

SÔBRE UMA NOVA VERSÃO DE ESPECTRÔMETRO
MAGNÉTICO SETORIAL PARA O ESTUDO DE
ELÉTRONS DE CONVERSÃO INTERNA EM
REAÇÕES DE CAPTURA

TESE DE DOUTORAMENTO APRESENTADA À
UNIVERSIDADE ESTADUAL DE CAMPINAS

SÃO PAULO - BRASIL

AGOSTO DE 1970

We regret that some of the pages in the microfiche
copy of this report may not be up to the proper
legibility standards, even though the best possible
copy was used for preparing the master fiche.

Fôlha

2

2

2

4

6

23

24

26

28

fôrm
(acr

28

fôrm

28

fôrm

31

elem
da

33

elem
n

40

46

46

55

val
tal

57

64

66

68

69

ERRATA

<u>Fôlha</u>	<u>Linha</u>	<u>Onde se lê</u>	<u>Leia-se</u>	<u>Fôlha</u>
2	1a.	um nêutron	um nêutron térmico	69
2	8a.	(n, gama) é medida	(n, gama) fôr medida	69
2	17a.	pela dos elétrons	pela análise dos elétrons	69
4	20a.	de fontes	de fontes. Ainda nesse capítulo	70
6	7a.	do arco t	de arco t	72
23	23a.	$(x y_0^2)/4(y y_0)^2$	$(y y_0)^2/2(x y_0^2)$	75
24	24a.	... que hx,hy,...	... que as grandezas hx,hy,...	80
26	12a.	t = t* é plano	t = t* é o plano	83
28	fórmula (45d) (acrescentar)	$-\frac{1}{\rho \cos^2 \beta} y_0 \theta_0 + \frac{\text{tg} \beta}{\rho} y_0 \delta$	$-\frac{\text{tg}^2 \beta}{\rho} x_0 \phi_0$	84
28	fórmula (47b)	$-\frac{\text{tg} \beta}{2\rho} x_0 \delta$	$-\frac{\text{tg} \beta}{\rho} x_0 \delta$	95
28	fórmula (47d)	$\frac{\text{tg}^2 \beta}{\rho} y_0 \delta$	$\frac{\text{tg} \beta}{\rho} y_0 \delta$	
31	elemento (2,7) da matriz	$\text{tg} \beta / 2\rho$	$\text{tg} \beta / \rho$	(Bro67)
33	elemento (2,7) da matriz	$\text{tg} \beta / 2\rho$	$\text{tg} \beta / \rho$	
40	5a.	aproximação(32) feita	aproximação feita	
46	24a.	$180^\circ - 220^\circ$	180° a 220°	
46	25a.	assumido	atribuido	
55	valor de α_1 na tabela	$30,00^\circ$	$35,00^\circ$	
57	12a.	movimento	movimento	
64	4a.	suas	sua	
66	7a.	10. coluna S. Paulo (Tipo II) 3.8	S. Paulo (Tipo II) 4.7	
68	13a.	(fig. 16)	(figs. 15 e 16)	
69	12a.	dos grãos de aço ou grão de ferro puro	dos cristais de aço ou como grãos em ferro puro	

ERRATA (cont.)

<u>Fôlha</u>	<u>Linha</u>	<u>Onde se lê</u>	<u>Leia-se</u>						
69	21a.	permitem e dão boa	permitem boa						
69	tabela	máx. 0,12 partes	máx. 0,12%						
69	26a.	figs. 26 e 27	figs. 15 e 16						
70	tabela	<table border="1"><tr><td>Elementos</td><td></td><td></td></tr></table>	Elementos			<table border="1"><tr><td>Elementos</td><td>%</td><td>%</td></tr></table>	Elementos	%	%
Elementos									
Elementos	%	%							
72	13a.	êrro	estabilidade						
75	26a.	àqueles	aqueles						
80	1a.	pontos do	pontos de um						
83	2a.	possível compreensão	possível uma compreensão						
84	12a.	assumimos	supomos						
95	entre 20a. e 21a.	colocar a referência:							

(Bro67) K.L.Brown; SLAC Report nº 75 (1967)

ACHILLES A. SUAREZ

SÔBRE UMA NOVA VERSÃO DE ESPECTRÔMETRO MAGNÉTICO
SETORIAL PARA O ESTUDO DE ELÉTRONS DE CONVERSÃO
INTERNA EM REAÇÕES DE CAPTURA .

Tese apresentada à Universidade
Estadual de Campinas para a obten
ção do título de "Doutor em Ciên-
cias" .

agosto 1970

A Darlene

A meus filhos

A meus pais

AGRADECIMENTOS

Embora seja o único responsável pelas deficiências desta tese, tive a felicidade de receber críticas construtivas e colaboração de muitos colegas aos quais aqui agradeço.

Ao Professor Marcello Dany de Souza Santos, que foi meu orientador nesta tese, bem como em toda minha carreira profissional, agradeço a paciência e estímulo constante com que me dignou.

Ao meu grande amigo e colega Francisco Antônio Bezerra Coutinho, co-autor deste trabalho numa primeira fase do projeto.

A Eichii Matsui e Fernando Giovanni Bianchini agradeço as apreciações construtivas e ajuda na montagem do sistema de vácuo do espectrômetro.

A Helinton Motta Haydt cuja colaboração na pesquisa do material para o magneto foi de inestimável valor.

Aos Eng^{os} Martinho Prado Uchôa e Carlos de Barros Pinto, da Cia. Siderúrgica Paulista, que generosamente nos doou a matéria prima para a confecção do magneto.

À Srta. Elenice Mazilli pela sua colaboração na execução dos programas de computador.

A todos os integrantes da Oficina Mecânica do I.E.A. e particularmente, a pessoa do Sr. Helder Dantas.

À Sra. Brigitte R.S. Pecequillo, pela sua ajuda na confecção dos alvos e auxílio na manutenção do equipamento experimental.

Ao bolsista Timoteo H. Sugimoto pelo auxílio na execução dos desenhos.

À Srta. Thereza Tímo Iaria pelo trabalho de datilografia.

Ao Professor Rômulo Ribeiro Pieroni, Diretor do I.E.A. e à Comissão Nacional de Energia Nuclear, por terem proporcionado condições para a execução deste trabalho.

A. S.

ÍNDICE

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO GERAL	1
CAPÍTULO II - PROPRIEDADES DE FOCALIZAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS COM UM PLANO DE SIMETRIA	5
II.1. INTRODUÇÃO	5
II.2. SISTEMA DE COORDENADAS	5
II.3. EQUAÇÃO DIFERENCIAL DAS TRAJETÓRIAS	6
II.4. EXPANSÃO DE UM CAMPO MAGNÉTICO TENDO UM PLANO MÉDIO DE SIMETRIA	9
II.5. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO COM APROXIMAÇÃO DE TERCEIRA ORDEM	11
II.6. RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO ATRAVÉS DE EXPANSÃO DE TAYLOR	12
II.7. TRANSFORMAÇÃO DAS COORDENADAS CURVILÍNEAS PARA UM SISTEMA DE COORDENADAS RETANGULARES	15
II.8. REPRESENTAÇÃO MATRICIAL	19
II.9. PROPRIEDADES DE FOCALIZAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS	20
II.10. PROPRIEDADES DISPERSIVAS DO CAMPO MAGNÉTICO	22
II.11. ABERRAÇÕES DA IMAGEM	23
II.12. PODER RESOLUTIVO	24
II.13. CAMPOS DE BORDA	25
CAPÍTULO III - CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO	34
III.1. INTRODUÇÃO	34
III.2. CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO BETA EM APROXIMAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM	35
III.3. CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO EM APROXIMAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM	45
III.4. SISTEMA DE FONTES MÚLTIPLAS	50
III.5. COMPARAÇÃO COM OUTROS ESPECTRÔMETROS	58
CAPÍTULO IV - PROJETO DO ESPECTRÔMETRO	67
IV.1. INTRODUÇÃO	67
IV.2. MAGNETO	67
IV.3. BOBINAS	71
IV.4. FONTE DE POTÊNCIA E ESTABILIZAÇÃO DE CAMPO	72
IV.5. SISTEMA DE VÁCUO E COLIMAÇÃO	73
IV.6. SISTEMA DE DETEÇÃO	75
IV.7. SISTEMA DE FONTES MÚLTIPLAS	75
CAPÍTULO V - CONCLUSÕES GERAIS	81

APÊNDICE A	84
APÊNDICE B	86
APÊNDICE C	91
REFERÊNCIAS	95

CAPÍTULO I - INTRODUÇÃO GERAL

No presente trabalho é apresentado o estudo, cálculo, projeto e execução de um espectrômetro beta capaz de estudar, dentro de suas características, propriedades da estrutura nuclear com vantagens sobre os espectrômetros similares existentes.

O espectrômetro construído combina dois setores magnéticos (um homogêneo e outro inhomogêneo) num arranjo altamente dispersivo que desvia o feixe de elétrons de um ângulo de 95° numa órbita com raio médio de 50 cm.

Foi projetado para medir elétrons de 0,02 a 10 Mev, operando regularmente com resoluções inferiores a 0,07%. Sua luminosidade total, para uma resolução de 0,1% e área de fonte de 36 cm^2 é igual a $3 \times 10^{-4} \text{ cm}^2$.

Fizemos este trabalho tendo em vista que em estudos de estrutura nuclear o processo de captura radioativa de nêutrons térmicos, quando comparado a reações (d,p) e excitação coulombiana, constitui-se um dos métodos mais poderosos na determinação das energias, razões de desvios (branching ratios), "spins" e paridades de níveis de baixa excitação dos núcleos. Além disso, a pesquisa da captura radioativa é, atualmente, a melhor técnica experimental para o estudo de estados em núcleos ímpar-ímpar, pois estes não são comumente populados pelo decaimento de núcleos vizinhos e, nos estudos de reações (d,p), falta a resolução necessária (Sc67) para a observação dos níveis pouco espaçados, originados de configurações complexas que normalmente ocorrem nesses núcleos.

Quando um núcleo alvo captura um nêutron, o núcleo composto formado é excitado a uma energia de cerca de 8 Mev para núcleos médios a pesados, correspondendo à energia de ligação do nêutron.

Contudo, devido a "spins", paridades e outras propriedades dos níveis, a transição direta do estado de captura ao estado fundamental é raramente preferida e assim níveis até 5 Mev ou mais, são excitados através de transições primárias. Além do mais, muitos outros estados podem ser inferidos se a parte de baixa energia do espectro (n,gama) é medida com suficiente precisão, para que o princípio de Ritz para combinação de energias possa ser aplicado (Sc67a).

A experiência mostra que cerca de duas a seis transições ocorrem antes de um núcleo composto atingir o nível fundamental, sendo que para vários núcleos o número médio de transições é quatro (Mu50).

Estudando pois, o decaimento desses estados excitados, podemos apreender uma grande quantidade de informações acerca da estrutura de níveis do núcleo produto. Entre os vários métodos usados para análise do decaimento do núcleo produto, decidiu-se pela dos elétrons de conversão interna emitidos durante o processo de captura radioativa, uma vez que desta experiência se pode determinar, além das energias e intensidades das transições, as multipolaridades; estas são obtidas, seja através dos coeficientes de conversão interna ou da razão das intensidades dos elétrons convertidos nas várias camadas atômicas.

Deste ponto de vista, uma experiência com elétrons é equivalente a uma com radiação gama. Circunstâncias podem, contudo, tornar um tipo de medida mais difícil e, em certos casos especiais, um dos métodos pode ser excluído inteiramente. Assim por exemplo, em transições isoméricas o processo de desexcitação é feito preferencialmente via elétrons e para uma transição de multipolo elétrico a emissão de elétrons ou pares de elétrons-pósitrons são os únicos processos pelos quais o núcleo pode perder energia*. Por outro lado, em transições de alta energia o processo de conversão interna pode ser tão improvável que a medida da radiação gama pode ser a única experiência realizável. Apesar disso, sabe-se que os coeficientes de conversão interna, com o aumento da energia (>2 Mev) caem mais lentamente do que $E^{-(L+1)}$; pode-se pois aumentar a espessura do alvo proporcionalmente à energia da transição, tornando-se possível, em certos casos, observar linhas de conversão de alta energia.

* Somente para energias superiores a $2 m_0 c^2$ é possível a emissão de pares.

Em estudos de elétrons de conversão interna, a exigência de fontes finas a fim de evitar o espalhamento de elétrons na fonte e consequente alargamento da linha, é vantajoso devido ao fato de necessitar-se apenas de alguns miligramas de material, quando comparado à necessidade de alvos de vários gramas, para o estudo de radiação gama de captura (o que no caso de isótopos enriquecidos torna-se, por vezes, extremamente dispendioso). Por outro lado, isto entra em conflito com a necessidade de obter-se níveis de contagem elevados para obtenção de boa estatística, exigindo que os espectrômetros tornem-se cada vez mais elaborados e as fontes de nêutrons cada vez mais intensas (Bo66).

Devido pois, ao compromisso inevitável entre sensibilidade, resolução e radiação de fundo estar presente em qualquer arranjo, um estudo cuidadoso das experiências existentes ou passadas, constitui-se no melhor guia do que se pode esperar realizar.

Quando se dispõe de uma fonte intensa de nêutrons, como um reator nuclear, há duas geometrias a considerar: geometria de alvo interno e geometria de alvo externo.

Quando se extrai um feixe de nêutrons do reator usando um colimador e se irradia o alvo neste feixe, externamente à blindagem do reator, tem-se a chamada "geometria externa", que permite extrair cerca de 10^{-6} do número total de nêutrons disponíveis. Assim, o fluxo usual na posição do alvo é da ordem de 10^6 a 10^8 nêutrons/cm²seg. Esta geometria foi utilizada por Muehlhause (Mu50a, Hi51, Hi52), Church (Ch54), Motz (Mo54), Pelekov (Pe61, Pa69), Bäckström (BÅ62, BÅ67) e Burson (Bu66, Bu68).

A geometria de alvo interno consiste em colocar o material alvo na região de alto fluxo junto ao caroço do reator e extrair os elétrons de conversão por meio de um colimador para posterior análise. Esta colimação permite que o processo de conversão seja observado em um ângulo sólido, dando máxima sensibilidade e resolução (apêndice A). Esta característica é usada por v. Egidy (Eg62), Balodis (Bal61, Bal62) e Gvozdev (Gvo69).

Dois outros espectrômetros serão postos a funcionar, brevemente, no reator franco-germânico de alto fluxo a ser instalado em Grénoble. Um é do tipo "multi-orange" (Mo165), a ser usado em geometria externa permitindo analisar elétrons de conversão em coincidência com a radiação gama de captura e o outro (Ma67) é uma melhor versão do espectrômetro tipo setor magnético de Munique (Eg62).

Quando este trabalho foi iniciado, o objetivo foi achar meios através dos quais o nível de resolução normalmente usado em espectroscopia de elétrons

proveniente
tudo, per
nêutrons

Devido
ta da ópt
pendicula
processo
mos oport
e saída d

No ca
ção para
Chegou-se
possuindo
do-se de
de geomet
uma lumin
a dos esp
pectrômet
construíd
respeito

Ainda
pectrômet
ou em fas

No ca
tros e, f
sultados
tro const

provenientes da captura radioativa de nêutrons pudesse ser aumentado sem contudo, perder em transmissão e sem haver necessidade de aumentar o fluxo de nêutrons disponível.

Devido a diversificação da nomenclatura utilizada na literatura que trata da óptica de partículas carregadas em campos magnéticos, orientados perpendicularmente à trajetória das partículas, é apresentado no capítulo II o processo matemático utilizado no projeto do espectrômetro onde, também, tive a oportunidade de desenvolver uma matriz de rotação das faces de entrada e saída do magneto do espectrômetro.

No capítulo III são calculados vários espectrômetros de dupla focalização para medidas dos elétrons de conversão que seguem a captura de nêutrons. Chegou-se a concepção do espectrômetro beta, posteriormente chamado tipo II possuindo características superiores aos já existentes. Posteriormente, usando-se de um artifício (técnica de várias fontes) já explorado em outro tipo de geometria, conseguiu-se melhorar, ainda mais, o poder resolutivo e obter uma luminosidade (área da fonte x ângulo sólido) várias vezes maior do que a dos espectrômetros já existentes. Ainda no capítulo III, é analisado um espectrômetro semelhante ao existente em Munique (Eg62), que foi primeiramente construído a fim de servir de protótipo ao espectrômetro proposto no que diz respeito ao arranjo especial de fontes.

Ainda neste capítulo, é feita uma comparação das características dos espectrômetros calculados e simulados em computador, com aqueles já existentes ou em fase de funcionamento próximo.

No capítulo IV, são descritos aspectos gerais do projeto dos espectrômetros e, finalmente, no capítulo V fizemos considerações gerais sobre os resultados obtidos e programas futuros a serem desenvolvidos com o espectrômetro construído.

CAPÍTULO

II.1.

Co
na po
to ao
do que
ao núcl
setor
de elé

H
do con
go ao
setor
lução

No
res fo
Para
do acc

II.2.

Qu
regada
cial
simet

CAPÍTULO II - PROPRIEDADES DE FOCALIZAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS COM UM PLANO
DE SIMETRIA

II.1. INTRODUÇÃO

Como é mostrado no apêndice A, no estudo de elétrons de conversão interna por captura radioativa de nêutrons, a utilização de alvos colocados junto ao núcleo do reator, proporciona um arranjo de muito maior luminosidade do que um arranjo com geometria externa. No arranjo com alvo colocado junto ao núcleo do reator, evidentemente, o único espectrômetro viável é do tipo setor magnético provido de dupla focalização, o que permite situar a fonte de elétrons fora do campo magnético.

H. Mahlein (Ma67) calculou várias combinações de setores magnéticos obtendo como a melhor geometria uma combinação de dois setores magnéticos análogo ao de T. von Egidy (Eg62), acoplados a um espectrômetro simétrico de três setores com uma imagem intermediária. A resolução na base da curva de resolução é esperada ser cerca de $1,5 \times 10^{-3}$, com fontes de 1 cm de largura.

No presente trabalho, um estudo cuidadoso do espectrômetro de dois setores foi feito tentando-se explorar todas as vantagens de tal espectrômetro. Para isso, foi utilizado o método matricial para cálculo das propriedades do acoplamento de vários setores (Pe61, Ta66, Bro64, Bro67, Su67).

II.2. SISTEMA DE COORDENADAS

Quando se quer descrever as trajetórias percorridas por partículas carregadas em um campo magnético estático, com um plano de simetria, o potencial escalar magnético deve ser antissimétrico com relação a esse plano de simetria.

A descrição das trajetórias é feita por intermédio de uma expansão de Taylor, com relação a uma trajetória particular situada no plano de simetria chamada trajetória principal e sobre a qual tomamos um ponto O como origem.

Como sistema de coordenadas usaremos um triedro de Frenet (x, y, t) associado com o movimento da partícula na trajetória principal (fig.1). Assim, um ponto qualquer sobre a trajetória principal será caracterizado pelo comprimento do arco t medido ao longo da trajetória principal da origem O ao ponto dado.

Para especificar um ponto arbitrário C fora do plano de simetria, passamos por C um plano ortogonal a trajetória principal. A intersecção deste plano com a trajetória principal nos dá o ponto A e, portanto, o comprimento do arco OA nos dá o valor da coordenada t . A projeção do ponto C sobre o plano de simetria nos dá o ponto B . O comprimento de BC é o valor da coordenada y . A coordenada x é obtida medindo-se a distância do ponto C a um plano tangente à trajetória no ponto A .

Os vetores unitários \hat{x}, \hat{y} e \hat{t} , deste sistema de coordenadas curvilíneas, são tais que satisfazem a relação

$$\hat{x} = \hat{y} \times \hat{t}$$

e qualquer relação obtida desta por uma permutação cíclica. Como a torção de uma curva plana é nula, as seguintes relações podem ser escritas:

(1)

$$\hat{t}' = -h\hat{x}, \quad \hat{y}' = 0 \quad \text{e} \quad \hat{x}' = h\hat{t}$$

onde $h(t) = 1/\rho$ é a curvatura da trajetória no dado ponto e $(')$ é a derivada com relação a coordenada espacial t .

II.3. EQUAÇÃO DIFERENCIAL DAS TRAJETÓRIAS

A equação relativística do movimento de uma partícula carregada em um campo magnético estático é dado por:

(2)

$$\dot{\vec{p}} = e(\vec{v} \times \vec{B})$$

na qual o tempo pode ser eliminado ficando apenas uma equação em termos de coordenadas espaciais.

Seja, então, e a carga da partícula, v sua velocidade, P sua quantidade de movimento, \vec{r} o vetor posição e T a distância que a partícula andou em sua trajetória. A equação (2) pode ser reescrita da seguinte forma:

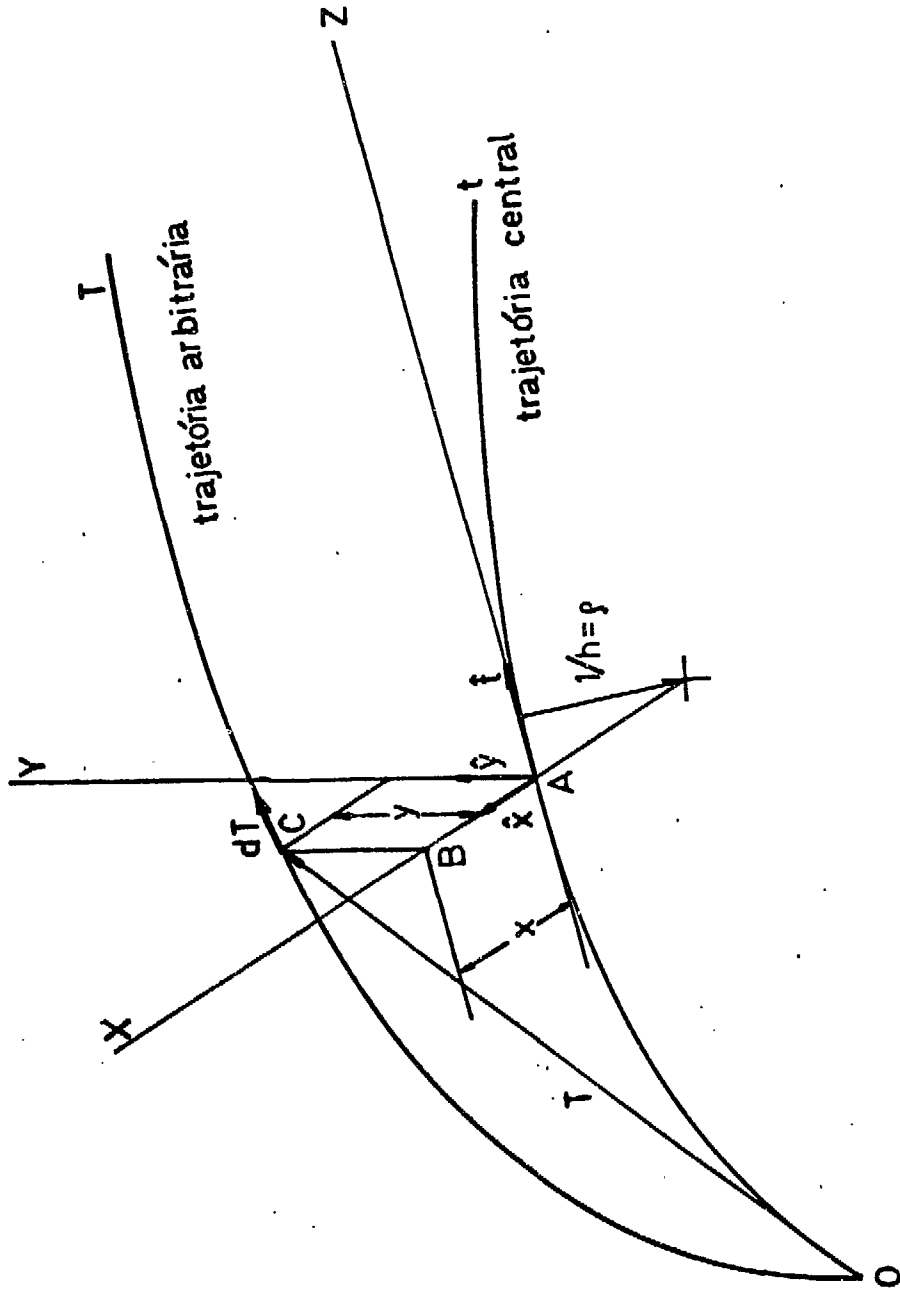


Fig. 1 - Sistema de coordenadas curvilíneas

$$(3) \quad P \frac{d^2 \vec{T}}{dT^2} = \epsilon \left(\frac{d\vec{T}}{dT} \times \vec{B} \right)$$

onde \vec{B} é o vetor indução magnética.

