

BR7801681



**CONTRIBUIÇÃO À SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA
DE CALOR EM DUTOS DE SEÇÃO RETANGULAR**

Joaquim de Sylos Cintra Filho

DISSERTAÇÃO E TESE - IEA 010

MARÇO/1976

**CONTRIBUIÇÃO À SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA
DE CALOR EM DUTOS DE SEÇÃO RETANGULAR**

Joaquim de Sylos Cintra Filho

**Dissertação para obtenção do Título de "Mestre em
Engenharia" – Orientador Prof. Dr. Paulo Seravia de Toledo.
Apresentada e defendida em 18 de março de 1971,
na Escola Politécnica da Universidade de São Paulo.**

APROVADA PARA PUBLICAÇÃO EM JANEIRO/1976.

CONSELHO DELIBERATIVO

MEMBROS

Klaus Reinach — Presidente
Roberto D'Utra Vaz
Helcio Modesto da Costa
Ivano Humbert Marchesi
Admar Cervellini

PARTICIPANTES

Regina Elisabete Azevedo Beretta
Flávia Gori

SUPERINTENDENTE

Dr. Atílio Ribeiro Pieroni

INSTITUTO DE ENERGIA ATÔMICA
Caixa Postal 11.049 (Pinheiros)
Cidade Universitária "Armando de Salles Oliveira"
SÃO PAULO — BRASIL

NOTA: Este trabalho foi conferido pelo autor depois de composto e sua redação está conforme o original, sem qualquer correção ou mudança.

ÍNDICE

	Página
CAPÍTULO I	
INTRODUÇÃO	1
CAPÍTULO II	
EXPOSIÇÃO DO PROBLEMA	2
CAPÍTULO III	
REVISÃO DA LITERATURA EXISTENTE	4
CAPÍTULO IV	
ANÁLISE DO PROBLEMA	6
CAPÍTULO V	
SOLUÇÃO DO PROBLEMA	12
V.1 – Introdução	12
V.2 – Distribuição de Velocidades	12
V.3 – Distribuição de Difusividades Turbulentas	16
V.4 – Formulação das Equações de Diferenças Finitas	21
V.4.1 – Equações de Diferenças Finitas (Método de Balanço Térmico)	21
V.5 – Fórmulas para o Cálculo de Número de Nusselt (Nu) e da Relação entre a Temperatura Máxima da Parede e a Temperatura Média (RMTA)	32
V.5.1 – Temperatura Média de Mistura	32
V.5.2 – Temperatura Média da Parede	33
V.5.3 – Número de Nusselt	33
V.5.4 – Relação entre a Temperatura Máxima da Parede e a Temperatura Média	34
CAPÍTULO VI	
CÁLCULOS E RESULTADOS	34
CAPÍTULO VII	
COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES	35

	Página
APÊNDICE I	
EQUAÇÃO DA ENERGIA PARA ESCOAMENTO TURBULENTO NO INTERIOR DE UM DUTO DE SEÇÃO RETANGULAR	46
APÊNDICE II	
EQUAÇÃO DE DIFERENÇAS FINITAS – PONTO GENÉRICO $\theta(i,j)$	48
APÊNDICE III	
PROGRAMA FORTRAN – TABELA DE EQUIVALÊNCIA DE SÍMBOLOS E LISTAGEM	51
REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS	59

NOMENCLATURA

SÍMBOLOS LATINOS E SÍMBOLOS COMPOSTOS

2a	– espessura do canal – v. figura 1
2b	– largura do canal – v. figura 1
C_p	– calor específico do fluido
D_e	– diâmetro equivalente – eq. (5.16)
2e	– espessura das placas principais – v. figura 1
2e'	– espessura das placas secundárias – v. figura 1
g_c	– constante dimensional
h	– coeficiente de película
H	– passo equivalente – eq. (5.45)
k	– condutibilidade térmica efetiva do fluido – eq. (5.41)
\bar{K}	– condutibilidade térmica média
k_f	– condutibilidade térmica do fluido
k_p	– condutibilidade térmica do material da placa principal
k_s	– condutibilidade térmica do material da placa secundária
K_p	– fator de condução parede principal-fluido – eq. (4.14)
K_s	– fator de condução parede secundária-fluido – eq. (4.15)
ℓ	– comprimento de mistura
L	– comprimento do canal – v. figura 1
n	– número de pontos segundo as direções y e z – eq. (5.45)
Nu	– adimensional Número de Nusselt – eq. (5.73)
Pr	– adimensional Número de Prandtl = $\frac{\mu C_p}{k}$
q'	– calor gerado por unidade de comprimento do canal – eq. (4.10)
q'''	– geração térmica volumétrica
q_m	– com $m = 1, 2, 3, 4, 1', 2', 3'$ e 4' – calor trocado através das faces de um elemento de volume – v. figura 12 a 16
RDT	– relação de difusividades térmicas – eq. (5.43)
Re	– adimensional Número de Reynolds – eq. (5.15)
RMTA	– relação temperatura máxima da parede/temperatura média – eq. (5.77)
RV	– relação de velocidades – eq. (5.44)
T	– temperatura do fluido
\bar{T}	– temperatura média de mistura = $\frac{\int_A uT dA}{\int_A u dA}$
T_p	– temperatura da parede principal
\bar{T}_p	– temperatura média de parede
T_s	– temperatura da parede secundária
u	– velocidade do fluido
\bar{u}	– velocidade média do fluido – eq. (5.11)

u^+	– velocidade adimensional – eq. (5.1)
\bar{u}^+	– velocidade média adimensional
u_T	– velocidade de cisalhamento – eq. (5.12)
v'	– velocidade fictícia de um turbilhão esférico de Jenkins
x	– coordenada especial – v. figura 2
y	– coordenada especial – v. figura 2
y'	– coordenada especial medida a partir da placa principal – v. figura 5
y'^+	– coordenada adimensional – eq. (5.2)
Y	– coordenada especial adimensional – eq. (4.11)
z	– coordenada especial – v. figura 2
z'	– coordenada especial medida a partir da placa secundária – v. figura 5
z'^+	– coordenada adimensional – eq. (5.3)
Z	– coordenada especial adimensional – eq. (4.12)

SÍMBOLOS GREGOS

α	– difusividade térmica molecular do fluido = $\frac{k_f}{\rho C_p}$
γ	– relação de forma do canal – eq. (4.13)
$\delta_{max.}$	– desvio máximo permissível entre duas iterações consecutivas
ϵ_H	– difusividade térmica turbulenta
ϵ_M	– difusividade turbulenta de momentum
ζ	– passo segundo a direção z – v. figura 11
η	– passo segundo a direção y – v. figura 11
θ	– temperatura adimensional – eq. (4.9)
$\bar{\theta}$	– temperatura média de mistura adimensional – eq. (5.60)
$\bar{\theta}_p$	– temperatura média da parede adimensional
ν	– viscosidade cinemática do fluido
ξ	– passo segundo a direção x – v. figura 12
ρ	– massa específica do fluido
τ_o	– tensão de cisalhamento junto a parede

ÍNDICES

i	– ponto genérico na direção y – v. figura 11
j	– ponto genérico na direção z – v. figura 11
k	– ponto genérico na direção x – v. figuras 11 e 12

CONTRIBUIÇÃO A SOLUÇÃO DOS PROBLEMAS DE TRANSFERÊNCIA DE CALOR EM DUTOS DE SEÇÃO RETANGULAR

Joaquim de Sylos Cintra Filho

CAPÍTULO I

INTRODUÇÃO

Em reatores nucleares a determinação das características do processo de transferência de calor gerado nos elementos combustíveis para o fluido refrigerante que circula em canais formados pelos próprios elementos combustíveis é fundamental para a utilização dos mesmos em fins pacíficos como, por exemplo, na geração de energia elétrica em centrais nucleares.

Com isso o conhecimento detalhado dos mecanismos de troca de calor que ocorrem no interior do caroço de um reator nuclear e, mais precisamente, nos canais de resfriamento dos elementos combustíveis, torna-se imprescindível para o cálculo térmico do reator.

Os problemas de transferência de calor que surgem neste cálculo térmico são os mais variados possíveis dependendo de vários fatores, tais como: geometria do elemento combustível, posição relativa do elemento em estudo em relação aos demais, fluido refrigerante, condições de escoamento ao longo do elemento e outros. Evidentemente, estes problemas não são privativos de reatores nucleares; uma boa parte deles aparece também em outros equipamentos, tais como: trocadores de calor, condensadores, etc. Portanto, muitos resultados clássicos de transferência de calor podem ser aplicados ao cálculo térmico de reatores nucleares.

Uma geometria bastante comum é a de elemento combustível constituído por uma série de placas metálicas, contendo material físsil, dispostas paralelamente formando canais de seção transversal, para passagem do fluido refrigerante, retangular. Elementos desse tipo podem ser encontrados, por exemplo, em alguns reatores de potência do tipo PWR, em alguns reatores de pesquisa (IEAR-1, SILOE) e em um reator avançado de alto fluxo, o HFIR.

A solução do problema, objeto deste trabalho, tem aplicações imediatas no cálculo térmico de um elemento combustível do tipo descrito no parágrafo anterior. Assim, estudar-se-á o processo de transferência de calor por convecção entre paredes aquecidas de um canal de forma retangular e um fluido em escoamento no interior do mesmo. Será admitido que a circulação do fluido pelos canais de resfriamento é forçada pois esta é a condição normal de operação de reatores nucleares. Circulação natural também é considerada no cálculo térmico de reatores nucleares, mas, em geral, apenas para a verificação de problemas de segurança.

CAPÍTULO II

EXPOSIÇÃO DO PROBLEMA

Inicialmente há que se definir uma série de termos que serão utilizados tanto na exposição do problema a ser estudado, quanto na revisão da literatura existente. Para tanto, veja a figura 1 onde está esquematizado um canal de seção retangular formado pelas placas de elemento combustível (1) e placas de separação (2).

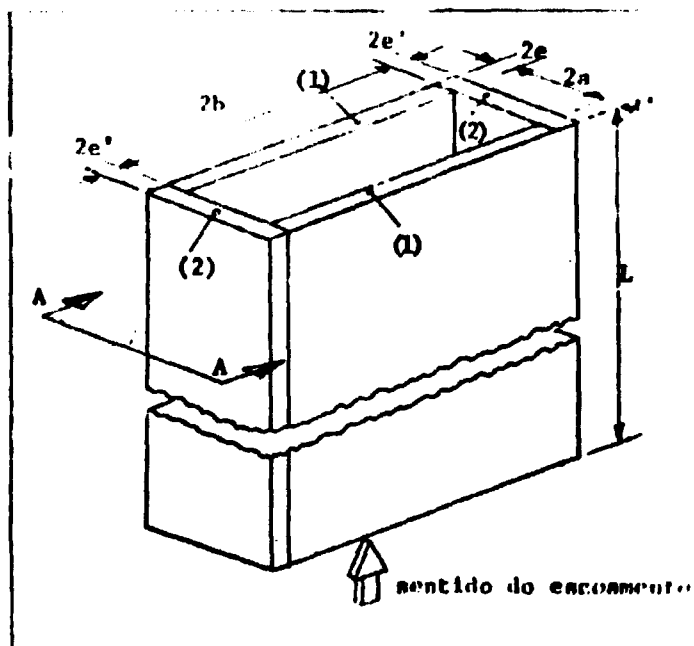


Figura 1 - Canal retangular - Esquema geral.

o corte AA na figura 1 determina uma seção transversal.

Para a figura 1 vale a seguinte nomenclatura:

- 2a - espessura do canal
- 2b - largura do canal
- (1) placas de elemento combustível ou placas principais
- (2) placas de separação ou placas secundárias
- 2e - espessura das placas principais
- 2e' - espessura das placas secundárias
- L - comprimento do canal (e das placas)

O problema a ser analisado considera o fluido escoando em regime permanente, o escoamento sendo turbulento, os perfis de velocidade e temperatura plenamente desenvolvidos (não se considera efeito de entrada) e as propriedades do fluido independentes da temperatura.

As duas primeiras condições são impostas por serem as que se verificam na operação normal de um reator nuclear; regime transitório e escoamento laminar podem, eventualmente, ser considerados para estudos de segurança em reatores.

O fato de se desprezar o efeito de entrada, consequência da terceira condição imposta não representa uma simplificação muito drástica, uma vez que, para canais de resfriamento usualmente empregados em reatores nucleares o comprimento de entrada é muito pequeno em relação ao comprimento total do elemento combustível.

Já a última condição será considerada para simplificar a solução do problema, mantendo linear a equação da energia; este fato será objeto de uma análise mais detalhada no capítulo IV.

As condições de aquecimento das placas, a serem consideradas são as seguintes:

- a) geração térmica volumétrica nas placas principais constante.
- b) não há geração térmica nas placas secundárias e o aquecimento das mesmas se dá por condução.

A adoção das condições acima descritas será justificada no capítulo IV, numa análise mais detalhada do problema.

O objetivo principal deste trabalho é o de determinar as distribuições de temperaturas nas paredes, pois o seu conhecimento é importante para o cálculo térmico de um elemento combustível.

Esta importância está relacionada com o fato da potência que se pode obter de um reator nuclear ser limitada, em geral, por certas temperaturas máximas permissíveis. Por exemplo, em reatores que empregam urânio metálico, essa limitação é representada pela temperatura em que ocorre mudança de fase no urânio; já nos reatores que empregam urânio sob a forma de óxidos, essa limitação é a temperatura de fusão do óxido.

Em certos casos dependendo do fluido de resfriamento empregado e do material utilizado para revestir o combustível, a temperatura máxima permissível é igual a temperatura da face interna do revestimento ou da superfície do mesmo.

As condições acima conduzem ao fato de ser, quase sempre, uma temperatura da parede o fator limitante da potência que se pode obter do reator.

Finalmente, é importante que a determinação da distribuição de temperaturas nas paredes seja feita empregando condições, as mais próximas que seja possível, das normais de funcionamento.

Isto justifica a consideração, neste trabalho, dos efeitos de condução em todas as paredes que formam o canal, o que torna a solução do problema mais complexa.

CAPÍTULO III

REVISÃO DA LITERATURA EXISTENTE

O objetivo desta revisão é o de apresentar sucintamente e discutir uma série de artigos que têm, de certa forma, relação com o problema a ser estudado neste trabalho.

Em primeiro lugar, há que se justificar o fato de três geometrias diferentes serem, aqui, examinadas; estas geometrias são designadas por: canal retangular, canal formado por placas planas e canal anular; a primeira corresponde à figura 1; a segunda corresponde a um canal formado por duas placas planas, de largura infinita, e a última corresponde ao canal formado por dois tubos concêntricos.

Essas três geometrias são analisadas, pois, a solução do problema de transferência de calor em um canal retangular cuja relação de forma, ou seja, a relação entre as dimensões b e a na figura 1 é grande, pode ser aproximada pelo resultado do estudo de um canal formado por placas planas; este, por sua vez, pode ser considerado como um caso particular de canal anular no qual a relação entre os raios é muito próxima da unidade.

Um estudo da transferência de calor, para escoamento turbulento em um canal formado por placas planas, foi realizado por Barrow⁽¹⁾, considerando aquecimento desigual das placas e perfis de temperatura e velocidade plenamente desenvolvidos.

Hatton e Quarmby⁽²⁾ analisaram, ainda, o caso de aquecimento assimétrico, em um canal formado por placas planas e escoamento turbulento, mas estudaram, concomitantemente, o efeito da variação das condições de contorno segundo a direção do escoamento (efeito do comprimento de entrada).

Os trabalhos analisados incluem estudos analíticos e experimentais. Deve-se notar, no entanto, que um estudo analítico da transferência de calor em regime turbulento, pressupõe o conhecimento de uma série de dados experimentais postos na forma de relações empíricas; apenas para o caso de regime laminar é possível se ter uma solução analítica diretamente a partir das equações fundamentais do escoamento e da transmissão de calor.

Os dois trabalhos acima citados apresentam resultados em boa concordância com os experimentais, utilizando relações empíricas para gerar as distribuições de velocidade e difusividades; no entanto, para o objetivo deste trabalho, qual seja o de se obter a distribuição de temperatura nas paredes, não pode ser aplicado o mesmo procedimento, uma vez que, o canal considerado por Barrow, Hatton e Quarmby não apresenta paredes laterais.

Um estudo bastante completo para canais com seção de passagem anular foi realizado por Kays e Leung⁽³⁾; completo no sentido que, ao lado do tratamento analítico utilizando relações empíricas para as distribuições de velocidade e difusividades, foi montado um dispositivo experimental, cujos resultados foram utilizados para uma verificação dos obtidos empregando o método analítico.

Quarmby e Anand⁽⁴⁾ analisando ainda um canal com seção de passagem anular, se detiveram no estudo do efeito do comprimento de entrada, efeito este que não foi considerado no trabalho de Kays e Leung⁽³⁾.

Para esse estudo consideraram fluido escoando em regime turbulento, aquecimento simétrico das paredes e um procedimento, para obtenção das distribuições de velocidade e difusividades semelhante ao utilizado por Kays e Leung⁽³⁾.

Estes trabalhos são importantes, pelo fato de se verificar, através de boa concordância dos resultados obtidos pelo tratamento analítico com os experimentais, a possibilidade de se utilizar relações empíricas, originalmente deduzidas para tubos ou placas planas, em outras geometrias.

Vale para estes trabalhos a mesma conclusão que para os anteriores, no que diz respeito à possibilidade de se obter a distribuição de temperaturas nas paredes.

As primeiras tentativas para se estudar a distribuição de temperaturas nas paredes foram feitas para o caso de escoamento laminar.

Assim, Han⁽⁵⁾ estudando um canal retangular analisou o problema da condução de calor através da parede secundária, resultando uma temperatura variável em cada seção transversal; para isso, supôs fluxo térmico constante segundo a direção do escoamento e temperatura da parede principal constante.

Os métodos empregados para a obtenção das expressões analíticas, solucionando o problema, foram o método de variação dos parâmetros e o método de Fourier.

Ainda, para canais retangulares e escoamento laminar, um estudo mais completo foi realizado por Savino e Siegel, em dois trabalhos^(6,7). No primeiro são estudados os efeitos da relação entre os fluxos térmicos nas paredes principal e secundária e da relação de forma do canal, na distribuição de temperaturas nas paredes. No segundo⁽⁷⁾, a distribuição de temperaturas nas paredes é, novamente, objeto de estudo, mas neste caso, é levado em conta o efeito da condução nas placas principais (placas de aquecimento) sendo o mesmo desprezível nas placas secundárias.

Embora os estudos nas referências⁽¹⁻⁷⁾ não sejam os únicos estudos analíticos realizados para canais com as geometrias descritas no início do capítulo, aquelas referências contêm os estudos mais completos, em cada caso.

Neste ponto, deve-se ressaltar que não existe na literatura, que seja do conhecimento do autor, nenhum trabalho que trate do problema de distribuição de temperaturas considerando canal retangular e escoamento turbulento, utilizando um procedimento analítico semelhante ao empregado nos trabalhos citados.

A bibliografia correspondente ao estudo experimental de transferência de calor e escoamento em canais retangulares é relativamente extensa.

Os estudos mais detalhados foram realizados por Novotny e outros⁽⁸⁾, Sparrow e outros⁽⁹⁾ e Lafay⁽¹⁰⁾; nos dois primeiros o fluido utilizado foi ar, sendo que, no primeiro⁽⁸⁾, foram empregados canais com relação de forma 1; 5 e 10, e foi considerado apenas o caso de aquecimento simétrico das placas principais, e nas placas secundárias foi empregado um material com baixo coeficiente de condutibilidade térmica (material isolante); no segundo⁽⁹⁾ apenas o canal com relação de forma 5 foi empregado, mas por outro lado, as placas principais foram aquecidas desigualmente, isto, para se estudar o efeito do aquecimento assimétrico. Já no último trabalho citado⁽¹⁰⁾, o fluido utilizado foi água, escoando em um canal com relação de forma 10,8, com as placas principais submetidas a um aquecimento simétrico, sendo o objetivo principal o de verificar as várias correlações existentes para transferência de calor em convecção forçada.

Como foi adiantado no capítulo anterior o objetivo deste trabalho é o de determinar a distribuição de temperaturas nas paredes de um canal retangular, no qual um fluido escoar em regime turbulento, considerando simultaneamente os efeitos da condução em ambas as paredes.

