MOACIR DE ARAÚJO LYRA

A Brishing Livering 21 Al S. Marion 191

CONTRIBUIÇÃO AO ESTUDO DO COMPORTAMENTO DINÂMICO DO REATOR NUCLEAR LEAR-1



Dissertação de Mestrado Apresentada a Escola Politécnica da Un<u>i</u> versidade de São Paulo.

À Lourdinha e ao nosso filho Henrique A meu paí e à memória de minha mãe

AGRADECIMENTOS

Expresso aqui minha gratidao

Ao Prof.Dr. Paulo Saraiva de Toledo pela orientação eficaz na realização dês te trabalho e por sua apreciação critica do manuscrito.

Ao Eng? Azor Camargo Penteado Filho pelo apôio constante e esclarecimentos nas experiências realizadas no Reator.

Aos colegas Ronaldo Elias F.-Melo e Joaquim Sylos Cintra pelos esclarecime<u>n</u> tos referentes à Termica do Reator.

Aos colegas da DOMR Joel Alvarenga de Souza, Hertz Pasqualetto e Kouji Ogura pelo incentivo a realização dêste trabalho.

Ao colega Antonio Gouveia, pelas discussões proveitosas durante a elaboração da símulação analógica.

Ao Sr. Danilo Mariconí pela colaboração na montagem das experiências realiz<u>a</u> das.

Ao Sr. Americo Voshida, que fêz os desenhos com perfeição.

à Sra. Silvia Helena Fernandes de Deus, que datilografou com dedicação.

Ao Sr. José Florentino dos Santos, que imprimiu.

Finalmente, à direção do Instituto de Energia Atômica, na pessoa do Prof.Dr. Rômulo Ribeiro Pieroni, pela oportunidade que me foi dada à realização deste trabalho.

A estes, e a muitos outros, que memoría me falta, devo os possíveis exitos desta dissertação.

INDICE

INTRODUC	CAO	Ţ
Cap.I ~	O MODĒLO MATEMĀTICO	
	I-1 - Parte Neutrônica	4
	I-2 - Parte Térmica	7
	I+3 - Modelo Incremental	10
	I-4 - Efeitos Térmicos na Restividade do Reator	12
	I-5 - O Modêlo Matemático	16
Cap.II-	DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TEMPERATURA	
	II-1 - Experiência no Reator	17
	II-2 - Simulação Analógica	21
Cap.III	- FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA - MATRIZ DE TRANSIÇÃO	
	III-l - Considerações Teóricas	
	III-l.1 - Calculo da Matriz de Transição	37
	III-1.2 - Cálculo da Função de Transferência	38
	III-2 - O Modêlo de Estado do Reator	39
	III-3 - Matriz de Transição do Reator	40
	III-4 - Função de Transferência do Reator	43
	III-5 - Reator sem Neutrons Atrasados	44
	III-5.1 - Matriz de Transição	45
	III-5.2 - Função de Transferência	47
Cap.IV	- COMENTÁRIOS E APLICAÇÕES	
	IV-1.1 - Reator em Operação Normal	50
	IV-1.2 - Reator Operando com Vazão Reduzida	52
	IV-2 - Efeito dos Neutrons Atrazados	53
CONCLUS	ÕES GERAIS	
	Sugestões para Trabalhos Futuros	57
	E A	
apêndic	E B «попажалежнее» «ууне у 2 у 2 С 0 Ф 0 С Ф 0 3 у 6 3 И Б И П П П П П П П П П П П П П П П П П	63
REFERÊN	CIAS	0

INTRODUÇÃO

O presente trabalho se propõe a dar uma contribuição ao estudo do com portamento dinâmico do reator IEAR-1. Nos reatores nucleares, mais do que em qualquer outro sistema, é de suma importância sua operação em segurança, e para isto, é preciso que se conheça o seu comportamento dinâmico pela análise de suas Funções de Transferência e/ou Respostas Transitórias. É o cálculo destas que desenvolveremos neste trabalho como ponto de partida para um estudo posterior mais detalhado, incluindo otimizações do sistema de contrôle.

O estabelecimento de um modelo matemático para o reator IEAR-I é de senvolvido nos Capítulos I e II, como primeira providência para um estudo teó rico deste. No Capítulo I é proposto um modelo a parâmetros concentrados que, no Capítulo II, será ajustado ao reator, através da comparação entre respostas transitórias determinadas experimentalmente e simulações analógi - cas do modelo matemático. Ainda no Capítulo II será feito um estudo paramétrico dos coeficientes de temperatura para determinar os do IEAR-1.

No Capítulo III, pela técnica das variáveis de estado, com base no modêlo matemático desenvolvido, serão determinadas a Função de Transferência e Matriz de Transição, instrumentos necessários e suficientes para a análise da estabilidade e cálculo das respostas transitórias a qualquer tipo de perturbação de reatividade no reator. No Capítulo IV calcularemos, explicita mente, e analizaremos as funções de transferência e principalmente as respostas transitórias a um degrau de reatividade, em diversas condições de operação do reator. Ainda neste capítulo, estudaremos a controvertida influência dos neutrons atrasados na estabilidade dos reatores nucleares.

Para facilitar a leitura e compreensão dêste trabalho, incluiremos nesta Introdução, uma breve discrição do sistema considerado, a saber, o Reator de Pesquisa IEAR-1, do Instituto de Energia Atômica.

O IEAR-l é um reator de pesquisa, tipo piscina, refrigerado e moder<u>a</u> do a água.

llá dois tipos de elementos combustíveis, ambos do tipo MTR, utilizam do urânio enriquecido a 20% e 90% em seu isótopo U-235. A placa matriz, que suporta os elementos combustíveis, está mergulhada na piscina de 270 m³ de água desmineralizada, a dez metros de profundidade, presa à superfície da piscina por uma treliça de alumínio. Cada elemento combustívei e formado de dezenove placas de uma liga de alumínio e urânio revestidas por uma fina camada de alumínio para evitar o escape de produtos de fissão altamente radioa tivos. Entre as placas passa o refrigerante, a água. O arranjo dos elementos combustíveis na placa matriz, que forma o arranjo crítico necessário para a manutenção da reação em cadeia, constitue o chamado caroço do reator.

Com o reator operando até 200 Kw, a refrigeração pode ser por conveç ção natural: acima desta potência por circulação forçada da água. A água, que além de servir como moderador e refrigerante serve de blindagem biológica, é aspirada através dos elementos combustíveis por meio de uma bomba, a vazão sendo de 2600 gpm. Após atravessar um trocador de calor, a água volta à piscina através de um difusor. O calor é transferido, no trocador de calor, ao sistema secundário e daí é dissipado na atmosfera por meio de uma tôrre de refrigeração.

Há quatro barras de contrôle, três de cádmio denominadas barras de segurança, e uma de aço inox, denominada barra de regulação; inseridas em elementos combustíveis especiais distribuidos no caroço. Estas barras servem para se deixar o reator crítico na potência desejada e manter esta potência estável. As barras de segurança são prêsas à haste de sustentação por meio de magnetos, de sorte que em caso de qualquer anormalidade as correntes dos magnetos são interrompidas e as barras inseridas totalmente no caroço por gravidade, "apagando" a reação em cadeia.

A instrumentação nuclear é composta de:

- 1) Uma câmara de fissão para o Canal de Partida
- Duas câmaras de ionização compensadas para o Canal Log N e o Canal Linear.
- Duas câmaras de fonização não compensadas para os Canais de Segurança.

Êstes panais constituem o sistema de contrôle e segurança do reator.

No APÊNDICE B é apresentada uma vista isométrica da piscina do reator com o caroço do mesmo.

Maiores detalhes a respeito do reator IEAR-1 se encontram em publicações do IEA (Pe 61) e (To 60).

CAPÍTULO I

O MODÊLO MATEMÁTICO

A análise do comportamento dinâmico de um sistema exige o conhecimento dos fenômenos físicos envolvidos e a partir deste,o estabelecimento de um modelo matemático que corresponda à realidade. Na escolha do modelo entra uma boa dose de bom senso, pois nos colocamos sempre diante de um compromisso entre precisão e complexidade de um lado e aproximação e simplicidade por outro lado. Por paradoxal que pareça nem sempre a primeira escolha dá melhor precisão porque a solução de um modelo complexo, quando possível, muitas vêzes envolve aproximações.

No caso dos reatores nucleares evidentemente nos defrontamos com uma opção dêste tipo. As equações que representam tanto os fenômenos essencialmente nucleares como os térmicos são a parâmetros distribuidos, não lineares ou lineares com coeficientes variáveis, portanto de solução do ponto de vista da resposta transitória muito difícil. Deste modo costuma-se aproximar o sis tema por um modêlo a parâmetros concentrados onde são considerados os valores médios das variáveis envolvidas. O sistema é linearizado pela de pequenas variações de amplitude das variaveis, obtem-se um modêlo incremen tal. Ora, o teorema de Lyaponov (Po-69) demonstra que se o modêlo obtido da primeira aproximação, do desenvolvimento de Taylor do sistema não linear, for estável o não linear também o será. Harrer et. al. (Ha 52) determinaram expe rimentalmente, em Argonne, a função de transferência do reator CP-2 e comparando com a teórica obtida através do modelo incremental obtiveram ótimos resultados. E mais recentemente Cossmann et. al. (Co 62) comparando as respostas de frequência obtidas por simulações analógicas de um modêlo a parâmetros distribuidos com a de um modêlo a parâmetros concentrados, para o reator EOCR, verificaram ser ambas praticamente identicas.

1.1 - Parte Neutrônica

Admitindo que a distribuição espacial do fluxo neutrônico não se modif<u>i</u> ca durante um transitório, - aproximação válida se a pertubação da reativida-de for uniformemente distribuida no reator ou localizada num ponto distante vá

rios livre caminho médio de transporte do ponto onde se encontra o detetor (Refs.: Pu 58, Ch 69), - as equações clássicas da cinética de um reator pontual podem ser usadas para a análise do comportamento dinâmico do reator reat.

Daremos apenas uma demonstração simplificada das equações da cinética de um reator pontual; uma demonstração rigorosa se encontra por exemplo nas referências (GI 55) ou (He 58).

Considerando o fator de multiplicação efetivo k como a razão entre mumero medio de neutrons de uma geração para o número medio da geração se guinte num dado reator, e o tempo de geração & como o intervalo de tempo medio entre gerações sucessivas, a variação media de densidade neutrônica n, se todos os neutrops são prontos, e dada por:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{\langle k-1 \rangle}{\ell} n \dots (I-1,1)$$

Uma percentagem β dos neutrons de uma geração não são prontos, ou se ja, não são provenientes diretamente da fissão, mas se originam de nuclideos instáveis provenientes da desintegração beta de certos produtos de fissão, constituindo os chamados neutrons atrazados. Keepin et. al. (Ke 57) classificou os neutrons atrazados em seis grupos de acordo com seu nuclideo precursor e determinou os λ i e β i, respectivamente, constante de decaimento e fração de neutrons atrazados relativa ao total de neutrons, do 1 - ésimo precursor, para fissões térmicas no U-235, U-233 e Pu-239.

A razão de produção dos neutrons atrazados é igual a Σ λ_1 Ci, onde Ci é a concentração do i - ésimo precursor.

Se $\beta = \sum_{\hat{i}} \hat{e}$ a percentagem dos neutrons atrazados sobre o total, $(I - \beta)$ será a percentagem de neutrons prontos. Introduzindo os neutrons a trazados na expressão (I-1):

$$\frac{d\mathbf{n}}{d\mathbf{t}} = \frac{k(1-\beta)-1}{\ell} \mathbf{n} + \frac{\Sigma}{\mathbf{i}} \lambda_{\mathbf{i}} C \mathbf{i} \dots (1-1.2)$$

A variação do i - esimo precursor será dada por:

$$\frac{dC_{i}}{dt} = \frac{k\beta_{i}}{\ell} \quad n - \lambda_{i} C_{i} \dots (I-1.3)$$

Como nesta dissertação consideraremos somente pequenas perturbações, por tanto sempre $k \ge 1$, e definindo a reatividade como $\rho = k - 1$ as equações (I-1.2) e (I-1.3) podem ser escritas na forma:

$$\frac{d\mathbf{n}}{d\mathbf{t}} = \frac{\rho - \beta}{\ell} \quad \mathbf{n} + \frac{\beta}{1} \quad \lambda_i \quad C_i \quad \dots \quad (1-1.4)$$

$$\frac{dC_{i}}{dt} = \frac{\beta_{i}^{n}}{\ell} - \lambda_{i} C_{i} \qquad \dots (I-1.5)$$

Aproximação a um grupo de neutrons atrazados

Para a análise da dinâmica de reatores costuma-se tomar um único grupo médio de neutrons atrazados como representando aproximadamente os efeitos devido aos seis grupos (We 68, We 63, G1 55).

A constante de decaimento λ do grupo médio, é dada por:

$$\lambda = \beta / \frac{6}{5} - \frac{\beta_1}{\lambda_1}$$

Tomando os valores de Keepin (Ke 57) para os seis grupos de precursores quando o combustível é U-235

Í	β ₁ (%)	$r_{\underline{i}} = \frac{1}{\lambda_{\underline{i}}} (s)$	$\beta_{\mathbf{i}}$ $\tau_{\mathbf{i}}$	_
1	0,0267	0,33	0,009	
2	0,0737	0,88	0,065	
3	0,2526	3,31	0,836	
4	0,1255	8,97	1,125	
5	0,1401	32,78	4,592	
6	0,0211	80,39	1,688	

encontra-se o valor de 0.077 para a constante de decaimento do grupo médio.

O valor da fração efetiva dos neutrons atrazados

Havia uma discordância entre o valor da fração de neutrons atrazados encontrada por Hughes (Hu 48) 0,00755, e a encontrada por Keepin (Ke 57), mais recente 0,0064.

Em vista dos neutrons atrazados serem gerados com energía de aproximadamente 0,5 Mev e dos prontos com energía em tôrno de 2 Mev (Ba 56), portanto os neutrons atrazados tem menor probabilidade de fuga durante a moderação, foi definida a fração efetiva dos neutrons atrazados $\beta_{\rm ef}$ = ϵ β (Mo 58) onde ϵ é um fator que leva em consideração a efetividade dos neutrons atrazados num reator particular. ϵ é aproximadamente proporcional a razão entre a probabilidade de não fuga dos neutrons atrazados para a probabilidade de não fuga dos neutrons prontos. Moore (Mo 58) adotou o valor de 1,18 para ϵ e tomando o valor de Keepin para o β encontrou para a fração efetiva dos neutrons atrazados $\beta_{\rm ef}$ = 0,00755 que ϵ o valor determinado por Hughes para o β . ϵ ϵ to serã o valor adotado neste trabalho.

Nesta aproximação a um grupo de neutrons atrazados as equações (I-1.4) e (I-1.5) se tornam:

$$\frac{dn}{dt} = \frac{(\rho - \beta_{c}f)}{\ell} n + \lambda C \dots (I-1.6)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta_{ef}}{\ell} n - \lambda C \qquad (I-1.7)$$

1.2 - Parte Térmica

Como para a parte neutrônica tomamos um modelo pontual para o reator baseado na hipótese da distribuição do fluxo neutrônico não variar de forma durante o transiente, será consistente tomarmos para a parte térmica também um modelo a parâmetros concentrados para descrever o processo de geração e troca de calor no caroço do reator. Esta aproximação bastante comum, ver por exemplo as referências Pu 58, Ma 69, Mo 65 e Lu 54 é perfeitamente válida pa ra reatores de pequeno porte como o IEAR-1.

As equações que governam tal processo de geração e troca de calor são

formuladas estabelecendo o balanço energético entre o combustível, o moderador e o refrigerante. Nos reatores tipo piscina o moderador e o refrigerante são o mesmo, a água leve.