Utilizando agora o sistema de coordenadas curvilíneas definido anteriormente podemos reescrever

$$\frac{d^2 \vec{T}}{dT^2} \text{ e } \frac{d\vec{T}}{dT}$$

da seguinte forma:

$$\frac{d\vec{T}}{dT} = \frac{(d\vec{T}/dt)}{(dT/dt)} = \dot{\vec{T}}/T'$$

e

$$\frac{d^2 \vec{T}}{dT^2} = \frac{1}{T'} \frac{d}{dt} \left(\frac{\dot{\vec{T}}}{T'} \right)$$

ou ainda,

$$(T')^2 \frac{d^2 \vec{T}}{dT^2} = \ddot{\vec{T}} - \frac{1}{2} \frac{T''}{(T')^2} \frac{d}{dt} (T')^2$$

A equação de movimento é escrita então, como:

$$(4) \quad \ddot{\vec{T}} - \frac{1}{2} \frac{T''}{(T')^2} \frac{d}{dt} (T')^2 = \frac{\epsilon}{P} T' (\dot{\vec{T}} \times \vec{B})$$

Neste sistema de coordenadas curvilíneas, o elemento diferencial de linha é dado por:

$$dT = dx \hat{x} + dy \hat{y} + (1 + hx) dt \hat{t}$$

e portanto,

$$(dT)^2 = d\vec{T} \cdot d\vec{T} = dx^2 + dy^2 + (1 + hx)^2 dt^2$$

$$T'^2 = x'^2 + y'^2 + (1 + hx)^2$$

$$\dot{\vec{T}} = x' \hat{x} + y' \hat{y} + (1 + hx) \hat{t}$$

$$\ddot{\vec{T}} = (x'' - h(1 + hx)) \hat{x} + y'' \hat{y} + (2hx' + h'x) \hat{t}$$

A equação de movimento pode ser, então, escrita sem aproximações em suas partes componentes como:

$$(5) \quad \begin{aligned} & \left[x'' - h(1 + hx) \right] - \frac{x'}{(T')^2} [x' x'' + y' y'' + (1 + hx)(hx' + h'x)] \hat{x} \\ & + \left[y'' - \frac{y'}{(T')^2} [x' x'' + y' y'' + (1 + hx)(hx' + h'x)] \right] \hat{y} + \left[(2hx' + h'x) \right. \\ & \left. - \frac{(1 + hx)}{(T')^2} [x' x'' + y' y'' + (1 + hx)(hx' + h'x)] \right] \hat{t} = \frac{\epsilon}{P} T' (\dot{\vec{T}} \times \vec{B}) = \end{aligned}$$

$$= \frac{\epsilon}{\mu} T' \{ [y' B_z - (1 + hx) B_y] \hat{x} + [(1 + hx) B_x - x' B_z] \hat{y} + (x' B_y - y' B_x) \hat{z} \}$$

II.4. EXPANSÃO DE UM CAMPO MAGNÉTICO TENDO UM PLANO MÉDIO DE SIMETRIA

Desde que o potencial escalar magnético ϕ é antisimétrico com relação a um plano médio de simetria, este deve ser uma função ímpar de y , isto é, $\phi(x, y, t) = -\phi(x, -y, t)$. O campo magnético no vácuo pode ser expresso em termos deste ϕ por $\vec{B} = \vec{\nabla}\phi = \text{grad } \phi$. O potencial escalar é agora expandido em termos das coordenadas curvilíneas definidas em II.2, como uma série de potências em x e y , tendo como coeficientes funções de t .

(6)

$$\phi(x, y, t) = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1, n} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!}$$

A equação de Laplace neste sistema de coordenadas tem a seguinte forma:

(7)

$$\nabla^2 \phi = \frac{1}{(1+hx)} \frac{\partial}{\partial x} [(1+hx) \frac{\partial \phi}{\partial x}] + \frac{\partial^2 \phi}{\partial y^2} + \frac{1}{(1+hx)} \frac{\partial}{\partial t} \left[\frac{1}{(1+hx)} \frac{\partial \phi}{\partial t} \right] = 0$$

Substituindo-se (6) em (7) resulta a seguinte fórmula para os coeficientes:

(8)

$$\begin{aligned} -A_{2m+3, n} &= A''_{2m+1, n} + nh A''_{2m+1, n-1} - nh' A'_{2m+1, n-1} + A_{2m+1, n+2} \\ &+ (3n+1)h A_{2m+1, n+1} + n(3n-1)h^2 A_{2m+1, n} + n(n-1)^2 h^3 A_{2m+1, n-1} + 3nh A_{2m+3, n-1} \\ &+ 3n(n-1)h^2 A_{2m+3, n-2} + n(n-1)(n-2)h^3 A_{2m+3, n-3} \end{aligned}$$

onde (') significa $\frac{d}{dt}$ e onde todos coeficientes com índice negativo são nulos.

As componentes do campo podem ser expressas em termos de ϕ explicitamente por $\vec{B} = \vec{\nabla}\phi$, ou:

(9)

$$\begin{aligned} B_x &= \frac{\partial \phi}{\partial x} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1, n+1} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!} \\ B_y &= \frac{\partial \phi}{\partial y} = \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A_{2m+1, n} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m}}{(2m)!} \end{aligned}$$

$$B_t = \frac{1}{(1+hx)} \frac{\partial \phi}{\partial t} = \frac{1}{(1+hx)} \sum_{m=0}^{\infty} \sum_{n=0}^{\infty} A'_{2m+1,n} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!}$$

De (6) pode-se mostrar que:

$$(10) \quad A_{1,n} = \left(\frac{\partial^n B}{\partial x^n} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}}$$

e que todos os coeficientes são expressos em termos do campo no plano médio $B_y(x,0,t)$.

Este pode ser escrito numa expansão em x , utilizando (10) da seguinte maneira:

$$\begin{aligned} B_y(x,0,t) &= A_{10} + A_{11}x + A_{12} \frac{x^2}{2!} + A_{13} \frac{x^3}{3!} + \dots \\ &= B_y|_{x=0} + \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} x + \frac{1}{2!} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} x^2 + \frac{1}{3!} \left(\frac{\partial^3 B}{\partial x^3} \right)_{\substack{x=0 \\ y=0}} x^3 + \dots \end{aligned}$$

Para evitar escrever continuamente estas derivadas, é útil expressar o campo no plano médio em termos de quantidades adimensionais $n(t), \beta(t), \gamma(t)$, etc. Assim,

$$B_y(x,0,t) = B_y(0,0,t) [1 - nhx + \beta h^2 x^2 + \gamma h^3 x^3 + \dots]$$

onde,

$$(11) \quad n = - \left[\frac{1}{hB_y} \left(\frac{\partial B}{\partial x} \right) \right]_{\substack{x=0 \\ y=0}}, \quad \beta = \left[\frac{1}{2! h^2 B_y} \left(\frac{\partial^2 B}{\partial x^2} \right) \right]_{\substack{x=0 \\ y=0}},$$

$$\gamma = \left[\frac{1}{3! h^3 B_y} \left(\frac{\partial^3 B}{\partial x^3} \right) \right]_{\substack{x=0 \\ y=0}}, \quad \text{etc.}$$

Além do mais, a equação da trajetória central pode ser obtida de (5) colocando x, y e suas derivadas iguais a zero

$$(12) \quad B_y(0,0,t) = \frac{hP_0}{\epsilon}$$

onde P_0 é a quantidade de movimento das partículas percorrendo a trajetória central.

Utilizando (11) e (12) podemos escrever os coeficientes da expansão de \vec{B} como:

(13)

$$\begin{aligned}
 A_{10} &= B_y(0,0,t) = h \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \quad A_{11} = \frac{\partial B_y}{\partial x} \Big|_{x=0, y=0} = -nh^2 \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A_{12} &= \frac{\partial^2 B_y}{\partial x^2} \Big|_{x=0, y=0} = 2\beta h^3 \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \quad A_{13} = 3!\gamma h^4 \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A'_{12} &= [6\beta h^2 h' + 2\beta h^3] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \quad A_{30} = -[h'' - nh^3 + 2\beta h^3] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A'_{30} &= [-h''' + 3nh^2 h' - 6\beta h^2 h' + n'h^3 - 2\beta h^3] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \quad A''_{10} = h'' \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A_{31} &= [4n'hh' + 2nh'^2 + 2nhh'' + n''h^2 + 2hh'' + h'^2 - 6\gamma h^4 \\
 &\quad - 2\beta h^4 - nh^4] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \quad A'_{10} = h' \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A''_{11} &= -[4n'hh' + 2nh'^2 + 2nhh'' + n''h^2] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) \\
 A'_{11} &= -[2nhh' + n'h^2] \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right), \text{ etc.}
 \end{aligned}$$

Desta forma a expansão das componentes do campo magnético pode ser posta na seguinte forma:

(14)

$$\begin{aligned}
 B_x(x,y,t) &= \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) [-nh^2 y + 2\beta h^3 xy + 3\gamma h^4 x^2 y] + \frac{1}{6} y^3 [A_{31}] + \dots \\
 B_y(x,y,t) &= \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) [h - nh^2 x + \beta h^3 x^2 - \frac{1}{2} (h'' - nh^3 + 2\beta h^3) y^2 \\
 &\quad + \gamma h^4 x^3] + \frac{1}{2} xy^2 [A_{31}] + \dots \\
 B_z(x,y,t) &= \left(\frac{P_0}{\epsilon}\right) [h'y - (n'h^2 + 2nhh' + hh')xy + (3\beta h^2 h' \\
 &\quad + \beta'h^3)x^2 y] + \frac{1}{6} y^3 [A'_{30}] + \dots
 \end{aligned}$$

II.5. EQUAÇÕES DE MOVIMENTO COM APROXIMAÇÃO DE TERCEIRA ORDEM

A fim de poder escrever as equações de movimento em sua forma final, até aproximações de terceira ordem, devemos utilizar as seguintes expansões:

(15)

$$T' = 1 + hx + \frac{x^2}{2} + \frac{y^2}{2} + \dots$$

$$\frac{1}{T'^2} = 1 - 2hx + 3h^2x^2 - 6h^3x^3 - x'^2 - y'^2 + \dots$$

$$\frac{P_0}{P} = \frac{P_0}{(1+\delta)P_0} = 1 - \delta + \delta^2 - \delta^3 + \dots$$

onde,

$$\delta = \frac{P-P_0}{P_0}$$

As equações diferenciais finais em x e y ficam agora expressas como:

(16)

$$\begin{aligned} x'' + (1-n)h^2x &= x'^2x'' + x'yy'' + h'xx' - h^2xx'^2 \\ &- hh'x^2x' + h'yy' - (n'h^2 + 2nhh')xyy' + (2n-\beta-1)h^3x^2 \\ &+ \frac{1}{2}(h'' - nh^3 + 28h^3)y^2 + (n - 2\beta - \gamma)h^4x^3 + [(3\beta + 3\gamma - \frac{n}{2})h^4 \\ &- (n + \frac{1}{2})h'^2 - \frac{1}{2}n''h^2 - 2n'hh' - nhh'']xy^2 + \frac{1}{2}(n-1)h^2xx'^2 \\ &- \frac{h}{2}y'^2 + \frac{(n-1)}{2}h^2xy'^2 - h'yy'\delta + h\delta - (n-2)h^2x\delta - (2n- \\ &-\beta-1)h^3x^2\delta - \frac{1}{2}(h''-nh^3 + 28h^3)y^2\delta + \frac{h}{2}x'^2\delta + \frac{h}{2}y'^2\delta - h\delta^2 \\ &+ (n-2)h^2x\delta^2 + h\delta^3 + \frac{h}{2}x'^2 \end{aligned}$$

e,

(17)

$$\begin{aligned} y'' + nh^2y &= x'x''y' + y'^2y'' + hx'y' + h'xy' - h^2xx'y' \\ &- hh'x^2y' + 2(\beta-n)h^3xy + (3\gamma + 4\beta - n)h^4x^2y + \frac{1}{6}[4n'hh' \\ &+ 2nh'^2 + 2nhh'' + n''h^2 + 2hh'' + h'^2 - 6\gamma h^4 - 28h^4 - nh^4]y^3 \\ &- h'x'y + (n'h^2 + 2nhh')xx'y + nh^2y\delta + 2(n-\beta)h^3xy\delta + h'x'y\delta \\ &- \frac{nh^2}{2}x'^2y - \frac{nh^2}{2}yy'^2 - nh^2y\delta^2 \end{aligned}$$

II.6. RESOLUÇÃO DA EQUAÇÃO DE MOVIMENTO ATRAVÉS DE EXPANSÃO DE TAYLOR

O desvio de uma trajetória arbitrária da trajetória central pode ser descrito expressando x e y como funções de t e dos parâmetros iniciais x_0 , y_0 , x'_0 , y'_0 e δ .

Usando expansões de Taylor, x e y são escritas como:

(18)

$$x = \sum (x|x_0^k y_0^{\lambda} x_0^{\mu} y_0^{\nu} \delta^X) x_0^k y_0^{\lambda} x_0^{\mu} y_0^{\nu} \delta^X$$

$$y = \sum (y|x_0^k y_0^{\lambda} x_0^{\mu} y_0^{\nu} \delta^X) x_0^k y_0^{\lambda} x_0^{\mu} y_0^{\nu} \delta^X$$

onde os parênteses envolvem os coeficientes da expansão de Taylor.

A somatória é realizada para todos valores inteiros positivos dos expoentes, porém devido à antissimetria do potencial magnético escalar segue que,

(19)

$$(x|y_0) = (y|x_0) = 0$$

$$(x|y'_0) = (y|x'_0) = 0$$

e, também,

(20)

$$(x|1) = (y|1) = 0$$

devido ao fato de escolher-se a trajetória central como eixo de referência.

Da mesma forma como foi feito por K.L.Brown (Bro67), nós introduzimos a seguinte notação para os coeficientes de primeira ordem:

(21)

$$(x|x_0) = c_x(t), \quad (x|x'_0) = s_x(t), \quad (x|\delta) = d(t)$$

$$(y|y_0) = c_y(t), \quad (y|y'_0) = s_y(t)$$

Mantendo-se em (18) apenas os termos até terceira ordem e usando (19) e (20) obtemos:

(22)

$$x = (x|x_0)x_0 + (x|x'_0)x'_0 + (x|\delta)\delta + (x|x_0^2)x_0^2 + (x|x_0x'_0)x_0x'_0$$

$$+ (x|x_0\delta)x_0\delta + (x|x_0^2)x_0^2 + (x|x'_0\delta)x'_0\delta + (x|\delta^2)\delta^2 + (x|y_0^2)y_0^2$$

$$+ (x|y_0y'_0)y_0y'_0 + (x|y_0^2)y_0^2 + (x|x_0^3)x_0^3 + (x|x_0^2x'_0)x_0^2x'_0$$

$$+ (x|x_0^2\delta)x_0^2\delta + (x|x_0y_0^2)x_0y_0^2 + (x|x_0y_0y'_0)x_0y_0y'_0 + (x|x_0x_0^2)x_0x_0^2$$

$$+ (x|x_0x'_0\delta)x_0x'_0\delta + (x|x_0y_0^2)x_0y_0^2 + (x|x_0\delta^2)x_0\delta^2 + (x|x_0y_0^2)x_0y_0^2$$

$$+ (x|y_0^2\delta)y_0^2\delta + (x|x_0y_0y'_0)x_0y_0y'_0 + (x|y_0y'_0\delta)y_0y'_0\delta + (x|x_0^3)x_0^3$$

$$\begin{aligned}
 &+ (x|x_0'^2\delta)x_0'^2\delta + (x|x_0'y_0'^2)x_0'y_0'^2 + (x|x_0'\delta^2)x_0'\delta^2 + (x|y_0'^2\delta)y_0'^2\delta \\
 &+ (x|\delta^3)\delta^3
 \end{aligned}$$

(23)

$$\begin{aligned}
 y &= (y|y_0)y_0 + (y|y_0')y_0' + (y|x_0y_0)x_0y_0 + (y|x_0y_0')x_0y_0' \\
 &+ (y|x_0'y_0)x_0'y_0 + (y|y_0\delta)y_0\delta + (y|x_0'y_0')x_0'y_0' + (y|y_0'\delta)y_0'\delta + (y|x_0^2y_0)x_0^2y_0 \\
 &+ (y|x_0^2y_0')x_0^2y_0' + (y|x_0x_0'y_0)x_0x_0'y_0 + (y|x_0y_0\delta)x_0y_0\delta + (y|x_0x_0'y_0')x_0x_0'y_0' \\
 &+ (y|x_0y_0'\delta)x_0y_0'\delta + (y|y_0^3)y_0^3 + (y|y_0^2y_0')y_0^2y_0' + (y|x_0^2y_0)x_0^2y_0 \\
 &+ (y|x_0'y_0\delta)x_0'y_0\delta + (y|y_0y_0'^2)y_0y_0'^2 + (y|y_0\delta^2)y_0\delta^2 + (y|x_0^2y_0')x_0^2y_0' \\
 &+ (y|x_0'y_0'\delta)x_0'y_0'\delta + (y|y_0^3)y_0^3 + (y|y_0'\delta^2)y_0'\delta^2
 \end{aligned}$$

Substituindo-se estas expansões em (16) e (17), obtêm-se equações diferenciais para cada um dos coeficientes de primeira, segunda e terceira ordem na expansão de Taylor para x e y. Estas equações são:

(24)

$$c_x'' + k_x^2 c_x = 0 \quad c_y'' + k_y^2 c_y = 0$$

$$s_x'' + k_x^2 s_x = 0 \quad s_y'' + k_y^2 s_y = 0$$

e,

(25)

$$q_x'' + k_x^2 q_x = f_x \quad q_y'' + k_y^2 q_y = f_y$$

onde,

$$k_x^2 = (1-n)h^2 \quad e \quad k_y^2 = nh^2$$

para os movimentos em x e y.

As duas primeiras equações representam o movimento de partículas mono-energéticas em primeira ordem para os termos c_x , s_x , c_y e s_y . A terceira equação representa a solução para a dispersão d em primeira ordem e para qualquer dos coeficientes de aberração de segunda e terceira ordem. O segun

do termo dessa equação tem uma forma característica para cada aberração e é obtido da substituição da expansão de Taylor (22) e (23) em (16) e (17).

Os coeficientes satisfazem as seguintes condições de contorno:

(26)

$$\begin{aligned} c(0) &= 1 & c'(0) &= 0 \\ s(0) &= 0 & s'(0) &= 1 \\ q(0) &= 0 & q'(0) &= 0 \end{aligned}$$

Na tabela I são dadas as expressões das funções f para a dispersão d e todas as aberrações de segunda ordem.

A fim de calcular a dispersão de primeira ordem e cada um dos coeficientes de segunda ordem ou, ordem superior, usa-se a função integral de Green.

(27)

$$q = \int_0^t f(\tau) G(t, \tau) d\tau$$

onde,

(28)

$$G(t, \tau) = s(t)c(\tau) - s(\tau)c(t)$$

e, portanto,

(29)

$$q = s(t) \int_0^t f(\tau) c(\tau) d\tau - c(t) \int_0^t f(\tau) s(\tau) d\tau$$

A solução de (24) contudo, deve ser analisada para cada caso em particular. Em casos específicos onde h e n possam ser consideradas funções uniformes e contínuas, c e s podem ser representados em cada intervalo de uniformidade por uma função sinusoidal, uma função hiperbólica, uma função linear ou uma simples constante.

II.7. TRANSFORMAÇÃO DAS COORDENADAS CURVÍLINEAS PARA UM SISTEMA DE COORDENADAS RETANGULARES

Uma vez obtida a descrição das trajetórias das partículas no sistema de coordenadas curvilíneas (x, y, t) é sempre útil transformar esses resultados para um sistema de coordenadas local (x, y, z) a fim de facilitar o acoplamento com as condições de contorno do sistema (fig.1). Isto pode ser obtido introduzindo-se as coordenadas $tg\theta$ e $tg\phi$ definidas como as inclinações em x e y no sistema de coordenadas local.