Como já foi visto nos parágrafos anteriores, esta distribuição já foi estudada, para o caso de escoamento laminar, por Han⁽⁵⁾, considerando apenas o efeito da condução nas paredes laterais, e por Savino e Siegel^(7,8), considerando, apenas, o efeito da condução nas paredes principais.

O procedimento utilizado para a solução do problema, é, em linhas gerais, o mesmo que pode ser encontrado nas referências^(1,2,3), que é o procedimento usual para uma aproximação analítica da solução do problema de transferência de calor por convecção em regime turbulento.

A dificuldade principal para se obter uma solução analítica para o problema proposto, consiste em se ter que escrever relações para as distribuições de velocidade e difusividades, levando em conta, a existência das paredes laterais, dificuldade essa que não ocorre em nenhum dos trabalhos citados anteriormente, uma vez que, tanto um canal formado por placas planas quanto um canal angular, não possuem paredes laterais.

Essa dificuldade será contornada através de um artifício, qual seja, o de subdividir o canal retangular numa série de regiões, de modo que possam ser aplicadas relações empíricas para as distribuições de velocidade e difusividades deduzidas para escoamento sobre placas planas ou no interior de tubos.

Este procedimento, original para o caso de canal retangular, parece conduzir a bons resultados, quando comparados com os valores experimentais citados nas referências^(8,9,10). Uma análise mais detalhada desses resultados será feita no capítulo VII

CAPÍTULO IV

ANÁLISE DO PROBLEMA

Seja o sistema de coordenadas esquematizado na figura 2.

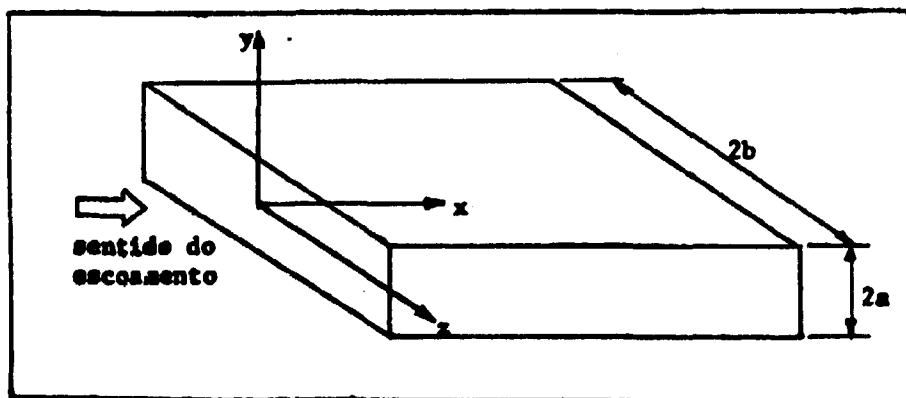


Figura 2 – Canal retangular – Sistema de Coordenadas

Considerando as seguintes hipóteses:

- a) regime permanente;
- b) perfil de velocidades plenamente desenvolvido;
- c) propriedades constantes;
- d) trabalho das forças viscosas desprezível;
- e) difusividade turbulenta isotópica;
- f) condução axial no fluido desprezível,

a equação da energia, que exprime a conservação de energia para um elemento de volume considerado no meio fluido, tem a forma:

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ [\alpha + \epsilon_H(y,z)] \frac{\partial T}{\partial y}(x,y,z) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ [\alpha + \epsilon_H(y,z)] \frac{\partial T}{\partial z}(x,y,z) \right\} = \\ = u(y,z) \frac{\partial T}{\partial x}(x,y,z) \end{aligned} \quad (4.1)$$

A dedução desta equação pode ser encontrada no apêndice I

Uma justificativa para as duas primeiras hipóteses foi exposta no capítulo II; mesmo para a hipótese (c) foi adiantado no capítulo II, que sua adoção se prende ao fato de se ter que trabalhar, por questões de simplicidade de cálculo, com uma equação de energia linear.

De fato, inspecionando a equação da energia (eq. 4.1) verifica-se que se a difusividade térmica molecular α , que engloba as propriedades do fluido, for variável com a temperatura, a equação deixará de ser linear em T.

A hipótese de trabalho das forças viscosas desprezível é perfeitamente aceitável neste trabalho, uma vez que, as condições de escoamento e os fluidos a serem considerados são tais que a velocidade de escoamento do fluido é bem menor que a velocidade de propagação do som no mesmo fluido; estas condições tornam a parcela correspondente ao trabalho das forças viscosas desprezível em relação às demais quando se faz um balanço energético para um elemento de volume do fluido.

A hipótese (e) representa o fato da difusividade térmica turbulenta não apresentar uma direção privilegiada; esta hipótese não tem comprovação experimental, mas deve ser feita para simplificar os cálculos com a equação da energia.

A última hipótese também pode ser justificada com base no tipo de fluido e nas condições de escoamento a serem estudadas.

Foi verificado por Schneider⁽¹¹⁾ que o termo correspondente à condução no fluido, segundo a direção de escoamento, só não é desprezível em relação aos demais termos da equação da energia, quando as condições de escoamento e o tipo de fluido são tais que o produto dos adimensionais, número de Reynolds e número de Prandtl, é menor que 100; caso esse que ocorre, em geral, apenas com metais líquidos, que, por sua vez, não serão objeto de estudo neste trabalho.

A consideração das hipóteses adicionais:

- g) perfil de temperaturas plenamente desenvolvido;
- h) geração térmica constante segundo a direção do escoamento leva à igualdade

$$\frac{\partial T}{\partial x}(x,y,z) = \frac{dT}{dx}(x) \quad (4.2)$$

A primeira dessas duas últimas hipóteses está justificada pelo que está exposto no capítulo II; a segunda será feita no sentido de simplificar a equação da energia, uma vez que, assim, os termos da igualdade (4.2) são iguais a uma constante, independente de qualquer coordenada espacial, o que se verifica logo a seguir, através de um balanço térmico.

O fato de não se considerar variação da geração térmica segundo a direção do escoamento não representa uma simplificação, pois mesmo em reatores nucleares, onde essa variação existe, ela pode ser compensada fazendo-se os cálculos de distribuição de temperaturas nas paredes, usando um valor médio para a geração térmica, e fazendo a seguir, uma correção empregando fatores de canal quente e fatores de ponto quente obtidos experimentalmente.

Fazendo um balanço térmico para uma seção transversal de espessura dx , conforme figura 3, resulta:

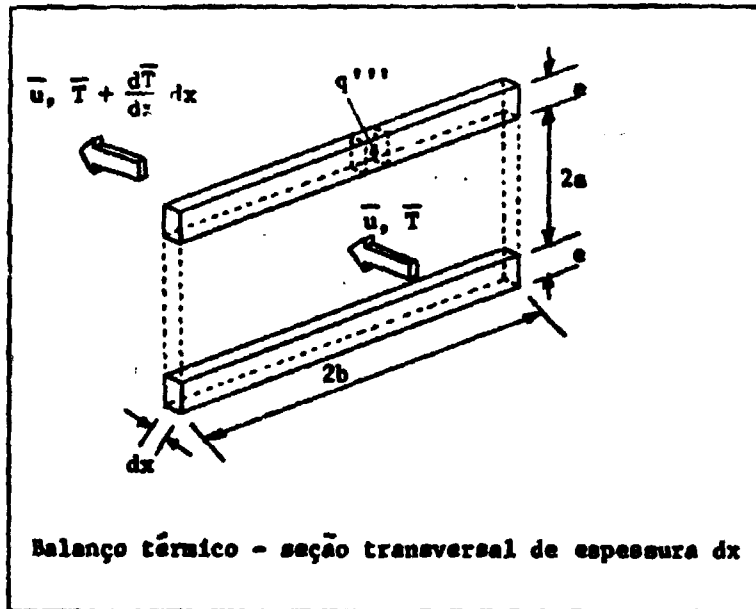


Figura 3 - Seção transversal do canal

$$\frac{d\bar{T}}{dx}(x) = \frac{q'''e}{\rho u C_p} \quad (4.3)$$

Nesse balanço térmico foi utilizada a semi-espessura da placa de aquecimento e , em lugar da espessura total $2e$, tendo em vista o fato de se ter, em geral, em elementos combustíveis do tipo placa uma série de canais justapostos de modo que cada placa seja resfriada em ambas as faces, nas mesmas condições. Esta não é uma afirmativa absolutamente válida apenas para as placas externas dos elementos combustíveis; no entanto, como um elemento combustível é constituído de muitas placas, as considerações anteriores estão perfeitamente justificadas para um canal genérico.

Considerando simultaneamente as equações (4.2), (4.3) e a definição de difusividade térmica molecular resulta para a equação da energia

$$\frac{\partial}{\partial y} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial T}{\partial y} \right] + \frac{\partial}{\partial z} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial T}{\partial z} \right] = \frac{u}{\alpha} \frac{q'''e}{k_p a} \quad (4.4)$$

Omitir-se-ão doravante as variáveis independentes, uma vez que as equações tornar-se-ão extremamente longas. Deve-se ressaltar, no entanto, que as variáveis dependentes que aparecem em (4.4) (ϵ_H , T , u) são funções agora de apenas duas coordenadas espaciais (y, z).

Esta equação deve ser resolvida satisfazendo as condições de contorno

$$\begin{aligned}
 \text{c.1 } T(a, z) &= T_p(z) \\
 \text{c.2 } T(-a, z) &= T_p(z) \\
 \text{c.3 } T(y, b) &= T_s(y) \\
 \text{c.4 } T(y, -b) &= T_s(y)
 \end{aligned}
 \tag{4.5}$$

Estas temperaturas T_p e T_s são obtidas considerando-se as condições de geração térmica nas placas principais, a condução nas placas principais e secundárias e o resfriamento por convecção. Fazendo um balanço para elementos de volume das duas placas, como indicado na figura 4, resultam as equações:

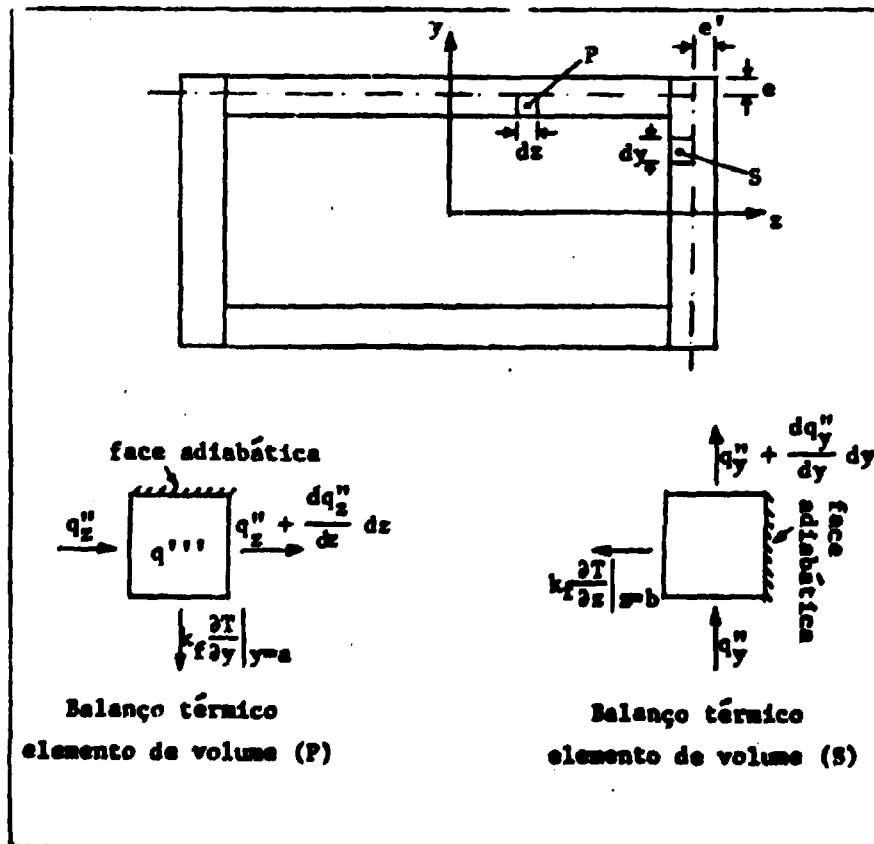


Figura 4 - Seção transversal elementos de volume das paredes

$$k_p \frac{d^2 T_p}{dz^2} + q'''' - \frac{k_f}{e} \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=a} = 0 \quad (4.6)$$

$$k_s \frac{d^2 T_s}{dy^2} - \frac{k_f}{e'} \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=b} = 0 \quad (4.7)$$

Estas equações foram obtidas considerando como adiabáticas a face do elemento de volume correspondente a um dos planos de simetria das placas, fato que tem a sua justificativa no que foi exposto anteriormente para justificar o emprêgo da semi-espessura e num balanço térmico para a seção transversal do canal.

A simetria do problema permite que a solução seja obtida analisando-se, apenas, um quadrante da seção transversal, isto é, $0 \leq y \leq a$ e $0 \leq z \leq b$.

As condições de contorno (4.5) são tais que a temperatura das paredes é igual à temperatura do fluido em contato com as mesmas; levando isto em conta nas equações (4.6) e (4.7) e considerando a simetria do problema, as condições de contorno podem ser reescritas:

$$c.1 \quad k_f \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=a} = q'''' e + k_f e \frac{\partial^2 T}{\partial z^2} \Big|_{y=a}$$

$$c.2 \quad \frac{\partial T}{\partial y} \Big|_{y=0} = 0$$

(4.8)

$$c.3 \quad k_f \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=b} = k_s e' \frac{\partial^2 T}{\partial y^2} \Big|_{z=b}$$

$$c.4 \quad \frac{\partial T}{\partial z} \Big|_{z=0} = 0$$

Para facilitar o cálculo e para normalizar os resultados é conveniente escrever a equação da energia e as condições de contorno em termos de variáveis adimensionais. Assim definindo-se:

a) temperatura adimensional

$$\theta = \frac{T}{q''/k_f} \quad (4.9)$$

onde

$$q'' = 4beq'''' \quad (4.10)$$

b) variáveis independentes adimensionais

$$Y = \frac{y}{a} \quad (4.11)$$

$$Z = \frac{z}{b} \quad (4.12)$$

c) relação de forma do canal

$$\gamma = \frac{b}{a} \quad (4.13)$$

d) fator de condução parede principal-fluido

$$K_p = \frac{ek_p}{ak_f} \quad (4.14)$$

e) fator de condução parede secundária-fluido

$$K_s = \frac{e'k_s}{bk_f} \quad (4.15)$$

e substituindo na equação da energia (4.4) e nas condições de contorno (4.8) tem-se:

$$\gamma \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial Z} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right] = \frac{1}{4} \frac{u}{\bar{u}} \quad (4.16)$$

$$c.1 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=1} = \frac{1}{4\gamma} + \frac{K_p}{\gamma^2} \frac{\partial^2 \theta}{\partial Z^2} \Big|_{Y=1}$$

$$c.2 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Y} \Big|_{Y=0} = 0$$

$$c.3 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=1} = K_s \gamma^2 \frac{\partial^2 \theta}{\partial Y^2} \Big|_{Z=1}$$

$$c.4 \quad \frac{\partial \theta}{\partial Z} \Big|_{Z=0} = 0$$

(4.17)

A solução da equação diferencial (4.16) com as condições de contorno (4.17) dá a distribuição de temperaturas desejada, uma vez que, as equações correspondentes às condições de contorno (4.17) levam em conta as condições de aquecimento das placas e os efeitos da condução do calor no interior das mesmas.

CAPÍTULO V

SOLUÇÃO DO PROBLEMA

V.1 – Introdução

A solução de (4.16) satisfeitas as condições de contorno (4.17) pode ser obtida desde que se conheçam as distribuições de velocidade e de difusividade térmica turbulenta, isto é, desde que $u = f(Y,Z)$ e $\epsilon_H = f(Y,Z)$ sejam conhecidas. É neste ponto que a solução analítica de problemas de transferência de calor por convecção em regime turbulento torna-se bastante difícil, uma vez que a variação da difusividade térmica turbulenta e a variação do fluido em geral são definidas por várias expressões, cada uma válida para uma região do escoamento. Quando se consegue exprimir essa variação com uma única equação, como é o caso da equação proposta por Spalding⁽¹²⁾ para a distribuição de velocidades, aquela toma uma forma muito complexa. Vê-se, portanto, que as possibilidades de se obter uma solução de (4.16) na forma de uma única equação que dê temperatura como função das propriedades do fluido e das coordenadas espaciais, são bastante reduzidas.

Um procedimento usual, portanto, para os casos de transferência de calor em regime turbulento é a solução da equação da energia numericamente, que será então o método empregado neste trabalho.

V.2 – Distribuição de Velocidades

Dada a inexistência na literatura de uma expressão, mesmo empírica, que dê a distribuição de velocidades em um canal de seção retangular para escoamento turbulento, será feita uma hipótese que permitirá a obtenção da distribuição procurada.

A seção transversal do canal foi melhor, um quadrante, tendo em vista o que foi exposto no capítulo IV) será dividida em seis regiões conforme figura V.

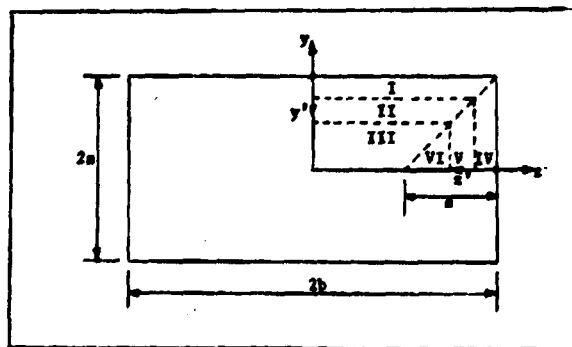


Figura 5 – Seção transversal subdividida para distribuição de velocidades

- Região I – camada laminar adjacente à placa principal
 Região II – camada amortecedora mais próxima da placa principal do que da placa secundária
 Região III – núcleo turbulento mais próximo da placa principal do que da placa secundária
 Região IV – camada laminar adjacente à placa secundária
 Região V – camada amortecedora mais próxima da placa secundária do que da placa principal
 Região VI – núcleo turbulento mais próximo da placa secundária do que da placa principal

Esta subdivisão tem como base o fato de se verificar experimentalmente a existência destas três camadas (laminar, amortecedora e turbulenta) no escoamento turbulento de um fluido sobre um contorno sólido⁽¹³⁾ e existirem expressões relativamente simples que descrevem a distribuição da velocidade do fluido nestas camadas.

A hipótese consistirá em se escrever expressões para a velocidade nas regiões I, II e III apenas em função de y' (coordenada espacial contada a partir da placa principal) e nas regiões IV, V e VI apenas em função de z' (coordenada espacial contada a partir da placa secundária).

Antes de se escrever as equações que dão a distribuição de velocidades nas várias regiões é conveniente definir as seguintes variáveis adimensionais, em função das quais essas equações serão escritas.

a) Velocidade adimensional^(14a)

$$u_T^+ = \frac{u}{u_T} \quad (5.1)$$

com $u =$ velocidade de cisalhamento $= \sqrt{\frac{9cT_0}{\rho}}$ (14b) (5.2)

b) Coordenadas adimensionais^(14a)

$$y'^+ = y' \frac{u_T}{\nu} \quad (5.3)$$

$$z'^+ = z' \frac{u_T}{\nu} \quad (5.4)$$

As expressões que permitem calcular a distribuição de velocidades nas várias regiões acham-se agrupadas na Tabela I.

Tabela I

Equações para Distribuição de Velocidades

Região	Equação	Faixa de Utilização	
I	$u^+ = y^+$	$0 \leq y^+ < 5$	(5.5)
II	$u^+ = 5 \ln y^+ - 3,05$	$5 \leq y^+ < 30$	(5.6)
III	$u^+ = 8,7(y'^+)^{1/7}$	$y^+ \geq 30$	(5.7)
IV	$u^+ = z^+$	$0 \leq z^+ < 5$	(5.8)
V	$u^+ = 5 \ln z'^+ - 3,05$	$5 \leq z'^+ < 30$	(5.9)
VI	$u^+ = 8,7(z'^+)^{1/7}$	$z'^+ \geq 30$	(5.10)

As equações (5.5), (5.6), (5.8) e (5.9) e as correspondentes faixas de utilização foram propostas por Von Karman⁽¹⁵⁾. As equações (5.7) e (5.10) válidas para o núcleo turbulento têm a forma da conhecida lei da potência 1/7 obtida por ajuste aos dados experimentais^(16a).