O calor gerado no combustível por unidade de tempo, proveniente das fig sões, é igual à quantidade de calor armazenada no mesmo, tendo como consequência um aumento de sua temperatura, menos a transferida ao fluido refrige rante:

$$Q = M_u C_u \frac{d^T u}{dt} \rightarrow h A (T_u - T_m) \dots (I-2.1)$$

sendo

$$Q = K (1-a)n$$

onde: K = constante de proporcionalidade entre a densidade neutrônica e a potência

a - fração do calor gerado no moderador

M, - massa do combustível (g)

C. - Calor específico do combustível (cal/g 9C)

h - coeficiente de troca de calor em W/cm² 9C

A - área de troca (cm²)

 T_{ij} - temperatura do combustível (90)

 $T_{\rm m}$ - temperatura do moderador ou refrigerante (90)

O calor gerado no moderador pela termalização dos neutrons e absorção de raios gama mais o calor transferido pelo combustível é igual ao calor armazenado no moderador mais o aumento da entalpia do mesmo, ou seja:

$$K \text{ a } n + h \text{ A}(T_u - T_m) \approx W_m C_m (T_s - T_i) + V_m \rho_m C_m \frac{dT_m}{dt} \dots (I-2.2)$$

onde:

C_m - calor específico da água no caroço (cal/g 9C)

Wm - vasão de refrigerante (cm³/min)

T - temperatura de saída da água do caroço (90)

T, - temperatura de entrada da água no caroço (90)

 T_{m} - temperatura média da água no caroço (90)

ρ_m - densidade da água (g/cm³)

V_m - volume da água no caroço (cm³)

Admitiu-se aqui que a potência P do reator é proporcional à densidade neutrônica, portanto o calor gerado no combustível e moderador.

Na equação (1-2.2)
$$T_{m} = \frac{T_{s} + T_{f}}{2}$$

logo $T_s - T_i = 2(T_m - T_i)$, substituindo:

ΟŲ

$$V_{m} \rho_{m}^{C} = \frac{dT_{m}}{dt} = a n + h A T_{u} - (hA + 2W_{m}C_{m})T_{m} + 2W_{m}C_{m}T_{1} \dots (I-2.3)$$

Não foi considerada qualquer efeito devido a presença do trocador de calor admitindo-se que a temperatura de entrada da água no caroço é constante (Pu 58, Mo 65). Nos reatores tipo piscina isto é verdadeiro porque a água saindo do trocador de calor passa num difusor e daí para a piscina de 270 m³, portanto de capacidade térmica muito grande, não se aquecendo ou esfriando nos poucos minutos de intervalo de tempo em que serão estudados os transientes.

O valor do coeficiente de troca

Entre todos os parâmetros do IEAR-1 que fazem parte das equações da térmica (I-2.1) e (I-2.3) o único de valor desconhecido é o coeficiente de troca.

Baseado no formulário francês (La 64) para cálculos térmicos do reator Melusine, tipo piscina e praticamente identico ao IEAR-1, foram calculados (*) os coeficientes de troca de calor em diversas condições de operação do reator, cujos resultados se encontram na tabela abaixo.

^(*) Cálculos realizados na secção de térmica da Divisão de Física de Reatores do I.E.A. pelo Engo Ronaldo Elias F. Melo, a quem o autor agradece.

Potência P(Kw)	Vazão (GPM)	Coeficiente de troca l (W/cm ² VC)	
	2500	0,9	
	2600	0,92	
2000	2400	0,872	
	1600	0,67	
1000	2600	0,781	
1000	1600	0,6186	

Tabela I-l

I.3 - Modêlo Incremental

A equação (I.1.6) é não linear em ρ n e as equações (I-2.1) e (I-2.3) são lineares com alguns coeficientes variáveis uma vez que o coeficiente de troca de calor é função da temperatura. Estas dificuldades podem ser contor nadas se tomarmos um modêlo incremental, válido para pequenas perturbações de reatividade. Pequena perturbação de reatividade significa ρ da ordem de $\beta_{ef}/2$ ou, para melhor precisão, da ordem de $\beta_{ef}/10$ (Ha 63).

Quanto aos parâmetros nucleares \mathcal{L} e $\beta_{\rm ef}$ são considerados independentes do tempo (Ch 69, Ke 60 e He 58) num transiente.

Escrevendo as equações (I-1.6) e (I-1.7) em função da potência, as equações normalizadas para densidade neutrônica correspondente a unidade de potência. Fazendo:

$$P(t) = P_o + \delta P(t)$$

$$C(t) = C_0 + \delta C(t)$$

 P_o e C_o representam potência e concentração de precursores de neutrons atrazados no estado de equilibrio do reator. Podemos escrever (I.1.6) e (I-1.7) assim:

$$-\frac{d\delta P}{dt} = \frac{\rho^{-\beta}}{\ell} (\delta P + F_{o}) + \lambda (C_{o} + \delta C) \dots (a)$$

$$\frac{d \delta C}{dt} = \frac{\beta}{\ell} (P_0 + \delta P) - \lambda (C_0 + \delta C) \dots (b)$$

No estado de equilíbrio δP , δC , $\frac{d\delta P}{dt}$ e $\frac{d\delta C}{dt}$ são nulos, portanto de (b):

$$c_o = \frac{\beta P_o}{\ell \lambda}$$
 (c)

substituindo (c) em (a) e (b), vem:

$$\frac{d \delta P}{dt} = \rho \frac{\delta P}{\ell} + \rho \frac{P_o}{\ell} - \frac{\beta}{\ell} \delta P - \frac{\beta}{\ell} P_o + \frac{\lambda \beta}{\ell} \frac{P_o}{\lambda} + \lambda \delta C$$

몬

$$\frac{d\delta C}{dt} = \frac{\beta}{\ell} P_o + \frac{\beta}{\ell} \delta P - \frac{\lambda \beta}{\ell} \frac{P_o}{\lambda} - \lambda \delta C$$

Desprezando os têrmos de ordem mais elevada como p δ P (ver por exemplo a referência Ag-61), as equações se tornam finalmente:

$$\frac{d \delta P}{dt} = -\frac{\beta}{\ell} \delta P + \lambda \delta C + \rho \frac{P_{\sigma}}{\ell} \qquad (I-3.1)$$

$$\frac{d\delta C}{dt} = \frac{\beta}{\ell} \cdot \delta P - \lambda \delta C \qquad (1-3-2)$$

Fazendo o mesmo em relação as equações da térmica (I-2.1) e (I-2.3):

$$T_u = T_u + \delta T_u = T_m = T_m + \delta T_m$$
, orde $T_u = T_m$

são relativos ao estado de equilíbrio do reator. Substituindo em (I-2.1) e (I-2.3) vem:

$$M_{H}C_{u} \frac{d \delta T_{u}}{dt} = (1-a) (P_{o} + \delta P) - h A(T_{u_{o}} + \delta T_{u} - T_{m_{o}} - \delta T_{m}) \dots (d)$$

No estado de equilíbrio $\frac{d\delta^T u}{dt}$, $\delta T_u = \delta T_m$ são nulos, portanto;

(1-a)
$$P_0 = h A (T_{u_0} - T_{m_0})$$

logo, a equação (d) se reduz a:

$$M_{\rm u}C_{\rm u} = \frac{d\delta T_{\rm u}}{dt} = (1-a)\delta P - h A(\delta T_{\rm u} - \delta T_{\rm m})$$
(I-3.3)

A equação (I-2.3) fica:

$$V_{m} \rho_{m} C_{m} \frac{d\delta T_{m}}{dt} = a (P_{o} + \delta P) + h A (T_{u} + \delta T_{u}) - (h A + 2 W_{m} C_{m}) (T_{m} + \delta T_{m}) + 2W_{m} C_{m} T_{i}$$

onde T_i , sendo a temperatura de entrada da água, é considerada constante, como já justificamos.

Analogamente a equação anterior, no estado de equilibrio:

$$a P_0 + h A T_0 - (h A + 2 W_0 C_1) T_0 + 2 W_0 C_0 T_1 = 0$$

logo:

$$V_{m} \rho_{m} C_{m} \frac{d\delta T_{m}}{dt} = a \delta P + h A \delta T_{u} - (h A + 2 W_{m}C_{m}) \delta T_{m} \dots (I-3.4)$$

As equações (I-3.1) (I-3.2) (T-3.3) (T-3.4) constituem o modêlo incremental, válido para pequenas perturbações. Para simplificar a notação a partir deste ponto não escreveremos os 6's do P,C,T_u e T_m , subentendendo-se sempre que se trata de variações em tôrno do estado de equilíbrio. As equações que governam a solução temporal do modêlo incremental se tornam:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\beta}{\ell} P + \lambda C + \frac{P_{o}}{\ell} \rho$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\ell} P - \lambda C$$

$$\frac{M_{o} C_{o}}{dt} = \frac{dT_{o}}{dt} = (1-a) P + h A (T_{o} - T_{m})$$

$$V_{m} \rho_{m} C_{m} \frac{d\delta T_{m}}{dt} = a P + h A T_{o} - (h A + 2 W_{m} C_{m}) T_{m}$$

I.4 - Efeitos Térmicos na Reatividade do Reator

A influência da temperatura na reatividade é bastante grande, a ponto de, em muitos reatores, a estabilidade depender sensivelmente dela. Esta influên

cia se origina no fato de muitos parâmetros nucleares serem função da temperatura do meio.

Entre os fenômenos que contribuem para tal dependência da temperatura, os principais são (maiores detalhes ver referência Gl 55, Is 63 e La 66, por exemplo):

- a) Efeitos Nucleares As secções de choque microscópicas são funções da energia cinética dos neutrons e esta por sua vez depende da temperatura absoluta do meio; logo a temperatura influi no fator de multiplicação, portanto, na reatividade.
- b) Efeitos de Densidade A variação da densidade dos materiais nuclea res com a temperatura resulta em variações das secções de choque macroscópicas, portanto, na reatividade.
- c) Parâmetros como Coeficiente de difusão e Idade de Fermi sendo funções da temperatura, as probabilidades de não fuga também o serão, logo a reatividade.
- d) Efeito Doppler Alargamento das ressonâncias do Urânio-238 com o aumento da temperatura, tendo como consequência maior absorção de neutrons por átomos dêste elemento.
- e) Formação de vazios Principalmente nos reatores tipo BWR há formação de bolhas d'água no moderador diminuindo a taxa de moderação. Êste fen<u>o</u> meno da origem aos chamados coeficientes de vazio.

A predominância de um efeito sobre outro, depende muito do tipo e até do porte do reator.

Define-se então o coeficiente de temperatura como a variação de reatividade por unidade de variação de temperatura do meio. Assim temos um coeficiente de temperatura do combustível $\alpha_{_{\rm U}}$, que representa todos os eféitos na reatividade devido a variações da temperatura do combustível; e, analogamente, um coeficiente de temperatura do moderador $\alpha_{_{\rm m}}$.

O coeficiente de temperatura sendo a variação da reatividade com a tem

peratura pode ser escrito, de uma maneira geral, assim:

$$\alpha = \frac{d \rho}{dT}$$
 , sendo $\rho = \frac{k-1}{k}$

$$\alpha = \frac{1}{k^2} \frac{dk}{dT}$$

Como k^2 é sempre positivo segue que o sinal algébrico do coeficiente de temperatura vai depender do de dk/dT. Portanto, se α é positivo, dk/dT também o é; logo o fator de multiplicação k cresce com a temperatura. Ora k, crescendo significa que o reator vai se tornando supercrítico, o número de fissões aumenta, consequentemente o calor gerado, portanto a temperatura. Vê se pois que um coeficiente de temperatura positivo tem influência desestabilizante no reator. Reciprocamente se o coeficiente de temperatura for nega tivo, tem influência estabilizante,

No caso de se considerar o coeficiente de temperatura do combustível e o do moderador, êles serão definidos matemáticamente por:

$$\alpha_{\mathbf{u}} = \left(\frac{-d\rho}{dT_{\mathbf{u}}}\right)_{T_{\mathbf{m}} = \text{cte}}$$

$$\alpha_{m} = \left(\frac{d\rho}{dT_{m}}\right)$$

$$T_{tr} = cte$$

Os valores dos coeficientes de temperatura são avaliados por cálculos durante a fase de projeto do reator e posteriormente obtidos por medidas experimentais em protótipos.

Do reator IEAR-1 conhecemos apenas o coeficiente de temperatura global, isotérmico. Para a medida experimental do coeficiente de temperatura do moderador e do combustível são necessários elementos combustíveis instrumenta dos, que não dispomos no IEA. Contornamos este problema determinando os coeficientes de temperatura do combustível e do moderador através de um estudo paramétrico pelo computador analógico, apresentado no capítulo II.

Nesta dissertação adotaremos para os coeficientes de temperatura a un<u>i</u> dade pcm/9C (pcm significa uma parte por cem mil = 10^{-5}).

Sob o ponto de vista dinâmico, os efeitos de temperatura na reatividade se comportam como uma realimentação (feedback), nos processos nucleares.O diagrama do bloco da figura I-l, ilustra tal comportamento:

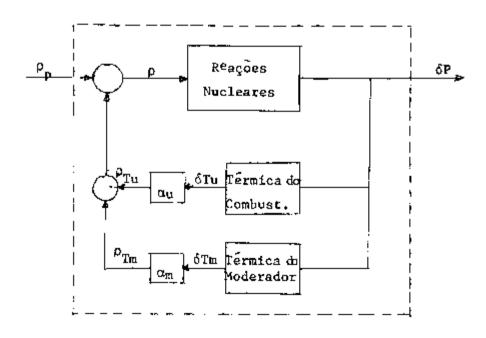


Figura 1-1

Onde:

 α_m - Coeficiente de temperatura do moderador

 $\alpha_{_{\rm II}}$ - Coeficiente de temperatura do combustível

 $p_{_{\rm D}}$ - Perturbação externa da reatividade

 $arphi_{\mathrm{T}}^{\mathrm{r}}$ - Variação de reatividade devido a temperatura do combustíve1

 $ho_{
m T}^{
m u}$ - Variação de restividade devido a temperatura do moderador.

ρ - Reatividade resultante

Portanto:

$$\rho = \rho_p + \rho_{T_m} + \rho_{T_m}$$

ou:

$$\rho = \rho_p + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m$$

lembrando as definições de α_u e α_m e que T_u e T_m são variações δ T_u e δ T_m das temperaturas do combustível e do moderador, respectivamente.

Efeito Xenon

O efeito do produto de fissão Xenon-135 é muito importante nos reatores de grande porte onde há problemas de instabilidades espaciais (La 56,Ba
60). Para reatores menores, em particular os reatores de pesquisa o efeito
do Xenon no comportamento dinâmico é sempre desprezado porque o período de
oscilação provocada pelo Xenon é da ordem de algumas horas (Ch 60).

-5 - 0 Modêlo Matemático

Introduzindo no sistema (I-1) os coeficientes da temperatura através da expressão da reatividade resultante $\rho = \rho_p + \alpha_u T_u + \alpha_m T_m$, obteremos o conjunto de equações que descrevem o modêlo matemático que propomos para o IEAR-1.

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\beta}{\ell} P + \lambda C + \frac{P_o}{\ell} \alpha_u T_u + \frac{P_o}{\ell} \alpha_m T_m + \frac{P_o}{\ell} \rho_p$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\ell} P - \lambda C$$

$$M_{u}C_{u} = \frac{dT_{u}}{dt} = (1-a) P - b A (T_{u} - T_{m})$$

$$V_{m}\rho_{m} C_{m} = \frac{dT_{m}}{dt} = a P + h A T_{u} - (h A + 2 W_{m}C_{m}) T_{m}$$

CAPÍTULO II

DETERMINAÇÃO DOS COEFICIENTES DE TEMPERATURA

Com a finalidade de verificar até que ponto o modêlo matemático corresponde à realidade e de determinar os coeficientes de temperatura do reaIEAR-1, fizemos medidas experimentais e simulações analógicas do modêlo mate
mático para:

- a) Comparar as medidas experimentais com o resultado da simulação analógica da experiência. Para esta simulação tomamos coeficientes de temperatura hipotéticos mas dentro da gama de variação encontrada em publicações in ternacionais para outros reatores nucleares semelhantes.
- b) Fazer um estudo paramétrico visando determinar os coeficientes de temperatura que na simulação analógica melhor reproduzissem a resposta experimental do reator.

II.1 - Experiência no Reator

A experiência realizada no reator IEAR-1 consistiu em provocar um degrau de reatividade no reator e medir sua resposta de potência.