TABELA I

Coeficientes	Funções f
$d = \langle x \delta \rangle$	h
$(x x_0^2)$	$(2n-1-\beta)h^3 c_x^2 + h' c_x c_x' + \frac{1}{2} h c_x'^2$
$(x x_0 x_0')$	$2(2n-1-\beta)h^3 c_x s_x + h' (c_x s_x' + c_x' s_x) + h c_x' s_x'$
$(x x_0 \delta)$	$(2-n)h^2 c_x + 2(2n-1-\beta)h^3 c_x d + h' (c_x d' + c_x' d) + h c_x' d'$
$(x x_0'^2)$	$(2n-1-\beta)h^3 s_x^2 + h' s_x s_x' + \frac{1}{2} h s_x'^2$
$(x x_0' \delta)$	$(2-n)h^2 s_x + 2(2n-1-\beta)h^3 s_x d + h' (s_x d' + s_x' d) + h s_x' d'$
$(x \delta^2)$	$-h + (2-n)h^2 d + (2n-1-\beta)h^3 d^2 + h' d d' + \frac{1}{2} h d'^2$
$(x y_0^2)$	$\frac{1}{2}(h''-nh^3+2\beta h^3)c_y^2 + h' c_y c_y' - \frac{1}{2} h c_y'^2$
$(x y_0 y_0')$	$(h''-nh^3+2\beta h^3)c_y s_y + h' (c_y s_y' + c_y' s_y) - h c_y' s_y'$
$(x y_0'^2)$	$\frac{1}{2} (h''-nh^3+2\beta h^3)s_y^2 + h' s_y s_y' - \frac{1}{2} h s_y'^2$
$(y x_0 y_0)$	$2(\beta-n)h^3 c_x c_y + h' (c_x c_y' - c_x' c_y) + h c_x' c_y'$
$(y x_0 y_0')$	$2(\beta-n)h^3 c_x s_y + h' (c_x s_y' - c_x' s_y) + h c_x' s_y'$
$(y x_0' y_0)$	$2(\beta-n)h^3 s_x c_y + h' (s_x c_y' - s_x' c_y) + h s_x' c_y'$
$(y x_0' y_0')$	$2(\beta-n)h^3 s_x s_y + h' (s_x s_y' - s_x' s_y) + h s_x' s_y'$
$(y y_0 \delta)$	$nh^2 c_y + 2(\beta-n)h^3 c_y d - h' (c_y d' - c_y' d) + h c_y' d'$
$(y y_0' \delta)$	$nh^2 s_y + 2(\beta-n)h^3 s_y d - h' (s_y d' - s_y' d) + h s_y' d'$

(30)

para

segu:

(31a)

(31b)

(31c)

(31d)

onde

mar

com

fici

* Pa

0

$$(30) \quad \begin{aligned} \operatorname{tg}\theta &= \frac{dx}{dz} = \frac{(dx/dt)}{(dz/dt)} = \frac{x'}{1 + hx} \\ \operatorname{tg}\phi &= \frac{dy}{dz} = \frac{(dy/dt)}{(dz/dt)} = \frac{y'}{1 + hx} \end{aligned}$$

Usando-se estas definições é possível expressar as expansões de Taylor para x , $\operatorname{tg}\theta$, y e $\operatorname{tg}\phi$ em termos das variáveis iniciais, como é mostrado nas seguintes expressões:

$$(31a) \quad \begin{aligned} x &= (x|x_0)x_0 + (x|\operatorname{tg}\theta_0)\operatorname{tg}\theta_0 + (x|\delta)\delta + (x|x_0^2)x_0^2 + (x|x_0\operatorname{tg}\theta_0)x_0\operatorname{tg}\theta_0 \\ &+ (x|x_0\delta)x_0\delta + (x|\operatorname{tg}^2\theta_0)\operatorname{tg}^2\theta_0 + (x|\operatorname{tg}\theta_0\delta)\operatorname{tg}\theta_0\delta + (x|\delta^2)\delta^2 + (x|y_0^2)y_0^2 \\ &+ (x|y_0\operatorname{tg}\phi_0)y_0\operatorname{tg}\phi_0 + (x|\operatorname{tg}^2\phi_0)\operatorname{tg}^2\phi_0 + (x|x_0^3)x_0^3 + (x|x_0^2\operatorname{tg}\theta_0)x_0^2\operatorname{tg}\theta_0 \\ &+ (x|x_0^2\delta)x_0^2\delta + (x|x_0y_0^2)x_0y_0^2 + (x|x_0y_0\operatorname{tg}\phi_0)x_0y_0\operatorname{tg}\phi_0 + (x|x_0\operatorname{tg}^2\theta_0)x_0\operatorname{tg}^2\theta_0 \\ &+ (x|x_0\operatorname{tg}\theta_0\delta)x_0\operatorname{tg}\theta_0\delta + (x|x_0\operatorname{tg}^2\phi_0)x_0\operatorname{tg}^2\phi_0 + (x|x_0\delta^2)x_0\delta^2 + \dots \end{aligned}$$

$$(31b) \quad \operatorname{tg}\theta = (\operatorname{tg}\theta|x_0)x_0 + (\operatorname{tg}\theta|\operatorname{tg}\theta_0)\operatorname{tg}\theta_0 + (\operatorname{tg}\theta|\delta)\delta + (\operatorname{tg}\theta|x_0^2)x_0^2 + \dots$$

$$(31c) \quad y = (y|y_0)y_0 + (y|\operatorname{tg}\phi_0)\operatorname{tg}\phi_0 + (y|x_0y_0)x_0y_0 + (y|y_0\operatorname{tg}\theta_0)y_0\operatorname{tg}\theta_0 + \dots$$

$$(31d) \quad \operatorname{tg}\phi = (\operatorname{tg}\phi|y_0)y_0 + (\operatorname{tg}\phi|\operatorname{tg}\phi_0)\operatorname{tg}\phi_0 + (\operatorname{tg}\phi|x_0y_0)x_0y_0 + \dots$$

onde,

$$(\operatorname{tg}\theta|x_0) = c'_x, \quad (\operatorname{tg}\theta|\operatorname{tg}\theta_0) = a'_x, \quad (\operatorname{tg}\theta, \delta) = d'_x,$$

$$(\operatorname{tg}\phi|y_0) = c'_y \quad \text{e} \quad (\operatorname{tg}\phi|\operatorname{tg}\phi_0) = a'_y$$

Quando uma aproximação de segunda ordem for suficiente podemos aproximar $\operatorname{tg}\theta$ e $\operatorname{tg}\phi$ por θ e ϕ , respectivamente.*

Usando-se as relações (30) podemos relacionar os coeficientes de (31) com aqueles de (22) e (23). Estas relações são dadas na tabela II, para coeficientes até aproximação de segunda ordem.

* Para aproximações de ordem superior, deve-se usar $\operatorname{tg}\theta$ e $\operatorname{tg}\phi$ em lugar de θ e ϕ , respectivamente.

TABELA II

Equivalência dos coeficientes em coordenadas curvilíneas
com o do sistema de coordenadas retangulares

$$(x|\theta_0) = (x|x'_0) = s_x$$

$$(x|x_0\theta_0) = (x|x_0x'_0) + h(o)s_x$$

$$(x|\theta_0^2) = (x|x_0'^2)$$

$$(x|y_0\phi_0) = (x|y_0y'_0)$$

$$(x|\phi_0^2) = (x|y_0'^2)$$

$$(\theta|x_0) = (x'|x_0) = (x|x_0)' = c'_x$$

$$(\theta|\theta_0) = (x'|x'_0) = s'_x$$

$$(\theta|\delta) = (x'|\delta) = d'_x$$

$$(\theta|x_0^2) = (x'|x_0'^2) - h(t) c'_x c'_x$$

$$(\theta|x_0\theta_0) = (x'|x_0x'_0) + h(o)s'_x - h(t) [c'_x s'_x + c'_x s'_x]$$

$$(\theta|x_0\delta) = (x'|x_0\delta) - h(t) [c'_x d'_x + c'_x d'_x]$$

$$(\theta|\theta_0^2) = (x'|x_0'^2) - h(t) s'_x s'_x$$

$$(\theta|\theta_0\delta) = (x'|x_0'\delta) - h(t) [s'_x d'_x + s'_x d'_x]$$

$$(\theta|\delta^2) = (x'|\delta^2) - h(t) d'_x d'_x$$

$$(\theta|y_0^2) = (x'|y_0'^2)$$

$$(\theta|y_0\phi_0) = (x'|y_0y'_0)$$

$$(\theta|\phi_0^2) = (x'|y_0'^2)$$

$$(y|\phi_0) = (y|y'_0) = s_y$$

$$(y|x_0\phi_0) = (y|x_0y'_0) + h(o) s_y$$

$$(y|\theta_0y_0) = (y|x'_0y_0)$$

$$(y|\theta_0\phi_0) = (y|x'_0y'_0)$$

$$(y|\phi_0\delta) = (y|y'_0\delta)$$

$$(\phi|y_0) = (y'|y_0) = (y|y_0)' = c'_y$$

$$(\phi|\phi_0) = (y'|y'_0) = s'_y$$

$$(\phi|x_0y_0) = (y'|x_0y_0) - h(t) c'_x c'_y$$

$$(\phi|x_0\phi_0) = (y'|x_0y'_0) + h(o) s'_y - h(t) c'_x s'_y$$

$$(\phi|\theta_0y_0) = (y'|x'_0y_0) - h(t) s'_x c'_y$$

$$(\phi|\theta_0\phi_0) = (y'|x'_0y'_0) - h(t) s'_x s'_y$$

$$(\phi|y_0\delta) = (y'|y_0\delta) - h(t) c'_y d'_x$$

$$(\phi|\phi_0\delta) = (y'|y'_0\delta) - h(t) s'_y d'_x$$

II.8. REPRESENTAÇÃO MATRICIAL

No cálculo das propriedades de sistemas magnéticos para análise da energia de feixes de partículas carregadas, o uso de procedimentos analíticos é tedioso e por demais trabalhoso. Em analogia com a óptica geométrica, S. Penner (Pen61) introduziu um método matricial a fim de calcular as propriedades de sistemas de deflexão magnética envolvendo aberrações de primeira ordem. Posteriormente, este formalismo foi estendido a aproximações de segunda ordem por I. Takeshita (Ta66) e K.L. Brown (Bro64, Bro67).

Utilizando o desenvolvimento realizado até agora, podemos estender este formalismo a aproximações de terceira ordem, aumentando a precisão do cálculo da trajetória das partículas. Isto é necessário, pois quando se quer trabalhar com aparelhos de maior poder resolutivo, os termos de terceira ordem e os de ordens superiores, devem ser levados em conta. O fato de nos restringirmos somente a aproximações de segunda ordem é devido, em parte, a limitação de memória do computador utilizado nos cálculos e, por outro lado, isto é suficiente para a resolução requerida.

Como vimos, a localização de uma partícula em primeira ordem, pode ser feita usando-se as coordenadas x, θ, y, ϕ e o parâmetro δ que dá o desvio da quantidade de movimento da partícula, relativo àquela da partícula viajando sobre a trajetória central.

Se quiséssemos descrever a trajetória da partícula em aproximação de terceira ordem, o espaço vetorial das coordenadas da partícula teria de ser estendido para um espaço de dimensão 31 no movimento segundo a coordenada radial e dimensão 24 no movimento segundo a coordenada axial.

Desta forma, um elemento óptico magnético seria representado por uma transformação matricial destes vetores, sendo que os elementos da primeira linha dessa matriz (movimento radial) seriam os coeficientes da expressão (31a) e os elementos da segunda linha seriam os coeficientes da expressão (31b).

Uma vez que campos magnéticos estáticos não alteram o valor da quantidade de movimento das partículas, os elementos da matriz da terceira linha são todos nulos com exceção do terceiro, que é igual a um.

A quarta linha é obtida elevando (31a) ao quadrado e eliminando todos os termos de ordem superior a segunda. As outras linhas são obtidas analogamente, usando as expressões (31). A matriz de transformação axial é obtida de maneira completamente análoga.

Se agora $\vec{x}_1 = M_1 \vec{x}_0$ representa a transformação do ponto 0 para o ponto 1 num dado sistema e, $\vec{x}_2 = M_2 \vec{x}_1$ é a transformação do ponto 1 para o ponto 2 então, a transformação do ponto 0 para o ponto 2 é obtida multiplicando-se a matriz M_2 por M_1 .

$$\vec{x}_2 = M_2 M_1 \vec{x}_0$$

onde as matrizes M_1 e M_2 são obtidas através dos procedimentos descritos anteriormente.

A matriz de transferência mais simples é aquela que descreve o movimento de uma partícula através de uma região sem campo, de extensão L . Esta matriz é mostrada na tabela III, para aproximações de segunda ordem.

II.9. PROPRIEDADES DE FOCALIZAÇÃO DE CAMPOS MAGNÉTICOS

Para estudar as propriedades de focalização de um campo magnético, podemos utilizar inicialmente, uma aproximação linear para descrição das trajetórias. Desta maneira, as coordenadas x e y são independentes e podem ser escritas da seguinte forma:

(32)

$$x = (x|x_0)x_0 + (x|\theta_0)\theta_0 + (x|\delta)\delta$$

(33)

$$y = (y|y_0)y_0 + (y|\phi_0)\phi_0$$

Tendo o sistema propriedades de focalização para partículas de mesma quantidade de movimento ($\delta=0$), raios divergindo de um ponto objeto irão convergir para outro ponto chamado ponto imagem.

A condição, então, para que haja focalização ponto para ponto no plano médio é que $(x|\theta_0)$ se anule. Isto significando que a posição em que a partícula atinge o plano imagem é independente da direção com que ela deixa o objeto. Se o sistema focaliza, ao mesmo tempo, axialmente, o que corresponde ao termo $(y|\phi_0)$ também ser igual a zero, chamamos tal sistema de anastigmático ou de dupla focalização.

Como a própria notação mostra os coeficientes $(x|x_0)$ e $(y|y_0)$ são os aumentos do sistema nas coordenadas radiais e axiais, respectivamente. Estes aumentos são definidos como a razão entre a dimensão linear da imagem e a dimensão linear do objeto no plano em consideração. O aumento radial é determinado em uma posição onde $(x|\theta_0) = 0$ e, correspondentemente, o aumento axial numa posição onde $(y|\phi_0) = 0$.

TABELA III

Matriz de translação

	x_o	θ_o	δ	x_o^2	$x_o\theta_o$	$x_o\delta$	θ_o^2	$\theta_o\delta$	δ^2	y_o^2	$y_o\phi_o$	ϕ_o^2
x	1	L	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
θ	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0
δ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x^2	0	0	0	1	2L	0	L ²	0	0	0	0	0
$x\theta$	0	0	0	0	1	0	L	0	0	0	0	0
$x\delta$	0	0	0	0	0	1	0	L	0	0	0	0
θ^2	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0
$\theta\delta$	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
δ^2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
y^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	2L	L ²
$y\phi$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	L
ϕ^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz de translação radial (x)

	y_o	ϕ_o	$x_o y_o$	$x_o \phi_o$	$\theta_o y_o$	$\theta_o \phi_o$	$y_o \delta$	$\phi_o \delta$
y	1	L	0	0	0	0	0	0
ϕ	0	1	0	0	0	0	0	0
xy	0	0	1	L	L	L ²	0	0
$x\phi$	0	0	0	1	0	L	0	0
θy	0	0	0	0	1	L	0	0
$\theta\phi$	0	0	0	0	0	1	0	0
$y\delta$	0	0	0	0	0	0	1	L
$\phi\delta$	0	0	0	0	0	0	0	1

Matriz de translação axial (y)

II.10. PROPRIEDADES DISPERSIVAS DO CAMPO MAGNÉTICO

Em geral, partículas de quantidades de movimento distintas e deixando o objeto do mesmo ponto não atingem o plano imagem na mesma posição. Isto é devido ao sistema ser dispersivo, o que é expresso pelo termo $(x|\delta)$ que chamamos dispersão espacial de primeira ordem do sistema.

O significado físico de tal dispersão é que quanto maior for $(x|\delta)$ maior será a distância Δx entre partículas que têm quantidade de movimento diferindo da quantidade de movimento central P_0 .

Para melhor estudar as propriedades dispersoras do sistema magnético convém introduzirmos na expressão (32) os termos de segunda e terceira ordem, dependentes de δ e dependentes de x_0 e θ_0 linearmente.

Assim (32) fica escrito da seguinte forma:

(34)

$$x = (x|x_0)x_0 + (x|\theta_0)\theta_0 + (x|\delta)\delta + (x|x_0\delta)x_0\delta + (x|\theta_0\delta)\theta_0\delta + (x|\delta^2)\delta^2 + (x|x_0\delta^2)x_0\delta^2 + (x|\theta_0\delta^2)\theta_0\delta^2 + (x|\delta^3)\delta^3$$

reagrupando o segundo termo desta igualdade obtemos:

(35)

$$x - (x|\delta)\delta - (x|\delta^2)\delta^2 - (x|\delta^3)\delta^3 = [(x|x_0) + (x|x_0\delta)\delta + (x|x_0\delta^2)\delta^2]x_0 + [(x|\theta_0) + (x|\theta_0\delta)\delta + (x|\theta_0\delta^2)\delta^2]\theta_0$$

Assim vemos de (35) que as coordenadas t e x de um ponto imagem conjugado a um ponto objeto são determinadas pelas equações simultâneas:

(36)

$$(x|\theta_0) + (x|\theta_0\delta)\delta + (x|\theta_0\delta^2)\delta^2 = 0$$

(37)

$$x - (x|\delta)\delta - (x|\delta^2)\delta^2 - (x|\delta^3)\delta^3 = [(x|x_0) + (x|x_0\delta)\delta + (x|x_0\delta^2)\delta^2]x_0$$

Diferenciando estas com relação a δ para $t = 0$, $x = 0$ e $\delta = 0$ obtemos as dispersões longitudinais e radiais seguintes:

(38)

$$(\partial t / \partial \delta)_0 = - (x | \theta_0 \delta) / (x | \theta_0)'$$

(39)

$$(\partial x / \partial \delta)_0 = (x | \delta)$$

Com estas expressões, podemos calcular o ângulo γ que a linha de foco faz com a normal à trajetória principal e que é dado por:

$$\text{tg} \gamma = (\partial t / \partial \delta)_0 / (\partial x / \partial \delta)_0$$

ou,

(40)

$$\text{tg} \gamma = - (x | \theta_0 \delta) / (x | \theta_0)' (x | \delta)$$

onde, (') como anteriormente significa d/dt.

Finalmente, $\text{tg} \gamma$ pode ser escrita como:

(41)

$$\text{tg} \gamma = - (x | x_0) (x | \theta_0 \delta) / (x | \delta)$$

II.11. ABERRAÇÕES DA IMAGEM

O restante dos coeficientes, isto é, $(x | x_0^3)$, $(x | x_0^2 \delta)$, $(x | x_0 \text{tg} \theta_0 \delta)$, $(x | \text{tg} \theta_0^2 \delta)$, $(x | y_0^2 \delta)$, $(x | y_0 \text{tg} \phi_0 \delta)$, $(x | \text{tg} \phi_0^2 \delta)$, etc. ..., representam as distorções da imagem. Em princípio, é possível eliminar tantos destes coeficientes quantos possam ser necessários, graças a uma escolha conveniente de campo magnético, contudo na prática basta eliminar duas ou três destas aberrações. Na escolha destes, usualmente, somente os termos quadráticos e cúbicos contribuem apreciavelmente. Um tipo comum de distorção que aparece em sistemas onde o objeto é estreito em x e longo em y é o de a imagem apresentar-se como uma parábola dada aproximadamente na forma paramétrica por:

$$x = (x | y_0^2) y_0^2 \quad \text{e} \quad y = (y | y_0) y_0$$

ou ainda, de outra forma como:

$$x = (x | y_0^2) y^2 / (y | y_0)^2$$

Assim, a imagem apresenta um raio de curvatura igual a $(x | y_0^2) / 4 (y | y_0)^2$ positivo ou negativo, conforme o centro de curvatura situe-se na região de valores positivos ou negativos de x , respectivamente.

II.12. PODER RESOLUTIVO

Devido às aberrações ópticas, um feixe de partículas monoenergéticas focalizadas por um espectrômetro* aparece como uma linha de largura finita $\Delta(B_p)$. Por conveniência $\Delta(B_p)$ refere-se a largura da linha a meia altura. Esta quantidade é, experimentalmente, bem definida, enquanto que cálculos teóricos usualmente dão a largura na base da linha $\Delta^0(B_p)$ com muito melhor de finição.

A largura de linha relativa $R = \Delta(B_p)/B_p$ é uma constante para um dado espectrômetro com geometria fixada e é uma boa medida de seu poder resolutivo.

Para alguns espectrômetros, esta quantidade e o perfil da linha podem ser bem estabelecidos, teoricamente. Isto acontece, por exemplo, em espectrômetros semicirculares e em vários tipos de espectrômetros de dupla focalização (Su70).

Porém, quando se procura acoplar vários elementos ópticos nem sempre existe uma expressão dando a resolução do sistema em aproximação de segunda ou de ordem mais elevada.

Para um sistema em que $(x|\theta_0) = 0$, podemos escrever o poder de resolução de base em primeira ordem, como sendo igual a:

(42)

$$R_{(1)} = \frac{-(x|x_0)x_0 + s}{(x|\delta)}$$

onde s é a abertura do detetor. Esta, em geral, é igualada ao valor da imagem de x_0 em primeira ordem.

$$s = -(x|x_0)x_0$$

dando para o poder resolutivo em primeira ordem,

(43)

$$R_{(1)} = 2 (x|x_0)x_0 / (x|\delta)$$

Uma idéia do poder resolutivo de sistemas em aproximações de ordem superior a primeira, pode ser obtida utilizando o método de Monte Carlo para simular as órbitas das partículas num computador digital (Su70).

A convergência da solução é assegurada desde que hx , hy , x' e y' sejam pequenas em comparação com a unidade. Uma segunda condição necessária para rápida convergência da solução é que, na expansão do campo magnético, os ter

* Condição de focalização: $(x|\theta_0) = 0$ e $(y|\phi_0) = 0$

mos de cada ordem devam ser em média pequenos em comparação com os de ordem precedente, ou seja:

$$hx \leq 1/n ; \quad (hx)^2 \leq 1/8 ; \text{ etc. ...}$$

II.13. CAMPOS DE BORDA

Até este ponto atribuímos trajetórias retilíneas às partículas carregadas nas regiões objeto e imagem desprezando, portanto, a influência do campo de borda sobre as propriedades ópticas dos campos magnéticos setoriais. Estes cálculos foram feitos supondo as partículas movendo-se bruscamente de uma região livre de campo para uma região de campo magnético vertical finito. Tal salto brusco no campo não pode contudo, ser realizado quando o espaço de ar entre as peças polares tem um tamanho finito. Considera-se, então, que o salto no campo se realiza numa distância finita muito curta comparada às outras dimensões do sistema. Neste caso, costuma-se chamar de "aproximação impulso", ou seja, campo de borda em forma de degrau.

Os efeitos ópticos de primeira ordem segundo esta hipótese, foram já descritos por vários autores (Cotte (Co38), Herzog(He55), Lavatelli(La46), Bainbridge(Ba53), Coggeshall(Cog47), Kerwin(Ke58) e outros). Este cálculo, contudo, não trata explicitamente da extensão finita do campo de borda real, porém, no caso de focalização em primeira ordem é bem sabido que a "aproximação impulso" descreve o efeito dominante e que correções semi-empíricas para primeira ordem na altura do entreferro dão uma boa representação dos coeficientes de primeira ordem. Assim parece razoável que o cálculo na "aproximação impulso" possa dar uma útil primeira aproximação para o cálculo dos coeficientes de segunda ordem.

Vários autores incluíram, nestes cálculos, efeitos de segunda ordem no plano mediano do campo magnético devido a bordas curvas, bem como, inclinadas com respeito ao feixe de partículas incidente ou emergente, introduzindo assim, correções geométricas à focalização em primeira ordem (Bainbridge (Ba53), Hintenberger(Hin49), Ikegami(I58)).

Cálculos usando formas de campo de borda mais realísticos, também chamados campos de borda extensos, foram realizados por vários autores tais como: Coggeshall(Cog47), Belboch(Bel60), Enge(En64, En67) e Wollnik(Wo65, Wo67 e Wo70).

Até agora um dos artigos mais completos a respeito do campo de borda e também, mais adequado ao nosso tipo de cálculo é devido a H. Wollnik (Wo67, Wo70), no qual estes campos são calculados com aproximações de segunda e terceira ordem.

Consideremos, então, uma trajetória no plano de simetria e um campo re-
tangular ideal, onde o valor B_0 estende-se para além das faces polares até
um plano $t = t^*$ no qual êle cai bruscamente a zero de forma tal que a inte-
gral

$$\int_{t_a}^{t_b} B_y dt$$

é a mesma para o magneto real e o ideal. O efeito principal é uma transla-
ção da trajetória, mas sem modificações práticas de suas propriedades foca-
lizadoras. Para ambas as trajetórias, real e ideal, o comprimento do caminho
óptico é praticamente o mesmo, e tanto mais idêntico quanto mais curta for
a região do campo de borda (Bou66).

Portanto, para simplificar, podemos tentar comprimir a região do campo
de borda usando uma blindagem magnética como mostramos na figura 2.