Para a solução de (4.10) torna-se necessário obter não somente a velocidade em cada ponto da seção transversal mas também a velocidade média do fluido na seção. Esta velocidade média pode ser calculada considerando a seguinte equação

$$\bar{u}^+ = \frac{\int_{A_{I+II+III}} u^+(y^+) da + \int_{A_{IV+V+VI}} u^+(z^+) dA}{A_{I+II+III+IV+V+VI}} \quad (5.11)$$

Fazendo as integrações e simplificações algébricas necessárias chega-se a

$$\bar{u} = \nu \frac{b+a}{ab} I_1 - \frac{2\nu^2}{abu_\tau} I_2 \quad (5.12)$$

onde

$$I_1 = 7,613 \left(\frac{au_\tau}{\nu} \right)^2 - 89,704 \quad (5.13)$$

$$I_2 = 4,060 \left(\frac{au_\tau}{\nu} \right)^{15/7} - 724,083 \quad (5.14)$$

O cálculo da velocidade média empregando a equação (5.12) exige o cálculo prévio da velocidade de cisalhamento u_τ definida pela equação (5.2). O problema está, então, em se calcular u_τ em função de algum parâmetro representativo das condições de escoamento.

Seja a determinação da distribuição de velocidades em um canal retangular: dado um certo valor do número de Reynolds.

Utilizando-se a equação de definição desse adimensional

$$Re = \frac{\bar{u} D_e}{\nu} \quad (5.15)$$

onde

$$D_e = \frac{4b}{1+\gamma} \quad (5.16)$$

para canal retangular com relação de forma γ pode-se calcular a velocidade média correspondente ao número de Reynolds, dado.

Para o cálculo da velocidade do fluido em cada ponto empregando as equações da tabela I é necessário obter o valor de u_τ , o que pode ser feito por meio das

equações (5.12), (5.13) e (5.14); mas este cálculo é trabalhoso, uma vez que não se pode escrever, a partir dessas equações, uma equação explícita em u_T .

No entanto, pode-se calcular u_T através de um procedimento mais simples; esse procedimento, embora não tenha sido encontrado em nenhum trabalho pesquisado pelo autor mostrar-se-á, quando analisados os resultados obtidos, bastante satisfatório.

Para isso deve-se obter inicialmente uma expressão para a velocidade média \bar{u} , ainda que aproximada, que possa ser tornada explícita em u_T .

Examinando-se o perfil de velocidade para escoamento turbulento no interior de tubos (v. figura 6) verifica-se que as espessuras das camadas laminar e amortecedora ($y^+ < 30$) são quase desprezíveis em relação ao diâmetro do tubo e a distribuição de velocidades pode ser, então, quase que inteiramente representada pelas equações válidas para o núcleo turbulento.

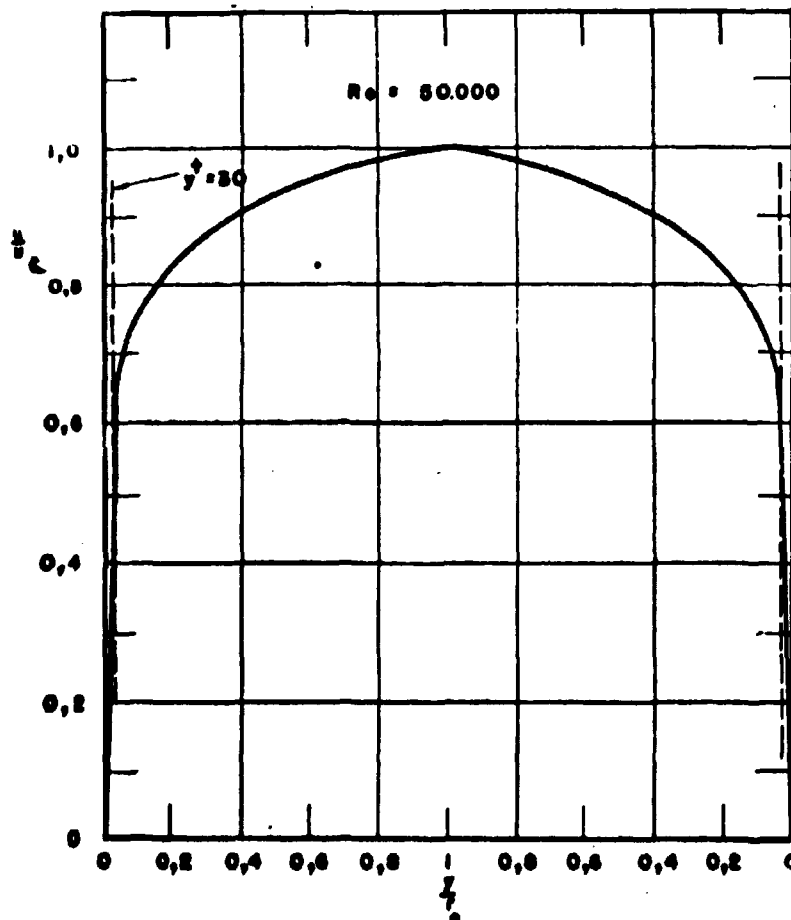


Figura 6 - Perfil de velocidade para escoamento turbulento em tubo circular (ref.16-b)

Considerando, então, que as equações (5.7) e (5.10) valem para toda a região do escoamento tem-se para a velocidade média aproximada:

$$\bar{u}_{\text{aprox}} = \frac{\int 8,7(y'')^{1/7} dA + \int 8,7(z'')^{1/7} dA}{A_{I+II+III} + A_{IV+V+VI}} \quad (5.17)$$

Integrando e simplificando tem-se:

$$\bar{u}_{\text{aprox}} = 8,7 \nu \left(\frac{au_T}{\nu} \right)^{8/7} \left[\frac{7}{8} \left(\frac{b+a}{ab} \right) - \frac{14}{15} b \right] \quad (5.18)$$

Considerando a definição do número de Reynolds resulta

$$\bar{u}_T = \left\{ \frac{15 \text{Re}(1+\gamma)}{8,7[52,5(1+\gamma) - 56]} \right\}^{7/8} \frac{\nu}{a} \quad (5.19)$$

Esta última equação dá um valor aproximado para a velocidade de cisalhamento correspondente a um dado número de Reynolds; o erro introduzido usando esta aproximação pode ser eliminado, simplesmente recalculando-se, para o valor de u_T achado, a velocidade média e o número de Reynolds correspondentes utilizando-se, respectivamente, as equações (5.12) e (5.15).

Com os valores de u_T e \bar{u} calcula-se então a velocidade em cada ponto empregando-se as equações (5.5), (5.6), (5.7), (5.8), (5.9) e (5.10) da tabela I e a relação u/\bar{u} a ser utilizada na solução de (4.16).

V.3 – Distribuição de Difusividades Turbulentas

Para se obter a distribuição das diffusividades turbulentas, tanto de momentum quanto térmica, será utilizado um procedimento semelhante ao do item anterior. Neste caso a zona de escoamento será dividida em quatro regiões conforme figura 7. Esta subdivisão tem por base o fato da consideração apenas de duas camadas (laminar e turbulenta) para o cálculo da distribuição de diffusividades empregando relações empíricas, conduzir a resultados em boa concordância com os experimentais^(16c), no caso de tubos.

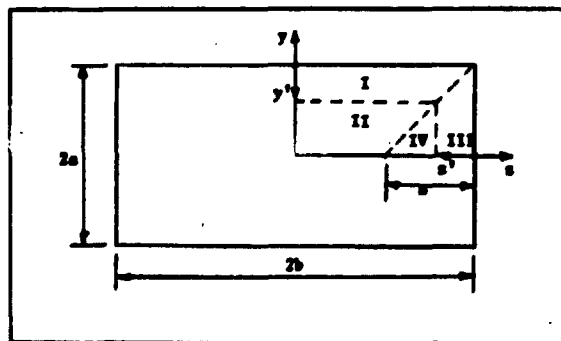


Figura 7 – Seção transversal subdividida para distribuição de diffusividades

Para as regiões I e III será utilizada a equação originalmente proposta por Deissler para a difusividade turbulenta de momentum, mas que tem se verificado muito boa para exprimir a difusividade térmica turbulenta, na camada limite adjacente a uma parede sólida; isto equivale a se tomar, na região próxima das paredes, relação unitária entre as difusividades.

Esta equação pode ser escrita na forma⁽¹⁷⁾, para a região I

$$\frac{\epsilon_H}{\nu} = m u^+ y'^+ [1 - \exp(-m u^+ y'^+)] \quad (5.20)$$

Analogamente para a região II tem-se

$$\frac{\epsilon_H}{\nu} = m u^+ z'^+ [1 - \exp(-m u^+ z'^+)] \quad (5.21)$$

com $m = 0,0154$ em ambos os casos.

Para as regiões II e IV será empregada a equação proposta por Reichardt para difusividade turbulenta de momentum em tubos, na forma como ela é apresentada na referência^(16d). Assim tem-se

$$\frac{\epsilon_M}{\nu} = \frac{k r_o^+}{6} \left[1 - \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \left[1 + 2 \left(\frac{r}{r_o} \right)^2 \right] \quad (5.22)$$

com

$$k = 0,4$$

$$r_o^+ = \frac{r_o u_\tau}{\nu}$$

Para aplicar esta equação, por exemplo à região II, é necessário fazer as seguintes mudanças de variável e de parâmetro (v. figura 8)

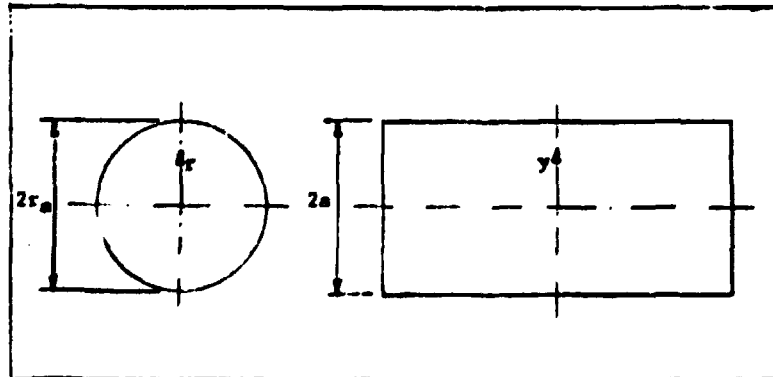


Figura 8 — Dimensões e coordenadas de referência — geometrias circular e retangular

$$\begin{aligned} r_0 &= a \\ r &= y \end{aligned} \quad (5.23)$$

Considerando (5.23), (5.3) e desenvolvendo (5.22) tem-se:

$$\frac{\epsilon_M}{\nu} = 0,4 \left[y'^4 - \frac{11}{6} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right) y'^{+2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right)^2 y'^{+3} - \frac{1}{3} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right)^3 y'^{+4} \right] \quad (5.24)$$

De modo análogo pode-se deduzir para a região IV a equação

$$\frac{\epsilon_M}{\nu} = 0,4 \left[z'^4 - \frac{11}{6} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right) z'^{+2} + \frac{4}{3} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right)^2 z'^{+3} - \frac{1}{3} \left(\frac{\nu}{u_T a} \right)^3 z'^{+4} \right] \quad (5.25)$$

No núcleo turbulento, correspondente às regiões II e III, para se ter a difusividade térmica turbulenta, torna-se necessário avaliar a relação entre esta última e a difusividade turbulenta de momentum, ou seja, ϵ_H/ϵ_M . Esta relação pode ser obtida por uma expressão derivada por Jenkins⁽¹⁸⁾

$$\frac{\epsilon_H}{\nu} = Pr \frac{\frac{2}{15} - \frac{12}{\pi^6} \left(\frac{\ell v'}{\alpha} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} (1 - \exp(-n^2 \pi^2 \alpha / \ell v'))}{\frac{2}{15} - \frac{12}{\pi^6} \left(\frac{\ell v'}{\alpha} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} (1 - \exp(-n^2 \pi^2 \nu / \ell v'))} \quad (5.26)$$

e

$$\frac{\epsilon_M}{\nu} = \left(\frac{\ell v'}{\nu} \right)^2 \left[\frac{2}{15} - \frac{12}{\pi^6} \left(\frac{\ell v'}{\nu} \right) \sum_{n=1}^{\infty} \frac{1}{n^6} (1 - \exp(-n^2 \pi^2 \nu / \ell v')) \right] \quad (5.27)$$

com

ℓ — comprimento de mistura

v' — velocidade fictícia de um turbilhão esférico de Jenkins

No entanto, embora (5.26) dê um sentido de variação correto de ϵ_H/ϵ_M em função do Número de Prandtl e de ϵ_M/ν , calculada com (5.27), sentido este que pode ser observado na figura 9, os valores obtidos são ligeiramente inferiores aos medidos experimentalmente.

Por exemplo, para o ar cujo Número de Prandtl é aproximadamente 0,7, a equação de Jenkins prevê uma relação ϵ_H/ϵ_M variando entre 0,93 e 0,97 para Números de Reynolds na faixa 20 000 100 000, como se pode observar na figura 19. Experimentalmente, no entanto, tem-se observado valores ligeiramente superiores a 1,0 considerando valores do Número de Reynolds aproximadamente dentro da mesma faixa, fato que pode ser verificado na figura 10 onde se acham indicados os resultados obtidos por Page e outros⁽¹⁹⁾, para ar.

Estes resultados experimentais levaram então muitos pesquisadores a utilizar um fator de correção para a fórmula de Jenkins que elimine essa discrepância observada para o ar. Um procedimento deste tipo pode ser encontrado, por exemplo, no trabalho já citado de Kays e Leung⁽³⁾.

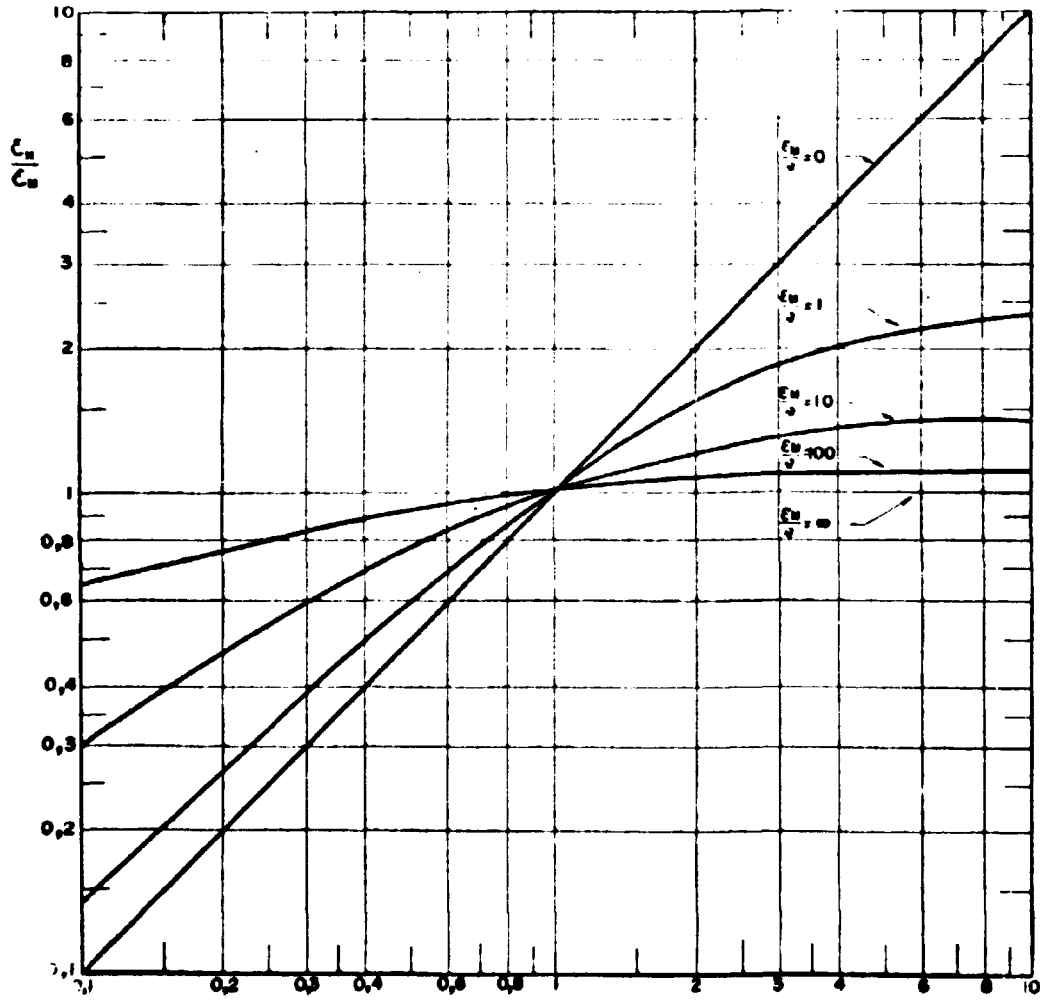


Figura 9 - Relação de difusividades - Equação de Jenkins

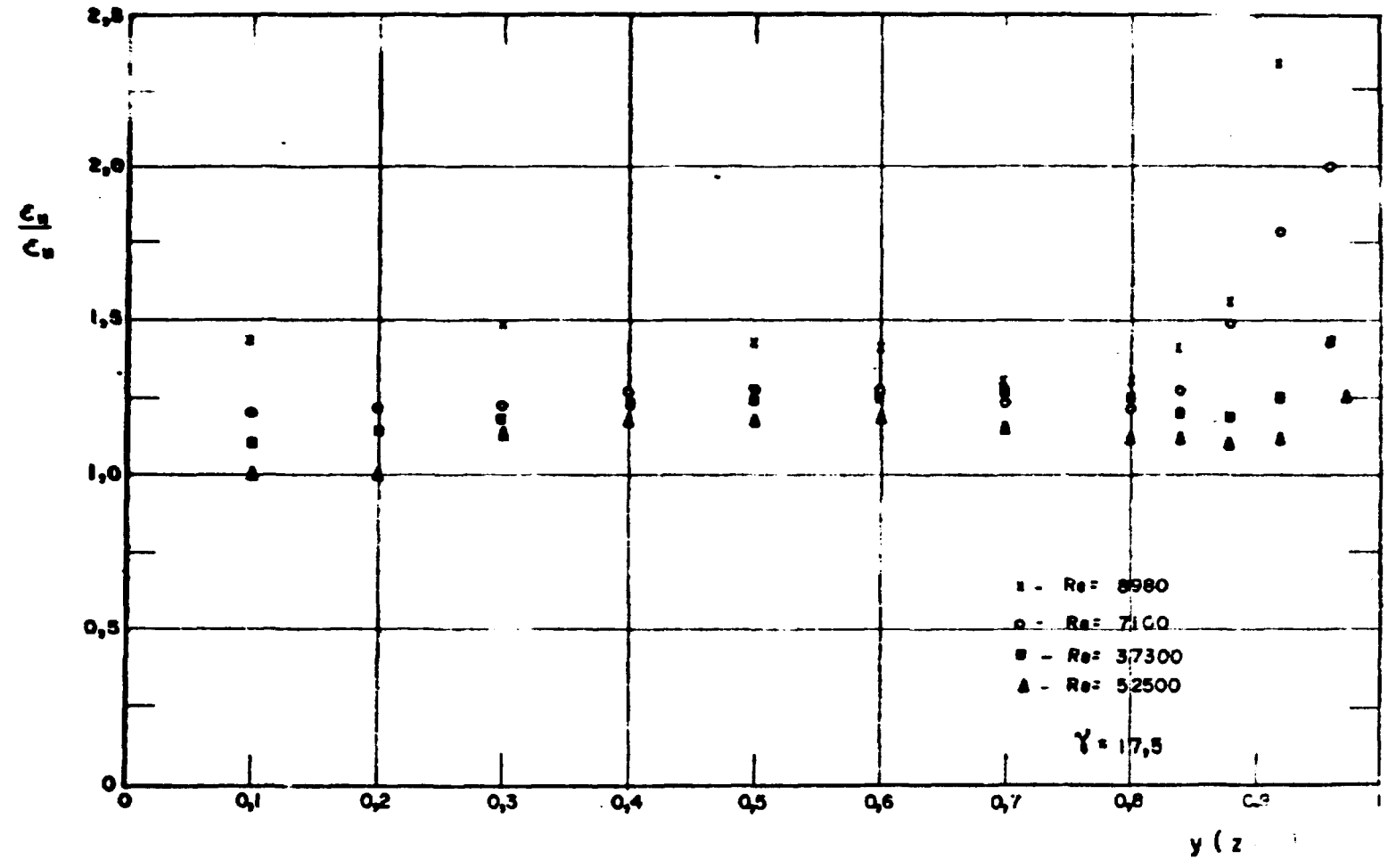


Figura 10 — Relação de difusividades — valores experimentais

O fator de correção empregado na presente análise, escolhido arbitrariamente é 1,2, valor bastante aceitável, estudando-se comparativamente os resultados apresentados nas figuras 19 e 10. Admitir-se-á que este fator de correção é válido para fluidos que apresentam Número de Prandtl diferente de 0.7 (ar).

