Revista Brasileira de Ensino de Física, v. 29, n. 1, p. 1-3, (2007)
www.sbfisica.org.br

Cartas ao Editor

A equação de transporte de Boltzmann e sua importância para a física dos reatores nucleares

De parabéns está a SBF, ao editar na Revista Brasileira do Ensino de Física, uma edição em tributo a um dos pilares da Física, Ludwig Boltzmann, por ocasião do centenário de sua morte. Porém a contribuição de Boltzmann vai além da fundação da mecânica estatística, sendo que a sua famosa equação descrevendo a distribuição esperada de partículas, no espaço de fases, $n(\mathbf{r}, \mathbf{v}, t)$, *i.e.*

$$\frac{\partial n}{\partial t} + \mathbf{v}.\nabla_{\mathbf{r}} n + \frac{\mathbf{F}}{m}.\nabla_{\mathbf{v}} n = \left(\frac{dn}{dt}\right)_{colis\tilde{o}es},$$

com $\mathbf{F}$ a força externa e o termo $(dn/dt)_{\text{colisões}}$ representando a variação total no número esperado de partículas devido a colisões é o modelo básico para a descrição de transporte de partículas, quer para os chamados processos de caminho aleatório ("randon walk", ou auto-difusão), ou de processos de transporte coletivo, conforme ilustrado na Fig. 1.

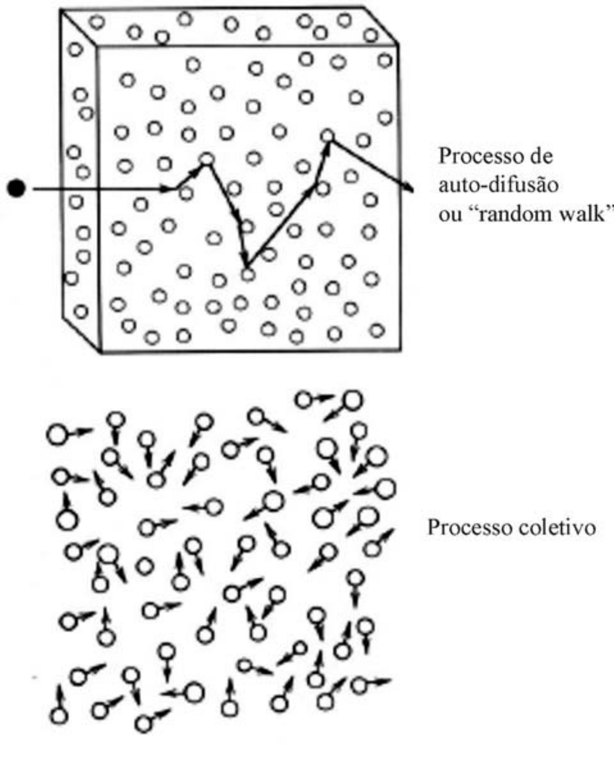

Figura 1 - Ilustração dos processos de transporte.

No caso de partículas sem carga (*e.g.* nêutrons e fótons), o processo de transporte é de auto-difusão,e com base nas hipóteses físicas, tais como a densidade das partículas muito menor do que a densidade das partículas do meio em que ocorre o transporte, a não interação entre partículas, e a ausência de forças externas, "heuristicamente" pode-se mostrar que

$$\left(\frac{dn}{dt}\right)_{colis\tilde{o}es} = -v\Sigma_t(\mathbf{r},\mathbf{v})n(\mathbf{r},\mathbf{v},t) + \int d^3v'v'\Sigma(\mathbf{r},\mathbf{v}' \to \mathbf{v})n(\mathbf{r}',\mathbf{v}',t),$$