Na figura 2, $t = t^*$ é plano onde,

(44)

$$\int_{t_a}^{t_b} B_y dt = B_0 (t_b - t^*)$$

sendo t_a e t_b pontos na região livre de campo e no campo do magneto, respec-
tivamente.

Para a construção de um setor magnético a distância t^* deve ser determi-
nada por integração numérica sobre a distribuição de campo medida experimen-
talmente ou calculada através de uma representação conforme (He55). O resul-
tado dá uma boa aproximação se a intensidade do campo B_0 for pequena bastan-
te para que efeitos de saturação do ferro não sejam observados.

H.Wollnik(Wo67), usando tais considerações obteve para as coordenadas ra-
diais e axiais na região de campo de borda de entrada, as seguintes expres-
sões:

(45a)

$$x = x_0 - \frac{tg\beta}{2\rho} x_0^2 + \frac{1}{2 \cos^2\beta} y_0^2$$

(45b)

$$\theta = \frac{tg\beta}{\rho} x_0 + \theta_0 + \left(\frac{1}{2R\rho \cos^3\beta} - \frac{ntg\beta}{\rho^2} \right) x_0^2 + \frac{tg^2\beta}{\rho} x_0 \theta_0 - \frac{tg\beta}{2\rho} x_0 \delta$$

$$+ \left[\frac{tg\beta}{2\rho^2} (1 + 2 tg^2\beta + n \cos\beta) - \frac{1}{2R\rho \cos^3\beta} \right] y_0^2 - \frac{tg^2\beta}{\rho} y_0 \phi_0$$

(45c)

$$y = y_0 + \frac{tg^2\beta}{\rho} x_0 y_0$$

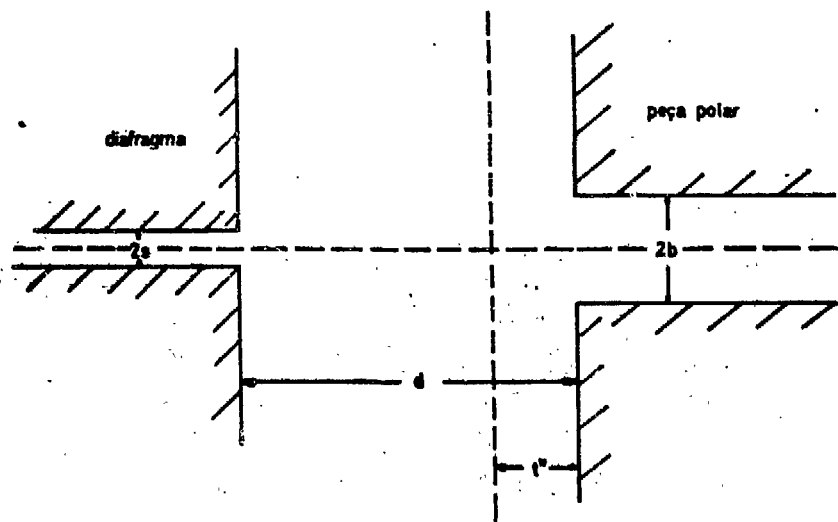
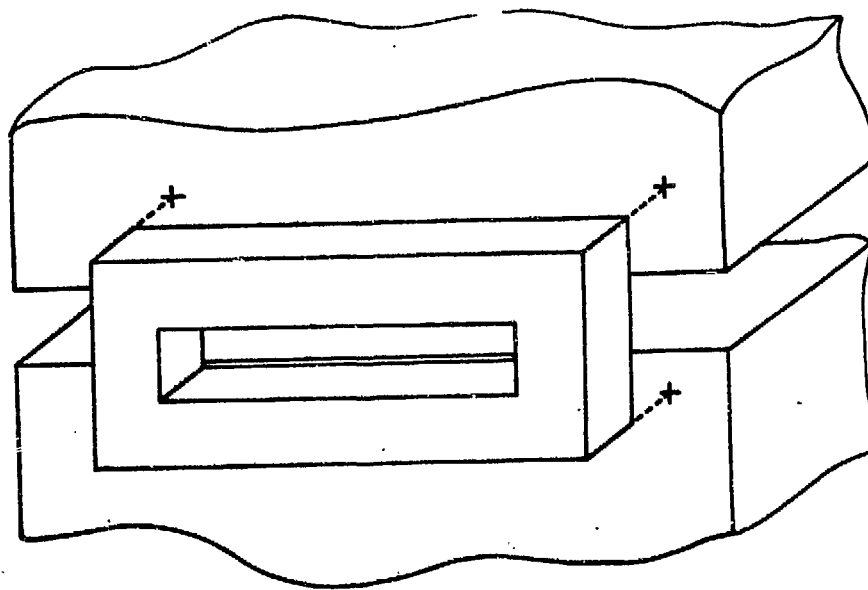


Fig. 2 - Diafragma magnético

(45d)

onde,

(46)

e R é

P

(47a)

(47b)

(47c)

(47d)

D

(45)

bre a

nadas

A

rem c

(45d)

$$\phi = \left[\frac{I_B}{\rho \cos \beta} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{\operatorname{tg} \beta}{\rho} \right] y_0 + \phi_0 + \left[\frac{n \operatorname{tg} \beta}{\rho^2} + \frac{n(2 \operatorname{tg} \beta - 1)}{\rho^2} - \frac{1}{R \rho \cos^3 \beta} \right] x_0 y_0$$

onde.

(46)

$$I_B = \frac{1}{\rho B_0^2} \int_{t_a}^{t_b} \left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right) dt \left[\int_{t_a}^t B_y(0,0,t) dt \right]$$

e R é o raio de curvatura da borda.

Para as coordenadas radiais e axiais de saída temos:

(47a)

$$x = x_0 + \frac{\operatorname{tg} \beta}{2\rho} x_0^2 - \frac{1}{2\rho \cos 2\beta} y_0^2$$

(47b)

$$\theta = \frac{\operatorname{tg} \beta}{\rho} x_0 + \theta_0 + \left(\frac{1}{2\rho R \cos^3 \beta} - \frac{n \operatorname{tg} \beta}{\rho^2} - \frac{\operatorname{tg}^3 \beta}{2\rho^2} \right) x_0^2 - \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\rho} x_0 \theta_0 - \frac{\operatorname{tg} \beta}{2\rho} x_0 \delta + \left[\frac{\operatorname{tg} \beta}{2\rho^2} (n \cos \beta - \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{1}{2\rho R \cos^3 \beta} \right] y_0^2 + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\rho} y_0 \phi_0$$

(47c)

$$y = y_0 - \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\rho} y_0 x_0$$

(47d)

$$\phi = \left[\frac{I_B}{\rho \cos \beta} (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta) - \frac{\operatorname{tg} \beta}{\rho} \right] y_0 + \phi_0 + \left[\frac{n \operatorname{tg} \beta}{\rho^2} + \frac{n(2 \operatorname{tg} \beta - 1)}{\rho^2} - \frac{1}{\rho R \cos^3 \beta} + \frac{\operatorname{tg} \beta}{\rho^2 \cos 2\beta} \right] x_0 y_0 + \frac{1}{\rho \cos 2\beta} y_0 \theta_0 + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\rho} y_0 \delta + \frac{\operatorname{tg}^2 \beta}{\rho} x_0 \phi_0$$

Da mesma forma como foi feito em II.8 podemos, utilizando as relações (45) e (47), construir uma matriz que descreve o efeito de campo da borda sobre a trajetória das partículas, bem como o efeito de bordas curvas e inclinadas. O resultado é apresentado nas tabelas IV e V.

A integral I_B pode ser resolvida somente se $B_y(0,0,t)$ e $\left(\frac{\partial B_y}{\partial t} \right)_{0,0,t}$ forem conhecidos. Como porém, esta integral influencia somente pequenos termos

.29.

de segunda ordem, seu conhecimento não é exigido com muita precisão. Seu efeito é causar uma pequena ação de desfocalização e, portanto, influencia a posição exata do ponto de focalização axial, tendo contudo quase nenhuma influência sobre as aberrações de imagem.

Como uma aproximação, podemos atribuir a $B_y(0,0,t)$ uma forma triangular (Wo67). Com esta aproximação, o valor de I_β é:

(48)

$$I_\beta = \frac{1}{6\rho} (0,8b + s + 0,4d)$$

onde b , s e d são parâmetros descritos na figura 2.

TABELA IV

Matrizes de transferência do campo de borda na entrada do campo de um setor magnético incluindo efeitos de entrada em ângulo do feixe de partículas

	x_0	θ_0	δ	x_0^2	$x_0\theta_0$	$x_0\delta$	θ_0^2	$\theta_0\delta$	δ^2	y_0^2	$y_0\phi_0$	ϕ_0^2
x	1	0	0	$-\text{tg}^2\beta/2\rho$	0	0	0	0	0	$1/2\rho\cos^2\beta$	0	0
θ	$\text{tg}\beta/\rho$	1	0	$-\text{ntg}\beta/\rho$	$\text{tg}^2\beta/\rho$	$-\text{tg}\beta/\rho$	0	0	0	$\text{tg}\beta(1+2\text{tg}^2\beta + \text{ncos}\beta)/2\rho^2$	$-\text{tg}^2\beta/\rho$	0
δ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x^2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$x\theta$	0	0	0	$\text{tg}\beta/\rho$	1	0	0	0	0	0	0	0
$x\delta$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
θ^2	0	0	0	$\text{tg}^2\beta/\rho^2$	$2\text{tg}\beta/\rho$	0	1	0	0	0	0	0
$\theta\delta$	0	0	0	0	0	$\text{tg}\beta/\rho$	0	1	0	0	0	0
δ^2	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0
y^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$y\phi$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\text{tg}\beta/\rho$	1	0
ϕ^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\text{tg}^2\beta/\rho^2$	$-\text{2tg}\beta/\rho$	1

Matriz de rotação e campo de borda (x) entrada

	y_0	ϕ_0	$x_0 y_0$	$x_0 \phi_0$	$\theta_0 y_0$	$\theta_0 \phi_0$	$y_0 \delta$	$\phi_0 \delta$
y	1	0	$\text{tg}^2 \beta / \rho$	0	0	0	0	0
ϕ	$\frac{-\text{tg} \beta / \rho + I_\beta (1 + 2 \text{tg}^2 \beta) / \rho \cos \beta}{2 \text{tg}^2 \beta / \rho}$	1	$\frac{n(2 \text{tg} \beta - 1) / \rho^2 + n \text{tg} \beta / \rho^2}{2 \text{tg}^2 \beta / \rho}$	$-\text{tg}^2 \beta / \rho$	$1 / \rho \cos^2 \beta$	0	$\text{tg} \beta / 2 \rho$	0
xy	0	0	1	0	0	0	0	0
$x\phi$	0	0	$-\text{tg} \beta / \rho$	1	0	0	0	0
θy	0	0	$\text{tg} \beta / \rho$	0	1	0	0	0
$\theta \phi$	0	0	$-\text{tg}^2 \beta / \rho$	$\text{tg} \beta / \rho$	$-\text{tg} \beta / \rho$	1	0	0
$y \delta$	0	0	0	0	0	0	1	0
$\phi \delta$	0	0	0	0	0	0	$-\text{tg} \beta / \rho$	1

Matriz de rotação e campo de borda (y) entrada

TABELA V

Matrizes de transferência do campo de borda na saída do campo de um setor magnético incluindo efeitos de saída em ângulo do feixe de partículas

	x_0	θ_0	δ	x_0^2	$x_0\theta_0$	$x_0\delta$	θ_0^2	$\theta_0\delta$	δ^2	y_0^2	$y_0\phi_0$	ϕ_0^2
x	1	0	0	$\text{tg}^2\beta/2\rho$	0	0	0	0	0	$-1/2\rho\cos^2\beta$	0	0
θ	$\text{tg}\beta/\rho$	1	0	$-\text{ntg}\beta/\rho^2$ $-\text{tg}^3\beta/2\rho^2$	$-\text{tg}^2\beta/\rho$	$-\text{tg}\beta/\rho$	0	0	0	$\text{tg}\beta(\text{ncos}\beta - \text{tg}^2\beta)/2\rho^2$	$\text{tg}^2\beta/\rho$	0
δ	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0	0
x^2	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0	0	0
$x\theta$	0	0	0	$\text{tg}\beta/\rho$	1	0	0	0	0	0	0	0
$x\delta$	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0	0	0
θ^2	0	0	0	$\text{tg}^2\beta/\rho^2$	$2\text{tg}\beta/\rho$	0	1	0	0	0	0	0
$\theta\delta$	0	0	0	0	0	$\text{tg}\beta/\rho$	0	1	0	0	0	0
δ^2	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0	0	0
y^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	1	0	0
$y\phi$	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$-\text{tg}\beta/\rho$	1	0
ϕ^2	0	0	0	0	0	0	0	0	0	$\text{tg}^2\beta/\rho^2$	$-2\text{tg}\beta/\rho$	1

Matriz de rotação e campo de borda (x) saída

	y_0	ϕ_0	$x_0 y_0$	$x_0 \phi_0$	$\theta_0 y_0$	$\theta_0 \phi_0$	$y_0 \delta$	$\phi_0 \delta$
y	1	0	$-\text{tg}^2 \beta / \rho$	0	0	0	0	0
ϕ	$\frac{-\text{tg} \beta / \rho + I_\beta (1 + 2 \text{tg}^2 \beta) / \rho \cos \beta}{n(3 \text{tg} \beta - 1) / \rho^2 + \text{tg} \beta / \rho^2 \cos^2 \beta}$	1		$\text{tg}^2 \beta / \rho$	$1 / \rho \cos^2 \beta$	0	$\text{tg} \beta / 2 \rho$	0
xy	0	0	1	0	0	0	0	0
$x\phi$	0	0	$-\text{tg} \beta / \rho$	1	0	0	0	0
θy	0	0	$\text{tg} \beta / \rho$	0	1	0	0	0
$\theta \phi$	0	0	$-\text{tg}^2 \beta / \rho^2$	$\text{tg} \beta / \rho$	$-\text{tg} \beta / \rho$	1	0	0
$y \delta$	0	0	0	0	0	0	1	0
$\phi \delta$	0	0	0	0	0	0	$-\text{tg} \beta / \rho$	1

Matriz de rotação e campo de borda (y) saída

CAPÍTULO III - CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO

III.1. INTRODUÇÃO

No capítulo anterior, foram apresentados os elementos de matriz em aproximação de segunda ordem que, descrevem o movimento tridimensional de partículas carregadas próximas a órbita central. Matrizes descrevendo o efeito do campo de borda, bem como a incidência ou emergência não normal foram, também, apresentadas.

Como foi mostrado, também, a óptica de transporte de feixes pode ser reduzida a um processo de multiplicação de matrizes. Assim, ao projetar um novo aparelho, alguns elementos da primeira linha do produto final das matrizes igualados a zero, resultam num sistema de equações que deve ser satisfeito ao menos aproximadamente se o aparelho tiver de ser corrigido para aberrações de imagem.

Contudo, é extremamente difícil procurar geometrias ótimas, usando diretamente um formalismo de segunda ou ordem superior. Para sobrepor tal problema, um primeiro cálculo é feito usando aproximações de primeira ordem de forma a decidir a geometria aproximada e a inhomogeneidade do campo defletor, bem como o cálculo das propriedades do instrumento em primeira ordem tais como: poder dispersivo, distâncias focais e aumentos. Posteriormente, cálculos são feitos em segunda ordem a fim de calcular as aberrações da imagem e eventualmente, mudar novamente os parâmetros do instrumento.

Uma forma de se obter mais parâmetros livres é utilizar diafragmas magnéticos, como aqueles mostrados na figura 2, que limitam a região do campo de borda a uma certa distância das peças polares.

III.2. CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO BETA EM APROXIMAÇÕES DE PRIMEIRA ORDEM

Em espectrômetros magnéticos, a dispersão em quantidade de movimento pode ser aumentada, utilizando-se campos magnéticos inhomogêneos. Assim, um campo magnético que varia no plano médio proporcionalmente a $1/\sqrt{r}$, como é usado em muitos espectrômetros beta, oferece uma vantagem de maior luminosidade devido a suas propriedades de focalização bi-direcionais, enquanto que o poder de resolução é aumentado de um fator dois quando comparado a um espectrômetro de campo magnético homogêneo de mesmo raio central.

O poder resolutivo pode ainda ser melhorado pelo uso de campos magnéticos mais inhomogêneos desde que este aumenta, proporcionalmente, a $1/(1-n)$ quando o campo magnético varia no plano mediano proporcional a r^{-n} . Contudo a vantagem de focalização anastigmática é perdida para $n \neq 1/2$.

As propriedades de dupla focalização podem ser obtidas como foi feita por T.von Egidy(Eg62), acoplando um campo magnético homogêneo que tem propriedades de focalização radial com um campo magnético inhomogêneo com propriedades de focalização axial.

Devido à alta dispersão e simplicidade em construção, foi escolhido $n=1$ para o campo magnético inhomogêneo, análogamente àquêle de T.von Egidy(Eg62).

A figura 3 mostra um diagrama de um magneto de dois setores. Como é mostrado, a órbita de referência de raio ρ indicada por AB representa o eixo óptico do sistema e CD é uma órbita arbitrária tendo condições de contorno iniciais x_0 , θ_0 e δ onde x_0 é o deslocamento da órbita CD relativo à órbita central no plano de entrada perpendicular ao eixo óptico, θ_0 é o ângulo que esta órbita faz com o eixo óptico quando ela cruza este plano e δ é o desvio de quantidade de movimento $\Delta p/p_0$ da partícula relativo a quantidade de movimento da órbita central.

Analogamente definimos as coordenadas y_0 e ϕ_0 sobre o plano perpendicular ao plano de simetria (fig.4).

α_1 e α_2 são os ângulos de deflexão dos setores magnéticos inhomogêneo e homogêneo, respectivamente.

Um campo magnético uniforme não desvia partículas na direção vertical se a trajetória for perpendicular às bordas polares. Contudo, se as bordas polares forem giradas, há componentes de campo magnético na direção do plano radial, próximo a elas, que causam um desvio angular das trajetórias na direção vertical. Usando-se um arranjo que permita girar a borda de saída do magneto homogêneo de um ângulo β poder-se-á ajustar esta focalização vertical.

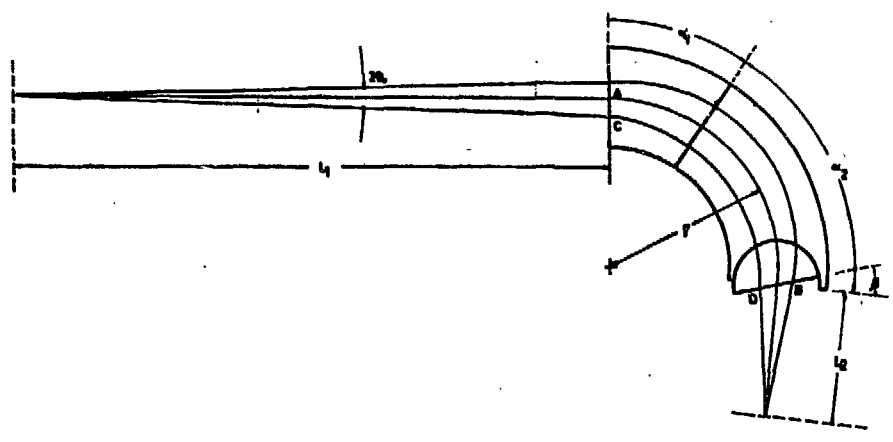


Fig. 3 - Espectrômetro de dois setores - Coordenadas radiais

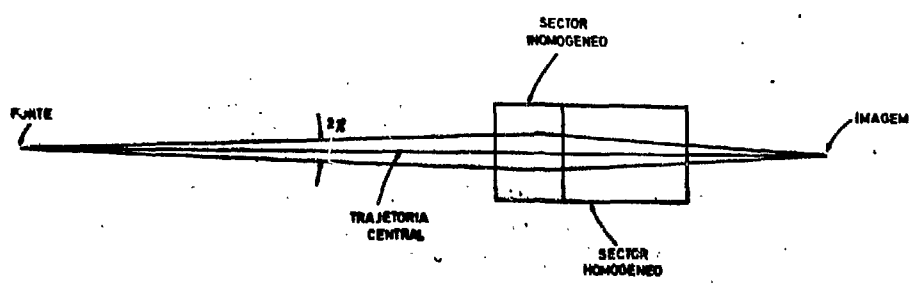


Fig. 4 - Espectrômetro de dois setores - Coordenadas axiais

A distância do objeto à entrada do magneto e, a distância da saída do magneto até a imagem, são chamadas L_1 e L_2 , respectivamente. Em aproximação de primeira ordem a matriz de transferência do objeto para a imagem é obtida multiplicando-se as matrizes intermediárias. Estas são obtidas através do formalismo apresentado no capítulo II e são apresentadas em (Bro67, Su67) e nas tabelas IV e V.

(49)

$$R = R(L_2) \times R(\beta) \times R(\alpha_2) \times R(\alpha_1) \times R(L_1)$$

onde R transforma as coordenadas radiais iniciais (x_0, θ_0, δ) nas coordenadas finais (x, θ, δ) .

$$\begin{pmatrix} x \\ \theta \\ \delta \end{pmatrix} = R \begin{pmatrix} x_0 \\ \theta_0 \\ \delta \end{pmatrix}$$

$R(L_1)$ é a matriz que corresponde à translação das partículas do objeto para a entrada do campo magnético inhomôgeneo.

(50)

$$R(L_1) = \begin{pmatrix} 1 & L_1 & 0 \\ 0 & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R(\alpha_1)$ translada as partículas da entrada do setor inhomôgeneo para a entrada do setor homogêneo.

(51)

$$R(\alpha_1) = \begin{pmatrix} 1 & \rho\alpha_1 & \rho\alpha_1^2/2 \\ 0 & 1 & \alpha_1 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R(\alpha_2)$ transforma as coordenadas da partícula da entrada para as de saída do setor homogêneo supondo a borda de saída, da peça polar, perpendicular à órbita central.

(52)

$$R(\alpha_2) = \begin{pmatrix} \cos\alpha_2 & \rho\sin\alpha_2 & \rho(1-\cos\alpha_2) \\ -\sin\alpha_2/\rho & \cos\alpha_2 & \sin\alpha_2 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

$R(\beta)$ transforma as coordenadas de saída do setor homogêneo levando em conta o efeito de borda e a inclinação da face da peça polar relativa à órbita central. E, finalmente, $R(L_2)$ translada as coordenadas de saída do setor homogêneo devidamente corrigidas por $R(\beta)$ de uma distância L_2 da borda do magneto.

(53)

$$R(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 & 0 \\ \text{tg}\beta/\rho & 1 & 0 \\ 0 & 0 & 1 \end{pmatrix}$$

É interessante notar, contudo, que em $R(\beta)$ não há influência do campo de borda em aproximação de primeira ordem.

Para o movimento vertical tem-se:

(54)

$$V = V(L_2) \times V(\beta) \times V(\alpha_2) \times V(\alpha_1) \times V(L_1)$$

onde V transforma as coordenadas axiais de entrada (y_0, ϕ_0) nas coordenadas de saída (y, ϕ) . Analogamente ao movimento radial, $V(L_1)$ e $V(L_2)$ são as matrizes de translação no espaço livre de campo magnético e, $V(\alpha_1)$ e $V(\alpha_2)$ são as matrizes de transferência para os campos magnéticos inhomogêneo e homogêneo.