Finalmente, para maior clareza, as equações que permitem calcular a distribuição de difusividades nas várias regiões da figura 7, com os fatores de correção apropriados acham-se reunidas na tabela II.

Tabela II

Equações para Distribuição de Difusividades

Região	Equação	Faixa de utilização	Relação entre as difusividades
I	$\frac{\epsilon_M}{\nu} = mu^+ y'^+ [1 - e^{-mu^+ y'^+}]$ com $m = 0,0154$	$0 \leq y'^+ < 26$	$\epsilon_H/\epsilon_M = 1$
II	Eq. (5.20)	$y'^+ \geq 26$	$\frac{\epsilon_H}{\epsilon_M} = 1,2 \left(\frac{\epsilon_H}{\epsilon_M} \right) \text{Eq. (5.26)}$
III	$\frac{\epsilon_M}{\nu} = mu^+ z'^+ [1 - e^{-mu^+ z'^+}]$ com $m = 0,0154$	$0 \leq z'^+ < 26$	$\epsilon_H/\epsilon_M = 1$
IV	Eq. (5.21)	$z'^+ \geq 26$	$\frac{\epsilon_H}{\epsilon_M} = 1,2 \left(\frac{\epsilon_H}{\epsilon_M} \right) \text{Eq. (5.26)}$

V.4 – Formulação das Equações de Diferenças Finitas

Em muitos problemas de transferência de calor que devem ser tratados por um método numérico, impõe-se a escolha de qual o procedimento a ser empregado para se obter as equações de diferenças finitas, pois estas podem ser obtidas tanto a partir da equação diferencial, que governa o fenômeno, acoplada às condições de contorno, como a partir de um ponto de vista mais físico, no qual são feitos balanços energéticos para volumes elementares convenientemente escolhidos. As equações resultantes da aplicação dos dois métodos nem sempre coincidem, uma vez que, conforme o tipo de equação diferencial que governa o fenômeno, vários tipos de equações de diferenças finitas podem a ela ser associados.

No problema em estudo, também se apresentam as duas opções; como, em geral, o método dos balanços térmicos é de mais simples aplicação este será o escolhido, embora no apêndice II se faça a dedução da equação de diferenças finitas para um ponto interno, diretamente a partir da equação (4.16).

V.4.1 – Equações de Diferenças Finitas (Método de Balanço Térmico)

Seja uma rede de pontos de acordo com a figura 11

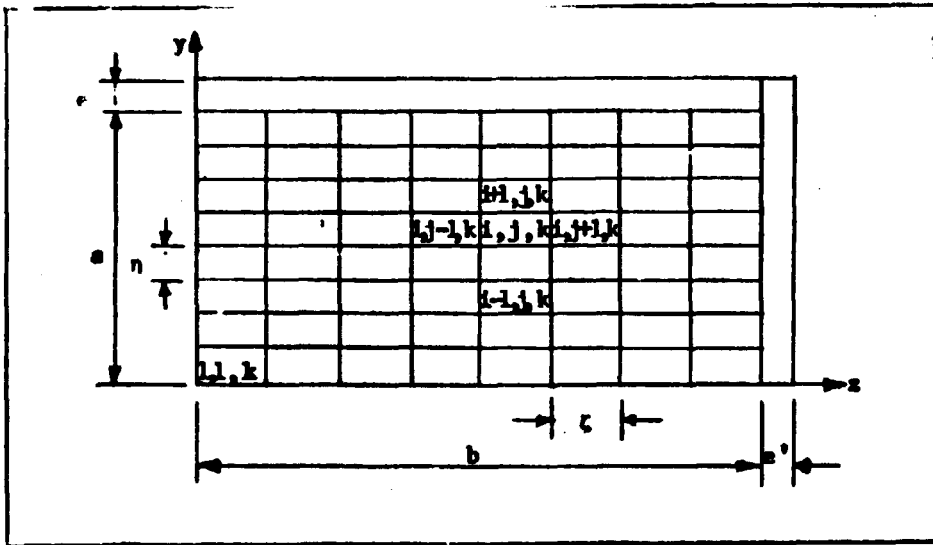


Figura 11 – Quadrante da seção transversal subdividido para aplicação de método numérico

Ponto interno – Ponto (i,j,k)

Ampliando o elemento de volume em torno desse ponto têm se a figura 12.

Balanco térmico (v. figura 12).

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = \rho C_p \xi n \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\xi} v_{i,j} \quad (5.28)$$

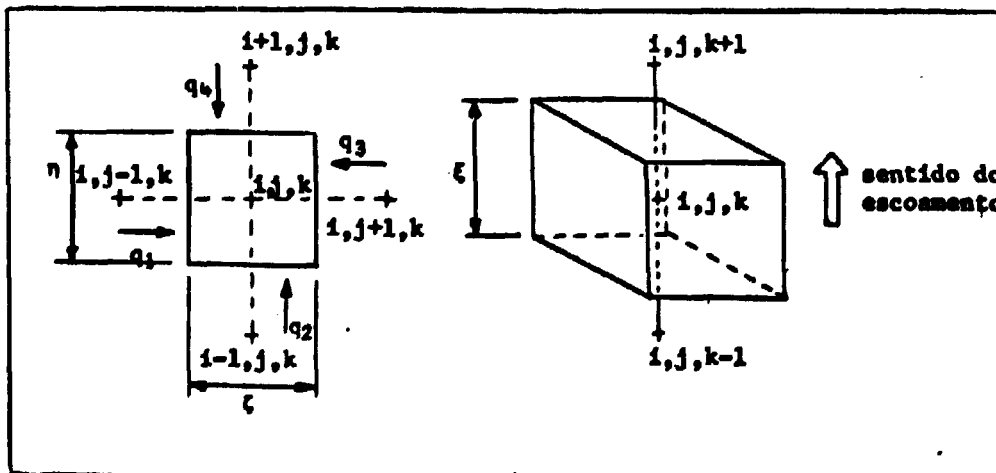


Figura 12 – Elemento de volume – ponto (i,j,k)

$$q_1 = \bar{k} \eta \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}}{\xi} \quad (5.29)$$

onde \bar{k} = condutibilidade térmica média entre os pontos $(i,j-1,k)$ e (i,j,k) . Para se determinar \bar{k} tem-se:

$$q_1 = \bar{k} \eta \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}}{\xi} = k_{i,j-1} \eta \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j-1/2,k}}{\xi/2} = \quad (5.30)$$

$$= k_{i,j} \eta \frac{T_{i,j-1/2,k} - T_{i,j,k}}{\xi/2} \quad (5.31)$$

de onde resulta facilmente

$$\bar{k} = \frac{2k_{i,j} k_{i,j-1}}{k_{i,j-1} + k_{i,j}} \quad (5.31)$$

onde k = condutibilidade térmica efetiva do fluido que varia de ponto para ponto (v. Eq. (5.41)).

$$q_1 = \frac{2k_{i,j} k_{i,j-1}}{k_{i,j-1} + k_{i,j}} \eta \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}}{\xi} \quad (5.32)$$

Analogamente tem-se:

$$q_2 = \frac{2k_{i-1,j} k_{i,j}}{k_{i-1,j} + k_{i,j}} \xi \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}}{\eta} \quad (5.33)$$

$$q_3 = \frac{2k_{i,j+1} k_{i,j}}{k_{i,j+1} + k_{i,j}} \eta \frac{T_{i,j+1} - T_{i,j,k}}{\xi} \quad (5.34)$$

$$q_4 = \frac{2k_{i+1,j} k_{i,j}}{k_{i+1,j} + k_{i,j}} \xi \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}}{\eta} \quad (5.35)$$

Substituindo (5.32) a (5.35) em (5.28) resulta:

$$\begin{aligned} & \frac{2k_{i,j} k_{i,j-1}}{k_{i,j-1} + k_{i,j}} \eta \frac{T_{i,j-1,k} - T_{i,j,k}}{\xi} + \frac{2k_{i,j+1} k_{i,j}}{k_{i,j+1} + k_{i,j}} \eta \frac{T_{i,j+1,k} - T_{i,j,k}}{\xi} + \\ & + \frac{2k_{i-1,j} k_{i,j}}{k_{i-1,j} + k_{i,j}} \xi \frac{T_{i-1,j,k} - T_{i,j,k}}{\eta} + \frac{2k_{i+1,j} k_{i,j}}{k_{i+1,j} + k_{i,j}} \xi \frac{T_{i+1,j,k} - T_{i,j,k}}{\eta} = \end{aligned}$$

$$= \rho C_p \xi \eta \frac{T_{i,j,k+1} - T_{i,j,k-1}}{2\xi} u_{i,j} \quad (5.36)$$

Introduzindo as seguintes simplificações:

$$a) \frac{\xi}{\eta} = \frac{b}{a} = \gamma \quad (5.37)$$

para que se tenha o mesmo número de pontos, tanto na direção y, como na direção z.

b) Sendo T_k a temperatura média do fluido na seção em estudo a hipótese de perfil de temperaturas plenamente desenvolvido conduz a:

$$(T_{i,j,k} - \bar{T}_k) = (T_{i,j,k+1} - \bar{T}_{k+1}) = (T_{i,j,k-1} - \bar{T}_{k-1}) = \text{constante} \quad (5.38)$$

c) Para a seção toda tem-se:

$$\rho C_p 4ab\bar{u}(\bar{T}_{k+1} - T_{k-1}) = q'2\xi \quad (5.39)$$

$$d) \frac{T_{i,j,k}}{q'/k_f} = \theta(i,j) \quad (5.40)$$

$$e) k_{i,j} = k_f + \rho C_p \epsilon_H(i,j) \quad (5.41)$$

$$\text{ou ainda } \frac{k_{i,j}}{\rho C_p} = \alpha + \epsilon_H(i,j) \quad (5.42)$$

$$f) \frac{k_f}{k_{i,j}} = \frac{\alpha}{\alpha + \epsilon_H(i,j)} = \text{RDT}(i,j) \quad (5.43)$$

com RDT – relação de difusividades térmicas

$$g) \frac{u_{i,j}}{\bar{u}} = \text{RV}(i,j) \quad (5.44)$$

com RV – relação de velocidades

$$h) n - 1 = \frac{b}{\xi} = \frac{a}{\eta} = \frac{1}{H} \quad (5.45)$$

com n – número de pontos,

a equação (5.36) toma a forma:

$$\begin{aligned}
& \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right] \frac{\theta(i,j-1) - \theta(i,j)}{\gamma} + \\
& + \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right] \gamma [\theta(i,-1,j) - \theta(i,j)] + \\
& + \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j+1) + \text{RDT}(i,j)} \right] \frac{\theta(i,j+1) - \theta(i,j)}{\gamma} + \\
& + \left[\frac{2}{\text{RDT}(i+1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right] \gamma [\theta(i+1,j) - \theta(i,j)] = \frac{1}{4} \text{RV}(i,j)H^2 \quad (5.46)
\end{aligned}$$

Rearranjando os termos tem-se:

$$\begin{aligned}
\theta(i,j) = & \frac{\theta(i+1,j) \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i+1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right]}{\Delta_1} + \\
& + \frac{\theta(i-1,j) \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i-1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right]}{\Delta_1} + \\
& + \frac{\theta(i-1,j)}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j+1) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \\
& + \frac{\theta(i,j-1)}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right] - \frac{1}{4} \text{RV}(i,j)H^2 \quad (5.47)
\end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
\Delta_1 = & \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i+1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i-1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \\
& + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j+1) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right]
\end{aligned}$$

Como já foi adiantado alguns parágrafos acima a mesma equação pode ser deduzida diretamente a partir da equação diferencial (4.16), o que está feito no apêndice II.

As oito equações restantes, necessárias para descrever completamente o problema, são deduzidas analogamente. A seguir encontram-se sumarizadas as passagens que permitem a sua obtenção.

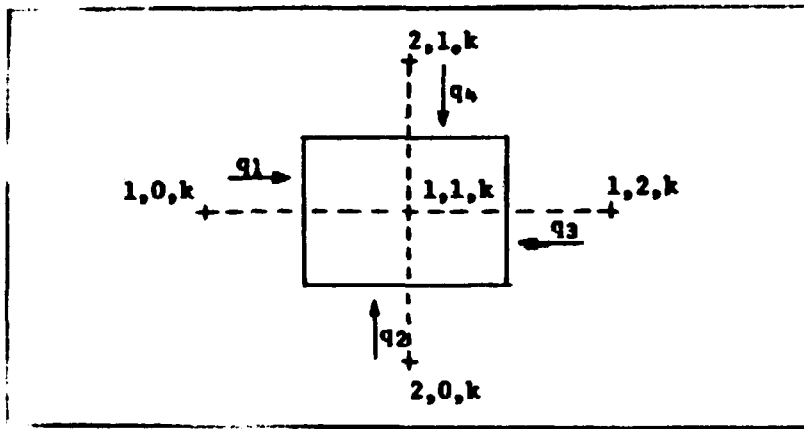


Figura 13 — Elemento de volume — ponto (1,1,k)

Ponto (1,1,k).

Condições de contorno

$$T(1,2,k) = T(1,0,k)$$

$$T(0,1,k) = T(2,1,k)$$

$$k(1,2) = k(1,0)$$

$$k(0,1) = k(2,1)$$

(5.48)

Balço térmico (v figura 13)

$$q_1 + q_2 + q_3 + q_4 = \rho C_p \xi \eta \frac{T_{1,1,k+1} - T_{1,1,k-1}}{2\xi} u_{1,1} \quad (5.49)$$

onde

$$q_1 = q_3 = \frac{2k_{1,2} k_{1,1}}{k_{1,2} + k_{1,1}} \frac{\eta}{\xi} \frac{T_{1,2,k} - T_{1,0,k}}{\eta}$$

$$q_2 = q_4 = \frac{2k_{2,1} k_{1,1}}{k_{2,1} + k_{1,1}} \frac{\xi}{\eta} \frac{T_{2,1,k} - T_{1,1,k}}{\eta}$$

Fazendo as mesmas considerações feitas para o ponto (i,j,k) e substituindo (5.50) em (5.49) resulta

$$\theta(1,1) = \frac{\theta(1,2)}{\Delta_2} \left[\frac{4}{\gamma} \frac{RDT(1,2) + RDT(1,1)}{\Delta_2} \right] +$$

$$+ \frac{\theta(2,1) \gamma \left[\frac{4}{RDT(2,1) + RDT(1,1)} \right] - \frac{1}{4} RV(1,1)H^2}{\Delta_2} \quad (5.51)$$

onde

$$\Delta_2 = \frac{1}{\gamma} \left[\frac{4}{RDT(2,1) + RDT(1,1)} \right] + \gamma \left[\frac{4}{RDT(1,2) + RDT(1,1)} \right]$$

Esta equação poderia ter sido obtida diretamente por substituição das condições de contorno (5.48) em (5.47).

Ponto (1,j,k).

Aplicando as condições de contorno

$$\left. \begin{aligned} \theta(0,j) &= \theta(2,j) \\ k(0,j) &= k(2,j) \end{aligned} \right\} \quad (5.52)$$

à equação (5.47) resulta

$$\begin{aligned} \theta(1,j) &= \frac{\theta(2,j) \gamma \left[\frac{4}{RDT(2,j) + RDT(1,j)} \right]}{\Delta_3} + \\ &+ \frac{\theta(1,j+1) \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(1,j+1) + RDT(1,j)} \right]}{\Delta_3} + \\ &+ \frac{\theta(1,j-1) \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(1,j-1) + RDT(1,j)} \right] - \frac{1}{4} RV(1,j)H^2}{\Delta_3} \end{aligned} \quad (5.53)$$

onde

$$\begin{aligned} \Delta_3 &= \gamma \left[\frac{4}{RDT(2,j) + RDT(1,j)} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(1,j+1) + RDT(1,j)} \right] \\ &+ \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(1,j-1) + RDT(1,j)} \right] \end{aligned}$$

Ponto (i,1,k).

Aplicando as condições de contorno

$$\left. \begin{aligned} \theta(i,0) &= \theta(i,2) \\ k(i,0) &= k(i,2) \end{aligned} \right\} \quad (5.54)$$

à equação (5.47) tem-se:

$$\theta(i,1) = \frac{\theta(i,2) \frac{1}{\gamma} \left[\frac{4}{RDT(i,2) + RDT(i,1)} \right]}{\Delta_4} + \frac{\theta(i+1,1) \gamma \left[\frac{2}{RDT(i+1,1) + RDT(i,1)} \right]}{\Delta_4} + \frac{\theta(i-1,1) \gamma \left[\frac{2}{RDT(i-1,1) + RDT(i,1)} \right] - \frac{1}{4} RV(i,1)H^2}{\Delta_4} \quad (5.56)$$

onde

$$\Delta_4 = \frac{1}{\gamma} \left[\frac{4}{RDT(i,2) + RDT(i,1)} \right] + \gamma \left[\frac{2}{RDT(i+1,1) + RDT(i,1)} \right] + \gamma \left[\frac{2}{RDT(i-1,1) + RDT(i,1)} \right]$$

Pomo (i,n,k)

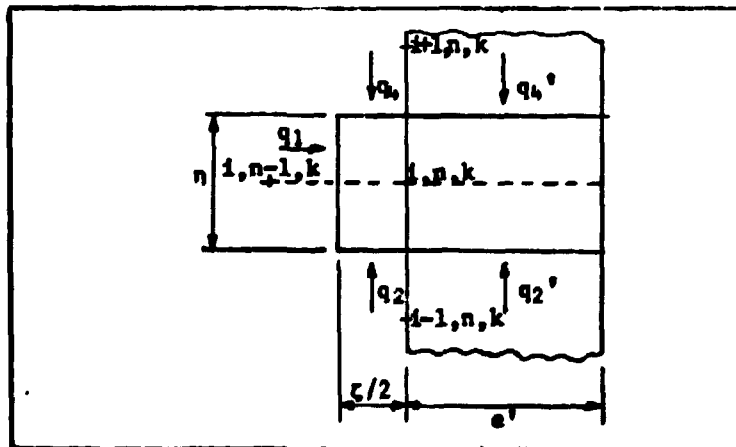


Figura 14 - Elemento de volume - ponto (i,n,k)

Balço térmico (v. figura 14)

$$q_1 + q_2 + q_2' + q_4 + q_4' = 0 \quad (5.56)$$

desde que $u_{i,n} = 0$

desde que $u_{i,n} = 0$

$$\begin{aligned}
 q_1 &= \frac{2k_{i,n-1} k_f}{k_{i,n-1} + k_f} \eta \frac{T_{i,n-1,k} - T_{i,n,k}}{\xi} \\
 q_2 &= k_f \frac{\xi}{2} \frac{T_{i-1,n,k} - T_{i,n,k}}{\eta} \\
 q_2' &= k_s e' \frac{T_{i-1,n,k} - T_{i,n,k}}{\eta} \\
 q_4 &= k_f \frac{\xi}{2} \frac{T_{i+1,n,k} - T_{i,n,k}}{\eta} \\
 q_4' &= k_s e' \frac{T_{i+1,n,k} - T_{i,n,k}}{\eta}
 \end{aligned} \tag{5.57}$$

Substituindo (5.57) em (5.56), levando em conta a definição de K_s (eq. (4.15)) e as simplificações expostas no cálculo do ponto (i,j,k) resulta

$$\theta(i,n) = \frac{\theta(i+1,n) \gamma \left(0,5 + \frac{k_s}{H}\right) + \theta(i-1,n) \gamma \left(0,5 + \frac{k_s}{H}\right) + \theta(i,n-1) \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(i,n-1) + 1} \right]}{2\gamma \left[0,5 + \frac{K_s}{H} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{RDT(i,n-1) + 1} \right]} \tag{5.58}$$

Ponto (1,n,k)

Aplicando a condição de contorno

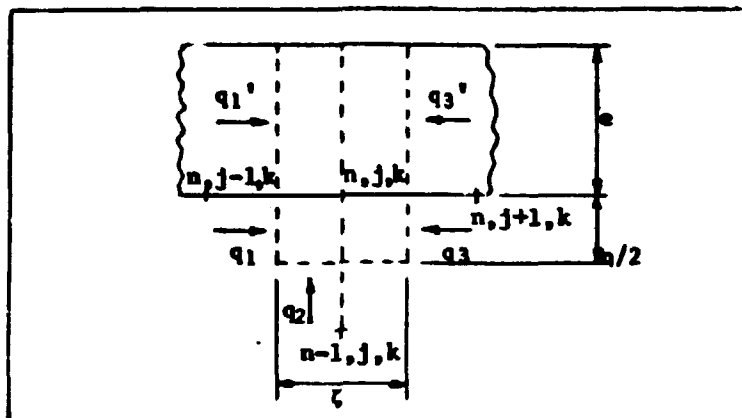
$$\theta(0,n) = \theta(2,n) \tag{5.59}$$

à equação (5.58) tem-se

$$\theta(1,n) = \frac{\theta(2,n) \gamma \left(0,5 + \frac{k_s}{H}\right) + \theta(1,n-1) \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{RDT(1,n-1) + 1} \right]}{\gamma \left(0,5 + \frac{K_s}{H}\right) + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{1}{RDT(1,n-1) + 1} \right]} \tag{5.60}$$

Ponto (n,j,k)

Balanço térmico (v. figura 15).