Experiências dêste tipo foram realizadas originalmente por Pelser (Pe 55) para determinar a função de transferência à potência zero através da resposta transitória a um degrau positivo de reatividade. Fader e Harrison (Fa 61) fizeram experiências semelhantes, introduzindo um degrau negativo pela inserção de uma barra de contrôle e demonstrando que, embora o degrau não se ja perfeito devido ao tempo finito de inserção da barra, os resultados são satisfatórios se considerarmos simplesmente a quantidade de reatividade inserida como um degrau desta amplitude.

II-1.1 - <u>Descrição da Experiência</u>

Com o reator has seguintes condições:

a) Potênina esnavel em 2 Mw

- b) Temperatura da piscina estável, Isto se dá no 3º día de operação da semana.
- c) Configuração do caroço: Arranjo 82-A

Foi provocada uma perturbação da reatividade pela inserção de cem divisões (875 - 775) da barra de contrôle. Na curva de calibração da barra de contrôle, fig. II-1, vê-se que trabalhamos na região quase linear de sua efetividade e que esta inserção corresponde a uma perturbação de 40 pcm. A barra de contrôle é inserida com uma velocidade de 29 div/s, portanto a inserção de 100 divisões se dá em 3,5 segundos, que comparado com o tempo de observação da experiência, 5 minutos, pode ser desprezível e considerada a perturbação como verdadeiramente um degrau.

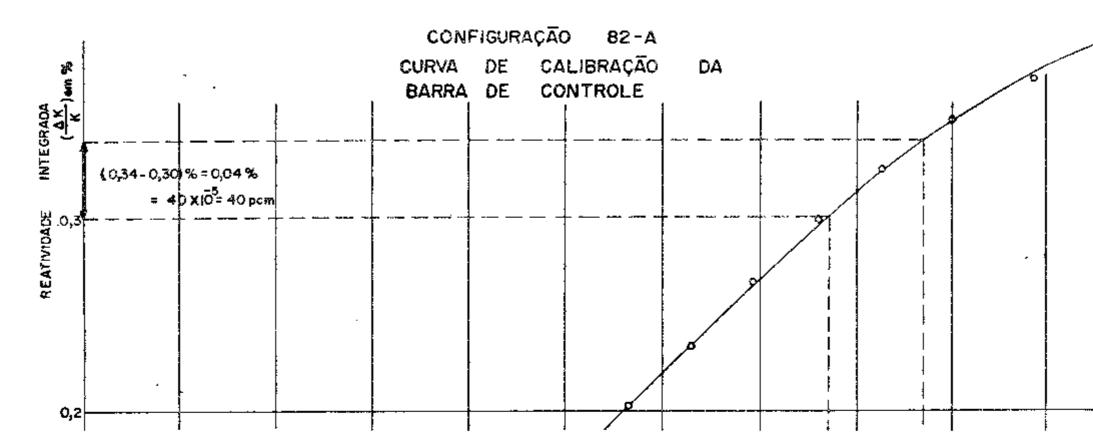
Método de Medida

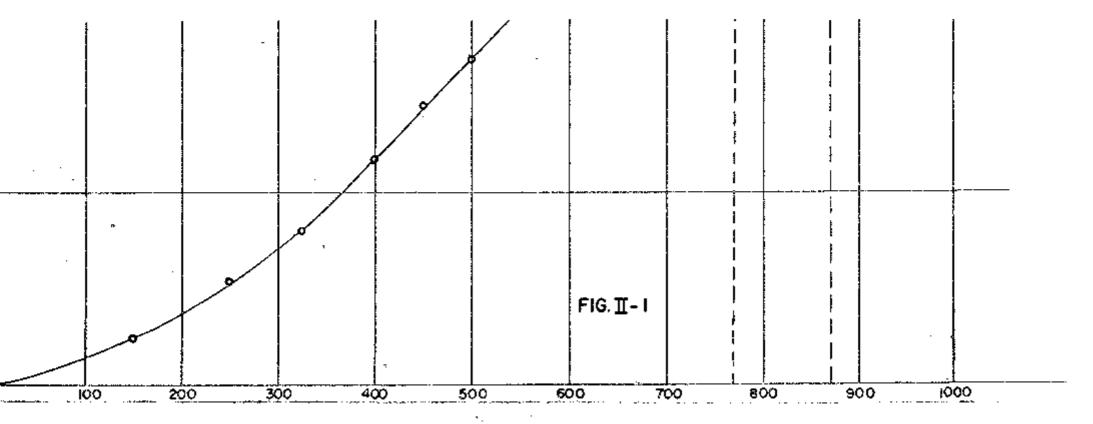
A medida da resposta transitória foi feita pelo Canal Linear do siste ma de contrôle do reator, que permite medidas precisas no intervalo de 10^{-3} a 100% da potência nominal.

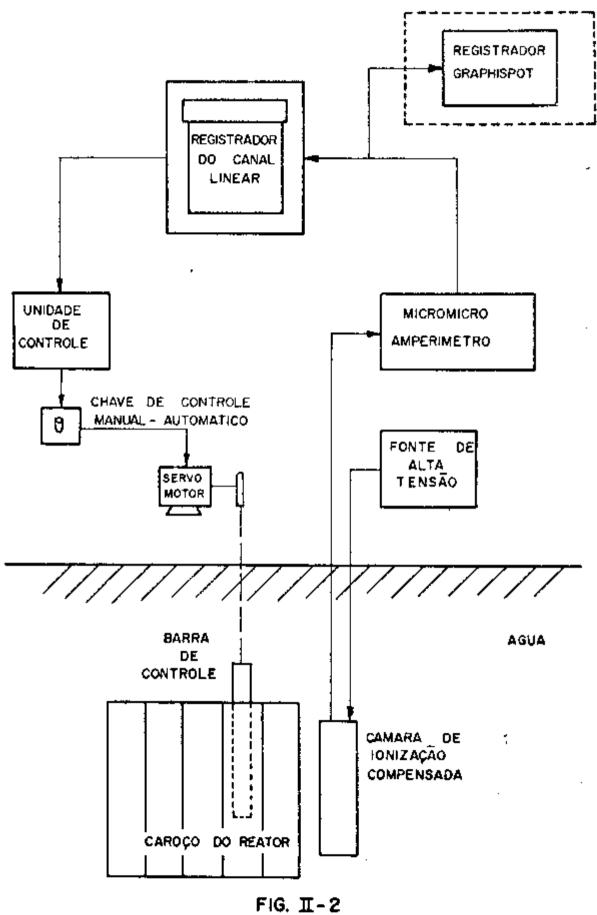
A figura II-2 apresenta o diagrama do Canal Linear, constituido de:

- 1) Câmara de ionização compensada É uma câmara sensível apenas a neu trons, com compensação para raios gama, que produz uma corrente contínua proporcional ao fluxo neutrônico, portanto à potência do reator. É importante notar que a câmara de ionização está colocada a uma distância de 30 outro da barra de contrôle, ou seja, o ponto de medida e o ponto onde foi produzida a perturbação distam vários livres caminhos médio de transporte.
- Micromicro amperimetro Este recebe a corrente da câmara de ionização compensada e transforma numa tensão CC amplificada, no intervalo de 0 a 10 mV.
- 3) Registrador A tensão do micromicro amperimetro é registrada, por tanto é registrada a variação da potência do reator.

Na nossa experiência não foi usado este registrador do Canal Linear. Foi usado um Graphispot por ser mais sensível e mais versátil por permitir diversas escalas de tempo a escolher. Usamos a escala de 6 cm/min.







CANAL LINEAR

Na escala de amplitude de 5 mV as características do Graphispot (+) são:

Tempo de resposta a 99%: 1,2 s. Êrro da linearidade inferior a 0,2% Resolução menor que: 0,1%

Esta experiência foi repetida duas vêzes, em dias diferentes, verificando-se a reprodutividade,

O resultado se encontra na Figura 11-3.

II.2 - Simulação Analógica

Entre os parâmetros do modêlo matemático desenvolvido no capítulo anterior, apenas os coeficientes de temperature do moderador e do combustível. são desconhecidos, para o IEAR-1.

No entanto, conhecemos o coeficiente de temperatura não homogêneo, o global, ou seja, aquêle que considera os efeitos da temperatura na reativid<u>a</u> de devido a fenômenos no combustível e no moderador indistintamente. mos ainda que nos reatores tipo piscina, a maior contribuição para o coefi ciente de temperatura global é a variação da área de migração (soma da área de difusão com a área de moderação: $\kappa^2 = L^2 + \tau$) com a temperatura (Is 63), portanto a maior contribuição é do moderador porque a área de migração depen de essencialmente das propriedades deste. Finalmente conhecemos os coeficientes de temperatura de outros reatores (ver a Tabela II-1).

Та	ber	.а	Ι.	L –	1

REATOR	POTÊNCIA	VAZÃO	TEMPERATURA SAÍDA	COEF.T	EMPER.
Melusine (France)* IEAR-1 (S.Paulo) FNR (USA)* IRL (USA)* UVAR (USA)*	1,2 MW 2,0 MW 1,0 MW 5,0 MW 1,0 MW	2600 gpm 1000 gpm 2200 gpm 1000 gpm	22,590 90,0 97 116,0 9F 102,0 9F		em/9C pcm/9C pcm/9C
JEEP (D ₂ 0)**				-1,5 pcm/90	a _m -25 pem/90

⁺ Marca: SEFRAM ~ Modêlo GR VAT

** Água Pesada (Reterência Lu 54)

^{*} Tipo Piscina (Directory of Nuclear Reactors, Vols. [1 e IV.

Baseados nestes fatos atribuimos valores hipotéticos aos coeficientes temperatura do moderador e do combustível para o reator IEAR-1 afim de proceder a simulação analógica. Atribuimos inicialmente os valores:

$$\alpha_{\rm u}$$
 = -7 pcm/90 e $\alpha_{\rm m}$ = -15 pcm/90

Simulação I - Verificação da validade do Modêlo Matemático

Equacionamento do problema

As equações são:

$$\frac{dP}{dt} = -\frac{\beta}{\ell} P + \lambda C + \alpha_u \frac{P_o}{\ell} T_u + \alpha_m \frac{P_o}{\ell} T_m + (\frac{P_o}{\ell} P_p)$$

$$\frac{dC}{dt} = \frac{\beta}{\ell} P - \lambda C$$

$$M_{u}C_{u} = \frac{dT_{u}}{dt} = (1-a) P - h A T_{u} + h A T_{m}$$

$$V_{m}\rho_{m}C_{m} = \frac{dT_{m}}{dt} = aP - hAT_{u} + (hA + 2W_{m}C_{m})T_{m}$$

Valores numéricos:

 β = 0,00755 - fração efetiva dos neutrons atrazados

 $\lambda = 0.077 \text{ s}^{-1}$ - Constante de decaimento dos precursores.

P_o = 2.000 Kw - Potência do reator

h = 0,92 w/cm²9C - Coeficiente de troca (vazão 2600 gpm)

Dados do reator:

 $V_m = 57.184 \text{ cm}^3$ - Volume da água no caroço

W_m = 2,600 gpm - Vazão da agua no caroço

 $\rho_{m} = 1 \text{ g/cm}^{3}$ - densîdade da ağua

 $C_{m} = 4,18 \text{ J/g/9C} = 9,986 \text{x} 10^{-4} \text{ k cal/g 9C} - \text{Calor especifico da água}$

 $A = 346884 \text{ cm}^2 - - \text{Årea total de troca}$

$$\ell=5$$
x10⁻⁴ s — tempo de geração dos neutrons instantâneos $M_u=13.634,183$ g — Massa do Urânio no caroço $C_u=0,029$ cal/g 90 — Capacidade térmica do Urânio — fração do calor gerado no moderador $\alpha_u=-7$ pcm/ 90 — Coeficiente de temperatura do combustível

A exitação: $\frac{P_o}{\ell}$ ρ_p , onde $\rho_p = 40$ pcm (valor do degrau na experiência).

- Coeficiente de temperatura do moderador

Substituindo estes valores numéricos no modelo incremental desenvolvi do no capítulo anterior, encontra-se:

$$\frac{dP}{dt}$$
 = -15,1 P + 0,077 C - 280 T_u - 600 T_m + Excitação

$$\frac{dC}{dt} = 15,1 P - 0,077 C$$

$$1,654 \frac{dT_u}{dt} = 0,95 P - 319,133 T_u + 319,133 T_m$$

$$238,9153 \frac{dT_m}{dt} = 0,05 P + 319,133 T_u - (319,133 + 1371,246) T_m$$

ou ainda:

$$\frac{dP}{dt}$$
 = 15,1 P + 0,077 C - 280 T_u - 600 T_m + Excitação

$$\frac{dC}{dt}$$
 = 15,1 P - 0,077 C

 $\alpha_{m} = -15 \text{ pcm/9C}$

$$\frac{dT_{u}}{dt} = 0,574 P - 192,94 T_{u} + 192,94 T_{m}$$

$$\frac{dT_{m}}{dt} = 0,000209 P + 1,336 T_{u} - 7,075 T_{m}$$

O computador usado para este estudo foi um PACE TR-48, Seu intervalo útil de voltagem das variáveis de máquina é de 10 V, razão pela qual é neces sário aplicar fatores de escala às variáveis do problema para transformá-las em variáveis de máquina. Na escolha desses fatores procurou-se fazer com que as voltagens fôssem as mais altas possíveis, fornecendo soluções com precisão maxima.

Equações de Máquina

As variáveis de máquina serão:

$$P' = bP$$
 $T_u' = e T_u$
 $C' = dC$ $T_m' = fT_u$
 $t' = at$

onde os fatores de escala selecionados foram:

$$a = 2 s^{*}/s$$
 $e = 5x10^{-2} V/9C$
 $b = 5x10^{-3} V/Kw$ $f = 2 V/9C$
 $d = 5x10^{-5} V/Kw$

onde s significa segundo de maquina, ou seja a unidade de tempo que o computador leva para simular determinado fenômeno real.

As equações de máquina serão portanto:

$$\frac{dP'}{dt'} = \frac{-15.1}{a} P' + 0.077 \frac{b}{ad} C' - 280 \frac{b}{ae} T'_{u} - 600 \frac{b}{af} T'_{m} + (\frac{P_{o}}{\ell} \rho_{p})$$

$$\frac{-dC'}{dt'} = 15.1 \frac{d}{ab} P' - \frac{0.077}{a} C'$$

$$\frac{dT_{u}'}{dt'} = 0,574 \frac{e}{ab} - p' \frac{192,94}{a} T_{u}' + 192,94 \frac{e}{af} T_{u}'$$

$$\frac{dT_{m}''}{dt''} = 0,000209 \quad \frac{f}{ab} \quad P' + 1,336 \quad \frac{f}{ae} \quad T_{u}' - \frac{7,075}{a} \quad T_{m}''$$

Substituindo os valores dos fatores de escala, encontra-se:

$$\frac{dP'}{dt'} = -7,55 P' + 3,85 C' - 14 T'_{u} - 0,75 T'_{m} + (\frac{b}{a} - \frac{P_{o}}{\ell})$$

$$\frac{dC'}{dt'}$$
 = 0,0755 P' - 0,0385C'

$$\frac{dT_{u}^{'}}{dt^{'}} = 0,287 P' - 96,47 T_{u}^{'} + 2,41 T_{m}^{'}$$

$$\frac{dT'_{m}}{\frac{1}{dt}} = 0,0418 P' + 26,72 T'_{u} - 3,537 T'_{m}$$

A excitação é:
$$\frac{b}{a} \frac{P_o}{\ell}$$
 $\rho_p = \frac{5 \times 10^{-3}}{2} \frac{2000}{5 \times 10^{-4}} \times 40 \times 10^{-5} = 4 \text{ volts.}$

Gerador de tempo:

O gerador de tempo e a escala X do "plotter" foram escolhidos de modo que a simulação tivesse a mesma escala de tempo da experiência no reator (6 cm/minuto). Assim:

Escala X do "plotter": 0,1 V/cm Escala de tempo de simulação será: $\frac{0.005 \text{ V/s}^*}{0.1 \text{ v/cm}} = 0.05 \text{ cm/s}^*$

ou como a = 2 s*/s, 0,1 cm/s = 6 cm/min

Condições iniciais:

Em se tratando de um modêlo incremental as variáveis são incrementos do estado de equilíbrio, portanto as condições iniciais são tôdas nulas.