(55)

$$V(\alpha_1) = \begin{pmatrix} \cos\alpha_1 & \rho \text{sen}\alpha_1 \\ -\text{sen}\alpha_1/\rho & \cos\alpha_1 \end{pmatrix}$$

e

$$V(\alpha_2) = \begin{pmatrix} 1 & \rho\alpha_2 \\ 0 & 1 \end{pmatrix}$$

A matriz $V(\beta)$ descreve a influência da rotação das peças polares de um ângulo β e os efeitos do campo de borda sobre as coordenadas de saída do campo magnético homogêneo.

(56)

$$V(\beta) = \begin{pmatrix} 1 & 0 \\ -\text{tg}\beta/\rho + I_\beta(1+2\text{tg}^2\beta)/\rho\cos\beta & 1 \end{pmatrix}$$

O segundo termo do elemento $V_{21}(\beta)$ provém da existência do campo de borda e pode ser calculado seja usando-se o conhecimento experimental de ... $B_y(0,0,t)$, $(\partial B_y/\partial t)_{0,0,t}$ e da expressão (46) ou ainda através da expressão

(48), quando se faz uso de diafragmas magnéticos que limitam a extensão do campo de borda.

Desta forma, a posição do campo de borda ideal é levemente afetada causando uma mudança nos ângulos α_1 e α_2 para que a condição de focalização se ja mantida.

Calculando o produto das matrizes em aproximação de primeira ordem obtemos as seguintes expressões para os coeficientes:

$$(57) \quad (x|x_0) = R_{11} = (1+L_2 \text{tg}\beta/\rho) \text{coss}_2 - L_2 \text{sens}_2/\rho$$

$$(58) \quad (x|\theta_0) = R_{12} = (L_1 + \rho\alpha_1) \text{coss}_2 + \rho \text{sens}_2 + L_2 [(L_1 \text{coss}_2/\rho + \alpha_1 \text{coss}_2 + \text{sens}_2) \text{tg}\beta - L_1 \text{sens}_2/\rho - \alpha_1 \text{sens}_2 + \text{coss}_2]$$

$$(59) \quad (x|\delta) = R_{13} = \rho(1+L_2 \text{tg}\beta/\rho) (\alpha_1^2 \text{coss}_2/2 + \alpha_1 \text{sens}_2 + 1 - \text{coss}_2) + L_2 (-\alpha_1^2 \text{sens}_2/2 + \alpha_1 \text{coss}_2 + \text{sens}_2)$$

$$(60) \quad (y|y_0) = V_{11} = (\text{coss}_1 - \alpha_2 \text{sens}_1) [1+L_2 I_\beta (1+2\text{tg}^2\beta)/\rho \text{cos}\beta - L_2 \text{tg}\beta/\rho] - L_2 \text{sens}_1/\rho$$

e,

$$(61) \quad (y|\phi_0) = V_{12} = [1-L_2 \text{tg}\beta/\rho + I_\beta L_2 (1+2\text{tg}^2\beta)/\rho \text{cos}\beta] (L_1 \text{coss}_1 + \rho \text{sens}_1 + \rho\alpha_2 \text{coss}_1 - L_1 \alpha_2 \text{sens}_1) + L_2 \text{coss}_1 - L_1 L_2 \text{sens}_1/\rho$$

Como foi visto em II.9, $(x|x_0)$ e $(y|y_0)$ representam os aumentos do sistema nas coordenadas radiais e axiais, respectivamente, e $(x|\delta)=d$ é a dispersão espacial de primeira ordem.

Para que ocorra focalização ponto para ponto, tanto no sentido radial como no axial, isto é, para que o sistema tenha dupla focalização, é preciso que $(x|\theta_0)$ e $(y|\phi_0)$ se anulem simultaneamente.

Sob esta condição, pode-se calcular o poder de resolução em primeira ordem do sistema usando (42) ou (43).

Para fazer um estudo sistemático das propriedades, em primeira ordem de

espectró
tador (A
I_β) colo

Com
poder re
feita na
θ₀ tgβ << 1

Na f
e vários
ma de deg
culos em
de parâme

Como
de a cond
von Egidy
protótipo

O âng
veis, jus
β=0.

Na fi
rios valô
ses cálcu
ções com
hora ao

Como
médio da
to possív

Por o
provenien
que se po
gauss-cm,
magnética
entreferr
isto é, 50
gauss que
terrestre
-se aplica
espectrôma

espectrômetros magnéticos de dois setores, foi elaborado um programa de computador (Apêndice B) que combinando todos os parâmetros ($\alpha_1, \alpha_2, \beta, L_1, L_2, \rho$ e I_β) coloca $(x|\theta_0)$ e $(y|\phi_0)$, simultaneamente, a zero.

Com essa condição satisfeita, foram calculados o aumento, dispersão e poder resolutivo em primeira ordem, mas para satisfazer a aproximação (32) feita na derivação da matriz de rotação, devemos procurar por soluções onde $\theta_0 \text{tg}\beta \ll 1$.

Na figura 5 é apresentada a variação de β como função de α_1 para $I_\beta = 0$ e vários valores de $(\alpha_1 + \alpha_2)$. O valor $I_\beta = 0$, isto é, campo de borda em forma de degrau, como vimos no parágrafo II.13, é uma boa aproximação para cálculos em primeira ordem. Desta figura foram excluídas aquelas combinações de parâmetros que resultem de L_2 fora do intervalo de 20 cm a 200 cm.

Como podemos ver na figura 5, existem duas regiões de valores de α_1 , onde a condição $\theta_0 \text{tg}\beta \ll 1$ é satisfeita. A primeira delas foi utilizada por T. von Egidy (Eg62), em seu arranjo experimental e, também, utilizada em nosso protótipo construído no Instituto de Energia Atômica.

O ângulo β , como função de L_1 e I_β , não apresenta variações apreciáveis, justificando assim o estudo das duas regiões de valores de α_1 em que $\beta=0$.

Na figura 6 é apresentado o poder resolutivo como função de α_1 para vários valores de $(\alpha_1 + \alpha_2)$ e, ainda, para $I_\beta=0$. A largura da fonte para esses cálculos foi tomada igual a 1 cm. O poder resolutivo não apresenta variações com relação a I_β , porém, a medida que L_1 aumenta, o poder resolutivo melhora ao mesmo tempo que o ângulo sólido diminui.

Como a dispersão em um espectrômetro magnético é função crescente do raio médio da órbita das partículas, devemos procurar escolher ρ tão grande quanto possível.

Por outro lado, sabemos que no estudo dos elétrons de conversão interna provenientes de captura radioativa de nêutrons térmicos, a máxima energia que se pode desejar medir situa-se por volta de 10 Mev, isto é, $B\rho=35000$ gauss-cm, significando assim, que com $\rho = 50$ cm tem-se para o vetor indução magnética um valor de 700 gauss que é um campo razoável para um magneto com entreferro grande. Por outro lado, para elétrons com uma energia de 20 kev, isto é, 500 gauss-cm, o vetor indução magnética toma um valor de apenas 10 gauss que é um limite justo permitido pela remanência do ferro e magnetismo terrestre. Para o estudo de elétrons com energias inferiores a 20 kev pode-se aplicar um potencial acelerador à fonte, de maneira a permitir o uso do espectrômetro no intervalo de energia utilizável do mesmo.

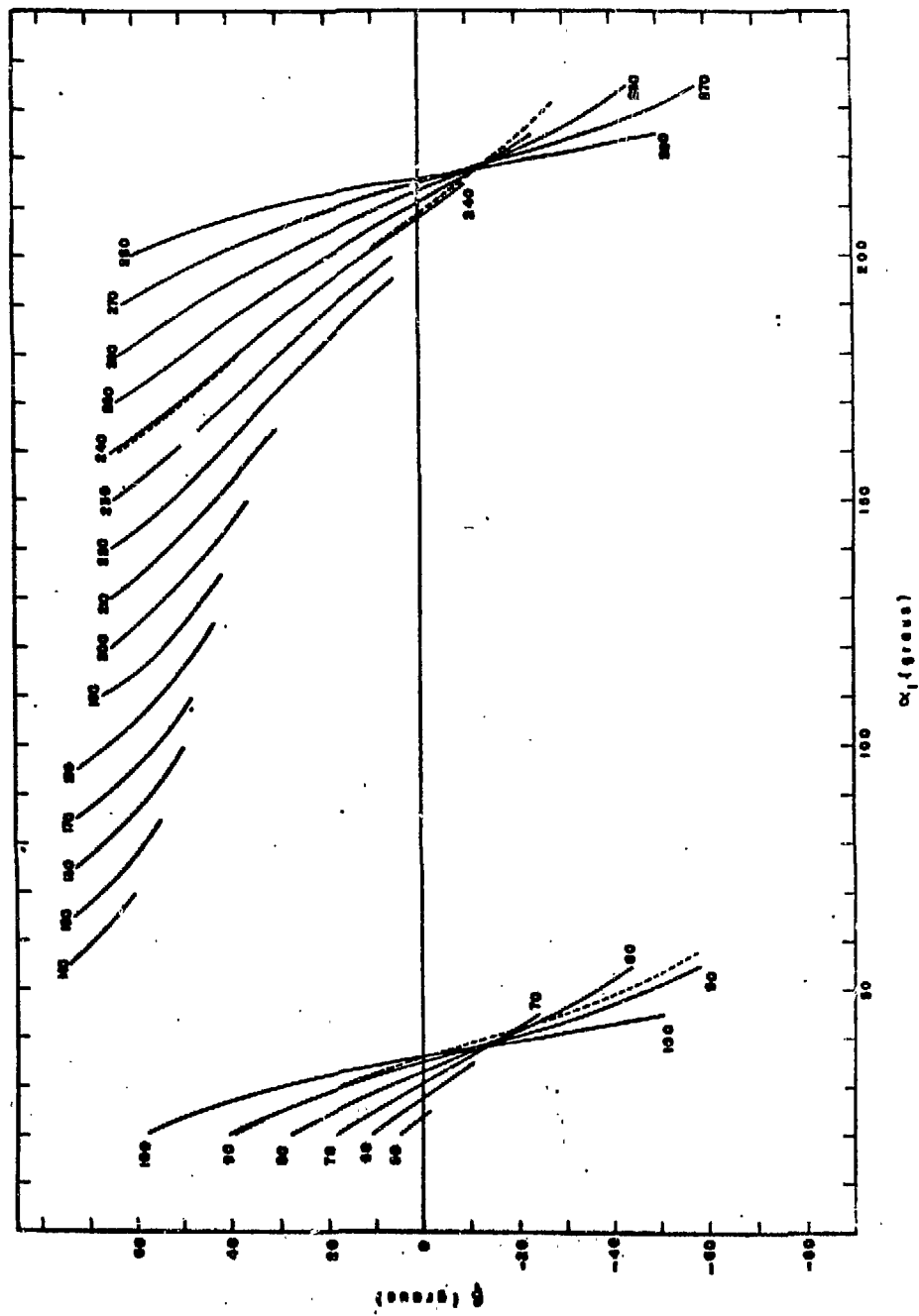


Fig. 5 - β - $\alpha_1 \times \alpha_2$ para $I_\beta = 0$ e $L_1 = 470$ cm

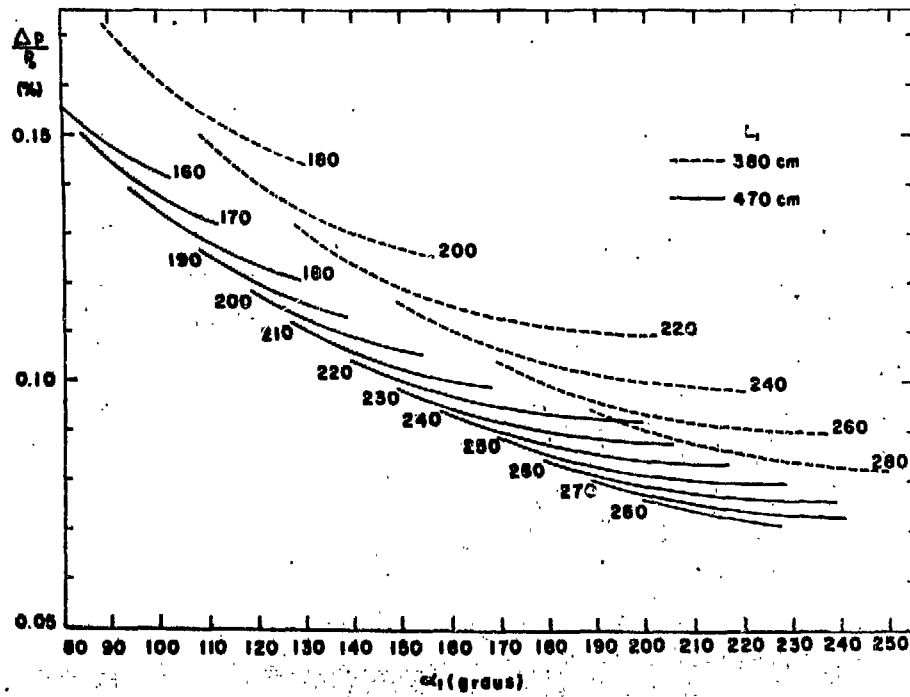
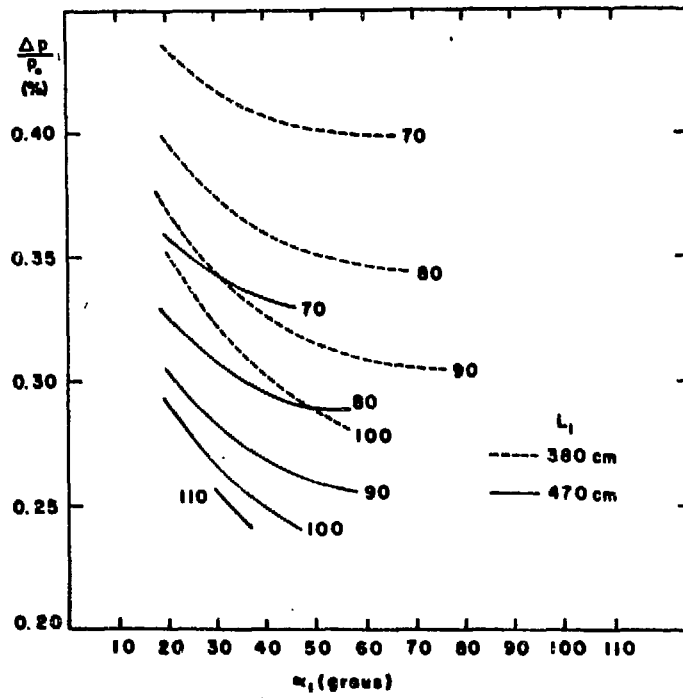


Fig. 6 - $\Delta p/p_0 \times \alpha_1 \times (\alpha_1 + \alpha_2)$ para $I_B = 0$

Quanto a L_1 , as características geométricas de nosso reator impõem um valor maior que 350 cm correspondente a sua proteção biológica. Temos aqui, porém, dois casos a considerar correspondendo cada um deles a cada uma das regiões apresentadas na fig. 5. Para a primeira região (espectrômetro tipo I) devemos escolher L_1 tão pequeno quanto possível, compatível com a limitação apresentada acima, de modo a ter o máximo ângulo sólido disponível. Quanto a segunda região (espectrômetro tipo II), L_1 deve ser tão pequeno quanto possível pela mesma razão que na primeira região e tão grande quanto possível de maneira a ter a imagem para fora da blindagem do reator como mostrado nas figuras 7 e 8.

Por êsses motivos foram escolhidos os valores de 380 e 470 cm para L_1 correspondendo a primeira e segunda regiões, respectivamente, de valores de α_1 que satisfazem a condição $\beta=0$.

Com êsses parâmetros fixados foram feitas tôdas as combinações possíveis dos parâmetros restantes (α_1 , α_2 e L_2) e, então, calculou-se a dispersão, os aumentos segundo x e y , o poder resolutivo em primeira ordem para fontes de 1 centímetro de largura e, finalmente, as distâncias da imagem à parede do reator Δy e feixe incidente Δx .

Como podemos observar da figura 6, o poder resolutivo aumenta a medida que o valor de α_1 cresce para uma dada soma ($\alpha_1 + \alpha_2$) e ocorre da mesma forma quando ($\alpha_1 + \alpha_2$) cresce para um mesmo α_1 fixado.

Assim devemos procurar combinações de parâmetros tais que ($\alpha_1 + \alpha_2$) e α_1 sejam os máximos permitidos pelas condições estabelecidas a β e L_2 .

Como podemos observar da figura 5, isto ocorre para valores de α_1 no intervalo de 20° a 40° e para valores de ($\alpha_1 + \alpha_2$) indo de 60° a 110° . Quanto a segunda região, isto ocorre para α_1 no intervalo de 190° a 220° e para valores de ($\alpha_1 + \alpha_2$) indo de 220° a 280° .

Para a primeira região foi escolhido $\alpha_1 = 35^\circ$ e $\alpha_2 = 60^\circ$ com $\beta = 5,28^\circ$ e $L_2 = 40,41$ cm. Para a segunda região, contudo, devemos procurar combinações de parâmetros que satisfaçam as condições sobre β e L_2 assim como também, tomar para Δx e Δy , na prática, valores razoáveis. Isto é, a distância da imagem ao feixe incidente ser maior do que ≈ 10 cm e sua distância à parede do reator de pelo menos 25 cm.

Como podemos ver da figura 9, Δx torna-se maior que 10 cm em valores de α_1 no entorno de 200° e ($\alpha_1 + \alpha_2$) $< 240^\circ$, por outro lado, Δy (fig.10) é maior que 25 cm para valores de ($\alpha_1 + \alpha_2$) maiores que 240° , apresentando, contudo, no entorno de $\alpha_1 \approx 200^\circ$, um valor mínimo.

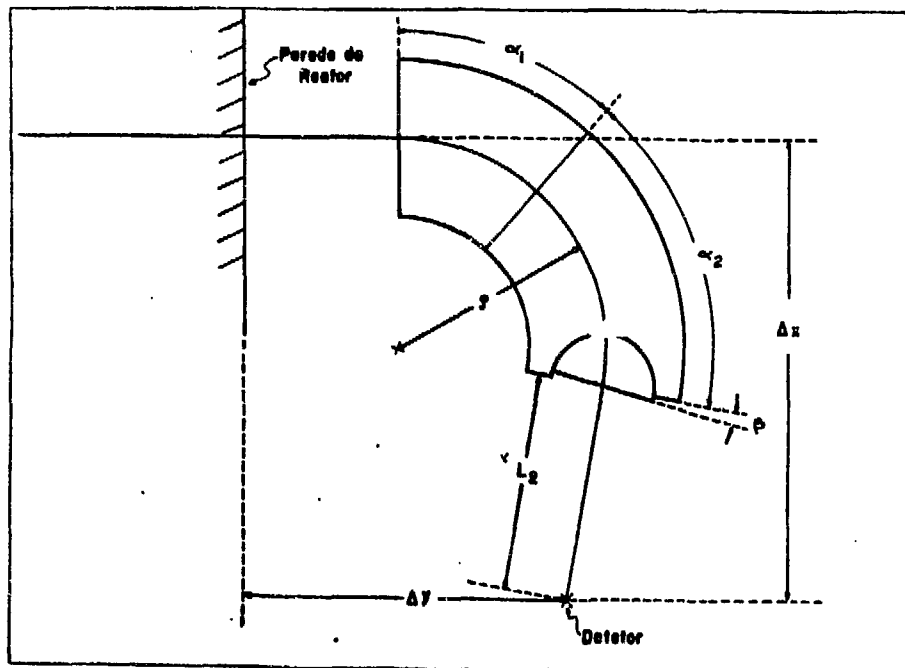


Fig. 7 - Espectrômetro de dois setores - tipo I

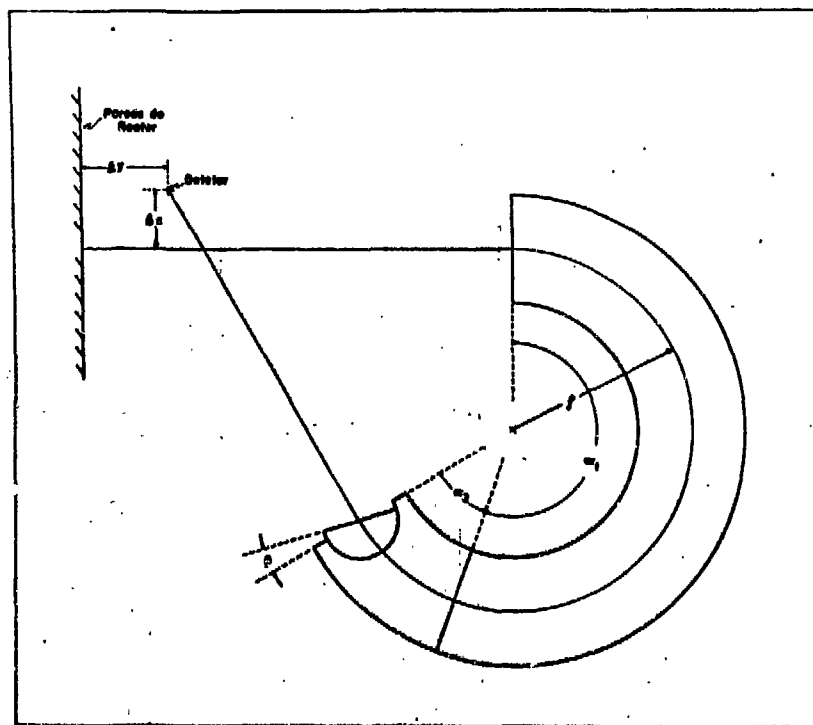


Fig. 8 - Espectrômetro de dois setores - tipo II

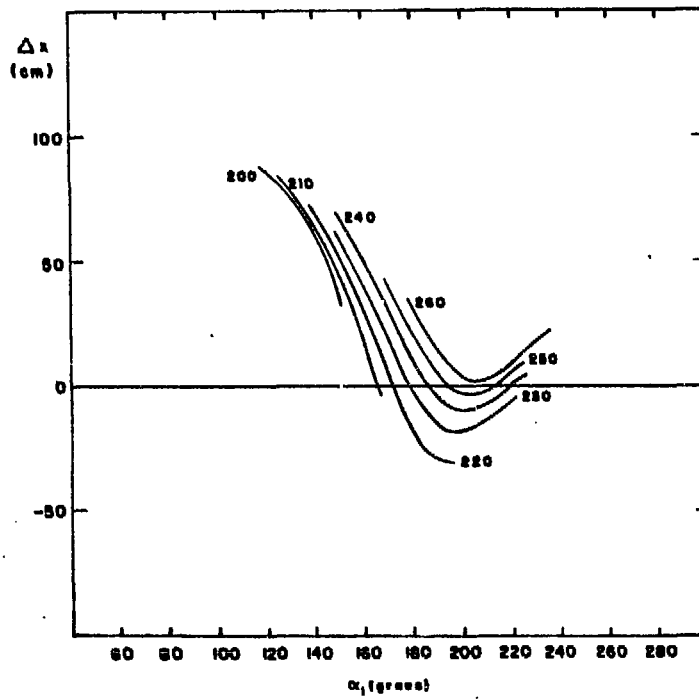


Fig. 9 - $\Delta x \times \alpha_1 \times (\alpha_1 + \alpha_2)$ para $I_\beta = 0$

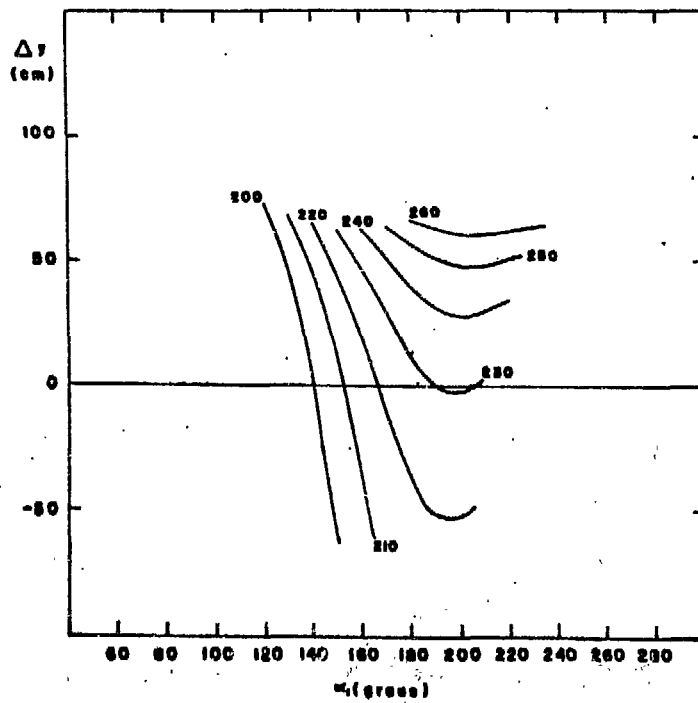


Fig. 10 - $\Delta y \times \alpha_1 \times (\alpha_1 + \alpha_2)$ para $I_\beta = 0$

Escolheu-se, então, para a segunda região a combinação de valores $\alpha_1 = 200^\circ$, $\alpha_2 = 40^\circ$, $\beta = 11.72^\circ$ com $L_2 = 98.53$ cm para $I_\beta = 0$.