Figura 15 - Elemento de volume - ponto (n,j,k)

$$q_1 + q_1' + q_2 + q_3 + q_3' + q_2''z = 0 \quad (5.61)$$

uma vez que

$$u_{n,j} = 0$$

$$q_1 = k_f \frac{\eta}{2} \frac{T_{n,j-1,k} - T_{n,j,k}}{z}$$

$$q_1' = k_p e \frac{T_{n,j-1,k} - T_{n,j,k}}{z}$$

$$q_2 = \frac{2k_{n-1,j} k_f}{k_{n-1,j} + k_f} \frac{1}{z} \frac{T_{n-1,j,k} - T_{n,j,k}}{\eta} \quad (5.62)$$

$$q_3 = k_f \frac{\eta}{z} \frac{T_{n,j+1,k} - T_{n,j,k}}{z}$$

$$q_3' = k_p e \frac{T_{n,j+1,k} - T_{n,j,k}}{z}$$

Substituindo (5.62) em (5.61), levando em conta a definição de K_p (eq. (4.14)), as simplificações expostas no cálculo do ponto (i,j,k) , resulta

$$\theta(n,j) = \frac{\theta(n,j-1) \frac{1}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H}\right) + \theta(n,j+1) \frac{1}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H}\right)}{\Delta_5} + \frac{\theta(n-1,j) \gamma \left[\frac{2}{RDT(n-1,j)} + 1\right] + \frac{H}{4}}{\Delta_5} \quad (5.63)$$

onde

$$\Delta_5 = \frac{2}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H} \right) + \gamma \left[\frac{2}{RDT(n-1,1) + 1} \right] \quad (5.63)$$

Ponto $(n,1,k)$.

Aplicando a condição de contorno

$$\theta(n,0) = \theta(n,2) \quad (5.64)$$

à equação (5.63) tem-se

$$\theta(n,1) = \frac{\theta(n,2) \frac{2}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H} \right) + \theta(n-1,1) \gamma \left[\frac{2}{RDT(n-1,1) + 1} \right] + \frac{H}{1}}{\frac{2}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H} \right) + \gamma \left[\frac{2}{RDT(n-1,1) + 1} \right]} \quad (5.65)$$

Ponto (n,n,k) .

Balço térmico (v. figura 16)

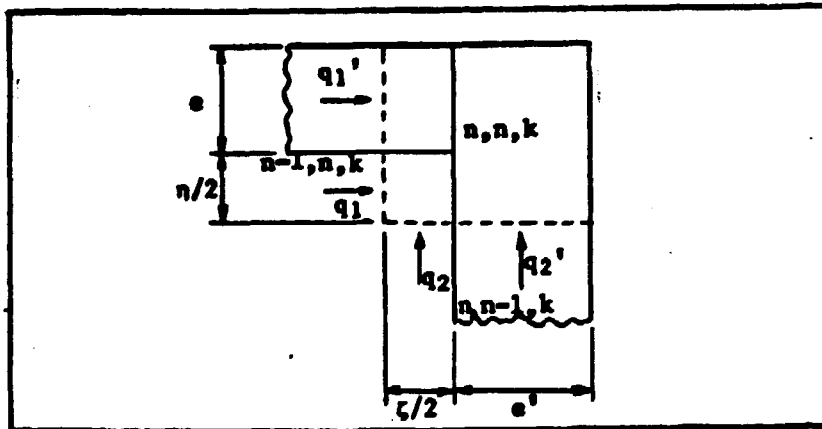


Figura 16 - Elemento de volume - ponto (n,n,k)

$$q_1 + q_1' + q_2 + q_2' + q''' \frac{e}{2} = 0 \quad (5.66)$$

uma vez que

$$u_{n,n} = 0$$

$$q_1 = k_f \frac{\eta}{2} \frac{T_{n-1,n,k} - T_{n,n,k}}{\zeta}$$

$$\begin{aligned}
 q_1' &= k_p e \frac{T_{n-1,n,k} - T_{n,n,k}}{\xi} \\
 q_2 &= k_f \frac{\xi}{2} \frac{T_{n,n-1,k} - T_{n,n,k}}{\eta} \\
 q_2' &= k_s e' \frac{T_{n,n-1,k} - T_{n,n,k}}{\eta}
 \end{aligned}
 \tag{5.67}$$

Substituindo (5.67) em (5.66), considerando novamente as definições de K_p e K_s e simplificações semelhantes às feitas para o ponto (i,j,k) resulta

$$\theta(n,n) = \frac{\theta(n,n-1) \frac{2}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H}\right) + \theta(n-1,n) 2\gamma \left(0,5 + \frac{K_s}{H}\right) + \frac{H}{4}}{\frac{2}{\gamma} \left(0,5 + \frac{K_p}{H}\right) + 2\gamma \left(0,5 + \frac{K_s}{H}\right)}
 \tag{5.68}$$

V.5 – Fórmulas para o Cálculo do Número de Nusselt (Nu) e da Relação entre a Temperatura Máxima da Parede e a Temperatura Média (RMTA)

V.5.1 – Temperatura Média de Mistura

Para uma seção transversal têm-se:

$$\bar{\theta} = \frac{\int_A \theta u dA}{\int_A u dA}
 \tag{5.69}$$

Como o cálculo a ser efetuado permite apenas a obtenção de distribuições discretas da temperatura e da velocidade, dadas pelas equações deduzidas em (5.2), (5.3) e (5.4), as integrais de (5.69) devem ser substituídas por somatórios. Considerando uma malha de (v. figura 11) $n \times n$ pontos resulta

$$\bar{\theta} = \left[\sum_{i=2}^{n-1} \sum_{j=2}^{n-1} \theta(i,j) RV(i,j) + \frac{1}{2} \sum_{j=2}^{n-1} \theta(1,j) RV(1,j) + \right.$$

$$+ \frac{1}{2} \sum_{i=2}^{n-1} \theta(i,1) RV(i,1) + \frac{1}{4} \theta(1,1) RV(1,1)] H^2 \quad (5.70)$$

V.5.2 – Temperatura Média da Parede

$$\bar{\theta}_p = \frac{1}{4} \left[\int_{-1}^{+1} \theta(1,Z) dZ + \int_{-1}^{+1} \theta(1,Y) dY \right] \quad (5.71)$$

Analogamente ao item anterior tem-se:

$$\bar{\theta}_p = \left[\sum_{j=2}^{n-1} \theta(n,j) + \sum_{i=2}^{n-1} \theta(i,n) + \frac{\theta(n,1) + \theta(1,n)}{2} + \theta(n,n) \right] \frac{H}{2} \quad (5.72)$$

V.5.3 – Número de Nusselt

Da definição desse adimensional têm-se

$$Nu = \frac{h D_e}{k_f} \quad (5.73)$$

onde:

- a) D_e = diâmetro equivalente da seção = $\frac{4 \times (\text{área da seção de passagem})}{\text{perímetro}}$
- b) h = coeficiente de película dado por: $\frac{\text{fluxo térmico}}{\text{área de troca de calor}}$

Para um canal retangular com relação de forma γ têm-se, para o diâmetro equivalente:

$$D_e = \frac{4 a \gamma}{\gamma + 1}; \quad (5.74)$$

e, considerando que o fluxo térmico é função da diferença de temperatura parede-fluido, têm-se para o coeficiente de película

$$h = \frac{k_f}{4a(\bar{\theta}_p - \bar{\theta}) (\gamma + 1)} \quad (5.75)$$

Resulta portanto:

$$Nu = \frac{\gamma}{(\bar{\theta}_p - \bar{\theta}) (\gamma + 1)^2} \quad (5.76)$$

V.5.4 – Relação entre a Temperatura Máxima da Parede e a Temperatura Média

As temperaturas máximas para o problema em estudo, em geral ocorrem nos cantos ou em pontos situados próximos dos mesmos e nas paredes principais; sua localização irá depender da magnitude de dois mecanismos de transferência de calor que tem efeitos opostos sobre a temperatura nos cantos ou nas proximidades dos mesmos. Este fato será discutido com mais detalhe no capítulo VII.

Chamando θ_{max} a temperatura máxima das paredes, na forma adimensional, resulta

$$RMTA = \frac{\theta_{max}}{\theta_p} \quad (5.77)$$

CAPÍTULO VI

CÁLCULOS E RESULTADOS

Neste capítulo descrever-se-á apenas a seqüência de cálculos realizados e a maneira como os resultados obtidos foram reunidos para possibilitar a análise que é apresentada no capítulo VII.

De posse das equações necessárias à solução do problema e escolhido o método de iteração de Gauss-Seidel para o cálculo da distribuição de temperaturas, foi elaborado um programa, para computador IBM 360/44, em linguagem Fortran IV, cuja listagem, acompanhada da respectiva lista de equivalência dos símbolos acha-se no apêndice III.

O programa têm três partes distintas. Na primeira são calculados o Número de Reynolds (Re) e a distribuição da relação entre as velocidades (u/\bar{u}). Na figura 17 encontram-se três distribuições de u/\bar{u} , para três Números de Reynolds:

Na segunda parte são calculadas as distribuições da relação ϵ_M/ν , do fator de Jenkins (ϵ_H/ϵ_M), da relação ϵ_H/ν e de $\frac{\alpha}{\alpha + \epsilon_H}$. As curvas correspondentes a essas distribuições para os mesmos valores do Número de Reynolds calculados no ítem anterior acham-se nas figuras 18, 19, 20 e 21. Todos esses cálculos e os anteriores foram levados a efeito para um canal retangular com relação de forma 5.

Na última parte do programa são utilizados os resultados das duas anteriores para os cálculos da distribuição de temperaturas, do número de Nusselt (Nu) e finalmente da relação temperatura máxima da parede/temperatura média (RMTA).

Os números de Nusselt calculados são utilizados como uma verificação das hipóteses feitas, principalmente aquelas referentes às equações empregadas para os cálculos de velocidade e difusividade.

Para esta verificação foram realizados os cálculos do Número de Nusselt para um canal retangular, com relação de forma 5, de paredes principal e secundária com as mesmas dimensões e constituídas pelos mesmos materiais indicados na referência⁽⁸⁾; o fluido considerado foi ar.

Os valores calculados para alguns Números de Reynolds, os resultados obtidos experimentalmente por Novotny e outros⁽⁸⁾ e os resultados correspondentes à conhecida correlação de Dittus Boelter⁽²⁰⁾.

$$Nu = 0,023 Re^{0,8} Pr^{0,4} \quad (6.1)$$

acham-se reunidos na figura 22.

A mesma seqüência de cálculos acima descrita foi empregada para condições idênticas às utilizadas no estudo experimental de Lafay⁽¹⁰⁾, para o cálculo de alguns Números de Nusselt.

Os valores obtidos com esse cálculo, os encontrados na referência⁽¹⁰⁾ e os correspondentes à equação (6.1) acham-se na figura 23.

As distribuições de temperaturas nas paredes, correspondentes aos cálculos anteriores acham-se nas figuras 24 e 25, onde também são indicados os valores correspondentes da relação temperatura máxima da parede/temperatura média (RMTA).

CAPÍTULO VII

COMENTÁRIOS E CONCLUSÕES

Como foi explicado no capítulo III, na impossibilidade de se comparar diretamente as distribuições de temperaturas nas paredes, obtidas neste trabalho, com algumas obtidas experimentalmente, uma verificação da validade do procedimento empregado seria feita através do adimensional Número de Nusselt.

Comparando-se os vários resultados indicados nas figuras 22 e 23, verifica-se uma concordância bastante aceitável.

Neste ponto, torna-se interessante tecer alguns comentários a respeito dos problemas de cálculo numérico envolvidos neste trabalho.

Analisando-se a figura 6 verifica-se que a espessura das camadas laminar e amortecedora é muito pequena, em relação às dimensões do canal; por outro lado sabe-se que a resistência térmica à transferência de calor, por convecção, entre uma parede sólida e um fluido em movimento, concentra-se cada vez mais junto à parede, à medida que se consideram Números de Prandtl elevados: apenas para metais líquidos, que apresentam Número de Prandtl muito baixo ($\approx 0,01$), a espessura da camada laminar térmica, adjacente à parede, é comparável às dimensões do canal.

Do que foi exposto decorre que, para os casos estudados (ar e água), o número de pontos (n) (v. eq. (5.45)) deve ser o maior possível, para se ter um resultado que realmente leve em conta o que ocorre na camada adjacente às paredes. No entanto, um número de pontos grande, conduz a um tempo de processamento também elevado.

Estas últimas considerações permitem concluir que uma reformulação parcial do programa empregado, de modo a se ter uma malha de passo variável permitindo maior número de pontos junto às paredes, poderá levar a resultados ainda melhores do que os indicados nas figuras 22, 23, 24 e 25 e com um dispêndio menor de tempo de computação. Esta reformulação, embora tenha sido estudada, não foi feita neste trabalho, por não se dispor do tempo necessário e pelo fato de serem satisfatórios os resultados obtidos, empregando malha de passo constante.

Usualmente, em um cálculo iterativo, empregando equações de diferenças finitas, a escolha do número de pontos está acoplada à escolha de um desvio máximo permissível entre duas iterações

consecutivas. Para isso fixa-se um número de pontos (n_1) e escolhe-se um desvio máximo permissível inicial (δ_{max}); a seguir diminui-se gradativamente δ_{max} , até que não mais ocorra mudança significativa no resultado obtido ou não se tenha mais convergência; a seguir aumenta-se o número de pontos para (n_2) e recomeça-se a variação de δ_{max} . Repete-se esse procedimento até que a variação do resultado obtido torne-se insignificante, dentro de um padrão pré-fixado, ou tempo de computação atinja um máximo permissível.

No presente trabalho foi empregado um procedimento mais simples. Fixado um desvio máximo permissível único (δ_{max}), para o Número de Nusselt, em 0,05%, o número de pontos (n) foi escolhido, por tentativas, dentro da faixa 31-61 pontos, de modo a se ter, em cada caso, o melhor resultado, dentro do menor tempo de computação possível.

A faixa 31-61 pontos foi estabelecida considerando simultaneamente: precisão dos resultados, capacidade de memória e tempo de computação.

Resta agora, uma análise mais detalhada das distribuições de temperatura nas paredes, indicadas nas figuras 24 e 25.

Na figura 25 nota-se que a temperatura na parede principal cai ligeiramente, para pontos situados nas proximidades dos cantos.

Esta queda pode ser explicada considerando-se os dois processos de transferência de calor que ocorrem junto aos cantos. O primeiro corresponde à transferência de calor, por condução, da placa principal (que é aquecida diretamente) para a placa secundária; este processo tende a "esfriar" o canto. O segundo correspondente à transferência de calor, por convecção, das placas principal e secundária para o fluido adjacente; nos cantos a turbulência é reduzida e essa transferência de calor por convecção é menor do que a que ocorre no meio das placas; este processo tende, então, a "esquentar" os cantos. Da magnitude relativa desses dois processos irá depender a distribuição da temperatura nas paredes junto aos cantos.

No caso estudado, correspondente à figura 25, o material considerado para a parede secundária foi aço inoxidável, fato que provocou uma predominância do primeiro processo sobre o segundo, daí resultando a queda da temperatura na parede principal, junto aos cantos.

O mesmo não ocorreu no caso estudado correspondente à figura 24, pois o material considerado para a parede secundária apresenta baixo coeficiente de condutibilidade térmica (material isolante).

Também para o comportamento da distribuição de temperaturas junto aos cantos vale a conclusão anterior, referente a uma possível reformulação do programa, em termos de uma malha de passo variável; um cálculo mais refinado dessa distribuição de temperaturas permitirá, certamente, uma análise mais precisa dos parâmetros que influem nessa distribuição.

É pensamento do autor dar continuidade a este trabalho, analisando mais detidamente a distribuição da temperatura nas paredes, se possível, será incluída nesta análise, um estudo dos efeitos na distribuição da temperatura nas paredes, provenientes da existência de um revestimento na placa principal. Esta análise será feita, empregando um programa ligeiramente modificado em relação ao que foi utilizado neste trabalho, por razões já explicadas anteriormente.

Esta continuidade tem a sua razão de ser, uma vez que o procedimento empregado neste trabalho foi plenamente justificado com os resultados obtidos.