Escala Y do "plotter": 0,5 V/cm, como b = 5×10^{-3} V/Kw

a escala será: 100 kw/cm

Diagrama da simulação:

Na figura II-4 se encontra o diagrama da simulação e na Tabela II-2 os valores colocados nos potenciómetros.

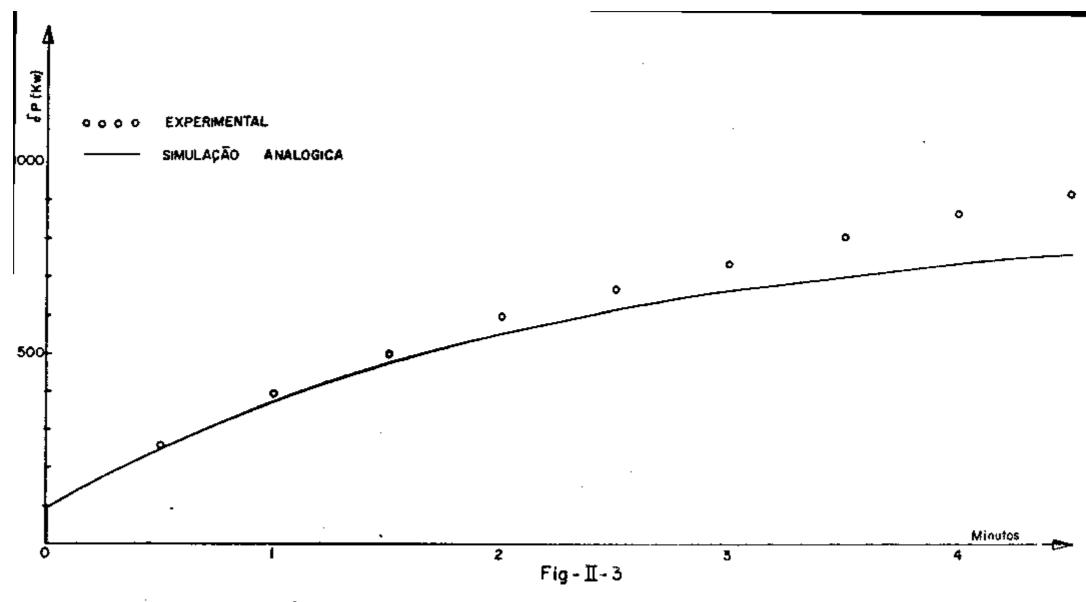
No LOL	COEFICIENTE	VALOR COLOCADO	AJUSTADO
15	β /ℓ.а	0,755	0,7555
01	λ·b/ad	0,385	0,3855
02	$\alpha_u \stackrel{p}{\sim} / \ell$. b/ae	0,14	0,141
32	α _m P _o /ℓ. b/af	0,75	_
03	β/ℓ, d/ab	0,0755	
00	λ/a	0,0385	
16	(1-a)/M _u C _u . e/ab	0,287	
23	h A/M C . 1/a	0,965	
30	h A/M _u C _u , e/af	0,241	0,242
20	a/V p C . f/ab	0,042	
47	h A/V _m ρ _m C _m . f/ae	0,267	0,268
18	(hA+2W_C_)/V_pc_C . 1/a	0,354	
45	P ₀ /ℓ . ρ _p . b/a	0,04	0,041

Valores dos Potenciômetros

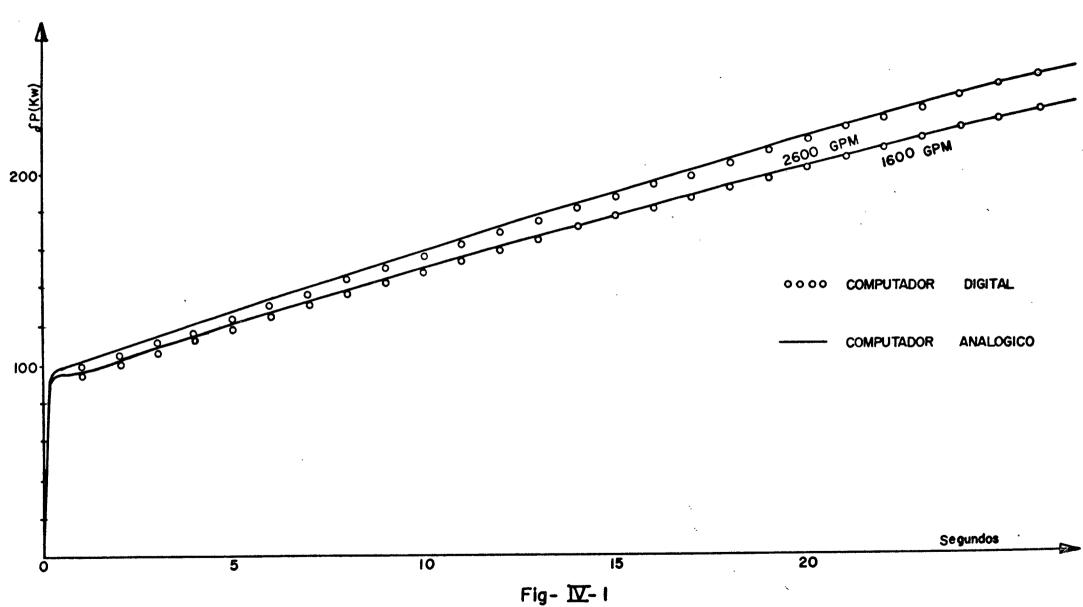
Tabela II-2

Resultados:

A figura II-3 apresenta o resultado da simulação analógica da resposta de potência a um degrau de reatividade de 40 pcm comparada com a resposta experimental ao mesmo degrau. Nota-se que as duas curvas se aproximam bastante, apenas deslocada uma da outra devido ao valor do coeficiente de temperatura. Isto nos leva a cuncluir que o modêlo matemático proposto no capítulo



Resposta de potência a um degrau de restividade de 40 pcm. Comparação entre o resultado experimental e a simulação



Respostas de potência a um degrau de reatividade de 38 pcm com reator com vazão normal e reduzida. Determinadas por simulação Analógica e cálculo analítico.

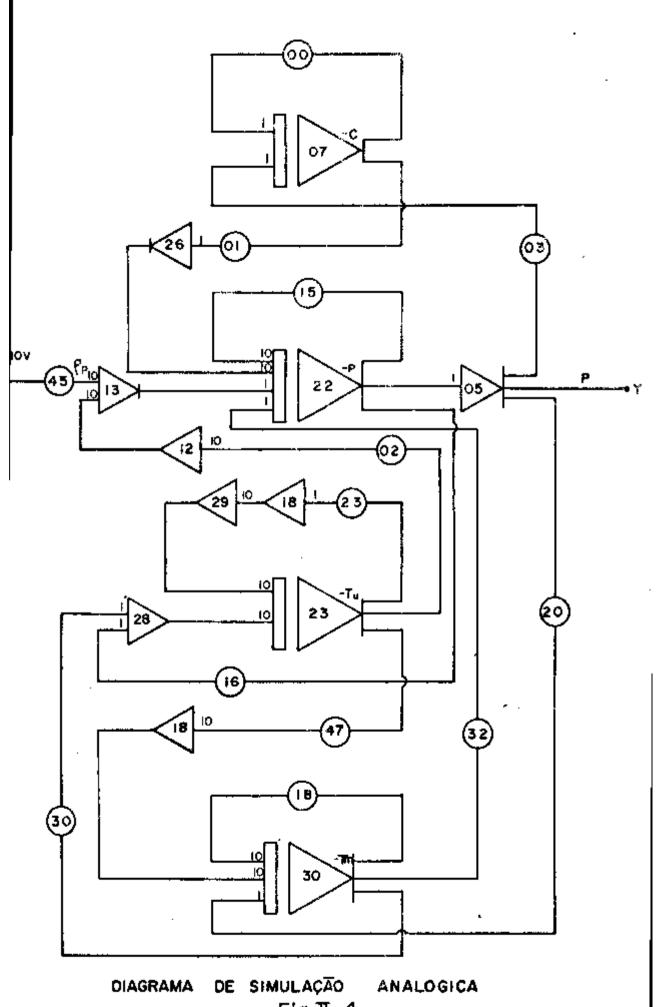


Fig. II-4

anterior é válido para o reator IEAR-1.

Simulação II - Estudo Paramétrico

Com os resultados da Simulação I, fizemos simulações analógicas para diversos valores dos coeficientes de temperatura em tôrno daquêles hipotéticos. As figuras II-5 e II-6 apresentam os resultados dêste estudo paramétrico mostrando o processo de refinamento.

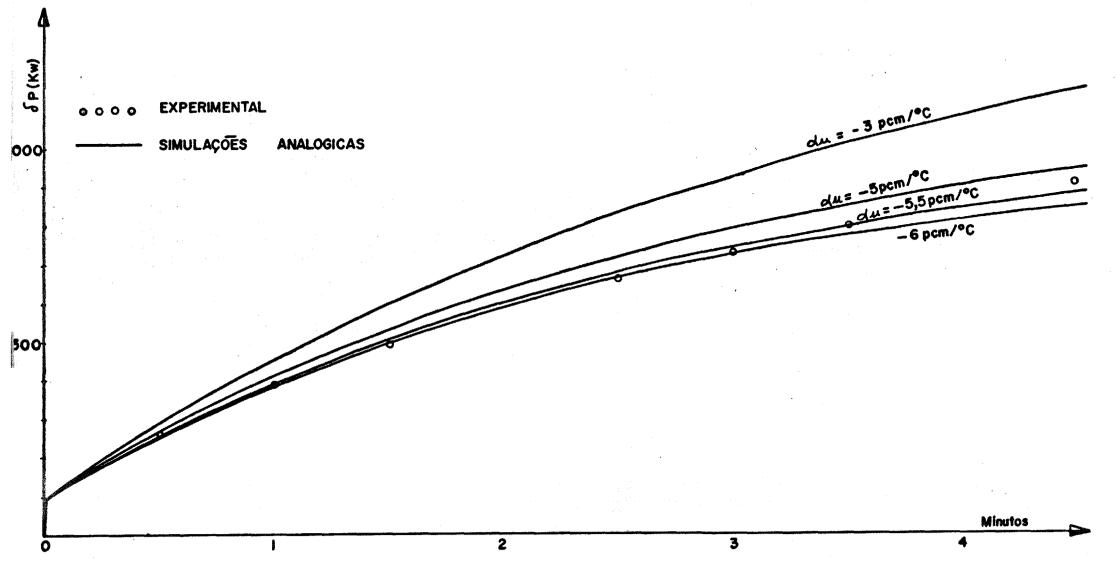
O diagrama dessas simulações é o mesmo da Simulação I, sendo alterados apenas os potenciômetros P-02 e P-32 correspondentes aos coeficientes de tem peratura. Os valores correspondentes colocados nestes potenciômetros estão na Tabela II-3. Para os novos valores dos potenciômetros P-02 e P-32 verificou-se não haver necessidade de novos ajustes nos demais potenciômetros.

α _u (pem/90)	POT NO 02	α _m (pcm/90)	POT NO 32
-6	0,12	-20	1
-3	0,06	-1 0	0,5
-5	0,10	-12	0,6
-5,5	0,11	-6	0,3
4			

Tabela II-3

A figura II-7 apresenta o resultado final, onde se vê que com os valo res de -5,5 pcm/9C para o coeficiente de temperatura do combustível e· - 14 pcm/9C para o do moderador consegue-se uma boa reprodução da resposta experimental. Estes serão os valores adotados para o desenvolvimento dêste trabalho e que podem ser considerados, dentro das aproximações da medida experimental e da simulação analógica, como os coeficientes de temperatura do reator IEAR-1.

A análise dos resultados deste estudo parametrico mostra que o coeficiente de temperatura do moderador não exerce grande influência na resposta transitória. Isto pode ser explicado pelo fato da vazão do refrigerante, o



SIMULAÇÃOI : ESTUDO PARAMETRICO (dm = -15 pcm/°C)

Fig.II - 5

Respostas de potência a um degrau de reatividade de 40 pcm. Resultado Experimental e das simulações analógicas.

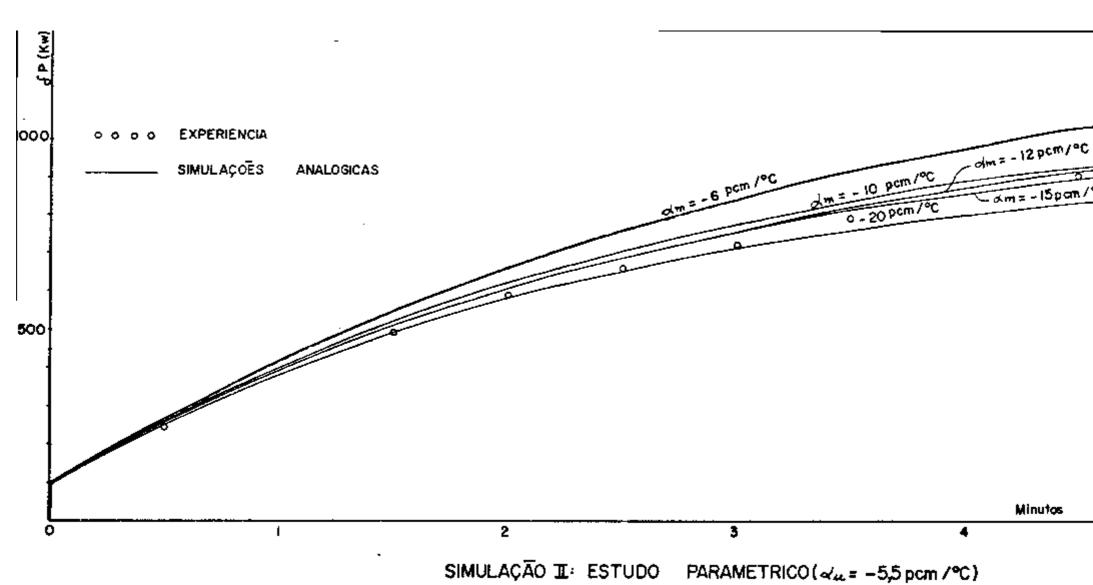
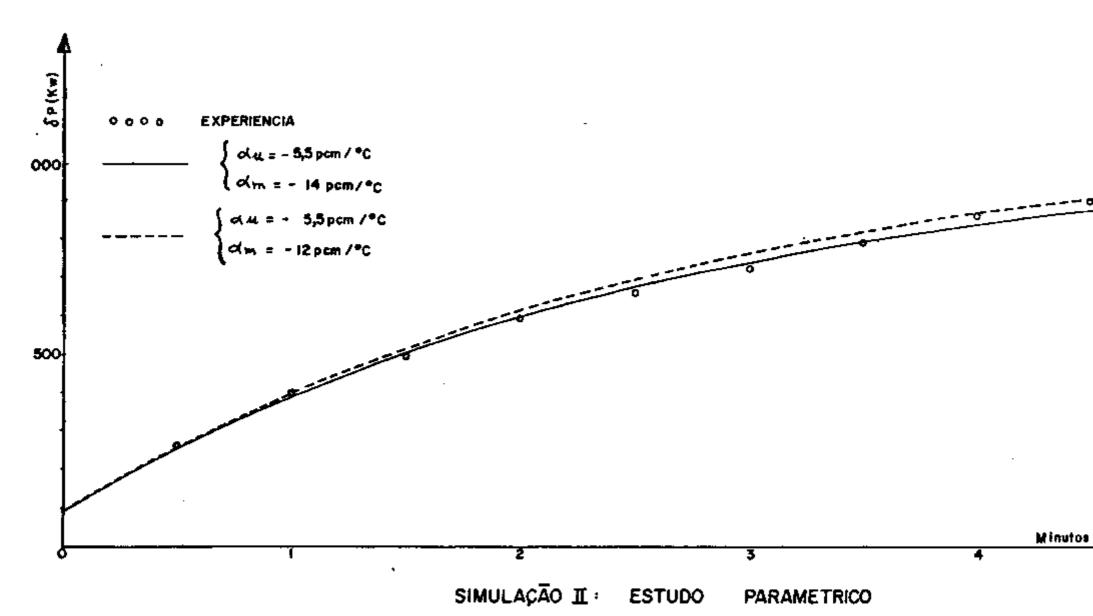


Fig.II-6
Respostas de potência a um degrau de restividade de 40 pc m. Resultado Experimental e das simulações analógicas.