E a equação de Boltzmann, reduz-se a uma equação de transporte linear, que no caso de nêutrons, o termo de transferência inclui a multiplicidade devido às colisões devido às fissões, ou seja

$$\frac{1}{v}\frac{\partial \Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega},E,t)}{\partial t} = -\mathbf{\Omega}.\nabla\Phi - \Sigma_t\Phi + \int_\Omega d\mathbf{\Omega}' \int_0^\infty dE'\Sigma_s(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}',E' \to \Omega,E;t)\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}',E',t) + \frac{\chi(E)}{4\pi}\int_\Omega d\mathbf{\Omega}' \int_0^\infty dE'\upsilon(E')\Sigma_f(\mathbf{r},E')\Phi(\mathbf{r},\mathbf{\Omega}',E',t) + S_{ext.}$$

onde na equação de Boltzmann linear para nêutrons, ao invés da densidade de partículas introduz-se a grandeza fluxo, $\Phi = nv$, pela possibilidade do cálculo das taxas de reação, $\Sigma\Phi$ e a secção de choque macroscópica, ou probabilidade de interação por unidade de caminho, como $\Sigma = N\sigma$, com N a densidade atômica do meio em que ocorre o transporte, e σ a secção de choque microscópica, que em termos microscópicos descreve a interação dos nêutrons com os núcleos do meio, com os subscritos s e f para as reações de espalhamento e fissão (assumida isotrópica), e a secção de choque de transferência por espalhamento, o produto da densidade atômica do meio pela seção de choque diferencial de espalhamento $(\mathrm{d}\sigma/dEd\Omega)$, e o espaço de fase é a posição, direção e energia. No termo de fissão, $\chi(E)$ é o espectro de energias dos nêutrons de fissão e $\upsilon(E)$ é o numero de nêutrons emitidos por fissões induzidas por nêutrons com energia E. Esta equação é a base para a descrição da população de nêutrons num sistema (*e.g.* reatores nucleares), e é a base para o projeto dos reatores nucleares, também conhecida como física dos reatores. O fato a se destacar é que esta equação pode ser interpretada como um balanço de partículas no espaço de fases.

Outro fato a destacar é que de maneira análoga que a fluidodinâmica dos meios contínuos é uma conseqüência direta da mecânica estatística, a introdução da chamada Lei de Fick, que correlaciona a corrente de nêutrons com um gradiente de fluxo, *i.e.* $\mathbf{J} = -D\nabla\Phi$, reduz a equação de transporte a um "modelo do contínuo" para nêutrons, denominada teoria da difusão.

Desta forma, indiretamente, L. Boltzmann, é de certa forma o "pai" da física dos reatores nucleares, e mesmo na sua época sem o conhecimento das reações nucleares, e da mecânica quântica, será a sua equação a base para o projeto dos reatores nucleares atuais, e a nossa comunidade de física de reatores tem este brilhante cientista como o pilar de seu trabalho.

José Rubens Maiorino
E-mail: maiorino@ipen.br

Sobre os potenciais de condutores em movimento

Publicamos em 2001 artigo nesta Revista [1], intitulado 'Esfera condutora em movimento: campo, potenciais e dúvidas'. As 'dúvidas' se referiam ao sentido físico do potencial escalar da esfera carregada em movimento e, principalmente, ao do potencial vetor que devemos atribuir à mesma. Com referência à Fig. 1, reproduzida daquele artigo, os principais pontos a recordar são os seguintes:

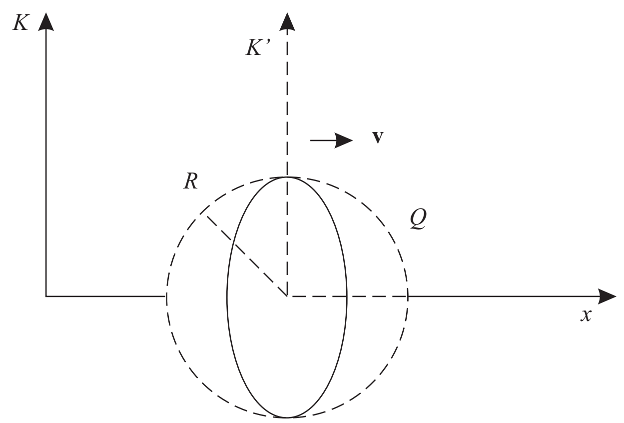

Figura 2 - Esfera no sistema K', em tracejado, vista do sistema K, traço cheio.

1) Para um observador no sistema K, a 'esfera' é um elipsóide achatado na direção de movimento e de revolução nas outras duas.

