela II.

Tabela II

Principais Características do Gerador de Vapor

| Características dos Tubos   |   |
|-----------------------------|---|
| Material                    | Aço Inox  |
| Diâmetro Externo            | 3,0 cm  |
| Diâmetro Interno            | 2,0 cm  |
| Comprimento                 | 6,0 m   |
| Arranjo dos Tubos           | Em Quadrado com os Tubos Equidistantes<br>5 cm de Centro a Centro |
| Número de Tubos por Gerador | 5 000   |

Para análise de perdas de carga e transferência de calor foram empregadas as correlações da Tabela III.

Tabela III

Correlações Utilizadas

| Fórmulas  | Fluido (Fase)                  | Referência |
|---|--------------------------------|------------|
| $N_u = 3,66$  | Água (Líquido)                 | (10)       |
| $h = 3q^{0,7} p^{0,17} \log p$  | Água (Ebulição)<br>$p < 30$    | (4)        |
| $h = 4,5q^{0,7} e^{0,01p}$  | Água (Ebulição)<br>$p \geq 30$ | (4)        |
| $N_u = 0,023Pr^{0,4} Re^{0,8}$  | Hélio (Gás)<br>Água (Vapor)    | (10)       |
| $\Delta P = \frac{f'G_{max}^2 N}{\rho(6,579 \times 10^{11})} \left(\frac{u_s}{u_b}\right)^{0,14}$                         | Hélio                          | (10)       |
| $f' = 0,25 + \frac{0,118}{\left(\frac{S_T - D_s}{D_s}\right)^{1,08}} \left(\frac{G_{max} \times D_s}{u_b}\right)^{-0,16}$ | Hélio                          | (10)       |

onde

- $N_u$  – número de Nusselt
- $h$  – coeficiente de transferência de calor ( $\text{kcal/h.m}^2.\text{°C}$ )
- $p$  – pressão em atm
- $q$  – fluxo de calor ( $\text{kcal/h.m}^2$ )
- $p_r$  – número de Prandtl
- $R_e$  – número de Reynolds
- $\Delta p$  – perdas de carga ( $\text{kgf/cm}^2$ )
- $G_{\text{max}}$  – fluxo de massa máxima ( $\text{kg/h.m}^2$ )
- $N$  – número de fileiras transversais
- $\rho$  – densidade do fluido ( $\text{kg/m}^3$ )
- $f$  – fator de atrito
- $C_e$  – diâmetro equivalente (m)
- $S_T$  – número Stanton
- $u_b$  – viscosidade a temperatura de mistura ( $\text{kg/m.h}$ )
- $u_s$  – viscosidade a temperatura do tubo ( $\text{kg/m.h}$ )

## 2.2 – Definição das Variáveis

Todas variáveis são definidas dentro do gerador de vapor. O ciclo primário e o secundário são associados ao problema através dos valores de entrada e saídas destas variáveis do gerador de vapor.

2.2.1 – Variável independente ( $t$ ): é o indicador da posição ao longo do gerador de vapor, sendo  $t_1$  a entrada e  $t_2$  a saída do gerador de vapor.

2.2.2 – Variável de controle  $u(t)$ : velocidade do hélio no gerador de vapor.

2.2.3 – Variáveis de estado  $X1(t)$ : temperatura do sistema água-vapor de alta pressão.

$X2(t)$  – temperatura do sistema água-vapor de baixa pressão

$X3(t)$  – temperatura do hélio

$X4(t)$  – perda de pressão do hélio

$X5(t)$  – vazão em massa por tubo do ciclo de alta pressão

$X6(t)$  – vazão em massa por tubo do ciclo de baixa pressão

### 2.3 – Ciclo Primário

Aplicando-se a analogia de Reynolds e com fórmulas empíricas, obteve-se uma relação entre o coeficiente de calor e a perda de carga do hélio no cerne. Tendo-se a geração de calor por canal<sup>(8)</sup>, vínculo de projeto, obteve-se uma expressão entre a perda de carga ( $\Delta PC$ ) e as temperaturas de entrada e saída do hélio do cerne ou seja:

$$\Delta PC = \Delta PC (X3 (tf) , X3 (ti)) \quad (1)$$

A perda de carga no gerador de vapor é dada por  $X4(ti)$  obtendo-se então a expressão da potência de bombeamento (PB) do gás:

$$PB = POT \frac{X3 (ti)}{X3 (tf) - X3 (ti)} \left( \frac{20}{20 + \Delta PC + X4 (ti)} \right)^{\frac{1}{\gamma - 1}} \quad (2)$$

onde POT é a potência térmica e  $\gamma$  é a relação entre os calores específicos à pressão e volume constante ( $Cp/Cv$ ). Portanto

$$PB = PB (X3 (ti) , X3 (tf) , X4 (ti)) \quad (4)$$

### 2.4 – Ciclo Secundário

Dadas a temperatura e a vazão em massa por tubo ( $X1(tf)$ ,  $X2(tf)$  e  $X6(tf)$ ) dos ciclos de alta e baixa pressão, o programa de balanço térmico do ciclo de vapor determina a vazão em massa total de cada nível de pressão e ajusta a pressão para que o título na saída da turbina seja igual ao fixado no projeto. O rendimento do ciclo e a temperatura da água de alimentação ótima ( $X1(ti)$ ,  $X2(ti)$ ) são também calculados. Tem-se:

$$PE = PE (X1 (tf) , X2 (tf) , X5 (tf) , X6) \quad (4)$$

e

$$X1 (ti) = X2 (ti) = F (X1 (tf) , X2 (tf) , X5 (tf) , X6 (tf)) \quad (5)$$

### 2.5 – Formulação do Problema

Deseja-se maximizar a diferença entre a potência de eixo (PE) e a potência de bombeamento do refrigerante (PB). O índice de desempenho é da forma:

$$J = PE (X1 (tf) , X2 (tf) , X5 (tf) , X6 (tf)) - PB (X3 (ti) , X3 (tf) , X4 (ti)) \quad (6)$$



A maximização está sujeita a vínculos de contorno, Eq. (5) e (7) a vínculos dinâmicos, Eq. (8) a (13).

$$X_4(t_f) = 0 \quad (7)$$

$$\dot{X}_1(t) = f_1(X_1, X_3, X_5, u, t) \quad (8)$$

$$\dot{X}_2(t) = f_2(X_2, X_3, X_6, u, t) \quad (9)$$

$$\dot{X}_3(t) = f_3(X_1, X_2, X_3, X_5, X_6, u, t) \quad (10)$$

$$\dot{X}_4(t) = f_4(X_3, u, t) \quad (11)$$

$$\dot{X}_5(t) = 0 \quad (12)$$

$$\dot{X}_6(t) = 0 \quad (13)$$

## 2.6 – Condições Necessárias de Euler – Lagrange

As condições necessárias de Euler-Lagrange<sup>(9)</sup> aplicadas ao problema de maximização do rendimento líquido da central nuclear são: equações adjuntas, Eq. (14) a (19) e a equação de controle, Eq. (20).

$$\dot{\lambda}_1(t) = - \left[ \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial X_1} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial X_1} \right] \quad (14)$$

$$\dot{\lambda}_2(t) = - \left[ \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial X_2} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial X_2} \right] \quad (15)$$

$$\dot{\lambda}_3(t) = - \left[ \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial X_3} + \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial X_3} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial X_3} + \lambda_4 \frac{\partial f_4}{\partial X_3} \right] \quad (16)$$

$$\dot{\lambda}_4(t) = 0 \quad (17)$$

$$\dot{\lambda}_5(t) = - \left[ \lambda_1 \frac{\partial f_1}{\partial X_5} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial X_5} \right] \quad (18)$$

$$\dot{\lambda}_6(t) = - \left[ \lambda_2 \frac{\partial f_2}{\partial X_6} + \lambda_3 \frac{\partial f_3}{\partial X_6} \right] \quad (19)$$

$$\frac{\partial H}{\partial u} = 0 \quad (20)$$

onde  $\lambda(t)$  são os multiplicadores de Lagrange e  $H$  é a hamiltoniana definida por:

$$H = \lambda^T f \quad (21)$$

As condições de contorno dos multiplicadores de Lagrange são determinadas pelas condições de transversalidade

$$\lambda(t_i) = \frac{\partial G}{\partial X(t_i)} \quad \text{e} \quad \lambda(t_f) = - \frac{\partial G}{\partial X(t_f)} \quad \text{que aplicadas ao problema fornece as equações}$$

$$\lambda_1(t_i) = (V_1 - V_2) \quad (22)$$

$$\lambda_2(t_i) = V_2 \quad (23)$$

$$\lambda_3(t_i) = - \frac{\partial PB}{\partial X_3(t_i)} \quad (24)$$

$$\lambda_4(t_i) = - \frac{\partial PB}{\partial X_4(t_i)} \quad (25)$$

$$\lambda_5(t_i) = 0 \quad (26)$$

$$\lambda_6(t_i) = 0 \quad (27)$$

$$\lambda_1(t_f) = - \frac{\partial PF}{\partial X_1(t_f)} + V_1 \frac{\partial F}{\partial X_1(t_f)} \quad (28)$$

$$\lambda_2(t_f) = - \frac{\partial PE}{\partial X_2(t_f)} + V_1 \frac{\partial F}{\partial X_2(t_f)} \quad (29)$$

$$\lambda_3(t_f) = \frac{\partial PB}{\partial X_3(t_f)} \quad (30)$$

$$\lambda_4(t_f) = V_3 \quad (31)$$

$$\lambda_5(t_f) = - \frac{\partial PE}{\partial X_5(t_f)} + V_1 \frac{\partial F}{\partial X_5(t_f)} \quad (32)$$

$$\lambda G(tf) = - \frac{\partial PE}{\partial X6(tf)} + V1 \frac{\partial F}{\partial X6(tf)} \quad (33)$$

onde G é definido por:

$$\begin{aligned} G = & PE(X1(tf), X2(tf), X5(tf), X6(tf)) - PB(X3(ti), X3(tf), X4(ti)) + \\ & V1 | X1(ti) - F(X1(tf), X2(tf), X5(tf), X6(tf)) | + V2 | X2(ti) - X1(ti) | \\ & + V3 X4(tf) \end{aligned} \quad (34)$$

e V1, V2 e V3 são multiplicadores constantes.