Respostas de potência a um degrau de rentividade de 40 pcm. Experimental a simuladas.

Fig.II-7

próprio moderador, ser muito alta quando comparada com a vazão em reatores similares (Tabela II-1).

Simulação III

Afim de verificar possíveis fontes de êrro nas medidas experimentais provocadas por flutuações de vazão do fluido refrigerante provenientes de flutuações de tensão da rêde que alimenta os motores das bombas hidráulicas, fizemos uma simulação analógica do reator com vazão de 2400 gpm. Comparamos com os resultados para o reator com vazão nominal de 2600 gpm.

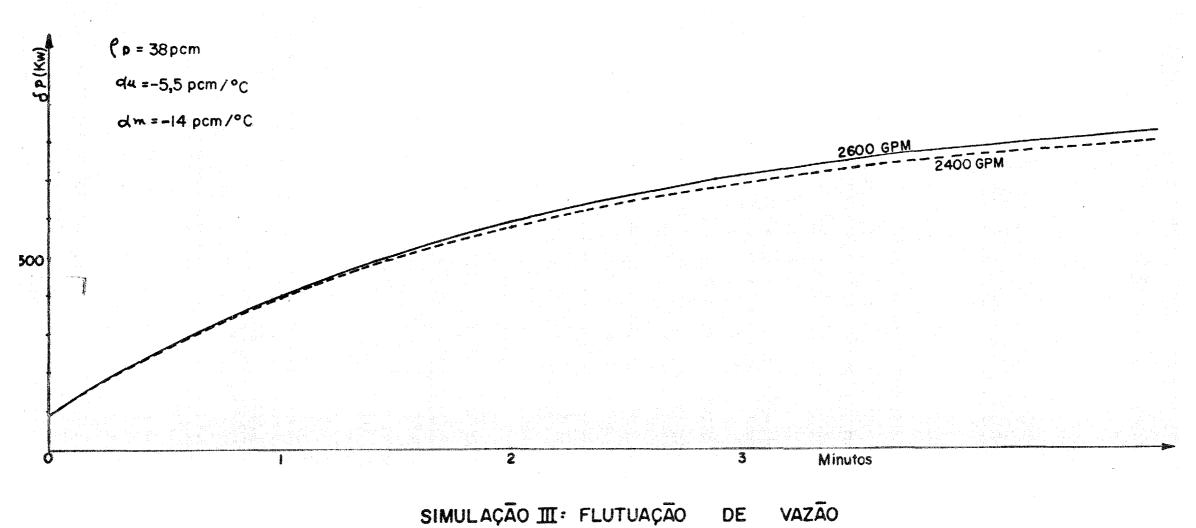
Neste caso o coeficiente de troca de calor, fica reduzido para 0,872 w/cm^2 9C (ver Tabela I-1 do Capítulo I).

O diagrama desta simulação é o mesmo das anteriores, modificando-se apenas os valores dos potenciômetros indicados abaixo.

CONFICIENTE	POT NO	VALOR (2600 gpm)	VALOR(2400 gpm)
hA/a	23	0,965	0,915
hA'e/af	30	0,241	0,229
hA f/ae	47	0,267	0,254
(hA + 2W _m C _m)/a	18	0,354	0,328

Tabela II-4

A figura II-8 apresenta o resultado desta simulação com vazão reduzida comparada com a correspondente à vazão nominal. Nota-se que mesmo com esta flutuação exagerada de vazão, 2600 para 2400, a simulação não apresenta uma diferença tão grande a ponto das pequenas flutuações reais deverem ser levadas em consideração nos resultados das medidas experimentais.



Simulações analógicas da resposta de potência a um degrau de reatividade de 38 pcm. Vazão do refrigerante normal e reduzida.

Fig.II-8

CAPÍTULO 111

FUNÇÃO DE TRANSFERÊNCIA - MATRIZ DE TRANSIÇÃO

O objetivo deste capítulo é preparar o modelo matemático, demonstrado nos capítulos anteriores, para a análise do comportamento dinâmico do rea
tor. Determinaremos a Matriz de Transição e a Função da Transferência pela
técnica das Variáveis de Estado.

A Matriz de Transição permite, através de uma simples integração, o cálculo da forma analítica das respostas transitórias do sistema. A Função de Transferência desempenha um papel importante no estudo dinâmico dos reatores nucleares. Históricamente, a primeira aplicação do conceito da Função de Transferência nos reatores nucleares foi feito em 1948 por Langsdorf (La-48) em Argonne; no ano seguinte Piggott et. al. (Pi 49) utilizaram a Função de Transferência para fazer a especificação do servomecanismo das barras de contrôle do reator. Mas, foi o trabalho experimental de Harrer et. al. (Ha 52) que selou a justificação do uso do conceito de Função de Transferência nos reatores nucleares.

Nos últimos anos surgiram muitos trabalhos de aplicação de Função de Transferência em reatores nucleares para:

- a) Análise da estabilidade (Go 58 , Gy 60).
- b) Estudo da influência na dinâmica dos reatores, dos neutrons atrazados, tempo de geração, produtos de fissão e da temperatura (Go 62, Je 68 e Lu 54).
- c) Determinação dos coeficientes de temperatura pela comparação entre a Função de Transferência teórica e experimental (Je 68).

Em resumo, a Função de Transferência é elemento fundamental para o estudo do comportamento dinâmico dos reatores nucleares.

III.1 - Considerações teóricas

Modernamente, com o advento do conceito de Espaço Estado e formulação da teoria de Sistemas a variáveis de Estado, encontrou-se uma forma de anál<u>i</u> se de sistema de uma maneira global, ou seja, sem necessidade de diagramas de bloco com realimentação, etc.

Um sistema descrito por uma equação diferencial de grau <u>n</u> pode ser posto em forma normal, ou seja, pode ser transformado num sistema de <u>n</u> equações diferenciais do primeiro grau. A escolha das novas variáveis que vão compor o sistema na forma normal não é única. Pode acontecer que uma certa escolha não permita a observação de todos os modos naturais do sistema; neste caso êle é dito "não observável"; ou que não seja possível o contrôle de todos os modos naturais: neste caso o sistema é dito "não controlável". Felizmente há critérios simples para verificar a controlabilidade e observabilidade.

O conjunto das variáveis que comparecem nestas equações diferenciais de pr meira ordem constitue o conjunto das variáveis de estado. Define-se o estado de um sistema como "o conjunto mínimo de variáveis, as variáveis de estado, que contém informações suficientes acêrca do passado do sistema para determinar os estados futuros, admitindo que se conheçam as excitações e as equações do sistema". Com o sistema na forma #normal é fácil escrevê-lo em forma matricial e tôda a análise é feita nesta forma compacta e simples.

Tomemos um sistema de ordem \underline{n} , linear, invariante no tempo, descrito pelas equações em forma matricial:

$$\dot{x}(t) = \underline{A} \times (t) + B_{u}(t)$$
 (III+1.1)

onde

x (t) é um vetor coluna (nxl).(As variáveis de estado)

 \underline{A} - matriz constante (nx \mathbf{b})

B - matriz constante (nxl)

u (t) - escalar (a excitação)

Demonstra-se (Og 67, Sc 65) que o sistema homogêno:

$$\dot{x}(t) = \underline{A} \dot{x} (t)$$
 tem por solução

$$\underline{x}(t) = e^{\frac{At}{c}} \underline{x}_{o}$$
 (III-1.2)

onde $x_0 \sim \tilde{e}$ o estado inicial, e $e^{At} = \phi(t) - \tilde{e}$ a Matriz de Transição

Para o sistema não homogêneo (III-1.1) a solução é dada por:

$$\underline{\mathbf{x}}(\mathbf{t}) = \Phi(\mathbf{t} - \mathbf{t}_0) \mathbf{x}_0 + \int_{\mathbf{t}_0}^{\mathbf{t}} \Phi(\mathbf{t} - \mathbf{t}) \underline{\mathbf{B}} \underline{\mathbf{u}}(\mathbf{t}) d\mathbf{t} \dots (\mathbf{III} - \mathbf{1}.3)$$

Vê-se de imediato que o conhecimento da Matriz de Transição Φ (t)permite a determinação dos estados futuros do sistema desde que se conheça a excitação $\psi(t)$ e o estado inicial.

III-1.1 - Cálculo da Matriz de Transição

Existem vários métodos para o cálculo da Matriz de Transição (ver por exemplo We 68 ou El 67), e usaremos o da Transformada de Laplace por ser simples quando não se trata de sistemas de ordem muito elevada.

Tomando o sistema homogêneo, e tomando sua Transformada de Laplace:

$$\dot{x}(t) = A \dot{x}(t)$$

 $s x(s) - x_0 = A x(s)$, onde $x(s) = L\{x(t)\}$ é a Transformada de Laplace de x(t), e s é a variável da Transformada de Laplace.

Portanto: $(sI - A)x(s) = x_0$, onde I é a matriz unitária

ou ainda, se $\left[sI-\underline{A}\right]$ é não singular: $\underline{x}(s) = \left[sI-\underline{A}\right]^{-1}$ \underline{x}_{o}

Aplicando a Transformada Inversa de Laplace:

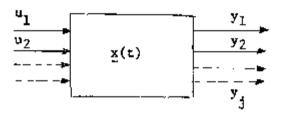
$$x(t) = L^{-1} \{ (sI - \underline{A})^{-1} \} x_0$$

comparando esta expressão com a (III-1.2), concluimos que:

$$\Phi$$
 (t) = L⁻¹ { [sI-A]⁻¹}

III-1.2 - Cálculo da Função de Transferência

Supondo um sistema inicialmente no estado zero submetido a excitações u(t), com várias saidas:



onde u_1, u_2, \ldots são as componentes do vetor v(t). Se o sistema for descrito por:

$$\dot{x}(t) = \underline{A} \ \dot{x}(t) + \underline{B} \ \dot{u}(t)$$

$$y(t) = \underline{C} \quad \underline{x}(t)$$
 equação de saída

A função de transferência H(s) ou matriz de transferência, no caso de várias entradas e saídas, é por definição:

$$Y(s) = H(s) U(s)$$

onde
$$Y(s) = L\{y(t)\}\ e \ U(s) = L\{u(t)\}\$$

Aplicando a Transformada de Laplace ao sistema acima:

$$\mathbf{s} \mathbf{x}(\mathbf{s}) = \underline{\mathbf{A}} \mathbf{x}(\mathbf{s}) + \underline{\mathbf{B}} \mathbf{U}(\mathbf{s})$$

$$Y(s) = C x (s)$$

Da primeira:
$$[sI-A]x(s) = BU(s)$$

ou
$$\underline{x}(s) = (sI - \underline{A})^{-1} \underline{B} U(\underline{s})$$

substituindo na segunda:

$$\underline{Y}(s) = \underline{C} \left(sI - A \right)^{-1} \underline{B} \underline{U}(s)$$

portanto:

III.2 - O Modelo de Estado do Reator

Considerando o modêlo incremental do reator, parágrafo I.5 do Capítu lo I, observa-se que as equações já estão na forma normal, onde as variáveis de estado são respectivamente a variação de potência P, a variação da concentração dos precursores de neutrons atrazados C, a variação da temperatura do combustível $T_{\rm u}$ e a variação da temperatura do moderador $T_{\rm m}$; a excitação é a perturbação da reatividade $\rho_{\rm p}(t)$. Sendo êste sistema linear e invariante no cempo pode-se usar diretamente o exposto no parágrafo anterior.

Em forma matricial:

$$\begin{bmatrix} \dot{\mathbf{P}} \\ \dot{\mathbf{C}} \\ \dot{\mathbf{C}} \\ \dot{\mathbf{T}}_{\mathbf{u}} \\ \dot{\mathbf{T}}_{\mathbf{m}} \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} -\beta/\ell & \lambda & \alpha_{\mathbf{u}} \mathbf{P}_{\mathbf{o}}/\ell & \alpha_{\mathbf{m}} \mathbf{P}_{\mathbf{o}}/\ell \\ \beta/\ell & -\lambda & 0 & 0 & \mathbf{C} \\ a_{1} & 0 & -\mathbf{g}_{1} & \mathbf{g}_{1} & \mathbf{T}_{\mathbf{u}} \\ a_{2} & 0 & \mathbf{g}_{2} & -\mathbf{h}_{2} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{o}}/\ell \\ \mathbf{P}_{\mathbf{o}}/\ell \\ \mathbf{O} \\ 0 \end{bmatrix} \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{p}}/\ell \\ \mathbf{O} \\ 0 \end{bmatrix}$$

$$(111-2.1)$$

രമർമ

$$a_1 = \frac{1-a}{M_U C_U}$$
, $a_2 = \frac{a}{V_m \rho_m C_m}$

$$\mathbf{g}_1 = \frac{\mathbf{h}\mathbf{A}}{\mathbf{M}_{\mathbf{u}}\mathbf{C}_{\mathbf{u}}} \quad , \quad \mathbf{g}_2 = \frac{\mathbf{h}\mathbf{A}}{\mathbf{V}_{\mathbf{m}}^{\top} \rho_{\mathbf{m}}\mathbf{C}_{\mathbf{m}}} \quad \mathbf{e} \qquad \mathbf{h}_2 = \frac{\mathbf{h}\mathbf{A} + 2\mathbf{W}_{\mathbf{m}}^{\top} \mathbf{C}_{\mathbf{m}}}{\mathbf{V}_{\mathbf{m}}^{\top} \rho_{\mathbf{m}}^{\top} \mathbf{C}_{\mathbf{m}}}$$

Como neste trabalho só nos interessa a função de Transferência entre reatividade e potência, a equação de saída será:

iII.3 - Matriz de Transição do Reator

Vimos a importância da Matriz de Transição para o cálculo da respesta transitória de um sistema a uma excitação conhecida.

A forma analítica dessas respostas, de uma maneira genérica, vimos ser:

$$\mathbf{x}_{o}(\mathbf{t}) = \Phi (\mathbf{t} - \mathbf{t}_{o}) \mathbf{x}_{o} + \int_{\mathbf{t}_{o}}^{\mathbf{t}} \Phi (\mathbf{t} - \mathbf{\tau}) \mathbf{B} \mathbf{u} (\mathbf{\tau}) d\mathbf{\tau}$$

No nosso caso trata-se de um modêlo incremental onde as variáveis de estado representam variações a partir do estado de equilíbrio, portanto quam do sujeito a excitação, ou perturbação, nosso sistema parte do estado zero, ou seja $x_0 = 0$

Logo:
$$\underline{\underline{x}}(t) = \int_{0}^{t} \Phi(t-\tau) \, \underline{\underline{B}} \, \underline{\underline{u}} \, (\tau) \, d\tau \, \dots$$
 (III-3.1)

No nosso caso

$$\mathbf{x} = \begin{bmatrix} \mathbf{p} \\ \mathbf{C} \\ \mathbf{T}_{\mathbf{u}} \\ \mathbf{T}_{\mathbf{m}} \end{bmatrix} \quad \mathbf{e} \quad \mathbf{u} = \left(\rho_{\mathbf{p}}(\mathbf{t}) \right)$$

Pela expressão acima vê-se que para o cálculo da resposta transitória será feito o produto $\Phi(t-t)$ \underline{B} . Como a matriz \underline{B} tem a forma

$$\underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{o}}/\ell \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \\ \mathbf{0} \end{bmatrix}$$

conclui-se que basta calcular os elementos da primeira coluna da matriz de transição. Os demais são desnecessários uma vez que vão ser multiplicados por zero.