2) O potencial escalar do condutor em movimento, Φ em K, é maior do que o mesmo em K', Φ', este igual a Q/R, pelo fator $\gamma = (1-v^2/c^2)^{-1/2}$, ou seja $\Phi = \gamma\Phi'$. Os símbolos têm o sentido habitual, Q, carga, R, raio, v, velocidade da esfera e c, velocidade da luz.

3) Além do potencial escalar Φ, devemos atribuir à 'esfera' condutora em movimento um potencial vetor, com uma componente exclusivamente na direção de movimento $A_x = v\Phi/c$.

4) No sistema K, a normal ao condutor está na direção do 'campo' de Lorentz local, $\mathbf{E} + \mathbf{v} \times \mathbf{B}/c$.

5) O aumento do potencial escalar em K deve ser atribuído ao fato de que nele os potenciais efetivos são os de Liénard-Wiechert, que, lembramos, não são simplesmente retardados pois incluem o fator de 'paralaxe cinética', $(1 - \mathbf{v}.\hat{\mathbf{r}}/c)^{-1}$, sendo $\hat{r}$ o vetor unitário de $\mathbf{r}$ ao ponto considerado [2].

Gostaríamos de fazer aqui os seguintes esclarecimentos em relação ao trabalho anterior:

I) Os potenciais que o observador em K atribui são sistêmicos, isto é, ao condutor em movimento como um todo. Notemos que o potencial escalar Φ é maior que Φ', este medido em K', pelo fator γ, ou seja, na mesma proporção em que a massa relativística aumenta ao se passar de K' a K. Se adotamos o ponto de vista de que massa e energia são equivalentes, o aumento da energia potencial representa o aumento da 'energia elétrica' (ver ítem a seguir) do condutor em movimento.

II) Para nossa surpresa, se calcularmos as integrais dos quadrados dos campo elétrico e magnético no exterior do elipsóide, a grandeza obtida não parece guardar nenhuma relação direta com Φ [4]. Por esta razão, chamamos este, ou seu produto com Q, de 'energia elétrica', ligado ao conceito de potencial eletrostático ao qual os elétrons metálicos seriam sensíveis, imóveis ou móveis.

III) Tendo em conta o resultado mencionado no ítem 4) acima, concluimos que as transformações de Lorentz permitem encontrar a forma do condutor em movimento no qual a normal ao mesmo está na direção da força de Lorentz em cada ponto de sua superfície.

IV) A dúvida principal deixada no artigo se referia à interpretação a ser dada ao potencial vetor do condutor em movimento, igual a $v\Phi/c$ na direção de movimento. As considerações feitas no item I) sugerem que ele represente a quantidade de movimento associado à energia elétrica, necessariamente unida à energia numa entidade única 'energia-momento', como um quadrivetor da relatividade ou um multivetor 0-1 da álgebra geométrica, ou de Clifford.

V) Sabemos que se a esfera é supercondutora, seus pares bosônicos são sensíveis ao potencial vetor, de tal maneira que - na linguagem de Feynman [3] - o p-momento, igual à soma do mv-momento e ao produto da carga pelo potencial vetor (ou momento elétrico, na nossa), é conservado. Se imaginamos que ela, inicialmente parada, recebe impulsivamente a velocidade v no sistema K, temos que o p-momento, inicialmente nulo, assim permanece porque para cada elétron no interior do condutor, vale a relação $mv + qA_x = 0$ (pois q, carga do elétron, é negativa) de acordo com a argumentação desenvolvida em IV.

G.F. Leal Ferreira
DFCM, IF - São Carlos,
E-mail: guilherm@if.sc.usp.br

Referências

[1] G.F. Leal Ferrreira, Rev. Bras. Ens. Fis. **23**, 141 (2001).

[2] R.P. Feynman, R.B. Leighton e M. Sands, *The Feynman Lectures on Physics, v .2* (Addison Wesley, Reading, 1965).

[3] V. 3 da Ref. [2].

[4] Obtivemos para $(1/8\pi)\int_0^\pi 2\pi sen\theta d\theta \int_{r(\theta)}^\infty (E^2 + B^2) r^2 dr$ o resultado $Q^2(3 - v^2/c^2)/(6R\sqrt{1 - v^2/c^2})$.