### 2.7 – Condição de Weisstrass

$\frac{\partial H}{\partial u} = 0$  deve indicar o mínimo da hamiltoniana em relação a  $u(t)$ , para maximizar o índice de desempenho do problema.

## 3 – SOLUÇÃO DO PROBLEMA

A integração do sistema de equações diferenciais acima é feita de  $t_f$  para  $t_i$ , devido a facilidade para determinar as condições iniciais  $X1(t_i)$  e  $X2(t_i)$  dadas as condições finais das variáveis de estado.

Introduziu-se as variáveis auxiliares  $X12$  e  $X13$ , que são as entalpias da água no ciclo de alta e baixa pressão respectivamente, para a determinação das diversas fases do sistema no gerador de vapor.

As variáveis  $X1$  e  $X2$  foram substituídas por  $X12$  e  $X13$  na hamiltoniana, pois  $X1$  e  $X2$  são nulos na ebulição, não representando a taxa de transferência de calor.

O sistema de equações diferenciais é resolvido utilizando-se o método da perturbação aplicando-se o conceito da matriz de transição. A integração é feita através de uma subrotina da IBM denominada RKGS, que é um Range-Kutta IV, com discriminação do erro por passo.

## 4 – RESULTADOS E CONCLUSÕES

A Tabela IV contém os principais resultados preliminares obtidos pelo procedimento descrito.

O rendimento líquido da central é comparável aos dos reatores magnox ingleses mais antigos. A geometria do gerador de vapor escolhido não é favorável, notando-se que o coeficiente de transferência de calor do lado interno aos tubos é muito pequeno. Para aumentar o rendimento, sugere-se então, melhorar a geometria, aumentando o comprimento, ou trocando os tubos retos por tubos helicoidais ou em U do gerador de vapor. Com este procedimento será então possível de se comparar os resultados com os dos reatores mais recentes.

**Tabela IV**  
**Resultados Preliminares**

|                                 |                |
|---------------------------------|----------------|
| Nº Total de Tubos do G.V.       | 15.000         |
| Nº de Tubos de A.P.             | 12.000         |
| Vazão em Massa do Ciclo de A.P. | 32,5 kg/seg.   |
| Vazão em Massa do Ciclo de B.P. | 13,5 kg/seg.   |
| Temperatura do Vapor A.P.       | 300°C          |
| Temperatura do Vapor B.P.       | 270°C          |
| Pressão do Vapor                | 24 atm e 6 atm |
| Temperatura do Hélio            | 400°C – 200°C  |
| Perda de Carga no G.V.          | 0,6 atm        |
| Rendimento do Ciclo de Vapor    | 28,2 %         |
| Rendimento Líquido              | 25,2 %         |

### ABSTRACT

The present work shows a procedure for the maximization of the net power of a nuclear power plant through the application of the optimal control theory of dynamic systems. The problem is formulated as the steam generator which links the primary and the secondary cycle. The solution of the steam generator optimization problem is obtained simultaneously with the heat balance in both primary and secondary cycle, through an iterative process. By this way the optimal parameters are obtained for the steam generator, the vapor and the cooling gas cycle.

### AGRADECIMENTOS

Os autores agradecem a colaboração prestada pelo Prof. Atair Rios Neto durante a formulação do problema de controle ótimo.

### REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. Goldschmidt, P., and Quenon, J., Minimum Critical Mass in Fast Reactors with Bounded Power Density, Nucl. Sci. Eng., 39, 311 (1970).
2. Santos, W. N. dos, e Cintra, W. H., Maximização da Potência de um Reator. Trabalho submetido ao IV Congresso Brasileiro de Engenharia Mecânica. (1977).
3. Pontryagin, L. S., et al, The Mathematical Theory of Optimal Process, John Wiley and Sons, Inc., New York (1962).
4. Kutateladze, S. A., and Borishansku, V. M., A concise encyclopedia of heat transfer. Oxford, Pergamon Press (1966).
5. Hall, W. B., Reactor Heat Transfer. London, Temp. Press, (1958).
6. Hughes, D. F., and Slack, M. R., A correlation of Heat Transfer for Finned Fuel Elements for Carbon Dioxide Reactors Peacefull uses of Atomic Energy. V7 (1958).
7. Belchior, C. R. D. Dissertação de mestrado a ser apresentada no Depto. de Eng. Naval da EPUSP. Análise do projeto de instalações propulsoras a vapor.

8. Baltezar, O. Definições preliminares dos parâmetros do projeto de um reator nuclear experimental de potência, utilizando urânio natural e grafita e refrigerado por gás hélio. Tese de mestrado apresentada à Escola Politécnica da USP (1976).
9. Citron, S. J., Elements of Optimal Control. New York, Hdt. Rinehart and Winston. S. A. (1969).
10. Kreith, F., Principles of heat transfer. Scranton, International Textbook. (1958)