A matriz de transição é:

$$\phi (t) = L^{-1} \left\{ \left[sI - \underline{A} \right]^{-1} \right\}$$

Por (III-2.1) podemos escrever:

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s} + \beta/\ell & -\lambda & -P_0/\ell \alpha_{\mathbf{u}} & -P_0/\ell \alpha_{\mathbf{m}} \\ -\beta/\ell & \mathbf{s} + \lambda & 0 & 0 \\ -\alpha_1 & 0 & \mathbf{s} + \mathbf{g}_1 & -\mathbf{g}_1 \\ -\alpha_2 & 0 & -\mathbf{g}_2 & \mathbf{s} + \mathbf{h}_2 \end{bmatrix}$$

$$\begin{bmatrix} \mathbf{s} \mathbf{I} - \underline{\mathbf{A}} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{\left(\mathbf{a} \mathbf{d} \mathbf{j} \cdot \left(\mathbf{s} \mathbf{I} - \underline{\mathbf{A}} \right) \right)^{\mathrm{T}}}{|\mathbf{s} \mathbf{I} - \mathbf{A}|}$$

Se só precisamos os elementos da primeira coluna da matriz de transição, basta calcular os elementos da primeira linha de adj $\left[sI-\underline{A}\right]$, ou seja os cofatores dos elementos da primeira linha de $\left[sI-A\right]$ Estes são:

$$\begin{array}{l} \alpha_{11} \\ \alpha_{11} = (s+\lambda) \quad \left((s+g_1) \cdot (s+h_2) - g_1g_2 \right) \\ \alpha_{11} = s^3 + (g_1+h_2+\lambda) \cdot s^2 + (g_1h_2 - g_1g_2+\lambda g_1+\lambda h_2) \cdot s + \lambda g_1h_2 - \lambda g_1g_2 \\ \alpha_{12} \\ \alpha_{12} = \beta/\ell \left((s+g_1) \cdot (s+h_2) - g_1g_2 \right) = \beta/\ell \left(s^2 + (g_1+h_2) \cdot s + g_1h_2 - g_1g_2 \right) \\ \alpha_{13} \\ \alpha_{13} = (s+\lambda) \cdot \left(a_1(s+h_2) + a_2g_1 \right) = a_1 \cdot s^2 + (a_1h_2+a_1\lambda+a_2g_1) \cdot s+a_1\lambda \cdot h_2 + a_2g_1\lambda \\ \alpha_{14} \\ \alpha_{14} = -\left(-(s+\lambda) \cdot (a_1g_2+a_2(s+g_1) \right) \right) \\ \alpha_{14} = a_2 \cdot s^2 + (a_1g_2+a_2g_1 + a_2\lambda \cdot) \cdot s + a_1g_2\lambda + a_2g_1\lambda \\ 0 \cdot determinante \cdot \left| sI - \underline{A} \right| \\ \left| s \cdot I - \underline{A} \right| = (s+\beta/\ell) \cdot \left(\frac{s+\lambda}{0} \cdot 0 \cdot 0 \cdot \frac{1}{0} \right) \\ - \left(\frac{s+\lambda}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\lambda}{0} \cdot \frac{0}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) \\ - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\lambda}{0} \cdot \frac{0}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) \\ - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\lambda}{0} \cdot \frac{0}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \cdot \frac{1}{0} \right) - \left(\frac{s+\beta}{0} \cdot \frac{1}{0}$$

$$-(P_{0}/\ell)_{\alpha_{u}} \begin{bmatrix} -\beta/\ell & s+\lambda & 0 \\ -a_{1} & 0 & -g_{1} \\ -a_{2} & 0 & s+h_{2} \end{bmatrix} + (P_{0}/\ell)_{\alpha_{m}} \begin{bmatrix} -\beta/\ell & s+\lambda & 0 \\ -a_{1} & 0 & s+g_{1} \\ -a_{2} & 0 & -g_{2} \end{bmatrix}$$

ou

$$\begin{split} |sI - \underline{A}| &= (s + \beta/\ell) (s + \lambda) (s + g_1) (s + h_2) - g_1 g_2 (s + \beta/\ell) (s + \lambda) \\ &- \frac{\beta \lambda}{\ell} (s + g_1) (s + h_2) + \frac{\beta \lambda}{\ell} g_1 g_2 - \frac{P_0}{\ell} \alpha_u (s + \lambda) a_1 (s + h_2) \\ &- \frac{P_0}{\ell} \alpha_u a_2 g_1 (s + \lambda) - \frac{P_0}{\ell} \alpha_m a_1 g_2 (s + \lambda) - \frac{P_0}{\ell} \alpha_m a_2 (s + \lambda) (s + g_1) \end{split}$$

desenvolvendo, encontra-se

$$|sI-\underline{A}| = s^4 + k_1 s^3 + k_2 s^2 + k_3 s + k_4$$

onde:

$$k_1 = \beta/\ell + \lambda + g_1 + h_2$$

$$\begin{aligned} k_2 &= g_1 \, \beta / \ell \, + \, \lambda g_1 \, + \, h_2 \, \beta / \ell \, + \, \lambda h_2 \, + \, g_1 h_2 \, - \, g_1 g_2 \, - \, \alpha_u \, \frac{P_o}{\ell} \, a_1 \, - \, \alpha_m \, \frac{P_o}{\ell} \, a_2 \\ k_3 &= h_2 g_1 \, \beta / \ell \, + \, h_2 g_1 \lambda \, - \, g_1 g_2 \, \beta / \ell - \, g_1 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_u \, a_1 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_u \, a_1 \, h_2 \\ &- \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_u a_2 g_1 \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_1 g_2 \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_1 \\ k_4 &= - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_u \, a_1 h_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_u \, a_2 g_1 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_1 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_1 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, a_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, \alpha_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, \alpha_2 g_2 \lambda \, - \, \frac{P_o}{\ell} \, \alpha_m \, \alpha_$$

Portanto a matriz de Transição serã

$$\Phi (t) = \begin{bmatrix} L^{-1} \left\{ \frac{\alpha_{11}}{sI - \underline{A}} \right\} & -- & -- \\ L^{-1} \left\{ \frac{\alpha_{12}}{sI - \underline{A}} \right\} & -- & -- \\ L^{-1} \left\{ \frac{\alpha_{13}}{sI - \underline{A}} \right\} & -- & -- \\ L^{-1} \left\{ \frac{\alpha_{14}}{sI - \underline{A}} \right\} & -- & -- \end{bmatrix}$$

Onde o determinante $|sI-\underline{A}|$ e os α_{11} , α_{12} , $\alpha_{13}e^{-\alpha}\alpha_{14}$ são calculados pelas expressões indicadas.

Fizemos um programa em FORTRAN II-D para o computador IBM-1620, intitulado MTR-FT, que calcula o determinante |sI-A|, os α 's e a transformada in versa de Laplace, portanto a matriz de transição; desde que se conheçam os coeficientes do modêlo incremental. Para o cálculo da resposta transitória a uma perturbação, basta aplicar a expressão (III-3.1).

III.4 - A Função de Transferência do Reator

Pela expressão (III-1.5), a função de transferência é dada por:

$$\underline{H}(s) = \frac{P(s)}{\rho_p(s)} = \underline{C} \left[s \ I - \underline{A} \right]^{-1} \underline{B}$$

substituindo-se, sabendo-se que

$$\underline{\mathbf{C}} = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \end{bmatrix}$$

$$\underline{\mathbf{B}} = \begin{bmatrix} \mathbf{P}_{\mathbf{O}} / \ell \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

vem:
$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 & 0 \\ | & s & 1 - \underline{A} | \end{bmatrix}}{\begin{vmatrix} \alpha_{12} & \alpha_{21} & \alpha_{31} & \alpha_{41} \\ \alpha_{12} & \alpha_{22} & \alpha_{32} & \alpha_{42} \\ \alpha_{13} & \alpha_{23} & \alpha_{33} & \alpha_{43} \\ \alpha_{14} & \alpha_{24} & \alpha_{34} & \alpha_{44} \end{vmatrix}} \cdot \begin{bmatrix} P_{o}/\ell \\ 0 \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

onde os α_{ij} são cofatores dos elementos (i,j) de $\left[sI-\underline{A}\right]$

Efetuando o produto obtem-se, finalmente:

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{\left(P_{o}/\ell\right)\alpha_{11}}{|sI - A|}$$

Considerando a expressão de α_{11} e |sI-A| calculadas no parágrafo anterior, obtemos a Função de Transferência:

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{\frac{P_{o}/\ell \quad (s+\lambda) \left((s+g_{1}) \quad (s+h_{2}) - g_{1}g_{2} \right)}{s^{4}+k_{1}s^{3}+k_{2}s^{2} + k_{3}s + k_{4}}$$

O programa MTR-FT, cuja listagem e equivalência de variáveis se encontra no APÊNDICE A calcula os polos e os zeros da expressão acima.

III.5 - Reator sem Neutrons Atrazados

Na realidade não existe reator sem neutrons atrazados, mas como nos interessa estudar o discutido efeito dos neutrons atrazados na estabilidade do reator IEAR-1, calcularemos função de transferência e matriz de transição teóricas do reator sem estes.

A não consideração dos neutrons atrazados equivale a fazer λ e β nulos nas equações do modêlo. Portanto, estas se reduzem a:

$$\frac{dP}{dt} = \frac{P_o}{\ell} \alpha_u T_u + \frac{P_o}{\ell} \alpha_m T_m + \frac{P_o}{\ell} \rho_p$$

$$\frac{dT_{u}}{dt} = a_{1} P - g_{1} T_{u} + g_{1} T_{m}$$

$$\frac{dT_{m}}{dt} = a_{2} P + g_{2} T_{u} - h_{2} T_{m}$$

ou

$$\begin{bmatrix} \vdots \\ P \\ \vdots \\ T_u \\ \vdots \\ T_m \end{bmatrix} = \begin{bmatrix} 0 & (P_0/\ell)\alpha_u & (P_0/\ell)\alpha_m \\ a_1 & -g_1 & g_1 \\ a_2 & g_2 & -h_2 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P \\ T_u \\ T_m \end{bmatrix} + \begin{bmatrix} P_0/\ell \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix} \cdot [(\rho_p)]$$

a equação de saída:

$$P = \begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix} \cdot \begin{bmatrix} P_0 / \ell \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

™ III-5:1 - <u>Matriz de Transição</u>

$$\Phi (t) = L^{-1} \left\{ \left(sI - \underline{A} \right)^{-1} \right\}$$

$$\left[sI - \underline{A} \right] = \begin{bmatrix} s & -(P_0/\ell)\alpha_u & -(P_0/\ell)\alpha_m \\ -a_1 & s + g_1 & -g_1 \\ -a_2 & -g_2 & s + h_2 \end{bmatrix}$$

O determinante é:

$$|sI-A| = s \left((s+g_1)(s+h_2) - g_1g_2 \right) + (P_0/\ell)\alpha_u \left(-a_1(s+h_2) - a_2g_1 \right) - (P_0/\ell)\alpha_m \left(a_1g_2 + a_2(s+g_1) \right).$$

Desenvolvendo; encontra-se

$$|sI-\underline{A}| = s^{3} + (g_{1}+h_{2}) s^{2} + (g_{1}h_{2} - P_{0}/\ell \alpha_{u}a_{1} - P_{0}/\ell \alpha_{m} a_{2})s - g_{1}g_{2}s - (P_{0}/\ell)\alpha_{u}a_{1}h_{2} - (P_{0}/\ell)\alpha_{u}a_{2}g_{1} - (P_{0}/\ell)\alpha_{m}a_{1}g_{2} - (P_{0}/\ell)\alpha_{m}a_{2}g_{1}$$

Para a matriz $\left(sI-\underline{A}\right)^{-1}$ temos:

$$\begin{bmatrix} s_{1-\underline{A}} \end{bmatrix}^{-1} = \frac{1}{|s_{1-\underline{A}}|} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{21} & \gamma_{31} \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & \gamma_{32} \\ \gamma_{13} & \gamma_{23} & \gamma_{33} \end{bmatrix}$$

onde os γ tem significado equivalente aosº α_{ij} do caso anterior.

Como a matriz $\underline{B} = \begin{bmatrix} P_0/\ell & 0 & 0 \end{bmatrix}^T$, e a matriz de transição na resposta transitória vai ser multiplicada por \underline{B} , só precisamos calcular os cofatores γ_{11} γ_{12} e γ_{13} anàlogamente ao que ocorrem quando consideramos os neutrons atrazados.

Cálculo dos cofatores

$$\gamma_{11} = (s+g_1) (s+h_2) - g_1g_2 = s^2 + (g_1+h_2) s + g_1h_2 - g_1g_2$$

$$\gamma_{12} = -(-a_1 (s+h_2) - a_2g_1) = a_1s + a_1h_2 + a_2g_1$$

$$\gamma_{13} = a_1g_2 + a_2 (s+g_1) = a_2s + a_2g_1 + a_1g_2$$

e a matriz de transição será:

$$\Phi(t) = \begin{bmatrix} L^{-1} & \frac{\gamma_{11}}{|sI-\underline{A}|} \\ \frac{\gamma_{12}}{|sI-A|} \end{bmatrix}$$

$$L^{-1} & \frac{\gamma_{12}}{|sI-A|}$$

$$L^{-1} & \frac{\gamma_{13}}{|sI-\underline{A}|}$$

111-5.2 - Função de Transferência

H (s) =
$$\frac{P(s)}{\rho_p(s)}$$
 = $\underline{C} \left[sI - \underline{A} \right]^{-1}$ \underline{B}

Portanto:

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{\begin{bmatrix} 1 & 0 & 0 \end{bmatrix}}{|sI - \underline{A}|} \begin{bmatrix} \gamma_{11} & \gamma_{21} & \gamma_{31} \\ \gamma_{12} & \gamma_{22} & \gamma_{32} \\ \gamma_{13} & \gamma_{23} & \gamma_{33} \end{bmatrix} \begin{bmatrix} P_{o}/\ell \\ 0 \\ 0 \end{bmatrix}$$

ou

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{\left(\gamma_{11} \gamma_{21} \gamma_{31}\right)}{|sI-\underline{A}|} \qquad \left(\begin{array}{c} P_{o}/\ell \\ 0 \\ 0 \end{array}\right)$$

Finalmente:

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{(P_{o}/\ell)Y_{11}}{|sI-\underline{A}|}$$

O programa MTR-FT para o computador digital, também calcula a Matriz de TRansição e Função de Transferência para êste caso do reator sem o efeito dos neutrons atrazados.

Todo êste formalismo será utilizado no próximo capítulo, através do programa MTR-FT, quando analisaremos o comportamento dinâmico do reator IEAR-1 em diversas condições de operação.

CAPÍTULO IV

COMENTĂRIOS E APLICAÇÕES

Na análise do comportamento dinâmico de um sistema, em primeiro lugar está a sua estabilidade, em segundo, os transientes que apresenta quando sub metido a excitações padrões.

Um sistema estável poderia, quando submetido a uma perturbação, apresentar transientes com "overshoots" perigosos para sua segurança.

A análise das funções de transferência responde bem às questões de estabilidade, e um pouco sôbre os transientes, através da correlação existem te entre resposta de frequência e transitória. As funções de transferência são ainda muito úteis para o projeto do contrôle automático do sistema, bem como para a determinação de parâmetros do sistema pela comparação entre a resposta de frequência experimental e a função de transferência teórica.

O nosso objetivo nesta dissertação foi estudar o comportamento dinâmico do reator IEAR-1, ou seja, os transientes do reator quando submetido a uma perturbação de reatividade, em diversas condições de operação. Neste sentido, o cálculo da função de transferência teve por objetivo dar uma contribuição a trabalhos posteriores que necessitem diretamente da função de transferência do reator.

O desenvolvimento do modêlo matemático do reator pela técnica das variáveis de Estado, e o do programa digital MTR-FT para o computador digital IBM-1620, permitem o cálculo, com facilidade, das respostas transitórias do reator quando submetido a qualquer pequena perturbação de reatividade e em qualquer condição de operação, desde que se conheçam os valores numéricos dos parâmetros que comparecem no modêlo matemático considerado.

As curvas correspondentes a respostas transitórias também poderiam ser obtidas por simulação no computador analógico. Porém julgamos que, apesar da versatilidade dos computadores analógicos e rapidez de soluções para estudos paramétricos, nossa contribuição para trabalhos futuros é de menor interêsse porque a precisão dos resultados obtidos com computadores analógicos

depende muito de uma boa escolha dos fatores de escala e da habilidade do operador em ajustar os potenciômetros.

A excitação usada nos resultados finais que apresentaremos, foi um degrau de reatividade.