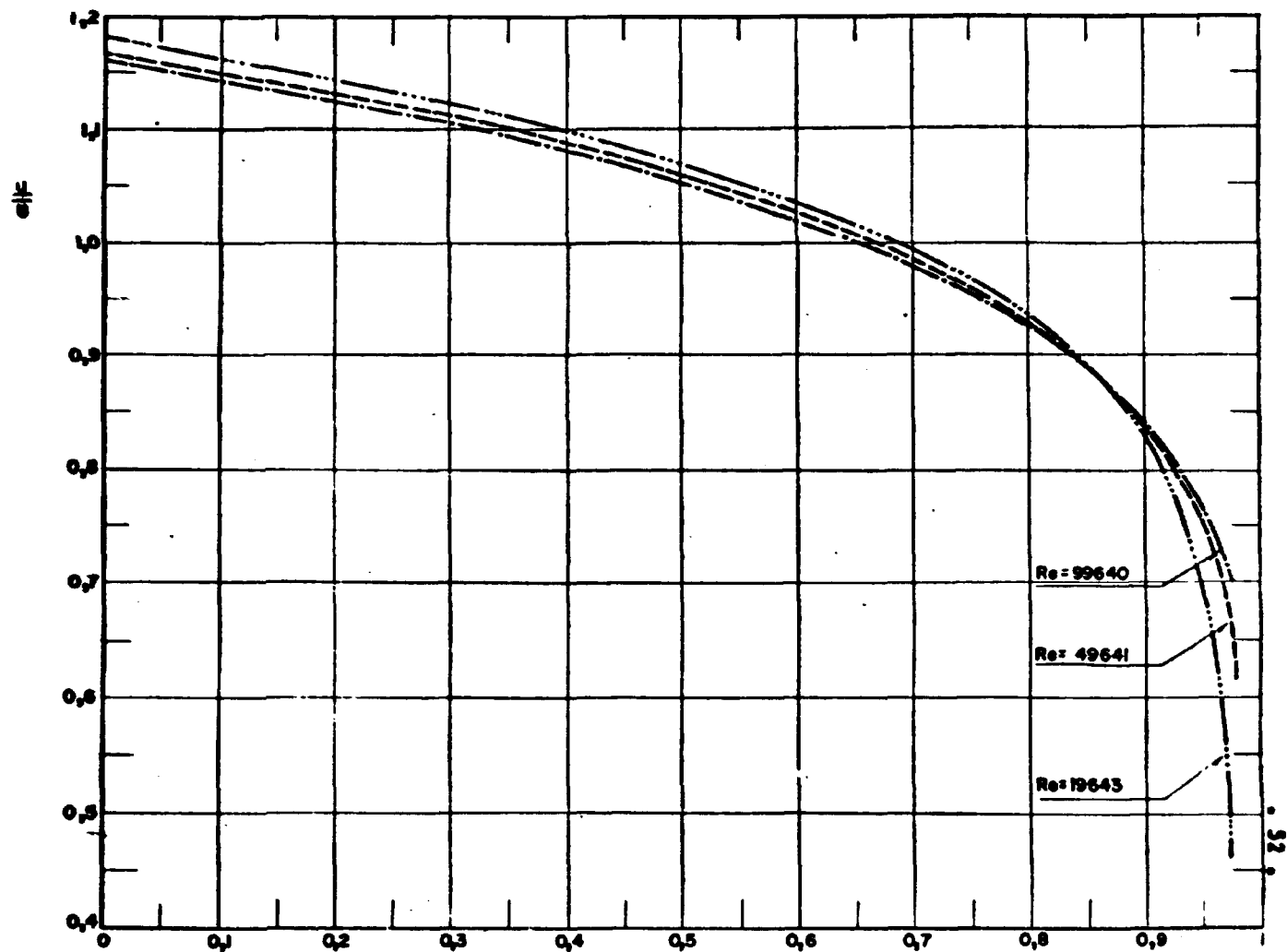


Figura 17 - Distribuição da relação de velocidades - canal retangular

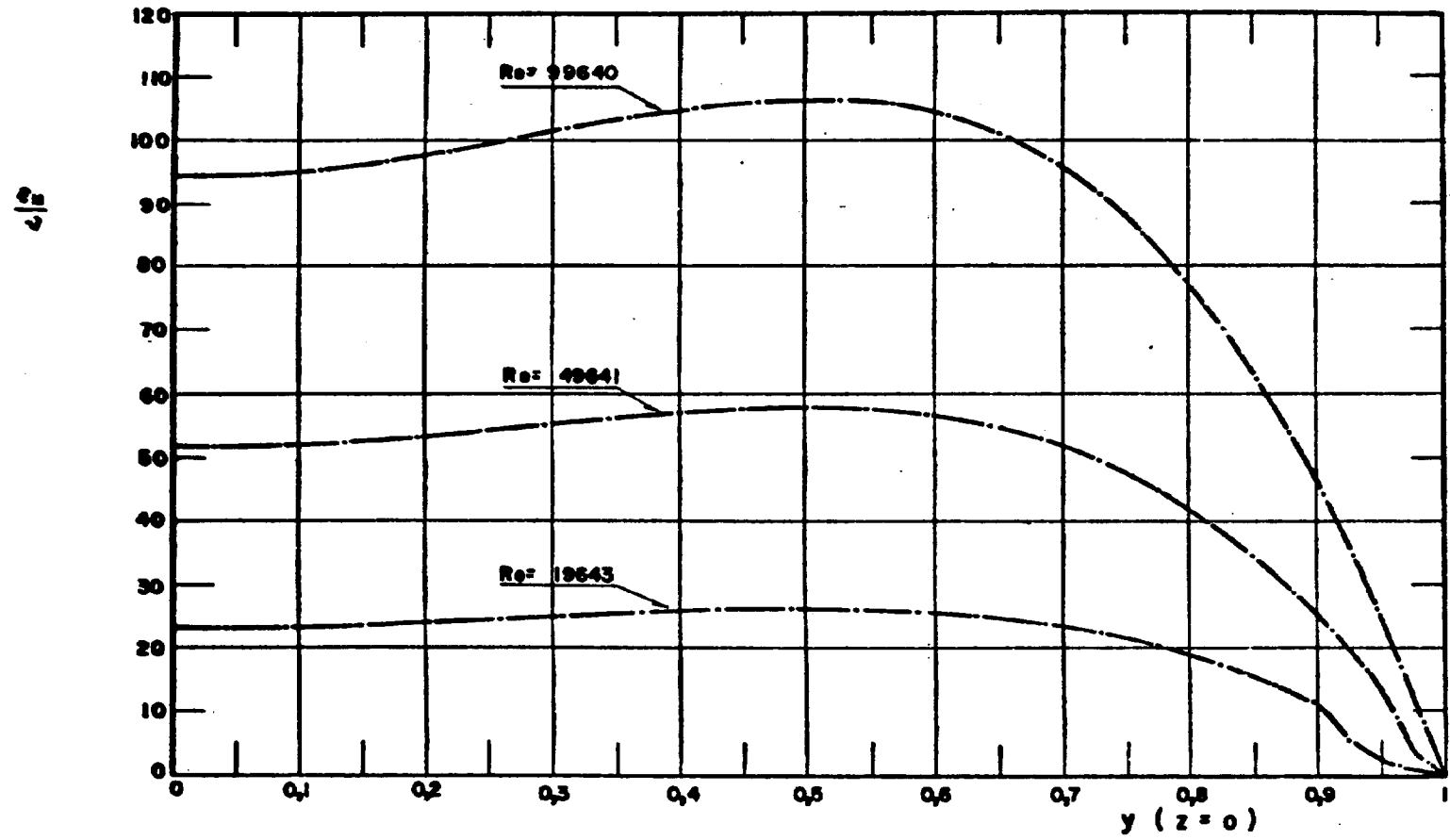


Figura 18 - Distribuição da relação ϵ_M/ν - canal retangular

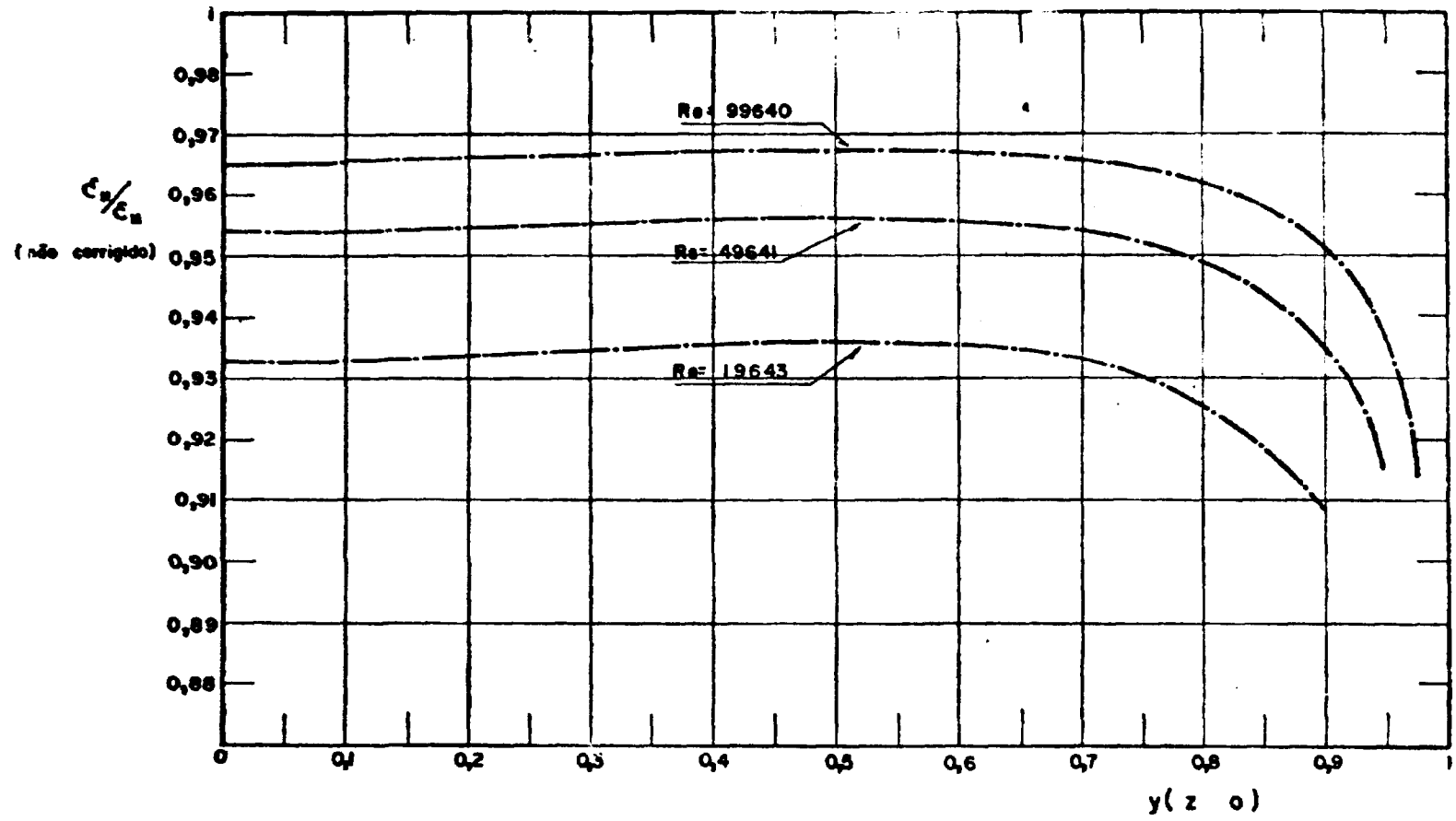


Figura 19 - Distribuição da relação de difusividades - equação de Jenkins - canal retangular

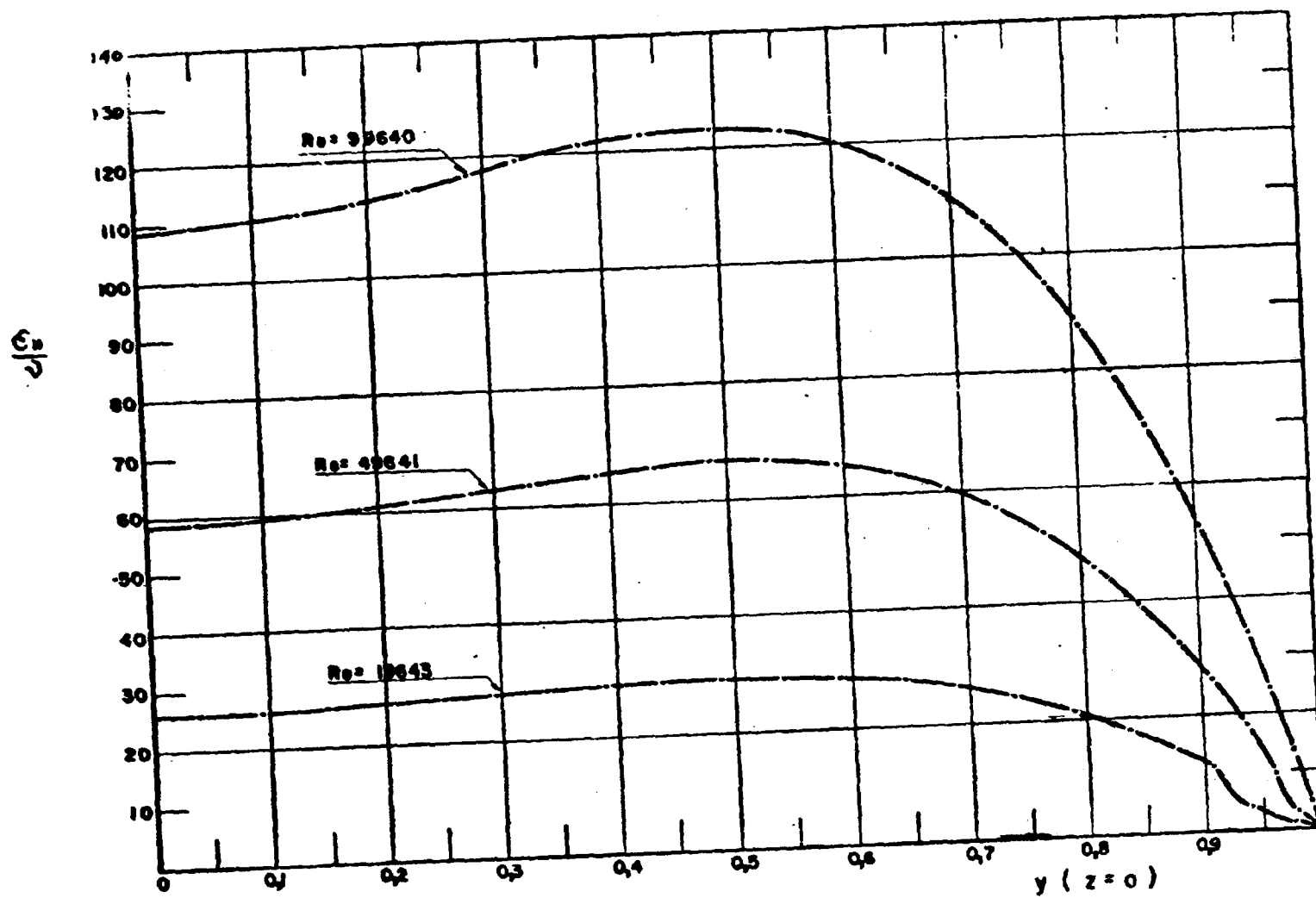


Figura 20 — Distribuição da relação ϵ_M/ν — canal retangular

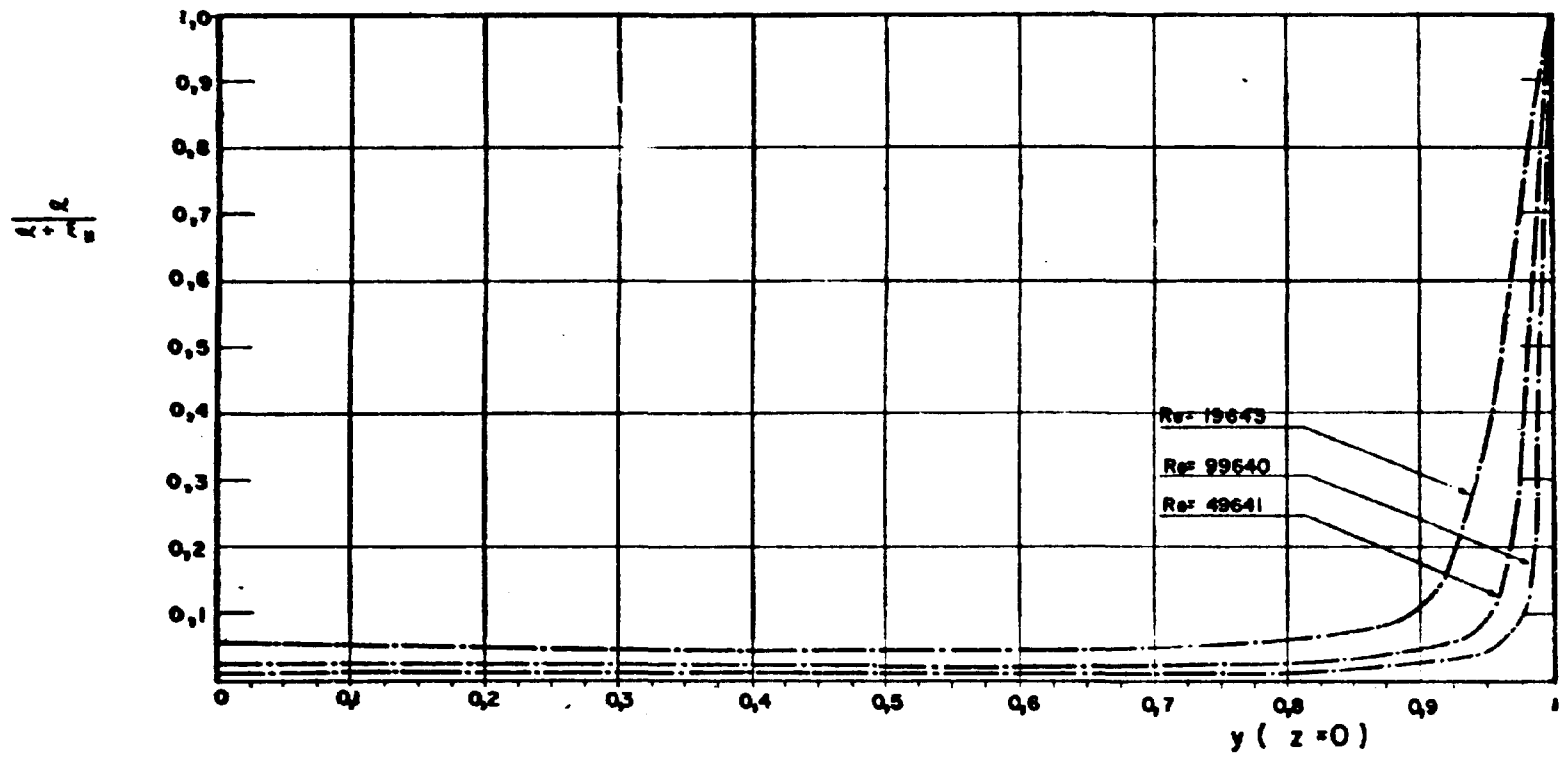


Figura 21 – Distribuição da relação de difusividades térmicas – canal retangular

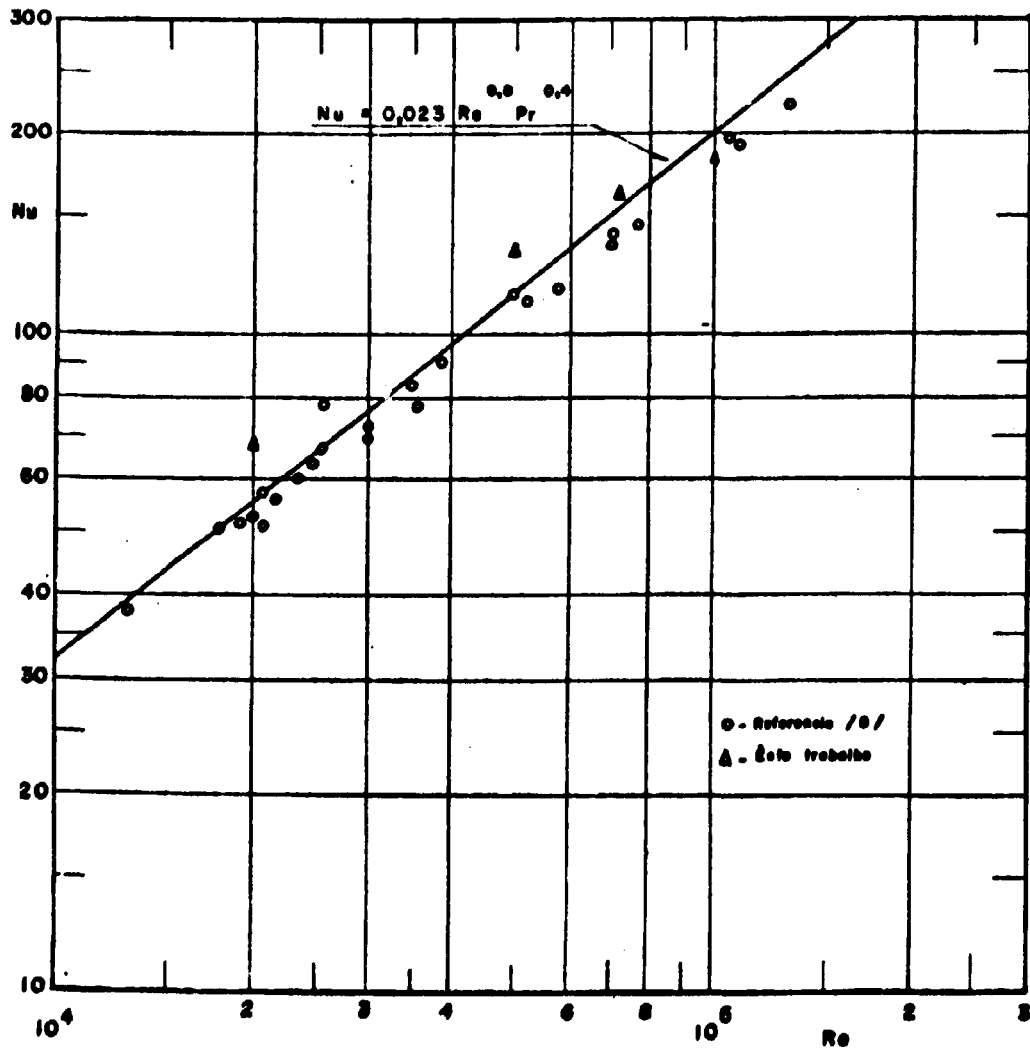


Figura 22 – Nu em função de Re para canal retangular (relação de forma = 5; fluido = ar)