Numa tentativa para aproveitar o alto poder resolutivo dos espectrômetros beta da segunda região, foram calculadas as distâncias Δx e Δy para espectrômetros com $(\alpha_1 + \alpha_2) = 240^\circ$ e para vários valores do parâmetro I_β (fig. 11 e 12).

Observa-se que a distância da imagem ao feixe incidente, aumenta a medida que o valor I_β aumenta. Procurando manter Δy maior do que 25 cm, vemos que I_β deve ter um valor menor ou igual a 0,06. Com $I_\beta = 0,06$, Δx toma o valor de 16,5 cm que é uma distância razoável do feixe, exigindo contudo, uma boa colimação. Para esse valor de I_β o valor de β muda, então, para $13,60^\circ$ e L_2 para 105,71 cm.

III.3. CÁLCULO DO ESPECTRÔMETRO BETA EM APROXIMAÇÃO DE SEGUNDA ORDEM

Ao realizar o produto de matrizes com aproximação de segunda ordem é possível estudar-se a variação dos coeficientes de segunda ordem das expansões de x e y como função dos vários parâmetros (α_1 , α_2 , β , L_1 , L_2 , ρ e I_β). Destes, os mais importantes são os coeficientes quadráticos em θ_0 e ϕ_0 . A fim de ressaltar suas importâncias relativas na resolução em segunda ordem são mostradas nas figuras 13 e 14 $(x|\theta_0^2)/(x|\delta)$ e $(x|\phi_0^2)/(x|\delta)$ como função de α_1 e $(\alpha_1 + \alpha_2)$ para os espectrômetros do tipo II. Ambas relações apresentam pouca sensibilidade ao valor de I_β .

De acordo com a figura 13 deve-se procurar usar valores altos de α_1 e $(\alpha_1 + \alpha_2)$. Por outro lado, da figura 14 verificamos que a fim de ter $(x|\phi_0^2)/(x|\delta)$ baixo devemos procurar ter α_1 no intervalo de $180^\circ - 220^\circ$.

Concluimos, portanto, que o valor assumido a α_1 e α_2 bem como a limitação imposta a I_β é razoável.

Para calcular o poder resolutivo utilizando os coeficientes de segunda ordem, utilizou-se o programa RESOL por nós desenvolvido e dado no Apêndice C (Su70). Este programa seleciona órbitas ao acaso, originadas de uma fonte cuja localização, dimensões e distribuição de quantidade de movimento são especificadas. Utilizando, então, os coeficientes de transferência, conta-se as partículas que atingem um detector com dimensões e localização, também, especificadas.

A função de resolução é obtida na forma do número relativo de órbitas de várias quantidades de movimento que passam pelo detector. Este programa fornece como informação auxiliar a distribuição radial e axial das partículas

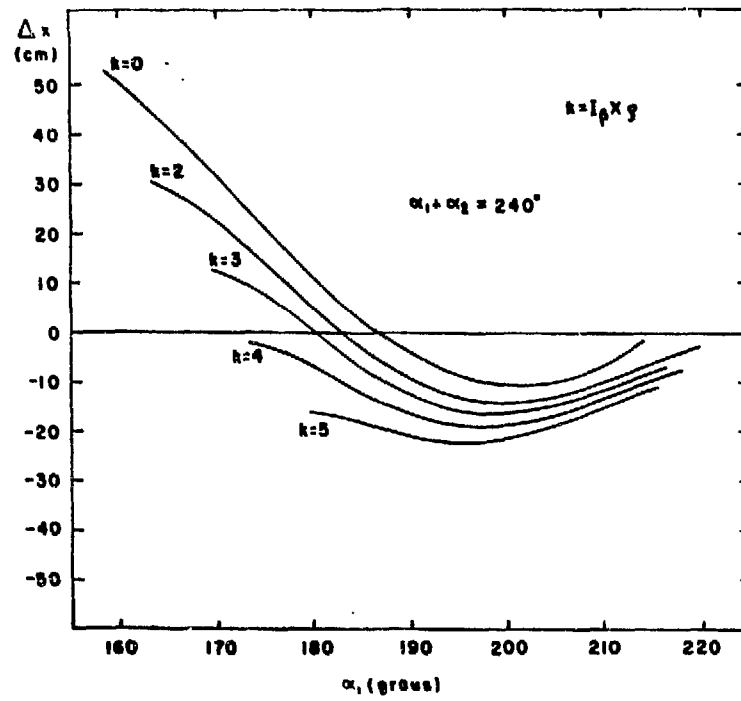


Fig. 11 - $\Delta x \times \alpha_1 \times I_B$ para $(\alpha_1 + \alpha_2) = 240^\circ$

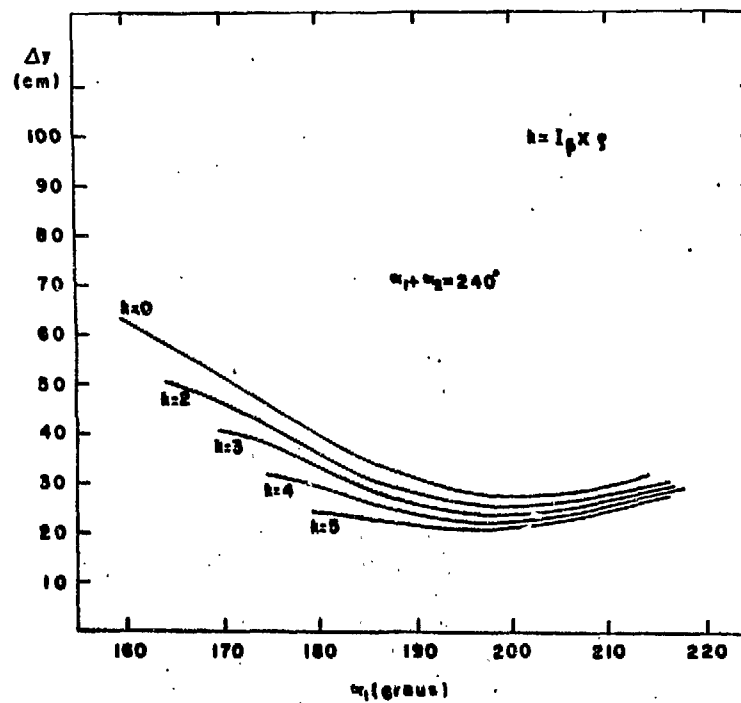


Fig. 12 - $\Delta y \times \alpha_1 \times I_B$ para $(\alpha_1 + \alpha_2) = 240^\circ$

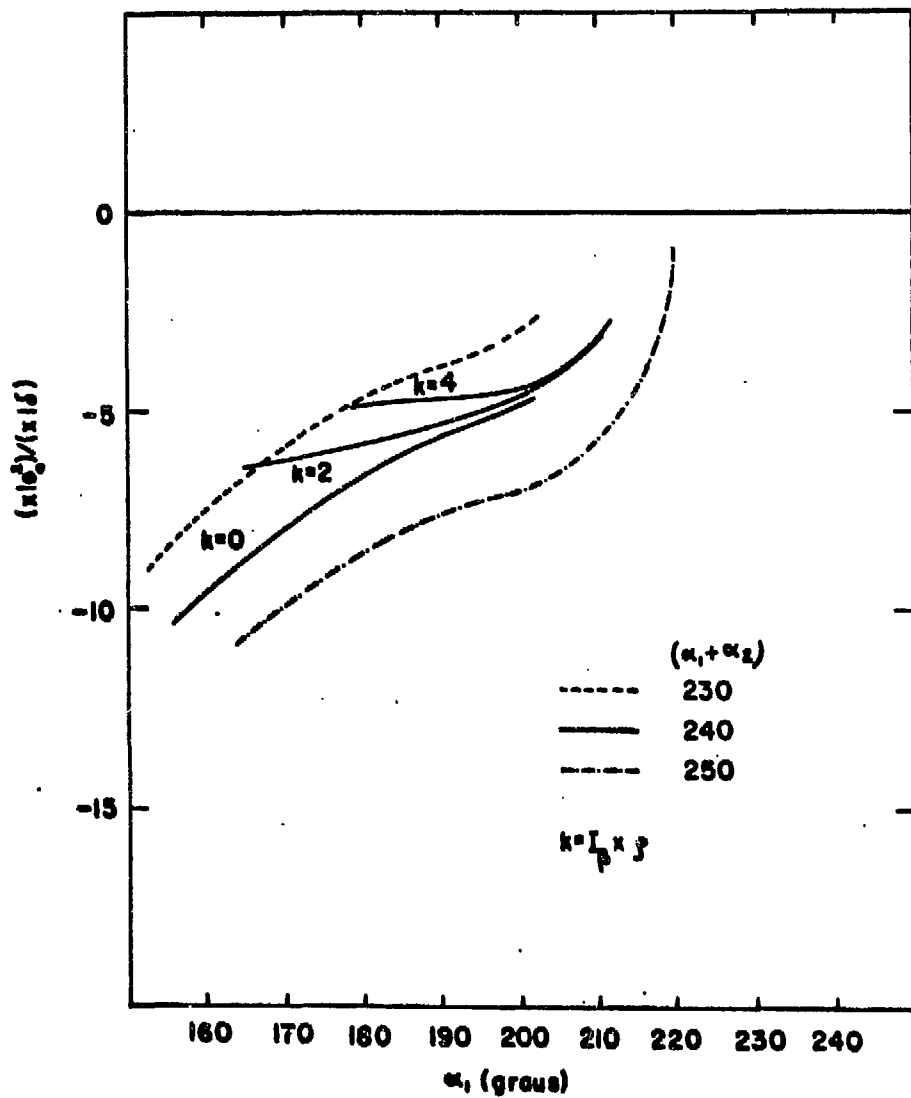


Fig. 13 - $(x|\theta_0^2)/(x|\delta) \times \alpha_1 \times (\alpha_1 + \alpha_2)$

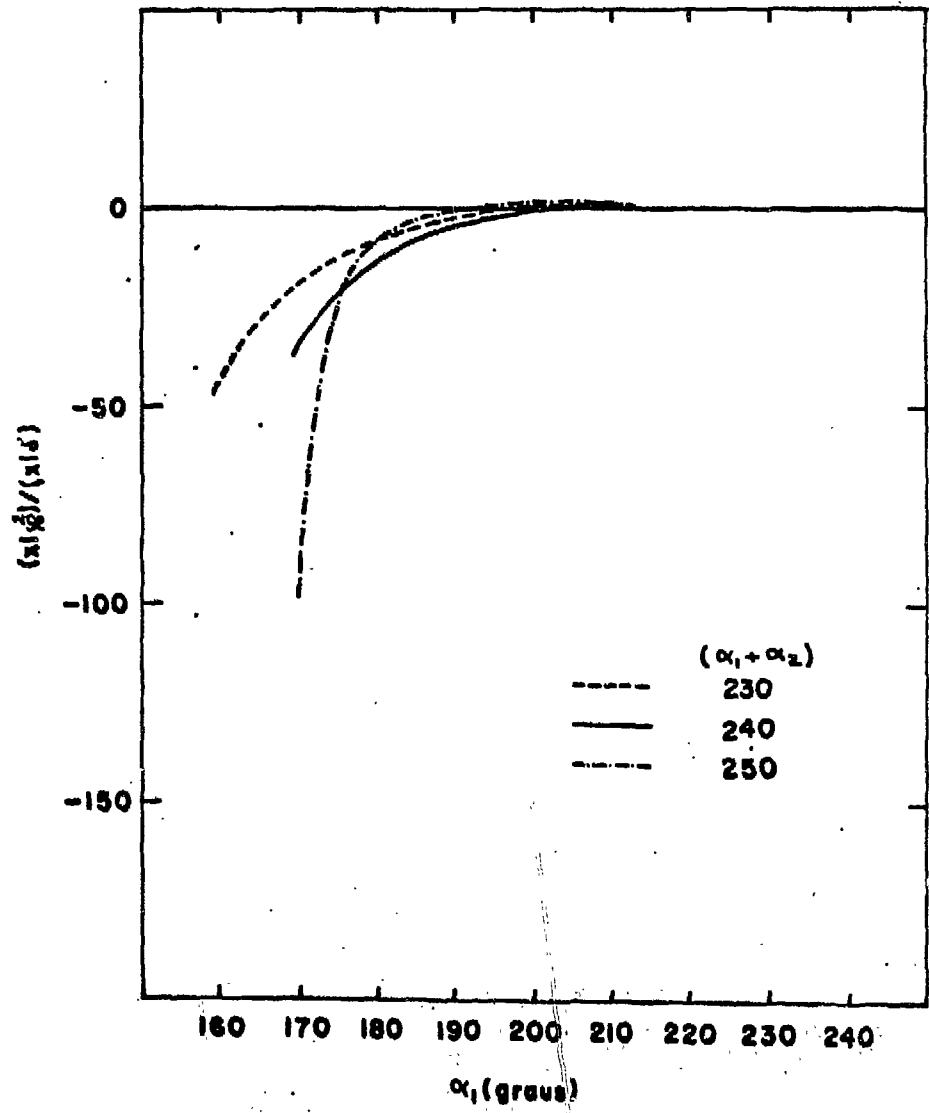


Fig. 14 - $(x|\phi_0^2)/(x|\delta) \times \alpha_1 \times (\alpha_1 + \alpha_2)$

de mesma quantidade de movimento no plano do detetor, além de calcular o ângulo sólido e transmissão do espectrômetro.

O bom funcionamento deste programa foi verificado calculando-se o poder resolutivo do espectrômetro de T. von Egidy (Eg62) e de outros. Os resultados experimentais desses espectrômetros foram confirmados pelos resultados desta simulação (Su70).

Nas figuras 15 e 16 são mostrados dois exemplos de espectrômetros das regiões I e II, respectivamente. Nas tabelas VI e VII são fornecidos os valores dos coeficientes relativos aos mesmos.

Um estudo da variação do poder resolutivo dos espectrômetros como função de seus parâmetros foi feito, mantendo-se o valor de $(\alpha_1 + \alpha_2)$. Nenhuma variação sensível pode, contudo, ser observada.

Nas figuras 17, 18 e 19 são apresentados os resultados obtidos usando o programa RESOL para os espectrômetros das tabelas VI e VII.

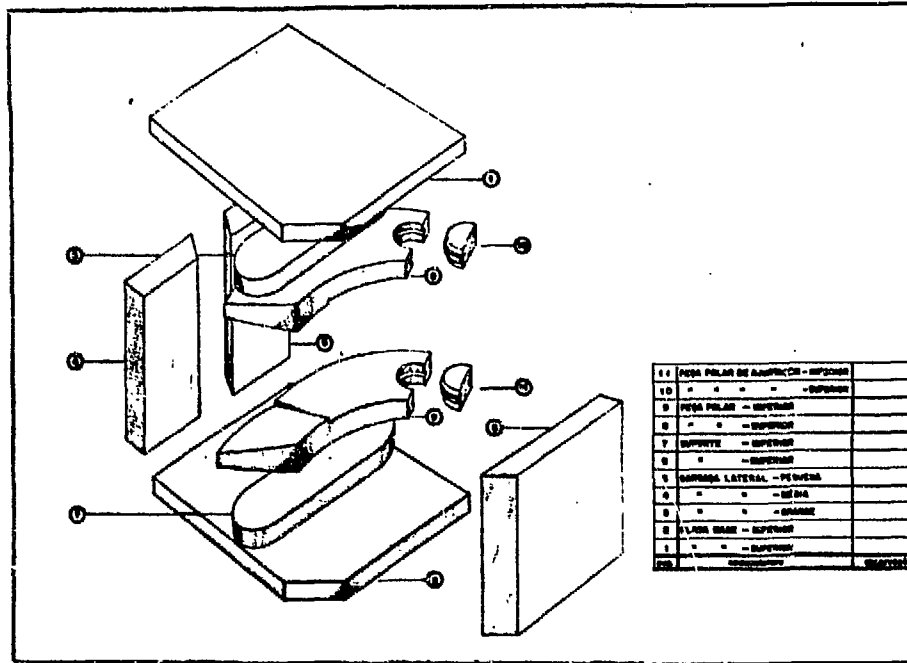
III.4. SISTEMA DE FONTES MÚLTIPLAS

A medida com alta resolução é uma das técnicas mais importantes no campo da espectroscopia nuclear. Espectrômetros magnéticos sem ferro parecem adaptar-se melhor, a essa finalidade, do que os espectrômetros contendo ferro. A presença de ferro na estrutura do reator e o espaço limitado a sua volta, não permitem, contudo, o uso de espectrômetro sem ferro.

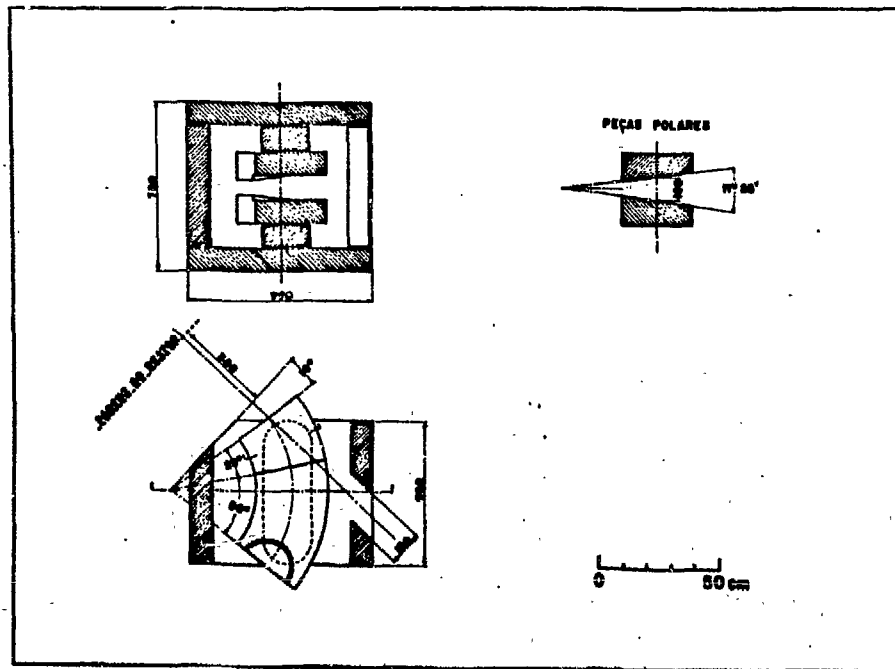
As dificuldades que ocorrem em espectrômetros contendo ferro são: produzir exatamente a forma do campo magnético desejada e, reproduzir o vetor indução magnética com precisão. Isto ocorre devido a inhomogeneidade e ao efeito de histerese existentes no ferro.

Para a medida das razões de conversão interna nas sub-camadas L, resoluções melhores do que 0,1% são sempre desejadas (Si65). Para tais casos a alta resolução é mais importante do que a determinação do valor preciso da energia. Contudo, a transmissão e luminosidade dos espectrômetros tornam-se muito pequenas com o aumento da resolução. Portanto, maiores transmissões e luminosidades dos aparelhos são muito importantes para medidas de alta resolução.