Considerando a expressão (III-3.1) do Capítulo III,

$$\underline{x}(t) = \int_{0}^{t} \Phi(t-\tau) B \underline{u}(\tau) d\tau \dots (IV.1)$$

temos, no nosso caso:

Se o sistema não possui autovalores múltiplos, os elementos da Matriz de Transição serão formados de uma simples combinação linear de exponenciais, do tipo: $\sum_{i} k_{i} e^{-\lambda i t}$, onde $-\lambda_{i}$ é o i-ésimo autovalor e k_{i} é o resíduo no autovalor .

Portanto, as respostas transitórias de cada uma das variáveis de esta do P,C,T_u e T_m (lembrando que são variações em tôrno de estado de equilíbrio) será dada por uma soma de integrais do tipo:

$$\int_{0}^{t} \Phi_{0} / \ell \Phi_{0} k_{i} e^{-\lambda i (t-\tau)} d\tau = \frac{k}{\lambda_{i}} e^{-\lambda i t} \left[e^{\lambda_{i}^{2}} \right]_{0}^{t} = \frac{k}{\lambda_{i}^{2}} (1 - e^{\lambda_{i}^{2} t}) \quad (IV.2)$$

Fizemos um programa digital em FORTRAN II-D, intitulado TRANSIENTE, que, baseado no resultado acima, calcula a forma analítica das respostas transitórias e os pontos da curva correspondente (ver APÊNDICE B).

A seguir apresentaremos alguns resultados, apresentados sob forma da função de transferência e respostas transitórias (gráficas e analíticas) a uma excitação de reatividade em forma de degrau e para duas condições iniciais de equilíbrio: a) Operação normal

b) Operação com vazão reduzida do refrigerante.

IV-1.1 - Reator em Operação Normal

Em operação normal o reator IEAR-1 funciona na potência de 2 Mw, com vazão do refrigerante de 2600 gpm.

A função de transferência, desenvolvida no capítulo III, é dada por:

$$\frac{P_0}{\ell} = \frac{2000}{5 \times 10^{-4}} = 4 \times 10^6$$

Os polos e os zeros da função de transferência foram calculados pelo programa MTR-FT e os resultados numéricos permitem escrever (IV-3) como:

$$\frac{P(s)}{\rho_{p}(s)} = \frac{4x10^{6}(s+0.076)(s+5.69)(s+194.316)}{(s+0.0057)(s+6.04)(s+15.52)(s+193.63)}$$
 (IV.4)

Todos os polos são reais e localizados no semiplano esquerdo do plano complexo. Portanto, o sistema é estável e a resposta de potência não apresenta "overshoot". De fato, na simulação analógica apresentada no Capítulo II, não se nota "overshoot".

Respostas Transitórias em Regime Normal

A função de transferência mostra ainda que o sistema não possue auto valores múltiplos nem complexos; portanto a forma analítica das respostas transitórias a um degrau é uma combinação linear de exponenciais. E como to dos os polos estão localizados no semiplano esquerdo, serão exponenciais de crescentes.

Neste caso do reator em operação normal, a Matriz de Transição, calculada pelo programa MTR-FT, é dada por (escreveremos apenas a primeira col<u>u</u> na):

$$\phi(t) = \begin{bmatrix} 0,435 \times 10^{-2} & e^{-0,0057t} & -0,0355 & e^{-6,04t} & +1,0349 & e^{-15,52t} & -0,0039 & e^{-193,63t} & \dots \\ 0,9217 & e^{-0,0057t} & +0,0898 & e^{6,04t} & -1,0119 & e^{-15,52t} & +0,000302 & e^{-193,63t} & \dots \\ 0,151 \times 15^{-4} & e^{-0,0057t} & +0,00206 & e^{6,04t} & +0,00103 & e^{-15,52t} & -0,0031 & e^{-193,63t} & \dots \\ 0,317 \times 10^{-5} & e^{-0,0057t} & +0,447 \times 10^{-3} & e^{-6,04t} & -0,474 \times 10^{-3} & e^{-15,52t} & +0,229 \times 10^{-4} & e^{-193,63t} & \dots \end{bmatrix}$$

Conhecida a Matriz de Transição, os cálculos realizados pelo programa TRANSIENTE dão os seguintes resultados para as respostas transitórias das variaveis de estado, a um degrau de 38 pcm.

Variação da Potência (Kw):

$$P=1239,135-1146,73e^{-0,0057t}+8,9e^{-6,04t}-101,35e^{-15,52t}+0,0304e^{-193,63t}...$$
 (IV.5)

Variação da Temperatura do Combustível (9C)

$$T_{..}=4,589-3,99e^{-0,0057t}-0,52e^{-6,04t}-0,1e^{-15,52t}+0,0244e^{-193,63t}$$

Variação da Temperatura da Água (9C)

$$T_m = 0,9-0,83e^{-0,0057t} - 0,1127e^{-6,04t} + 0,04639e^{-15,52t} - 0,00018e^{-193,63t}$$

Analisando a forma analítica da resposta de potência, vê-se que a primeira parcela do transiente, que contribue bastante, tem uma constante de tempo (1/0,0057 s) da ordem de dois minutos e meio, portanto o tempo de assentamento deverá ser bastante grande confirmando, aliás, os resultados das simulações analógicas e da resposta de potência experimental, apresentadas no Capítulo II. Quanto à última parcela, tem uma constante de tempo da ordem de 1/193,63 ~ 5,2 milisegundos, contribuição pouco para a resposta transitória. No regime permanente, êste degrau de 38 pcm dá uma variação de potência de 1239 Kw.

A Fig. IV-l apresenta a resposta de potência calculada pelo programa TRANSIENTE comparada com uma simulação analógica similar (o esquema desta

simulação analógica é o mesmo apresentado no Capítulo II, modificando-se ape nas o ajuste do potenciômetro para o valor correspondente à excitação bem co mo a escala do "plotter"). Nota-se que com êste degrau de reatividade de 38 pcm, no primeiro segundo a potência sobe de ~ 100 Kw.

Quanto às temperaturas nota-se que o comportamento é análogo.

Em relação à temperatura da água, sua variação é muito pequena. Isto era esperado, pois no estudo paramétrico dos coeficientes de temperatura ve rificou-se que o coeficiente de temperatura da água influia pouco na resposta de potência.

IV-1.2. - Reator Operando com Vazão Reduzida (1600 GPM)

Se analizarmos a Tabela IIIdo Capítulo II verifica-se que o reator IEAR-l opera com vazão do refrigerante muito alta em relação a reatores similares.

Numa tentativa de melhorar as condições de operação do reator IEAR-1, ou seja, deixá-lo mais estável, procuramos, estudar o seu comportamento di nâmico com vazão reduzida. Esta hipótese está baseada na seguinte idéia: O reator operando com vazão reduzida tem coeficiente de troca de calor menor do que com vazão normal (ver Tabela I-1 no Capítulo I) portanto a quantidade de calor por unidade de tempo transferida do combustível ao refrigerante é menor, logo a temperatura do combustível aumentará; por outro lado embora o refrigerante receba menos energia do combustível, como a vazão é menor o tempo de residência de um elemento de volume do refrigerante no caroço do reator é maior, portanto a temperatura da água no caroço também pode aumentar mais râpidamente neste caso de vazão reduzida. Ora, se com vazão reduzida as temperaturas do combustível e da água tem tendência a aumentar mais râpidamente, num transiente, a influência dos respectivos coeficientes de temperatura deverá ser maior.

Êste raciocínio intuitivo foi demonstrado pelos cálculos a seguir:

Respostas Transitórias do Reator com Vazão Reduzida

Analogamente ao caso anterior, a forma analítica das respostas tran

sitórias foi calculada pelos programas MTR-FT e TRANSIENTE, apenas o valor numérico da vazão muda para 1600 gpm e o do coeficiente de troca de calor para 0.67 w/cm^2 QC (ver Tabela I-1 do Capítulo I).

Os resultados desses cálculos, para um degrau de 38 pcm, são:

Variação da Potência (Kw):

$$P=831,375-742,08e^{-0,0082t}+8,769e^{-3,77t}-98,149e^{-15,88t}+0,0085e^{-140,5t}$$
 ... (IV.6)

Variação da Temperatura do Combustível (9C)

$$T_{1}=4,38-3,559e^{-0,0082t}-0,583e^{-3,77t}-0,286e^{-15,88t}+0,048e^{-140,5t}$$

Variação da Temperatura da Água (9C)

$$T_{m}=0,9848-0,881e^{-0,0082t}-0,14e^{-3,77t}+0,0369e^{-15,88t}-0,000354e^{-140,5t}$$

Analisando, nota-se que o reator continua estável e os transientes também não apresentam "overshoots". Em relação ao caso com o reator em operação normal, nota-se uma ligeira melhora na estabilidade, pois as constantes de tempo correspondentes são ligeiramente inferiores.

No regime permanente, a variação de potência é de 831,4 Kw e no caso anterior de 1239 Kw.

A Fig. IV-1 mostra a curva de resposta de potência a um degrau de 38 pcm calculada pelo programa TRANSIENTE e simulada no computador analógico, comparada com o caso do reator com vazão normal. As curvas mostram de maneira clara, o que foi dito anteriormente sobre a estabilidade nos casos de vazão normal e reduzida, baseado no estudo das expressões analíticas correspondentes, (IV-5) e (IV-6).

IV.2 - Efeito dos Neutrons Atrasados

Até alguns anos atras, era comum se encontrar trabalhos referentes à

reator com os neutrons atrasados é menos estável do que sem tais neutrons.

Donde se conclui que, no reator IEAR-1, os neutrons atrasados exercem influência desestabilizante.

Pode-se verificar melhor esta conclusão pelas respostas transitórias.

Resposta Transitória

Pelo programa TRANSIENTE calculamos as respostas a um degrau de 38 pcm; ainda no caso de ausência de neutrons atrasados.

Variação da Potência (Kw)

$$P=1243,4+0,0258e^{-193,68t}-1313,65e^{-1,42t}+70,19e^{-4,91t}$$

Variação da Temperatura do Combustível (9C)

$$T_{1}=7,99+0,022e^{-193,68t}-10,03e^{-1,42t}+2,02e^{-4,91t}$$

Variação da Temperatura do Moderador (ºC)

$$T_{m}=1,28-0,00016e^{-193,68t}-1,28e^{-1,42t}+0,37x10^{-18}e^{-4,9t}$$

Comparando a resposta de potência acima com o caso do reator sob efeito dos neutrons atrasados (IV.5), ve-se que realmente êstes exercem influência ligeiramente desestabilizante. Pois, o modo natural que responde mais lentamente, e contribui bastante, tem uma constante de tempo de 0,7 segundos quando comparada com a correspondente no caso do reator com os neutrons atrasados de 2,5 minutos.

Em virtude destas conclusões a respeito da influência dos neutrons atrasados no reator IEAR-1, podemos concluir, como Smets (Sm 66), com a frase de Chernick (Ch 62); "The conviction that delayed neutrons always provide damping is now firmily imbedded in the folklore of the field. Unfortunately this is not always the case".

CONCLUSÕES GERAIS

O comportamento dinâmico do reator IEAR-1 foi estudado através de si mulaççoes analógicas e cálculos analíticos. A técnica das variaveis de Esta do foi aplicada a um modêlo matemático que se mostrou consistente com a realidade.

Embora o modêlo matemático seja limitado para pequenas perturbações de reatividade, é satisfatório para o estudo do comportamento dinâmico do reator porque grandes perturbações nos reatores nucleares não são admitidas, neste caso o sistema de segurança do reator desliga-o automáticamente.

Não dispondo de elementos combustíveis instrumentados no IEA, elementos de grande necessidade num reator de pesquisa, que nos permitiria determinar os coeficientes de temperatura do reator experimentalmente; determinamos estes coeficientes através de um estudo paramétrico no computador analógico. Encontramos para o coeficiente de temperatura do combustível e do moderador os valores -5,5 pcm/QC e -14 pcm/QC, respectivamente.

Pela aplicação da técnica das variáveis do Estado ao modêlo matemát<u>i</u> co fot^afeitos os programas MTR-FT e TRANSIENTE para o computador digital IBM 1620. O primeiro calcula a Função da Transferência e a Matriz de Transição, por meio da qual é possível o cálculo das respostas transitórias a qualquer tipo de perturbação de reatividade; e o segundo programa calcula as respos - tas transitórias a um degrau de reatividade.

Para os casos estudados nesta dissertação concluiu-se o seguinte:

- 1) O reator IEAR-1 tanto em operação de 2 Mw e vazão do refrigerante de 2600 gpm como com vazão reduzida para 1600 gpm, é estável e seus transientes não apresentam "overshoots", fato bastante favorável do ponto de vista da segurança nuclear.
- 2) Com vazão reduzida o reator é ligeiramente mais estável do que com vazão normal. Neste ponto pode-se concluir que do ponto de vista puramente dinâmico, seria aconselhável que o reator operasse com vazão do refrigerante reduzida.

3) Os cálculos das respostas transitórias a um degrau de reatividade de 38 pcm mostram que as variações das temperaturas do combustível e do mode rador são pequenas, principalmente esta última. Esta é a razão pela qual no estudo paramétrico observou-se que variações razoáveis do coeficiente de tem peratura do moderador influiam tão pouco na resposta de potência.

Finalmente o estudo da influência dos neutrons atrasados na estabil<u>i</u> dade do reator IEAR-1 mostrou que êstes têm influência desestabilizante. Po<u>r</u> tanto, êste reator é mais um exemplo que contradiz o teorema de Gyptopoulos.

Sugestões para Trabalhos Futuros

Os resultados obtidos nesta dissertação, sugerem os seguintes temas que, entre outros, julgamos merecerem ser tratados futuramente.

- 1) Comparar a resposta de frequência experimental do reator IEAR-1 com a teórica calculada neste trabalho;
- 2) Comparar outros modêlos mais complexos, a parâmetros distribuidos, com o modêlo incremental desenvolvido nesta dissertação através de suas respectivas funções de transferência;
- 3) Estudar o comportamento dinâmico do reator a 10 Mw, potência a que será elevado futuramente, através dos programas MTR-FT e TRANSIENTE para o computador digital IBM 1620. Basta que se calcule o coeficiente de troca de calor e os coeficientes de temperatura a esta potência.
- 4) Considerando o modêlo de estado do reator, desenvolvido nesta dis sertação, otimizar o sistema de contrôle do reator IEAR-1 pela aplicação direta das modernas técnicas de otimização, Princípio do Máximo de Pontryagin ou Programação Dinâmica.

APÊNDICE A

Programa MTR-FT

Êste programa em FORTRAN II-D para o computador digital IBM 1620,ca1 cula:

- 1) Os resíduos nos autovalores, correspondentes a cada variável de estado, ou seja, a cada elemento da primeira coluna da Matriz de Transição.
- 2) Calcula os coeficientes da equação característica |sI-A|=0; e os coeficientes do polinômio em s correspondente a cada um dos cofatores α_{ij} da matriz |sI-A|.
 - 3) Finalmente calcula os zeros e polos da função de transferência.

Os cálculos são feitos levando-se em consideração os neutrons atras<u>a</u> dos, e sem êles.

O programa utiliza as sub rotinas GRAU 4, GRAU 3 e GRAU 2.