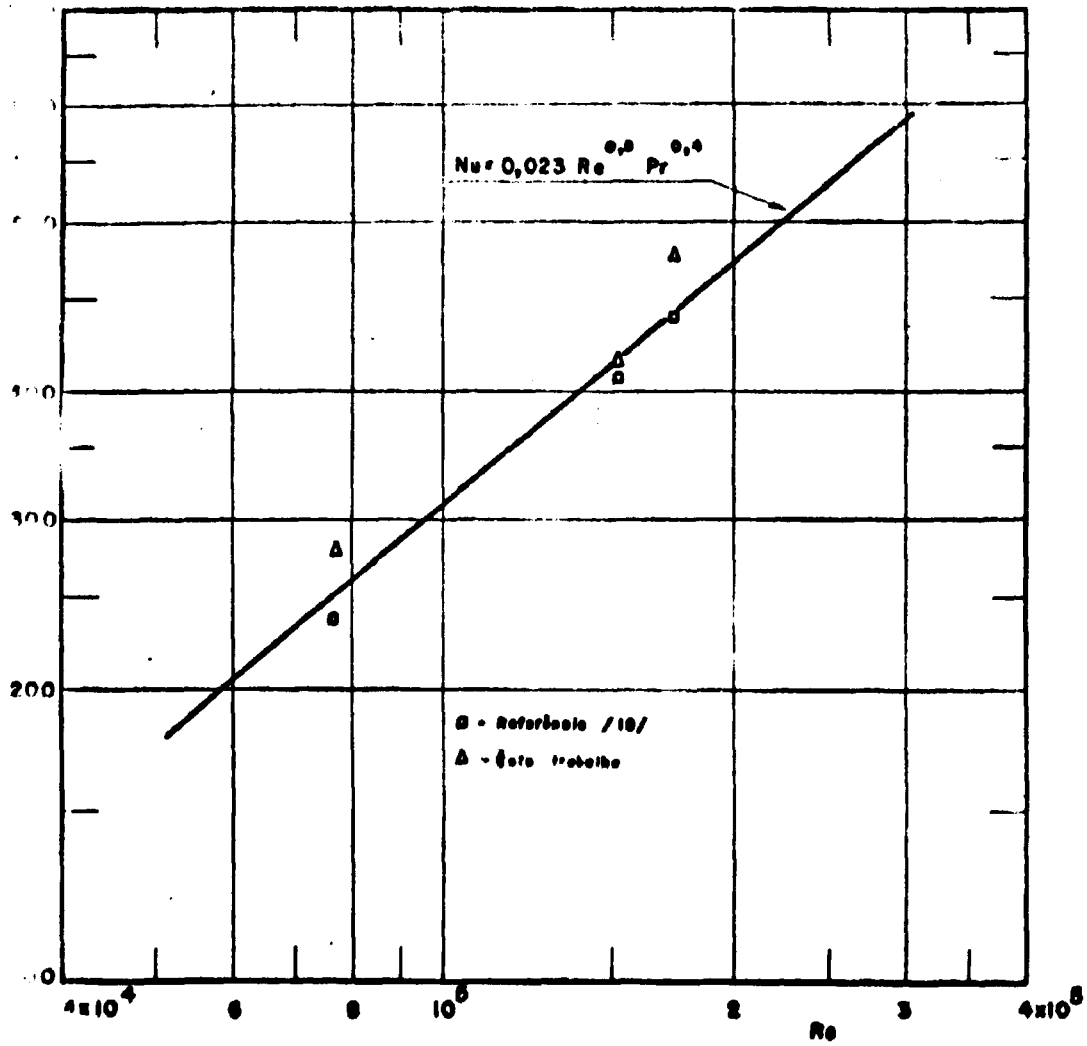


Figura 23 – Nu em função de Re para canal retangular (relação de forma = 10,8; fluido = água)

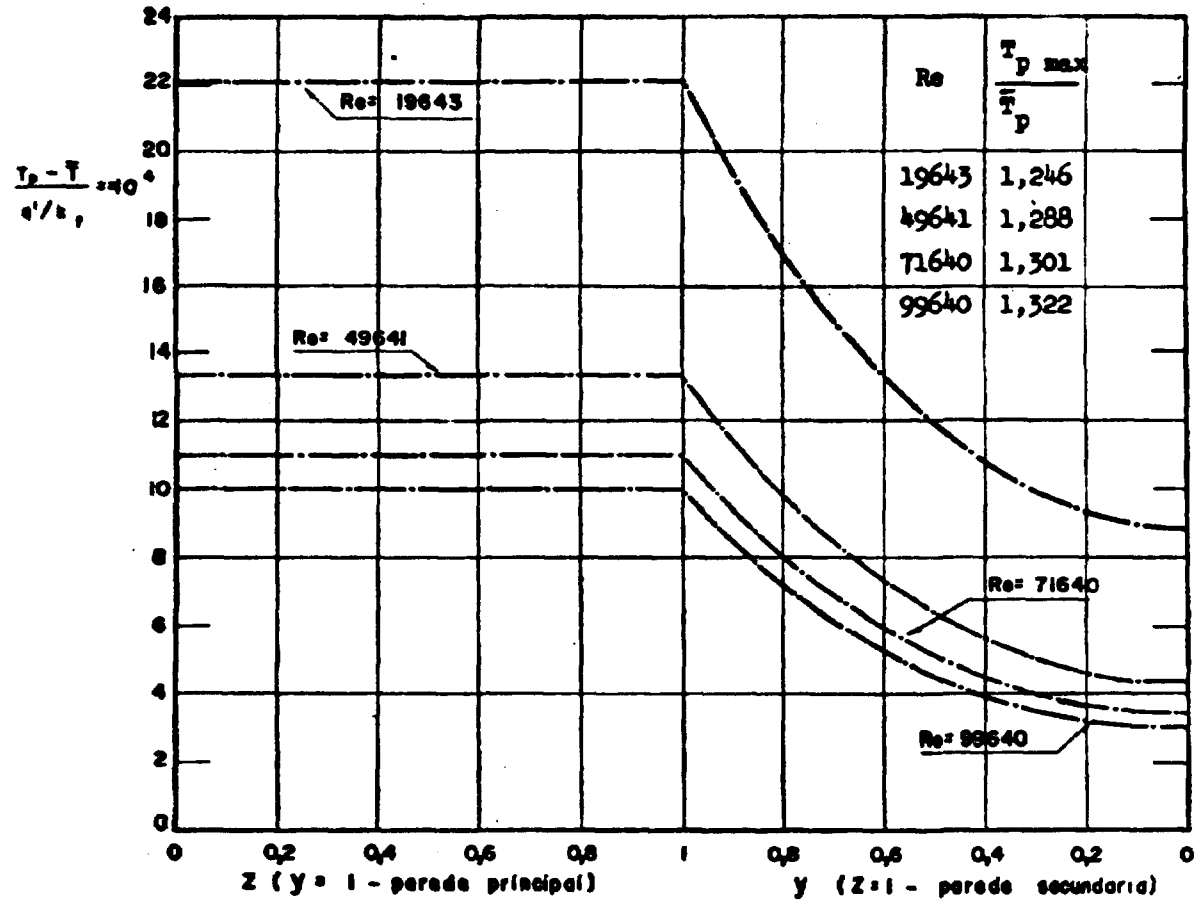


Figura 24 — Distribuição de temperatura nas paredes — canal retangular (relação de forma = 5; frinlo = 0,1)

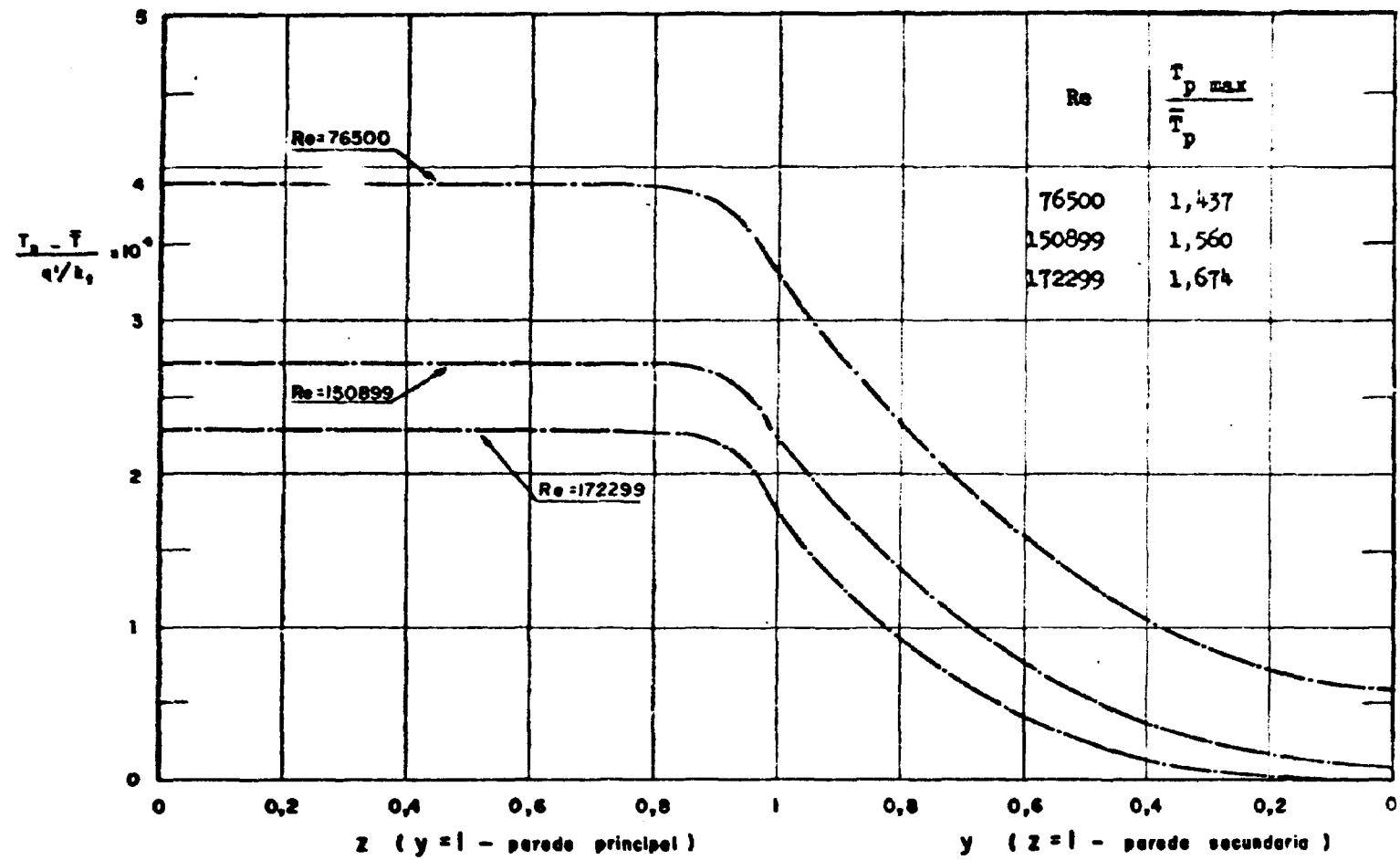


Figura 25 — Distribuição de temperatura nas paredes — canal retangular (relação de forma = 10,8; fluido = água)

APÊNDICE I

EQUAÇÃO DA ENERGIA PARA ESCOAMENTO TURBULENTO
NO INTERIOR DE UM DUTO DE SEÇÃO RETANGULAR

Seja um volume de controle, de dimensões dx , dy e dz , como o esquematizado na figura I-1; da aplicação da primeira lei da termodinâmica a esse volume de controle

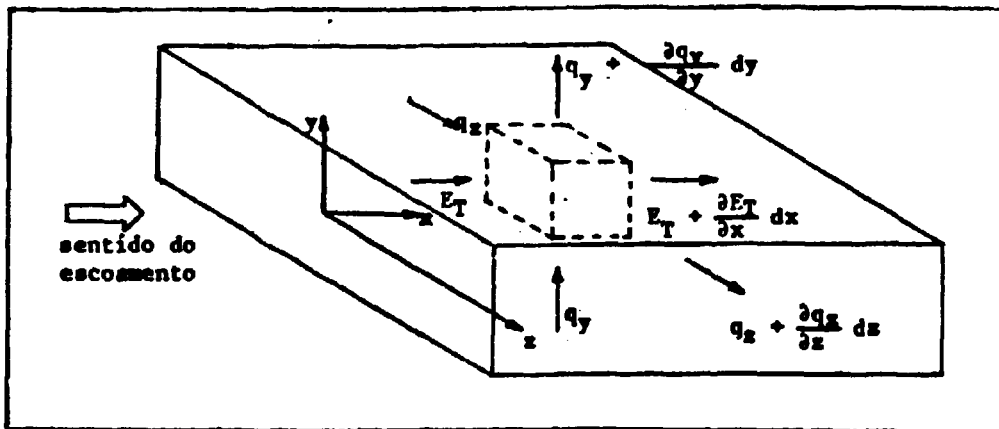


Figura I-1 - volume de controle (dx, dy, dz)

considerando regime permanente, fluido incompressível e desprezando o trabalho das forças viscosas resulta:

$$\frac{\partial E_T}{\partial x} dx + \frac{\partial q_y}{\partial y} dy + \frac{\partial q_z}{\partial z} dz = 0 \quad (1.1)$$

onde

E_T - energia total do fluido

q - calor trocado

A energia total, desprezando as parcelas correspondentes às energias potencial e cinética pode ser escrita na forma

$$E_T = \rho \, dy \, dz \, u(y,z) \, C_p \, T(x,y,z) \quad (1.2)$$

onde

$u(y,z)$ - velocidade do fluido

ρ - densidade do fluido (independente da temperatura)

C_p - calor específico do fluido (independente da temperatura)

As parcelas correspondentes ao calor trocado podem ser escritas usando a equação de Fourier, desde que se englobe os efeitos da turbulência num coeficiente efetivo de condutibilidade térmica do fluido

Tem-se portanto

$$q_y = -k(y,z) dx dz \frac{\partial T}{\partial y} (x,y,z) \quad (1.3)$$

$$q_z = -k(y,z) dx dy \frac{\partial T}{\partial z} (x,y,z) \quad (1.4)$$

A condutibilidade térmica efetiva é dada por⁽²¹⁾

$$k(y,z) = k_f + \rho C_p \epsilon_H(y,z) \quad (1.5)$$

onde

k_f – condutibilidade térmica molecular do fluido (independente da temperatura)

ϵ_H – difusividade térmica turbulenta

Substituindo as equações (1.2), (1.3), (1.4) e (1.5) na equação (1.1) e agrupando as propriedades do fluido (ρ , C_p , k_f) no parâmetro

$$\alpha = \text{difusividade térmica molecular} = \frac{k_f}{\rho C_p}$$

resulta finalmente

$$\begin{aligned} \frac{\partial}{\partial y} \left\{ [\alpha + \epsilon_H(y,z)] \frac{\partial T}{\partial y} (x,y,z) \right\} + \frac{\partial}{\partial z} \left\{ [\alpha + \epsilon_H(y,z)] \frac{\partial T}{\partial z} (x,y,z) \right\} = \\ = u(y,z) \frac{\partial T}{\partial x} (x,y,z) \end{aligned} \quad (4.1)$$

que é a equação da energia procurada.

APÊNDICE II

EQUAÇÃO DE DIFERENÇAS FINITAS – PONTO GENÉRICO $\theta(i,j)$

Seja a equação (4.16)

$$\gamma \frac{\partial}{\partial Y} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial Z} \left[\left(\frac{\alpha + \epsilon_H}{\alpha} \right) \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right] = \frac{1}{4} \frac{u}{u} \quad (4.16)$$

Considerando as equações

$$RDT = \frac{\alpha}{\alpha + \epsilon_H} \quad (II.1)$$

e

$$RV = \frac{u}{u} \quad (II.2)$$

que definem a relação de difusividades (RDT) e a relação de velocidades (RV) tem-se para a equação (4.16) a forma

$$\gamma \frac{\partial}{\partial Y} \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right] + \frac{1}{\gamma} \frac{\partial}{\partial Z} \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right] = \frac{1}{4} RV \quad (II.3)$$

Empregando a primeira diferença central ("First central difference")⁽²²⁾ para aproximar as derivadas primeiras tem-se, para um ponto (i,j) , conforme figura II-1.

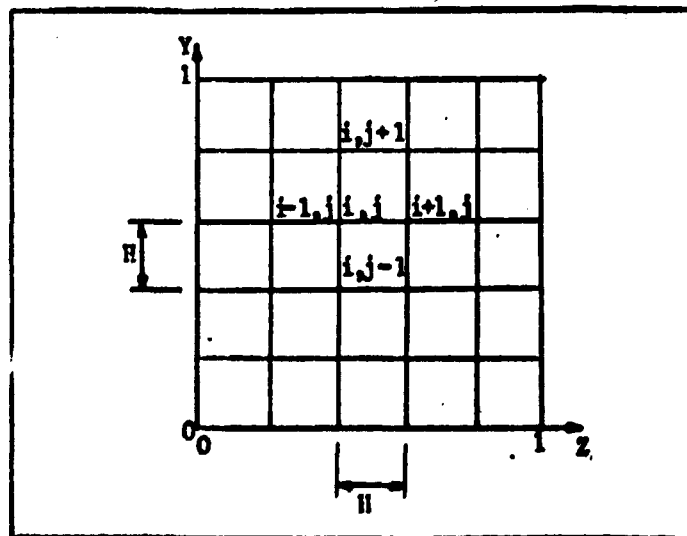


Figura II-1 -- Quadrante da seção transversal subdividido para aplicação de método numérico -- coordenadas adimensionais

$$\frac{\gamma}{H} \left\{ \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{i+\frac{1}{2},j} - \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Y} \right]_{i-\frac{1}{2},j} \right\} + \frac{1}{H\gamma} \left\{ \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right]_{i,j+\frac{1}{2}} - \left[\frac{1}{RDT} \frac{\partial \theta}{\partial Z} \right]_{i,j-\frac{1}{2}} \right\} = \frac{1}{4} RV(i,j) \quad (11.4)$$

Aplicando novamente a primeira diferença central às derivadas parciais que aparecem nos termos entre colchetes resulta:

$$\begin{aligned} & \gamma \frac{1}{RDT(i+\frac{1}{2},j)} \frac{\theta(i+1,j) - \theta(i,j)}{H} - \gamma \frac{1}{RDT(i-\frac{1}{2},j)} \frac{\theta(i-1,j) - \theta(i,j)}{H} + \\ & + \frac{1}{\gamma} \frac{1}{RDT(i,j+\frac{1}{2})} \frac{\theta(i,j+1) - \theta(i,j)}{H} - \frac{1}{\gamma} \frac{1}{RDT(i,j-\frac{1}{2})} \frac{\theta(i,j-1) - \theta(i,j)}{H} = \\ & = \frac{1}{4} RV(i,j)H \end{aligned} \quad (11.5)$$

Considerando

$$RDT(i+\frac{1}{2},j) = \frac{RDT(i+1,j) + RDT(i,j)}{2}$$

$$RDT(i-\frac{1}{2},j) = \frac{RDT(i,j) + RDT(i-1,j)}{2}$$

$$RDT(i,j+\frac{1}{2}) = \frac{RDT(i,j+1) + RDT(i,j)}{2}$$

$$RDT(i,j-\frac{1}{2}) = \frac{RDT(i,j) + RDT(i,j-1)}{2}$$

e rearranjando os termos da equação (11.5) chega-se finalmente à

$$\theta(i,j) = \frac{\theta(i+1,j) \gamma \left[\frac{2}{RDT(i+1,j) + RDT(i,j)} \right]}{\Delta_1} +$$

$$\begin{aligned}
 & + \frac{\theta(i-1,j) \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i-1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right]}{\Delta_1} + \\
 & + \frac{\frac{\theta(i-1,j)}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j+1) + \text{RDT}(i,j)} \right]}{\Delta_1} + \\
 & + \frac{\frac{\theta(i,j-1)}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right] - \frac{1}{4} \text{RV}(i,j) H^2}{\Delta_1} \quad (5.47)
 \end{aligned}$$

onde

$$\begin{aligned}
 \Delta_1 = & \gamma \left[\frac{2}{\text{RDT}(i+1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i-1,j) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \\
 & + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j+1) + \text{RDT}(i,j)} \right] + \frac{1}{\gamma} \left[\frac{2}{\text{RDT}(i,j-1) + \text{RDT}(i,j)} \right]
 \end{aligned}$$

que é a mesma equação obtida no capítulo V empregando o método de balanço térmico.