Para se conseguir arranjos de altas luminosidades, o uso da fonte junto ao caroço do reator e de espectrômetros mais elaborados não é suficiente. Devemos, portanto, procurar algum método que permita o uso de uma maior área de fonte sem piorar a resolução. A técnica de várias fontes desenvolvida por

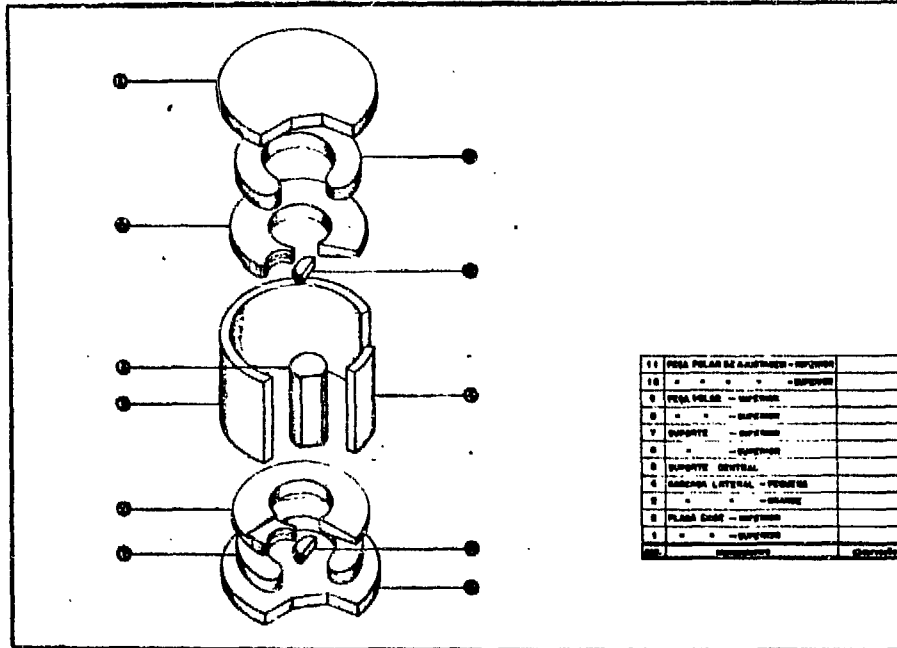


- Vista explodida -

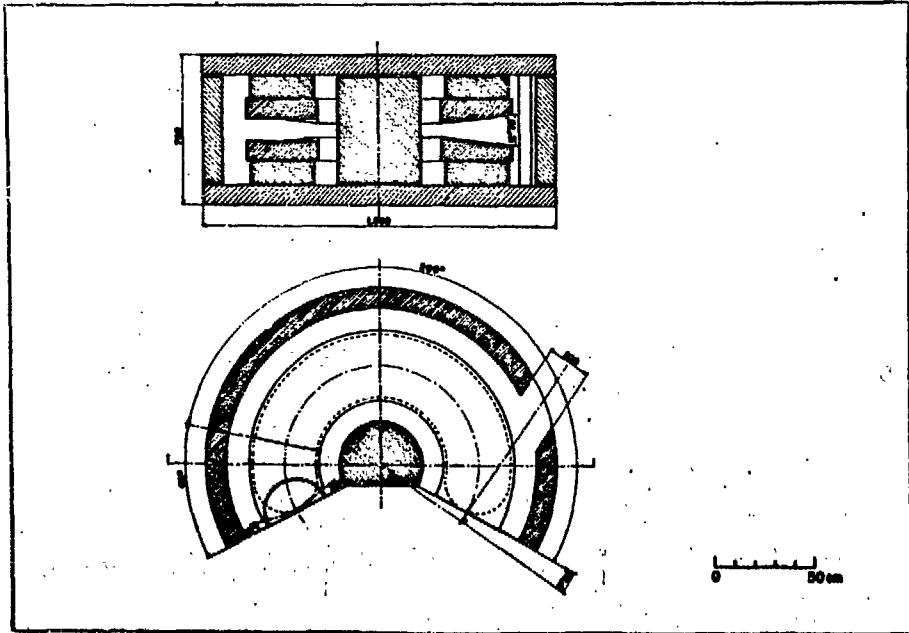


- Projeto -

Fig. 15 - Espectrômetro beta - tipo I



- Vista explodida -



- Projeto -

Fig. 16 - Espectrômetro beta - tipo II

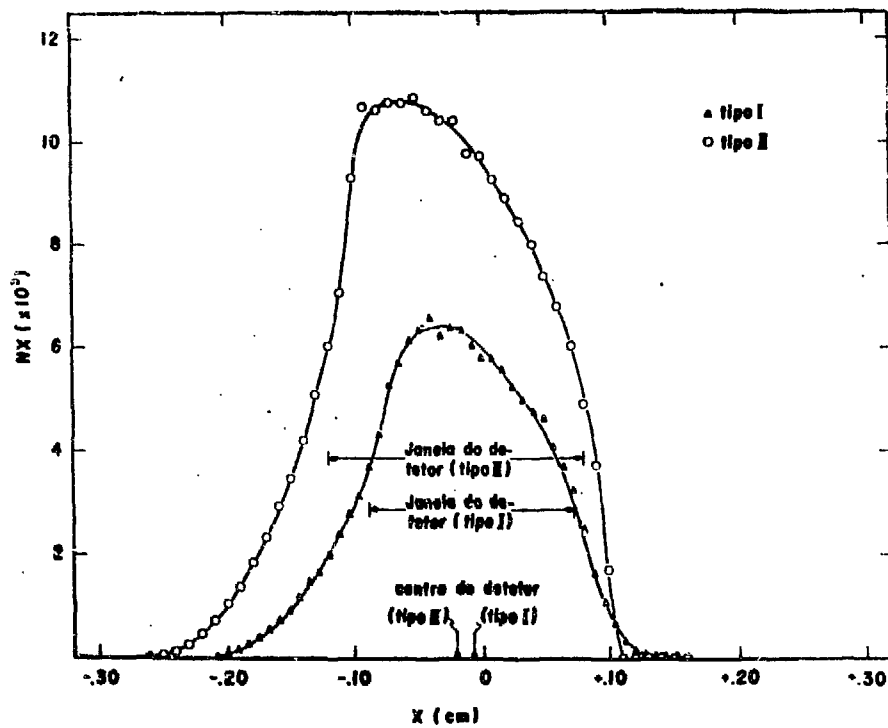


Fig. 17 - Distribuição das partículas segundo x

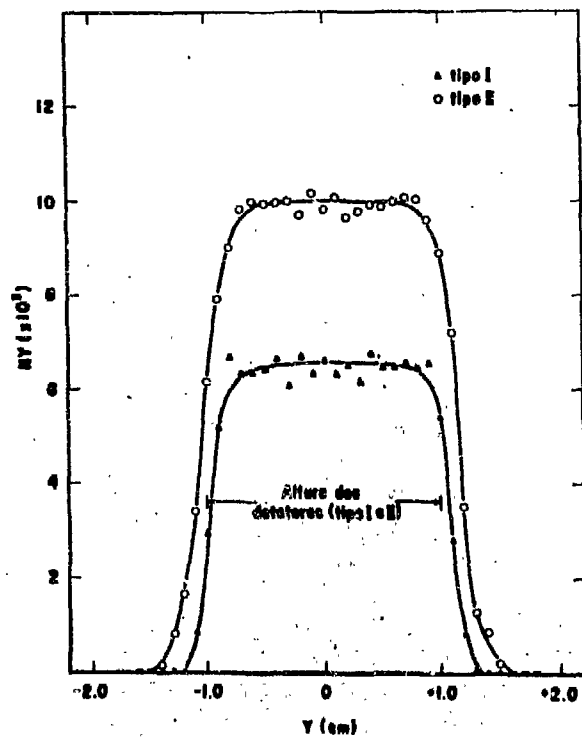


Fig. 18 - Distribuição das partículas segundo y

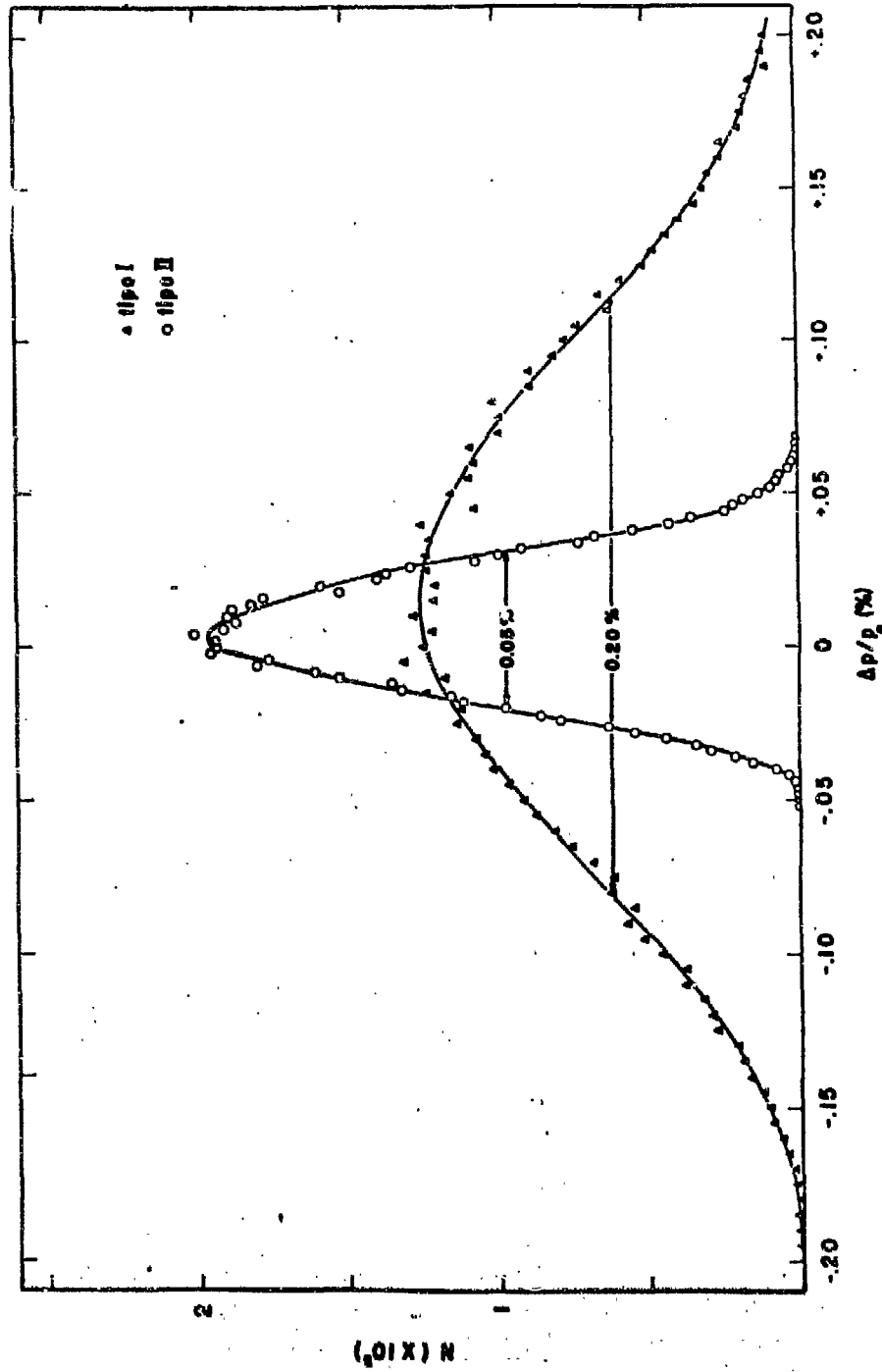


Fig. 19 - Curvas de resolução para espectrômetros - tipo I e II

tipo II)
1
13
la
12
n.homo-
ores
naie
03)x 10 ⁻⁵
03)x 10 ⁻⁵
0,05
10
0 -
20
10 ⁹
10 ⁶
10 ⁴
10 ¹²

TABELA VI

Parâmetros e coeficientes relativos ao espectrômetro beta I

Parâmetros	Valôres	Parâmetros	Valôres
α_1	30,00°	L_1	380,00
α_2	60,00°	L_2	40,40
β	5,28°	ρ	50,00
I_β	0,00	γ	46,14°
g_0	10,00	Γ	11,40°

Coeficientes	Valôres	Coeficientes	Valôres
$(x x_0)$	-0,1625	$(x \theta_0^2)$	-1220,9036
$(x \theta_0)$	0,0000	$(x \theta_0\delta)$	647,5278
$(x \delta)$	101,1116	$(x \delta^2)$	-37,4083
$(x x_0^2)$	-0,0079	$(x y_0^2)$	0,0014
$(x x_0\theta_0)$	-6,1799	$(x y_0\phi_0)$	1,7792
$(x x_0\delta)$	1,5798	$(x \phi_0^2)$	411,9126
$(y y_0)$	-0,2614	$(y \theta_0 y_0)$	-5,5090
$(y \phi_0)$	0,0000	$(y \theta_0\phi_0)$	-1354,7793
$(y x_0 y_0)$	-0,0122	$(y y_0\delta)$	0,8568
$(y x_0\phi_0)$	-2,9418	$(y \phi_0\delta)$	449,2951

TABELA VII

Parâmetros e coeficientes relativos ao espectrômetro beta II

Parâmetros	Valôres	Parâmetros	Valôres
α_1	200,00 ^o	L_1	470,00
α_2	40,00 ^o	L_2	105,71
β	13,60 ^o	ρ	50,00
I_β	0,06	γ	17,52 ^o
g_0	11,00	Γ	12,55 ^o

Coefficientes	Valôres	Coefficientes	Valôres
$(x x_0)$	-0,2010	$(x \theta_0^2)$	-2159,8904
$(x \theta_0)$	0,0000	$(x \theta_0\delta)$	-748,5977
$(x \delta)$	476,6811	$(x \delta^2)$	-2000,1021
$(x x_0^2)$	-0,0048	$(x y_0^2)$	0,0003
$(x x_0\theta_0)$	-6,2277	$(x y_0\phi_0)$	0,0626
$(x x_0\delta)$	-0,0578	$(x \phi_0^2)$	-67,8343
$(y y_0)$	0,2787	$(y \theta_0y_0)$	11,1237
$(y \phi_0)$	0,0000	$(y \theta_0\phi_0)$	4017,7102
$(y x_0y_0)$	0,0184	$(y y_0\delta)$	-6,2280
$(y x_0\phi_0)$	6,6306	$(y \phi_0\delta)$	-3711,2874

K. Bergkvist (Ber64), para o espectrômetro de dupla focalização de K. Siegbahn é o melhor método para aumentar a área da fonte sem deteriorar o poder resolutivo.

O sistema de fontes múltiplas é composto de várias lâminas isoladas uma das outras, nas quais um gradiente de potencial é aplicado a fim de compensar o deslocamento em x das mesmas. Quando n fontes são usadas e uma tensão eletrostática conveniente é aplicada a cada uma delas, a luminosidade é n vezes maior do que para o caso de uma simples fonte com a mesma resolução.

Supondo que os elétrons saiam sem nenhuma deflexão angular e, mantendo apenas aqueles termos significativos da expansão de x dependentes de x_0 e δ , temos:

(62)

$$x = (x|x_0)x_0 + (x|\delta)\delta + (x|x_0^2)x_0^2$$

Para partículas de mesma quantidade de movimento p_0 , a posição do foco vai depender criticamente do ponto de partida das partículas. Se quisermos que estas sejam focalizadas no detetor, devemos adicionar a elas uma quantidade de movimento tal que compense sua posição inicial, segundo x .

Assim, partículas de mesma quantidade de movimento, saindo de um ponto com coordenadas $x = x_0$ e $y = 0$, teriam seu foco em:

(63)

$$x = (x|x_0)x_0 + (x|x_0^2)x_0^2 \neq 0$$

Se contudo adicionarmos a estas um acréscimo de quantidade de movimento Δp tal que:

(64)

$$\Delta p/p_0 = - \frac{(x|x_0)x_0 + (x|x_0^2)x_0^2}{(x|\delta)}$$

a coordenada final dos elétrons x vai diferir de zero apenas por termos de segunda ordem em θ_0 e ϕ_0 .

Na prática não podemos, contudo, dar acréscimos contínuos Δp aos elétrons conforme o ponto de emergência da fonte, mas sim, acréscimos correspondentes à posição de cada lâmina de que é composta a múltipla fonte. Isto, contudo, como poderá ser visto mais adiante, não prejudica sensivelmente a resolução final do espectrômetro.

O acréscimo passa, então, agora a ser escrito como:

(65)

$$\Delta p/p_0 = - \frac{(x|x_0)x_f + (x|x_0^2)x_f^2}{(x|\delta)}$$

onde x_f é o deslocamento segundo x do centro das fontes, com relação à órbita central.

O acréscimo relativo em energia correspondente a esse acréscimo em quantidade de movimento é dado por:

$$(66) \quad \Delta E/E_0 = \left(1 + \frac{m_0 c^2}{E_0 + m_0 c^2}\right) \Delta p/p_0$$

Portanto, a diferença de potencial entre lâminas que distam de Δp em quantidade de movimento é dada por:

$$(67) \quad \Delta V = E_0 \left(1 + \frac{m_0 c^2}{E_0 + m_0 c^2}\right) \frac{\Delta p}{p_0}$$

Usando (65) obtemos, finalmente:

$$(68) \quad \Delta V = - E_0 \left(1 + \frac{m_0 c^2}{m_0 c^2 + E_0}\right) \frac{(\alpha/x_0)x_f + (\alpha/x_0^2)x_f^2}{(\alpha/\delta)}$$

que é a tensão a ser aplicada a cada lâmina relativa a lâmina central.

Na figura 20 está representada a diferença de potencial entre cada lâmina e a lâmina central para elétrons de 100 kev como função do deslocamento x da lâmina. Na figura 21 a tensão máxima a ser aplicada a uma fonte de extensão total 4,20 cm é mostrada como função da quantidade de movimento focalizada. Como pode-se ver, com uma fonte de 50 kv pode-se atingir energias da ordem de 10 Mev.

Usando-se o programa RESOL (apêndice C) foi feita uma simulação do arranjo de várias fontes para os espectrômetros tipo I e tipo II, sendo o resultado apresentado nas figuras 22, 23 e 24. Quando comparado com os resultados apresentados nas figuras 17, 18 e 19 verifica-se uma melhora sensível nas características de ambos espectrômetros, isto é, o poder resolutivo dos mesmos pode ser aumentado ao mesmo tempo que suas luminosidades totais.

III.5. COMPARAÇÃO COM OUTROS ESPECTRÔMETROS

Para a comparação das propriedades de aparelhos com funções similares é comum definir-se uma série de parâmetros intrínsecos aos mesmos e, relações entre eles que melhor traduzam a qualidade de um aparelho com relação a outro.

Dos elétrons emitidos pela fonte em todas as direções somente uma certa

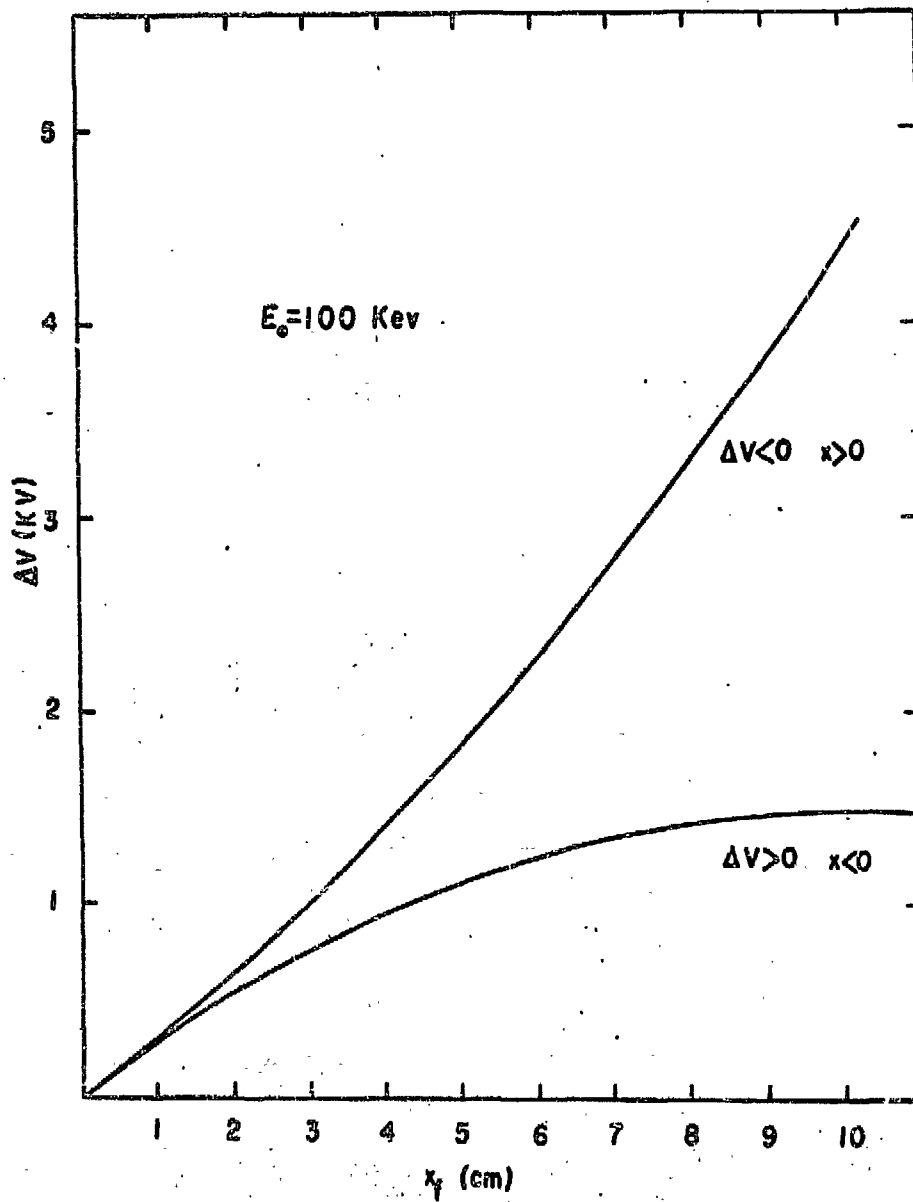


Fig. 20 - Diferença de potencial entre a lâmina central e uma lâmina qualquer para elétrons de 100 kev

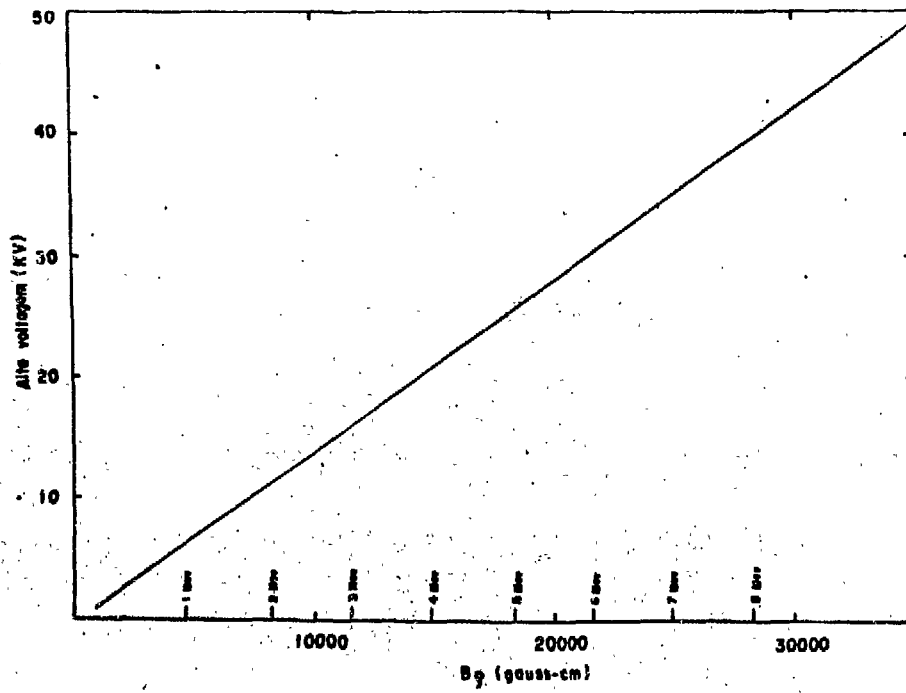
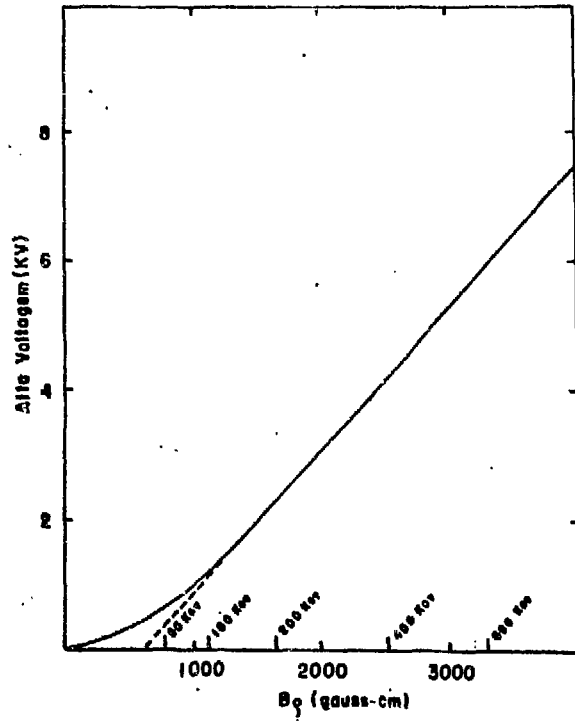