Equivalência das variáveis:

BETN	-	βef
ELE	-	l
CN	_	λ
G1	-	g ₁
G2.	-	^g 2
A ₁	-	^a 1
^A 2	-	a ₂
OP	-	Po
ALFU	-	$\alpha_{\mathbf{u}}$
ALFM	-	$\alpha_{\mathbf{m}}$



```
C
      PROGRAMA
                  MTR-FT
      DIMENSION COR(20), COI(20), C(11), RARE(10), RAIM(10), CF1
          1(5),CF12(5),
     9CF13(5),CF14(5)
      READ 8, BETN, ELE, CN, G1, H2, G2, A1, A2, OP
      READ 9, ALFU, ALFM
      DO 116 L=1.2
      N=1-1
      IF(N)110,109,110
  109 BETA=0.
      CD=0.
      GO TO 115
  110 BETA=BETN
      CD=CN
  115 C(1)=1.
      C(2)=(BETA/ELE)+CD+G1+H2
      C(3)=G1*BETA/ELE+CD*G1+BETA*H2/FLE+CD*H2+G1*H2-G1*G2-
          OP*ALFU*A1/EL
     5E-OP*A2*ALFM/ELE
      C(4)=H2*G1*BETA/ELE+H2*G1*CD-G1*G2*BETA/ELE-G1*G2*CD-
          OP*ALFU*A1*CD
     4/ELE-OP*ALFU*A1*H2/ELE-OP*ALFU*A2*G1/ELE-OP*ALFM*A1*G
          2/ELE-OP*ALFM
     1*A2*CD/ELE-OP*A2*G1*ALFM/ELE
      C(5)=-(OP/ELE)*ALFU*A1*H2*CD-(OP/ELE)*ALFU*A2*G1*CD-(
         OP/ELE) *ALFM*
     5A1*G2*CD-(DP/ELE)*ALFM*A2*CD*G1
      IF(N)171,170,171
  170 CALL GRAUS (C.RARE, PAIM)
      IF(RARE(1)-RARE(2))501,500,501
  500 RAIM(1)=PAIM
      RAIM(2) = -PAIM
      RAIM(3)=0.
  501 IF(RARE(1)-RARE(3))503,502,503
  502 RAIM(1)=PAIM
      RAIM(3) = -PAIM
      RAIM(2)=0.
  503 IF (RARE(2)-RARE(3))555,504,555
  504 RAIM(2)=PAIM
      RAIM(3) = -PAIM
      RAIM(1)=0.
      GD TO 505
 555 RAIM(1)=0.
      RAIM(2)=0.
      RAIM(3)=0.
  505 RARE(4)=0.
      RAIM(4)=0.
      GO TO 152
  171 CALL GRAU4 (C, RARE, RAIM)
  152 CONTINUE
      CF11(1)=1.
      CF11(2) = G1 + CD + H2
      CF11(3)=G1*CD+H2*(G1+CD)-G1*G2
      CF11(4) = G1 * CD * H2 - G1 * G2 * CD
      CF12(1)=BETA/ELE
      CF12(2) = (BETA/ELE)*(G1+H2)
      CF12(3) = (BETA/ELE)*G1*H2-(BETA/FLE)*G1*G2
      CF13(1) = A1
      CF13(2) = H2 + CD + A2 * G1
```

```
204 RR=(+CC*R+DD*S)/(CC*CC+DD*DD)
    SS=+(CC*S-DD*R)/(CC*CC+DD*DD)
    GO TO 520
205 RR≈R
    SS=S
520 COR(I)=(RR*U+V*SS)/(U*U+V*V)
    COI(I)=(U*SS-RR*V)/(U*U+V*V)
    IF(I-4)50,269,50
269 IF(N)50,259,50
259 COR(I)=0.
    COI(I)=0.
 50 CONTINUE
    PRINT 6,J
100 PRINT 7, (COR(I), COI(I), I=1,4)
    PRINT 30
    PRINT40, (C(I), I=1, 5)
    PRINT 77
    PRINT 71
    PRINT 72, (CF11(I), I=1,4)
    PRINT 73
    PRINT74, (CF12(I), I=1,3)
    PRINT 75
    PRINT 76, (CF13(I), I=1,3)
    PRINT 78
    PRINT 79, (CF14(I), I=1,3)
    PRINT 41
    PRINT 51, (RARE(I), RAIM(I), I=1,4)
    C(2) = CF11(2)
    C(3) = CF11(3)
    C(4) = CF11(4)
    CALL GRAU3 (C, RARE, PAIM)
    IF (RARE(1) -RARE(2))601,620,601
620 RAIM(1)=PAIM
    RAIM(2) = -PAIM
    RAIM(3)=0.
601 IF(RARE(1)-RARE(3))603,602,603
602 \text{ RAIM}(1) = PAIM
    RAIM(3) = -PAIM
    RAIM(2)=0.
603 IF(RARE(2)-RARE(3))655,604,655
604 RAIM(2)=PAIM
    RAIM(3) = -PAIM
    RAIM(1)=0.
    GO TO 605
655 RAIM(1)=0.
    RAIM(2)=0.
    RAIM(3)=0.
605 PRINT 81
    PRINT82, (RARE(I), RAIM(I), I=1,3)
116 CONTINUE
  8 FORMAT(F7.5, E14.8, F5.3, F7.2, 2(F6.3), F5..3, 2(E14.8))
  9 FORMAT(2(E14.8))
 30 FORMAT(5X,18HCOEFS. EQ. CARACT.)
 40 FORMAT(5X, E14.8)
 41 FORMAT(17X,5HPOLOS)
 51 FORMAT(5X, E14.8, 2X, E14.8)
 80 FORMAT(7X,8HRESIDUOS)
  6 FORMAT(12X, I1)
  7 FORMAT (5X, E14.8, 2X, E14.8)
```

- 77 FORMAT(4X, 19HCOEF. DOS COFATORES)
- 71 FORMAT(10X, 4HCF11)
- 72 FORMAT(5X, E14.8)
- 73 FURMAT(10X,4HCF12)
- 74 FORMAT(5X, E14.8)
- 75 FORMAT(10X,4HCF13)
- 76 FORMAT(5X, E14.8)
- 78 FORMAT(10X,4HCF14)
- 79 FORMAT (5X,E14.8)
- 350 FORMAT(5X, 25HCOM OS NEUTRONS ATRAZADOS)
- 120 FORMAT(5X, 25HSEM OS NEUTRONS ATRAZADOS)
 - 81 FORMAT(17X, 5HZEROS)
 - 82 FORMAT(-5X, E14.8, 2X, E14.8)
 CALL EXIT
 END

APÊNDICE B

Programa TRANSIENTE

Êste programa em FORTRAN II-D, para o computador digital IBM-1620,cal cula as respostas transitórias a um degrau de reatividade ($\rho_{\rm p}$).

Vimos que as respostas transitórias, no caso de autovalores simples e reais, são da forma:

$$q(t) = K_{e} e^{-\lambda_1 t} - K_2 e^{-\lambda_2 t} - K_3 e^{-\lambda_3 t} - K_4 e^{-\lambda_4 t} + K_0$$

$$com K_0 = K_1 + K_2 + K_3 + K_4$$

onde os λ_i são autovalores e os K_i os resíduos nos autovalores correspondentes (calculados pelo programa MTR-FT).

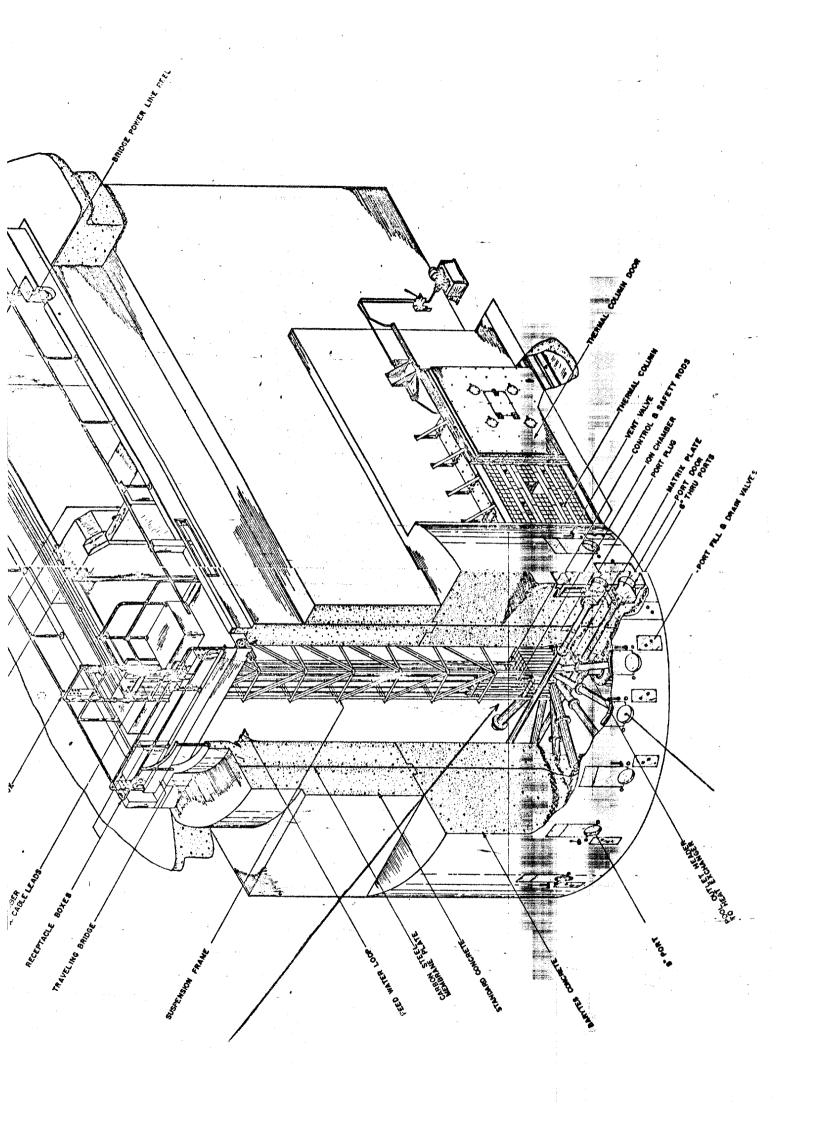
Equivalência das variáveis:

AA - λ_1 AB - λ_2 AC - λ_3 AD - λ_4 ELE - • ℓ DK - ρ_p OP - P_o RESA - Residuo no autovalor λ_1 RESB - Residuo no autovalor λ_2 RESC - Residuo no autovalor λ_3 RESD - Residuo no autovalor λ_4 ST - K_o HA - K_1 HB - K_2 HC - K_3 HD - K_4

```
C
      PROGRAMA
                 TRANSIENTE
      DIMENSION POT(100), CM(100), TT(100), VA(100), VB(100), VC
          (100), VD(100)
      READ 2, AA, AB, AC, AD
      READ 3, ELE, DK, OP
      READ 4, K, DELTA
      C=DK*(OP/ELE)
      DO 500 L=1,4
      READ 1, RESA, RESB, RESC, RESD
      HA=C*RESA/AA
      HB=C*RESB/AB
      HC=C*RESC/AC
      HD=C*RESD/AD
      ST=HA+HB+HC+HD
      T=0.
      DO 50 I=1,K
      T=T+DELTA
      AAT=AA*T
      ABT=AB*T
      ACT=AC*T
      ADT = AD \times T
      IF (AAT-100.)20,20,21
   21 EPA=0.
      GO TO 22
   20 EPA=EXP(-AAT)
   22 IF(ABT-100.)23,23,24
   24 EPB=0.
      GO TO 25
   23 EPB=EXP(-ABT)
   25 IF(ACT-100.)26,26,27
   27 EPC=0.
      GO TO 28
   26 EPC=EXP(-ACT)
   28 IF(ADT-100.)29,29,30
   30 EPD=0.
      GO TO 31
   29 EPD=EXP(-ADT)
   31 VAR=HA*EPA+HB*EPB+HC*EPC+HD*EPD
      POT(I)=ST-VAR
      TT(I) = T
   50 CM(I)=POT(I)/100.
      PRINT 150
      PRINT 155
      PRINT 160, ST, HA, HB, HC, HD
      PRINT 10
      PRINT 15, (TT(I), POT(I), CM(I), I=I.K)
  500 CONTINUE
    1 FORMAT(4(E14.8))
    2 FORMAT(4(E14.8))
    3 FORMAT(2(E14.8), 14)
    4 FORMAT(13,1X,F4.1)
   10 FORMAT(10X,4HT(S),8X,8HPOT.(KW),8X,2HCM)
   15 FORMAT(10X, F6.0, 5X, E14.8, 5X, E14.8)
  150 FORMAT(10X,15HP=ST-H *EXPONS.)
  155 FORMAT(11X,2HST,13X,2HHA,13X,2HHB,13X,2HHC,13X,2HHD)
  160 FORMAT(5X, E14.8, 1X, E14.8, 1X, E14.8, 1X, E14.8)
      CALL EXIT
      END
```

REFERÊNCIAS

- (Ag 61) Agresta, J. and Soodak, H. NDA 2147-7 (1961)
- (Ba 56) Batchelor, R. and Hyder, H.R. Jour. Nucl. Energy, 3, 7 (1956)
- (Ba 60) Barcher, P. SPM no 638 (1960)
- (Ch 69) Chapin, D.M. Nucl.Sci.Eng. 36, no 1 (1969)
- (Ch 60) Chernick, J. Nucl.Sci.Eng. <u>8</u>, 233-243 (1960)
- (Ch 62) Chernick, J. BNL 774 (1962)
- (E1 67) Elgerd, O.I. Control Theory-McGraw-Hill (1967)
- (Fa 61) Fader, W.J. and Harrison, R.C. Nucl.Sci.Eng. 11, 405 (1961)
- (G1 55) Glasstone, S. Principles of Nuclear Reactor Eng. D.Van Nostrand Co. Inc. (1955)
- (Go 62) Gossmann, S.R. et al. IDO 16756 (1962)
- (Go 58) Gossmann, S.R. IDO 16448 (1958)
- (Gy 60) Gyptopoulos, E.P. Proc.Conf. Proc. Conf. on Transfer Function Measurements and Reactor Stability Analysis, pg 18, ANL 6205 (1960)
- (Gy 60a) Gyptopoulos, E.P. and Devooght, J. Nucl.Sci.Eng. 8, 244 (1960)
- (Ha 52) Harrer, J.M. et. al. Nucleonics 10, no 8, 32 (1952)
- (Ha 63) Harrer, J.M. et.al. Nuclear Reactor Control Engineering D.Van Nostrand C.Ind. (1963)
- (He 58) Henry, A.F. Nucl.Sci.Eng. 3, 52 (1958)
- (Hu 48) Hughes, D.J. et. al. Phys.Rev. <u>73</u>, 111 (1948)
- (Is 63) Isbin, H.S. Introcuctory Nuclear Reactor Theory Reinhold Publ.Co(1963)
- ' (Je 68) Jeffers, D.E. and Corpus, G.-Journ. British. Nucl. Soc. 7,2,146,158 (1968)
 - (Ke 57) Keepin, G.R. et.al. Phys. Rev. 107, 1044 (1957)
 - (Ke 60) Keepin, G.R. et. al. Nucl. Sci. Eng. 8, 670 (1960)
 - (La 66) Lamarsh, J.R. Introduction to Nuclear Reactor Theory Addison Wesley Pub. (1960).
 - (La 64) Lafay, J. Note TT no 167, CENG-CEA (1964)
 - (La 56) Lamare, J.de SPM no 142 (1956)
 - (La 48) Langsdorf, A.S. ANL-4342 (1948)
 - (Lu 54) Lundby, A. Chem. Eng. Prog. Symp. Series 50, no 12, 1 (1954)
 - (Ma 69) Maudsley, D. and Walker, P.W.A. Journ.British Nucl.Soc. 8, no 3 (1969)
 - (Mo 65) Mohler, R.R. LA 3257-MS (1965)
 - (Mo 58) Moore, K.V. IDO 16485 (1958)
 - (Og 67) Ogata, K. State Space Analysis of Control Systems Prentice Hall (1967)
 - (Pe 61) Penteado FO, A.C. et.al. IEA nO 44 (1961)



- (Po 69) Pontryagin, L. Equations Differentialles Ordinaires Edit. MIR Moscou (1969)
- (Pu 58) Purica, I. Proc.Int.Conf. on Peaceful Uses of At.Energ. Geneva P/1282 (1958)
- (Pi 49) Piggott, J.H. and Owens, J.I. KAPL-251 (1949)
- (Pe 55) Pelser, D. Proc. Int.Conf. on Peaceful Uses of At.Energy, Geneva, 5, 367 (1955)
- (Sc 65) Schawarz, R.J. and Friedland, B. Linear Systems-McGraw-Hill (1965)
- (Sm 66) Smets, H.B. Nucl.Sci.Eng. <u>25</u>, 326 (1966)
- (To 60) Toledo, P.S. et al. WIEA no 18 (1960).
- (Ta 69) Tan, S. Nucl. Sci. Eng. 38, 167 (1969)
- (Ta 69a) Tan, S. Nucl. Sci. Eng. 37, 323 (1969)
- (We 63) Weaver, L. System Analysis of Nuclear Reactor Dynamics Rownam and Littlefield Inc. (1963)
- (We 68) Weaver, L. Reactor Dynamics and Control American Elsevier Publ. Co. (1968).