APÊNDICE III

PROGRAMA FORTRAN – TABELA DE EQUIVALÊNCIA DE SÍMBOLOS E LISTAGEM

III-1 Tabela de equivalência de símbolos

Símbolo	Símbolo Fortran	Unidades	Observações
a	A	m	
h	AFC	kcal/m ² hr °C	
α	ALFA	m ² /s	
Nu	ANU	–	
b	B	m	
C _p	CP	kcal/kg °C	
–	D(I,J)	–	Coordenada medida a partir das paredes
ϵ_H	DHT	m ² /s	
ϵ_M	DMT	m ² /s	
e	E	m	
e'	EL	m	
ϵ_H/ϵ_M	FCJ	–	
γ	G	–	
H	H	–	
–	ML	–	Número máximo de iterações
n	N	–	Número de pontos
–	NC	–	Número de termos para o cálculo do fator de Jenkins
–	P	–	Desvio máximo, na temp., entre 2 iterações consecutivas
–	PANU	kcal/m ² hr °C	Número de Nusselt – iteração anterior
Pr	PR	–	

Tabela III-1 – continuação

–	PTE(I,J)	–	Temperatura – iteração anterior
–	Q	–	Precisão para o cálculo iterativo do fator de Jenkins
q'''	Q3	kcal/hr m ³	
–	R	–	Desvio max., no Nu, entre 2 iterações consecutivas
$\alpha/(\alpha + \epsilon_H)$	RDT(I,J)	–	
Re	RE	–	
RMTA	RMTA	–	
ρ	RO	kg/m ³	
–	RT(I,J)	–	$\theta - \bar{\theta}$
u/\bar{u}	RV(I,J)	–	
θ	TE(I,J)	–	
–	TEI	–	Condição inicial
u^+	UAD(I,J)	–	
\bar{u}	UM	m/s	
\bar{u}^+	UMAD	–	
u_T	UT	m/s	
k_f	XKF	kcal/hr m °C	
K_p	XKMP	–	
K_s	XKMS	–	
k_p	XKP	kcal/hr m °C	
k_s	XKS	kcal/hr m °C	
r'	XNI	m ² /s	
Y	Y	–	
Y^+	YLM	–	
Z	Z	–	
Z^+	ZLM	–	

III-2 PROGRAMA FORTRAN - LISTAGEM

```

C      PROGRAMA * PGF *.
C      PROBLEMAS DE TRANSFERENCIA DE CALOR
C      EM DUTOS DE SECAO RETANGULAR
C      DADOS DE ENTRADA - PRIMEIRO CARTAO -
C      DIMENSÕES DO DUTO E RELAÇÃO DE FORMA
C      DADOS DE ENTRADA - SEGUNDO CARTAO -
C      PROPRIEDADES DO FLUIDO
C      DADOS DE ENTRADA - TERCEIRO CARTAO -
C      NUMERO DE REYNOLDS, GERACAO TERMICA VOLUMETRICA
C      E PARAMETROS PARA O CALCULO NUMERICO
      DIMENSION RV(61,61),UAD(61,61),D(61,61),RDT(61,61),TE
          (61,61),PTE(6
          *1,61),RT(61,61)
      EQUIVALENCE(UAD,TE),(D,PTE)
67 READ 6,E,EL,A,G
61 READ 7,XKP,XKS,XKF,RO,CP,XNI
16 READ 1,RE,Q3,TEI,N,ML,P,Q,R
1  FORMAT(F8.0,2E9.3,2I5,3F7.3)
1  FORMAT(3F7.6,F6.1)
7  FORMAT (6E9.3)
      PRINT 9
C      CALCULO DE CONSTANTES AUXILIARES
      MN=1
      B=G*A
      ALFA=XKF/(RO*CP*3600.)
      PR=XNI/ALFA
      NI=N-1
      H=1./NI
      XKMP=E*XKP/(A*XKF)
      XKMS=EL*XKS/(B*XKF)
      RQLKF=(Q3*4.*B*E)/XKF
C      PRIMEIRA PARTE - CALCULO DA DISTRIBUICAO DE
C      VELOCIDADES
      UT=((15.*RE*(1.+G))/(8.7*(52.5*(1.+G)-56.))**(7./8.
          ))*XNI/A
      CG=(1.+G)/(G*A)
      DG=2./(A*A*G)
      XI1=(XNI*125.)/(UT*3.)
      XI2=150.*(ALOG(30.)-1.)-25.*(ALOG(5.)-1.)
      XI3=5.*XNI*((225.*(2.*ALOG(30.)-1.))-6.25*(2.*ALOG(5.
          )-1.))/UT
      XI4=3.05*437.5*XNI/UT
      XI5=60.9*((A*UT/XNI)**(8./7.)-30.**(8./7.))/8.
      XI6=60.9*XNI*((A*UT/XNI)**(15./7.)-30.**(15./7.))/(15
          .*UT)

```

```

UM=XNI*(CG*(X12+X15-63.75)-DG*(X11+X13+X16-X14))
RE=(UM*4.*A*G)/((1.+G)*XNI)
DO 18 I=1,N
Y=(I-1)*H
YLM=(1.-Y)*A*UT/XNI
DO 18 J=1,N
Z=(J-1)*H
ZLM=(1.-Z)*A*G*UT/XNI
IF(YLM-ZLM)11,11,12
11 D(I,J)=YLM
GO TO 13
12 D(I,J)=ZLM
13 IF(D(I,J).GT.0..AND.D(I,J).LT.5.) GO TO 14
IF(D(I,J).GT.5..AND.D(I,J).LT.30.) GO TO 15
UAD(I,J)=8.7*(D(I,J)**.14286)
GO TO 10
14 UAD(I,J)=D(I,J)
GO TO 10
15 UAD(I,J)=5.*ALOG(D(I,J))-3.0)
10 UMAD=UM/UT
RY(I,J)=UAD(I,J)/UMAD
18 CONTINUE
C SEGUNDA PARTE - CALCULO DA DISTRIBUICAO DE
C DIFUSIVIDADES
CF=XNI/(UT*A)
CF2=CF*CF
CF3=CF2*CF
DO 22 I=1,N
DO 22 J=1,N
IF(D(I,J).GT.0..AND.D(I,J).LT.26.) GO TO 23
D2=D(I,J)*D(I,J)
D3= D2*D(I,J)
DMT=.4000*XNI*D(I,J)*(1.-CF*(11./6.)*D(I,J)+CF2*(4./3
.)*D2-CF3*(1.
*/3.)*D3)
NC=20
BX=1.
PBX=BX
73 X=SQRT(7.5*DMT/(XNI*BX))
S=0.
PIX=((3.14159)**2.)/X
POX=(90.*X)/((3.14159)**6.)
DO 70 K=1,NC
70 S=S+(1.-EXP(-1.*K*K*PIX))/(K**6)
BX=1.-POX*S
DBX=(BX-PBX)/BX
IF(ABS(DBX)-Q)71,72,72
72 CONTINUE
PBX=BX
GO TO 73
71 Y=PR*X
PIX=((3.14159)**2.)/Y
POX=(90.*Y)/((3.14159)**6.)
S=0.

```

```

DO 74 I=1,NC
74 S=5*(1.-EXP(-1.*K*K*PIX))/(K**6)
BY=1.-POX*S
FCJ=PR*BY/BX
FCJ=1.2*FCJ
DHT=FCJ*DMT
GO TO 22
23 CH=.0154*UAD(I,J)*D(I,J)
DMI=CH*XNI*(1.-EXP(-1.*CH))
DHT=DMT
22 RDT(I,J)=ALFA/(ALFA+DHT)
C
C TERCEIRA PARTE - CALCULO DA DISTRIBUICAO DE
C TEMPERATURAS, NUMERO DE NUSSELT E RELACAO
C TEMPERATURA MAXIMA / TEMPERATURA MEDIA
C1=G+(1./G)
C2=(0.5+XKMS/H)
C3=G*C2
C4=(0.5+XKMP/H)
C5=1.-(XKMP*XKMS/(H*H))
C6=C4/G
C7=2.*C4+G*G
C8=(4./(RDT(2,1)+RDT(1,1)))*G
C9=(4./(RDT(1,2)+RDT(1,1)))/G
C12=2.*C2*G
C13=(2./(1.+RDT(1,N-1)))/G
C14=2.*C4/G
C15=(2./(1.+RDT(N-1,1)))*G
DO 25 I=1,N
DO 25 J=1,N
25 TE(I,J)=TEI
M=1
PANU=0.
39 DO 26 I=1,N
DO 26 J=1,N
26 PTE(I,J)=TE(I,J)
LP=0
TE(1,1)=(TE(2,1)*C8+TE(1,2)*C9-(RV(1,1)*H*H/4.))/(C8+
C9)
DTE=(TE(1,1)-PTE(1,1))/TE(1,1)
LC=1
38 IF(ABS(DTE)-P)27,27,28
27 LP=LP+1
28 GO TO (29,30,31,32,33,34,35,36,37),LC
29 DO 30 J=2,N1
C10V=(4./(RDT(2,J)+RDT(1,J)))*G
C11V=(2./(RDT(1,J-1)+RDT(1,J)))/G
C18V=(2./(RDT(1,J+1)+RDT(1,J)))/G
TE(1,J)=(TE(1,J-1)*C11V+TE(1,J+1)*C18V+TE(2,J)*C10V-(
RV(1,J)*H*H)/
*4.)/(C10V+C11V+C18V)
DTE=(TE(1,J)-PTE(1,J))/TE(1,J)
LC=2
GO TO 38
30 CONTINUE

```

```

TE(1,N)=(TE(2,N)*C12+TE(1,N-1)*C13)/(C12+C13)
DTE=(TE(1,N)-PTE(1,N))/TE(1,N)
LC=3
GO TO 38
31 DO 34 I=2,N1
C10V=(4./(RDT(I,2)+RDT(I,1)))/G
C11V=(2./(RDT(I+1,1)+RDT(I,1)))*G
C19V=(2./(RDT(I-1,1)+RDT(I,1)))*G
TE(I,1)=(TE(I,2)*C10V+TE(I+1,1)*C11V+TE(I-1,1)*C19V-(
RV(I,1)*H*H)/
*4.)/(C10V+C11V+C19V)
DTE=(TE(I,1)-PTE(I,1))/TE(I,1)
LC=4
GO TO 38
32 DO 33 J=2,N1
C10V=(2./(RDT(I,J-1)+RDT(I,J)))/G
C11V=(2./(RDT(I+1,J)+RDT(I,J)))*G
C18V=(2./(RDT(I,J+1)+RDT(I,J)))/G
C19V=(2./(RDT(I-1,J)+RDT(I,J)))*G
TE(I,J)=(TE(I,J-1)*C10V+TE(I,J+1)*C18V+TE(I+1,J)*C11V
+TE(I-1,J)*C1
*9V-(RV(I,J)*H*H)/4.)/(C10V+C11V+C18V+C19V)
DTE=(TE(I,J)-PTE(I,J))/TE(I,J)
LC=5
GO TO 38
33 CONTINUE
C11V=(2./(1.+RDT(I,N-1)))/G
TE(I,N)=(TE(I+1,N)+TE(I-1,N))*C3+TE(I,N-1)*C11V)/(C1
1V+2.*C3)
DTE=(TE(I,N)-PTE(I,N))/TE(I,N)
LC=6
GO TO 38
34 CONTINUE
TE(N,1)=(TE(N,2)*C14+TE(N-1,1)*C15+H/4.)/(C14+C15)
DTE=(TE(N,1)-PTE(N,1))/TE(N,1)
LC=7
GO TO 38
35 DO 36 J=2,N1
C11V=(2./(1.+RDT(N-1,J)))*G
TE(N,J)=(TE(N,J-1)+TE(N,J+1))*C6+TE(N-1,J)*C11V+H/4.
)/(C11V+2.*C6
*)
DTE=(TE(N,J)-PTE(N,J))/TE(N,J)
LC=8
GO TO 38
36 CONTINUE
TE(N,N)=(TE(N,N-1)*C6+TE(N-1,N)*C3+H/8.)/(C6+C3)
DTE=(TE(N,N)-PTE(N,N))/TE(N,N)
LC=9
GO TO 38
37 IF(LP-(N*N))49,40,40
49 CONTINUE
40 S=0.
DO 41 I=2,N1

```

```

      DO 41 J=2,N1
41  S=S+TE(I,J)*RV(I,J)
      DO 55 J=2,N1
55  S=S+.5*TE(1,J)*RV(1,J)
      DO 56 I=2,N1
56  S=S+.5*TE(I,1)*RV(I,1)
      S=S+.25*TE(1,1)*RV(1,1)
      TEB=S/(N1*N1)
      DO 44 I=1,N
      DO 44 J=1,N
44  RT(I,J)=TE(I,J)-TEB
      S=0.
      DO 45 J=2,N1
45  S=S+RT(N,J)
      RTHW=(S+.5*(RT(N,1)+RT(N,N)))/N1
      S=0.
      DO 46 I=2,N1
46  S=S+RT(I,N)
      RTSW=(S+.5*(RT(N,1)+RT(N,N)))/N1
      RTM=(RTHW+RTSW)/2.
      AFC=XKF/(4.*A*(G+1.))*RTM
      ANU=(4.*A*G*AFC)/(XKF*(G+1.))
      DNU=(ANU-PANU)/ANU
      IF (ABS(DNU)-R) 81,81,82
82  PANU=ANU
      GO TO 52
81  RTMAX=0.
      DO 97 J=1,N
97  RTMAX=AMAX1(RTMAX,RT(N,J))
      RMTA=RTMAX/RTM
      RAT=RTHW/RTM
      DO 42 I=1,N,N1
      PRINT 9
      9  FORMAT (010)
      PRINT 999
999  FORMAT(30X,17HEQUIVALES TIPO 1//)
      PRINT 2,H,G,RE,PR,TEB
      2  FORMAT (10X,3HH =,F6.3,5X,6HGAMA =,F6.1,5X,4HRE =,F8.
           0,5X,4HPR =,F
           *8.3,5X,5HTEB =,F9.3//)
      PRINT 4,XKMP,XKMS,AFC,ANU,RMTA,RAT
      4  FORMAT (10X,4HKP =,F6.1,5X,4HKS =,F6.1,5X,4HFC =,F7.0
           ,5X,4HNU =,F8.
           *.3,6X,6HRMTA =,F8.3,6X,5HRAT =,F8.3//)
      PRINT 5
      5  FORMAT (10X,1HI,4X,1HJ,3X,7HTE(I,J),5X,7HRT(I,J)//)
      DO 42 J=1,N
      PRINT 3,I,J,TE(I,J),RT(I,J)
      3  FORMAT (7X,14,1X,14,2X,E9.3,2X,E9.3)
42  CONTINUE
      DO 43 J=1,N,N1
      PRINT 9
      PRINT 999
      PRINT 2,H,G,RE,PR,TEB

```



```
PRINT 4,XKMP,XKMS,AFC,ANU,RMTA,RAT
PRINT 5
DO 43 I=1,N
PRINT 3,I,J,TE(I,J),RT(I,J)
43 CONTINUE
IF(MN-1)53,53,96
96 PRINT 9
PRINT 99,M
99 FORMAT(10X,16HCONVERGENCIA EM,1X,15,1X,9HITERACOES)
GO TO 53
52 IF(M-ML)91,92,92
91 M=M+1
GO TO 39
92 PRINT 9
PRINT 98,M
98 FORMAT(10X,20HNAO HOUE CONVERGENCIA EM,1X,15,1X,9H
ITERACOES)
MN=2
GO TO 81
53 CONTINUE
GO TO 67
END
```

REFERÊNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. "An analytical and experimental study of turbulent gas flow between two smooth parallel walls with unequal heat flux"
H. Barrow
Int. J. Heat & Mass Transfer 1, 306 (1962)
2. "The effect of axially varying and unsymmetrical boundary conditions on heat transfer with turbulent flow between parallel plates"
A. P. Hatton and A. Quarmby
Int. J. Heat & Mass Transfer 6, 903-14 (1963)
3. "Heat transfer in annular passages hydrodynamically developed turbulent flow with arbitrarily prescribed heat flux"
W. M. Kays e E. Y. Leung
Int. J. Heat & Mass Transfer 6, 537-557 (1963)
4. "Turbulent heat transfer in the thermal entrance region of concentric annuli with uniform wall heat flux"
A. Quarmby e R. K. Anand
Int. J. Heat & Mass Transfer 13, 395-411 (1970)
5. "Laminar heat transfer in rectangular channels"
L. S. Han
Trans. A.S.M.E. - J. of Heat Transfer Vol. 81, 121-128 (1959)
6. "Laminar forced convection in rectangular channels with unequal heat addition on adjacent sides"
J. M. Savino e R. Siegel
Int. J. Heat & Mass Transfer 7, 733-741 (1964)
7. "An analytical solution of the effect of peripheral wall conduction on laminar forced convection in rectangular channels"
R. Siegel e J. M. Savino
Trans. A.S.M.E. - J. of Heat Transfer Vol. 87, 59-66 (1965)
8. "Heat transfer for turbulent flow in rectangular ducts with two heated and two unheated walls"
J. L. Novotny, S. T. McComas, E. M. Sparrow e E. R. G. Eckert
A. I. Ch. E. Journal Vol. 10 Nº 4, 466-470 (1964)
9. "Experiments on turbulent heat transfer in an asymmetrically heated rectangular duct"
E. M. Sparrow, J. R. Lloyd e C. X. Hixon
Trans. A.S.M.E. - Journal of Heat Transfer Vol. 88, 170-174 (1966)
10. "Étude expérimentale du transfert thermique de l'eau en convection forcée dans un canal rectangulaire"
J. Lafay
Note TT - Nº 223 - Centre d'Études Nucleaires de Grenoble (1966)
11. "Effect of axial fluid conduction on heat transfer in the entrance regions of parallel plates and tubes"
P. J. Schneider
Trans. A.S.M.E. Vol. 79, 765-773 (1957)
12. "A single formula for the 'Law of the wall'"

- D. B. Spalding
Trans. A.S.M.E. – J. of Applied Mechanics, 455-457 (1961)
13. "Principles of Heat Transfer"
F. Kreith
p. 265 – International Textbook Company – 2a. ed. (1965)
- 14a "Fluid Dynamics and Heat Transfer"
J. G. Knudsen e D. L. Katz
p. 159 – McGraw-Hill Book Company (1958)
- 14b. id. p. 155
15. "The analogy between fluid friction and heat transfer"
T. Von Karman
Trans. A.S.M.E. – Vol. 61, 705-710 (1939)
- 16a. "Convective Heat and Mass Transfer"
W. M. Kays
p. 73 – McGraw-Hill Book Company (1966)
- 16b. id. p. 72
- 16c. id. p. 169
- 16d. id. p. 71
17. "Heat transfer with turbulent flow in concentric and eccentric annuli with constant and variable heat flux"
E. Y. Leung, W. M. Kays e W. C. Reynolds
Reports AHT-4 – Stanford University Press (1962)
18. "Variation of the eddy conductivity with Prandtl Modulus and its use in prediction of turbulent heat transfer coefficients"
R. Jenkins
Heat Transfer and Fluid Mechanics Institute Preprints, 147-158 (1961)
19. "Point values of eddy conductivity and viscosity in uniform flow between parallel plates"
F. Page Jr., W. G. Schlinger, D. K. Breaux e B. H. Sage
Industrial and Engineering Chemistry, Vol. 44 – N° 2, 424-430 (1952)
20. "Nuclear Power Engineering"
W. M. El-Wakil
p. 250 – McGraw-Hill Book Company (1962)
21. "Reactor Heat Transfer"
W. B. Hall
p.8 – Temple Press Limited (1958)
22. "Mathematical Handbook for Scientists and Engineers"
G. A. Korn e T. M. Korn
p. 342 – McGraw-Hill Book Company (1961)