Fig. 21 - Alta voltagem vs. quantidade de movimento para uma fonte de extensão total igual a 4,2 cm

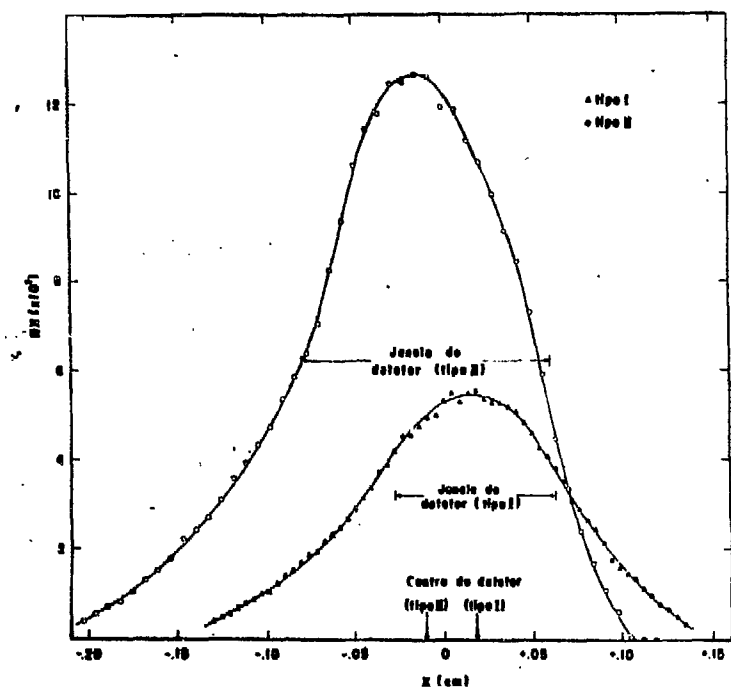


Fig. 22 - Distribuição das partículas segundo x -(várias fontes)

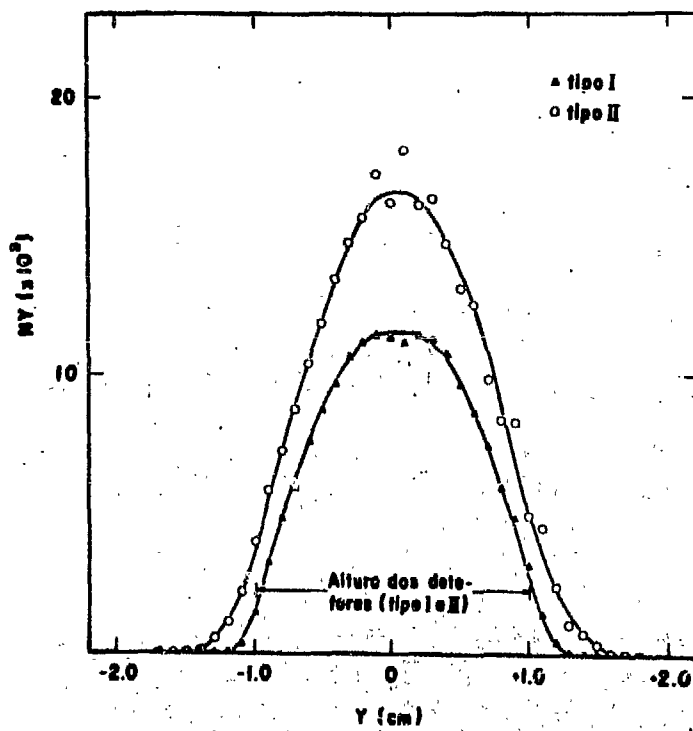


Fig. 23 - Distribuição das partículas segundo y -(várias fontes)

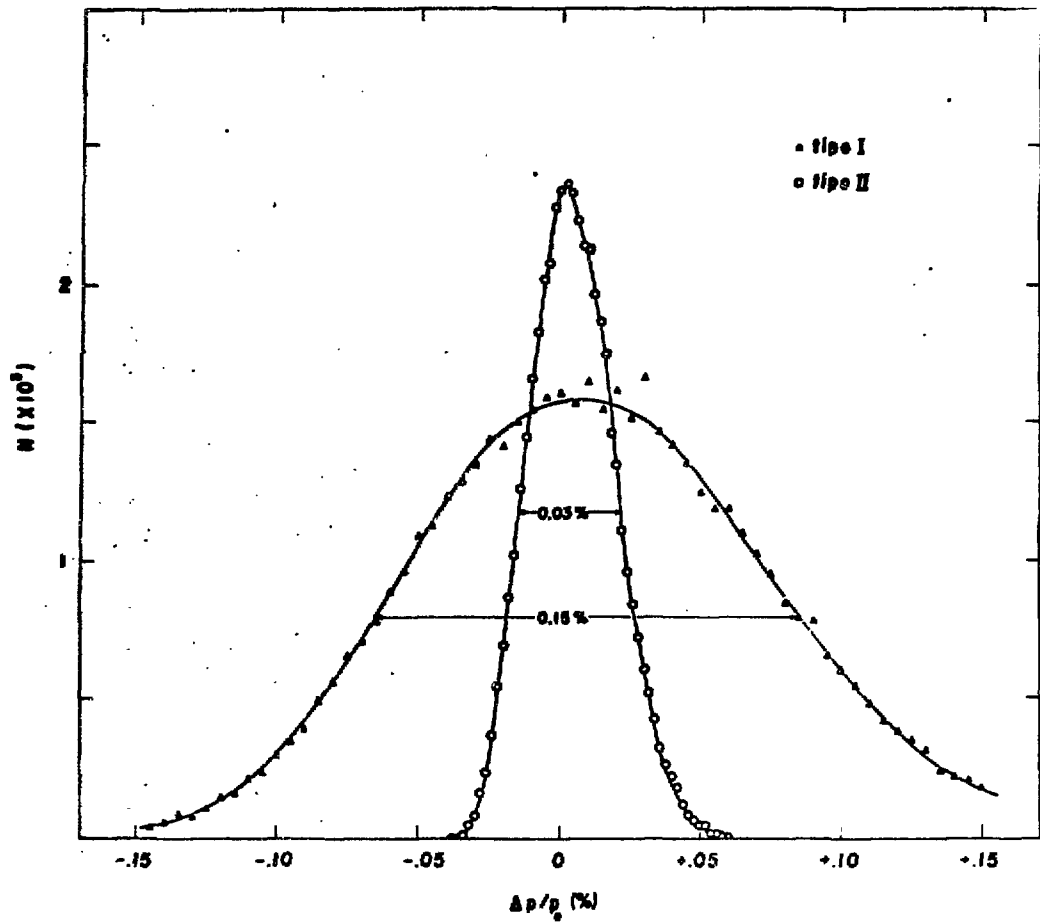


Fig. 24 - Curvas de resolução para espectrômetros - tipo I e II

fração passa através da fenda de entrada do espectrômetro. Este ângulo sólido Ω do espectrômetro é geralmente expresso como uma fração da esfera.

Contudo, nem todos os elétrons monoenergéticos que passam pela fenda de entrada do espectrômetro são contados pelo detector. Quando a janela do detector é larga o suficiente, isto pode ocorrer, mas pode também acontecer que somente uma certa fração de todos os elétrons monoenergéticos deixando a fonte sejam realmente contados pelo detector e neste caso, esta fração T é chamada transmissão do espectrômetro.

A razão entre a transmissão T e a resolução R é geralmente uma boa medida da qualidade óptica de um espectrômetro. Desde que esta razão não leva em conta a capacidade do espectrômetro de trabalhar com fontes extensas, é costume definir uma outra grandeza chamada luminosidade L e que é definida como o produto do ângulo sólido Ω pela área da fonte A ($L = \Omega \times A$).

A chamada luminosidade total é obtida substituindo-se Ω por T na definição da luminosidade.

Para o caso de espectrômetros destinados a trabalhar junto a um reator, define-se a intensidade de elétrons como sendo algo proporcional à área da fonte, ao ângulo sólido e ao fluxo de nêutrons térmicos na fonte.

$$I = A \cdot \phi \cdot \Omega$$

Da mesma forma, a sensibilidade do espectrômetro é diretamente proporcional à intensidade dos elétrons e inversamente proporcional à raiz quadrada da radiação de fundo B .

$$S = I / \sqrt{B} = A \cdot \Omega \cdot \phi / \sqrt{B}$$

São definidas também figuras de mérito que dentro de certas hipóteses caracterizam o melhor desempenho de um espectrômetro em relação a outro.

Assim, Bieber (Bie63) define uma grandeza que compara a intensidade de elétrons com o fluxo máximo de nêutrons térmicos do reator.

$$Q_1 = I / \phi_{\max}$$

Demidov (De 63) por seu lado usa uma figura de mérito relacionando a intensidade de elétrons com a resolução do espectrômetro R .

$$Q_2 = I / R$$

Combinando essas fórmulas, e levando em conta que a sensibilidade de um espectrômetro aumenta somente com a raiz quadrada do fluxo térmico máximo do reator, v.Egidy definiu a seguinte figura de mérito (Eg68):

$$Q_3 = I / R \sqrt{B\phi_{\max}}$$

Estas expressões em suas totalidade dependem, contudo, de parâmetros ligados ao tipo de reator, potência do mesmo ou ainda suas características geométricas.

Assim, para melhor comparar espectrômetros em situações idênticas definiu-se uma figura de mérito que depende apenas da área da fonte A e da resolução R do espectrômetro.

$$Q_4 = A/R$$

Esta figura de mérito, portanto não permite a comparação de espectrômetros operando em geometria interna com aqueles operando em geometria externa. Porém, quando aplicada a espectrômetros pertencentes ao mesmo tipo de geometria, ela nos diz qual tipo de espectrômetro apresenta maior luminosidade para uma mesma resolução ou vice-versa.

Na tabela VIII apresentamos uma relação de parâmetros e características de espectrômetros existentes ou em fase de funcionamento próximo. Estes dados foram tomados em sua maior parte de v.Egidy (Eg68, Eg69). Como é dito em (Eg69) alguns destes dados são somente estimativas e as figuras de mérito não podem ser tomadas como precisas dada a escassez de dados existentes na literatura.

Como se pode ver da tabela, os espectrômetros magnéticos com geometria de alvo externo tem uma figura de mérito nitidamente menor do que os de geometria interna.

Da variação das figuras de mérito para os diversos espectrômetros, nota-se também, que espectrômetros operando com fontes extensas, níveis de resolução razoáveis e ângulos sólidos relativamente altos, apresentam figuras de mérito inferiores àquêles que operam com tais grandezas inferiores, porém, com fluxos de nêutrons superiores. A figura de mérito por nós definida Q_4 é portanto mais fiel à qualidade de um espectrômetro quando comparado a outro em condições idênticas.

Há contudo uma variabilidade intrínseca nas figuras de mérito devido a resolução ter uma dependência estreita com a área da fonte. Assim, por exemplo, o espectrômetro do tipo I que apresenta na tabela VIII um valor de ...

45000 para a figura de mérito Q_4 quando operado com uma fonte de 36 cm^2 e uma resolução de 0,12%, pode vir a operar com uma área de fonte de $22,5 \text{ cm}^2$ e resolução de 0,04% obtendo assim uma figura de mérito de valor 56300. Isto ocorre principalmente com o nosso tipo de espectrômetro em que se utiliza um sistema de múltiplas fontes.

Na tabela VIII um fator 1000 foi introduzido em certas grandezas do espectrômetro de Argonne porque cerca de 1000 canais podem ser usados simultaneamente. Esse fator para o espectrógrafo de Riga é estimado ser 100 porque as placas fotográficas podem ser expostas somente por um tempo limitado e a sensibilidade não aumenta com tempos muito longos de medida.

Da figura de mérito Q_4 na tabela VIII, observa-se que os espectrômetros tipo I e II descritos nesta tese são melhores do que os já existentes. A mesma relação de valores não ocorre com as outras figuras de mérito, porque estas dependem do reator aos quais os espectrômetros são instalados. Se os espectrômetros descritos na tabela VIII fossem comparados utilizando um reator com mesmas condições geométricas, radiação de fundo e fluxo de nêutrons, a relação final dos resultados obtidos dessa forma estariam em proporção direta com os valores da figura de mérito Q_4 .

TABELA VIII

DADOS	RIGA	MOSCOU	STUDSVIK	MUNIQUE	ARGONNE	LENINGRADO	GRENOBLE	S.PAULO (tipo I)	S.PAULO (tipo II)
REATOR	IRT-G	IRT-M-IAE	R2	FRM	CP-5	WWR-M	HFR-ILL	TEAR-1	TEAR-1
Potência (Mw)	2	2	30	4	5	10	57	5	5
Fluxo de nêutrons térmicos máximo Φ_{max}	$3,2 \times 10^{13}$	$3,2 \times 10^{13}$	3×10^{14}	$5,5 \times 10^{13}$	1×10^{14}	1×10^{14}	$1,5 \times 10^{15}$	1×10^{13}	1×10^{13}
Geometria do alvo	interna	externa	externa	interna	externa	interna	interna	interna	interna
Distância do alvo ao carbono do reator (m)	0,1	4,2	8,0	0,1	5,0	0,8	0,7	0,1	0,1
Distância do alvo ao espectrômetro (m)	5	0	0	5	0,25	5,5	13,5	3,8	3,8
Fluxo de nêutrons térmicos no alvo- ϕ	5×10^{12}	10^7 (10^8)	$1,4 \times 10^8$	6×10^{12}	1×10^7	1×10^{12}	3×10^{14}	2×10^{12}	2×10^{12}
Tipo de espectrômetro	espectrografo de campo homogêneo	$2\pi\sqrt{2}$	$\pi\sqrt{2}$	setores magn. homogêneo e 1/r	semi-condutor + solenóide super-condutor	lente magn. + setor inhomogêneo	2 espectrômetros com campos setoriais	setores magn. homogêneo e 1/r	setores magn. homogêneo e 1/r
Raio da órbita central (cm)	até 40	30	50	40	-	?	50	50	50
Detetor	placa fotográfica	2 contadores em coincidência	2 contadores em coincidência	2 contadores em coincidência	semi-condutor	um contador	2 contadores em coincidência	2 contadores em coincidência	2 contadores em coincidência
Ângulo sólido - Ω	$2,5 \times 10^{-6}$	3×10^{-3}	3×10^{-3}	1×10^{-5}	0,04	$2,5 \times 10^{-5}$	5×10^{-6}	$(2,407 \pm 0,006) \times 10^{-5}$	$(1,550 \pm 0,003) \times 10^{-5}$
Transmissão - T	-	-	-	-	-	-	-	$(1,337 \pm 0,004) \times 10^{-5}$	$(1,113 \pm 0,003) \times 10^{-5}$
Área da fonte (cm ²)	$3 \times 3 \times \pi$	1×5	4×5	$1,2 \times 8$	$1,7 \times 1,7 \times \pi$	2×8	1×8	36	35
Resolução (%) melhor-normal	0,07 - 0,4	0,19 - 0,38	0,18 - 0,30	0,08 - 0,30	0,40	0,13 - 0,21	0,04 - 0,15	0,04 - 0,12	0,03 - 0,05
Int. de energia (Mev)	0,03 - 3	1,5 - 10	0,01 - 4	0 - 10	0,03 - 2	- 4	0,03 - 10	0,02 - 10	0,02 - 10
Radiação de fundo - B-(cpm)	~ 80000	~10 em 5 Mev	E < 150 Kev ~40-120 E > 150 Kev ~20	E < 500 Kev ~15000-80000 E > 8MeV ~500	~ 100	em 900 Kev ~35000	E < 500 Kev ~10000-100000	~ 10000 - 100000	~ 10000 - 100000
$I = A \times \Omega \times \phi$	$3,5 \times 10^8 \times 100$	$(1,5 \times 10^6)$	8×10^6	6×10^8	$4 \times 10^6 \times 1000$	4×10^8	$1,2 \times 10^{10}$	$1,7 \times 10^9$	$1,08 \times 10^9$
$S = A \times \Omega \times \phi / \sqrt{B}$	$1,3 \times 10^6 \times 10$	(5×10^5)	2×10^6	2×10^6	$4 \times 10^5 \times 30$	2×10^6	4×10^7	$5,8 \times 10^6$	$3,6 \times 10^6$
Figuras de mérito $Q_1 = I/\phi_{max}$	$1 \times 10^{-5} \times 100$	(5×10^{-8})	3×10^{-5}	1×10^{-8}	$4 \times 10^8 \times 1000$	4×10^{-6}	8×10^{-6}	$1,7 \times 10^{-4}$	$1,08 \times 10^{-4}$
$Q_2 = I/R$	$1,5 \times 10^{11} \times 100$	(5×10^8)	3×10^9	3×10^{11}	$10^9 \times 1000$	3×10^{11}	$1,3 \times 10^{13}$	$2,1 \times 10^{12}$	$2,7 \times 10^{12}$
$Q_3 = I/R \sqrt{B\phi_{max}}$	90×10	(30)	50	140	10×30	160	~ 1080	2200	2840
$Q_4 = A/R$	12000	1800	8300	5000	2300	7300	8400	45000	87500

CAPÍTULO IV - PROJETO DO ESPECTRÔMETRO

IV.1. INTRODUÇÃO

Como foi dito no capítulo I, um espectrômetro pertencente à primeira região de valores de α_1 , satisfazendo as condições impostas sobre β , foi construído no Instituto de Energia Atômica. Pretendeu-se com isso, testar o sistema de múltiplas fontes para esse tipo de espectrômetro e medir a relação sinal-ruído num dos canais de irradiação tangencial do IEAR-1, a fim de estudar a viabilidade e méritos da instalação de um espectrômetro beta de altíssima resolução (espectrômetro tipo II), neste reator.

IV.2. MAGNETO

Ao desenhar as peças polares de um eletro-ímã com dadas especificações, costuma-se calcular sua forma aproximada atribuindo ao material uma permeabilidade suficientemente alta na região de campos de excitação a serem utilizados. Desta forma suas superfícies podem ser consideradas equipotenciais do campo magnético.

A equação (6) que expressa o potencial escalar magnético ϕ como expansão de x , y e t

$$\phi(x, y, t) = \sum_{n=0}^{\infty} \sum_{m=0}^{\infty} A_{2m+1, n} \frac{x^n}{n!} \frac{y^{2m+1}}{(2m+1)!}$$

é então usada para o cálculo das superfícies equipotenciais magnéticas. Pa-

ra essa superfície podemos por:

$$\phi(x,y,z) = B \rho \xi = \text{constante}$$

onde a constante ξ é dada pela equação (6) com $x=0$ e $y=g_0/2$ sendo g_0 a distância entre as peças polares na órbita central.

Assim,

(69)

$$\xi = \frac{1}{2} g_0/\rho + \frac{(n-2\beta)}{48} (g_0/\rho)^3 - h''g_0^3/48 + \dots$$

Calculando y como função de x através de (6) por aproximações sucessivas obtemos

(70)

$$y = \xi \left[1 - \frac{1}{6} (n-2\beta)\xi^2 \right] \rho + \left[n + \frac{1}{6} (-4n^2 + 4n\beta + n + 2\beta + 6\gamma)\xi^2 \right] \xi x + (n^2 - \beta)\xi x^2/\rho + (n^3 - 2n\beta - \gamma)\xi x^3/\rho^2 + \dots$$

Desde que ξ e x são consideravelmente menores do que a unidade, (70) rapidamente converge e resulta na equação do perfil das peças polares, necessário para produzir a forma de campo desejada. Tanto no caso de peças polares cônicas como na parte homogênea do espectrômetro beta descrito, o perfil é em primeira aproximação uma reta e logo dy/dx deve ser constante.

(71)

$$dy/dx = n\xi + \frac{1}{6} (-4n^2 + 4n\beta + n + 2\beta + 6\gamma)\xi^3$$

Usando $\xi \sim g_0/2\rho \ll 1$ obtém-se:

(72)

$$\text{tg } \Gamma/2 = ng_0/2\rho$$

onde Γ é o ângulo entre as peças polares cônicas (fig. 16).

O valor de Γ para os dois espectrômetros calculados são dados nas tabelas VI e VII.

Das considerações anteriores verifica-se que existe grande vantagem em usar materiais tais como μ metal ou certas ligas à base de níquel (HYPERM) em substituição a ferro Armco ou ferro fundido, mesmo quando esses são temperados por longo tempo a 300° F. Àquêles apresentam uma permeabilidade relativamente alta ($\sim 10^4$) e constante até aproximadamente 5000 gauss.

A linearidade de calibração de um instrumento é afetada pelas propriedades do ferro na proporção em que o ciclo de histerese se desvia de uma linha reta passando pela origem. Nesta base o μ metal é ao menos um fator 10 melhor que o ferro Armco ou fundido, quando usado abaixo de 5000 gauss. A reprodutibilidade está contudo relacionada com a largura do ciclo de histerese. Neste sentido o μ metal é melhor por um fator ~100 do que os ferros com parados a ele.

Em peças polares, devido às altas homogeneidades exigidas no entreferro, aços extremamente puros são preferidos. Na armação (yoke) um compromisso na escolha de aços menos custosos é permissível.

Os elementos de liga formam compostos no aço que são depositados nos contornos dos grãos de aço ou grão de ferro puro. Hedin (Hed63) chegou à conclusão que o carbono exerce a maior influência. Os próximos em importância são os elementos tais como Al, Mo, S e P que possuem uma influência prejudicial às propriedades magnéticas. Um terceiro grupo de elementos tem pouca influência sobre estas propriedades (Mn, Ni, Cr, Cu e Si).

Muitos desses elementos, contudo, são necessários por razões de fundição e forja; Al e Si, por exemplo, são usados para reduzir bôlhas de gás na fundição.

Stanford (Bre66) especifica para aços de magneto os seguintes limites que permitem e dão boa homogeneidade e usinagem.

C	max. 0,12 partes por pêso
total de Al+Mo+S+P	max. 0,1 partes por pêso
total de Mn+Ni+Cr+Cu+Si	max. 0,7 partes por pêso

O eletroímã e peças polares correspondentes aos dois espectrômetros calculados são ilustrados nas figuras 26 e 27. O primeiro deles já construído e instalado no reator IEAR-1, em São Paulo, foi executado com ferro de baixo teor carbônico (tabela IX) fornecido gratuitamente pela Cia. Siderúrgica Paulista. Testes foram feitos com ultrasons a fim de examinar a possível existência de pequenas bôlhas de ar que poderiam afetar a homogeneidade do ferro.

Desde que o raio da órbita central é de 50 cm, o máximo campo necessário é de apenas ~700 gauss a fim de focalizar elétrons de 10 Mev. Durcansky (Du66) verificou que para campos de 100 a 800 gauss, o comportamento l/r de setores inhomogêneos não é muito influenciado pela qualidade do ferro. Para campos de 10 a 100 gauss contudo, a peça polar deve ser do melhor material possível e o "yoke" de ferro doce (HYPERM 0 por ex.).

TABELA IX

	PLACA 1	PLACA 2
	Pêso: 2100 kg Dimensões: 150x980x1800 mm ³	Pêso: 2530 kg Dimensões: 150x980x2200 mm ³
Eler.entos		
C	0,04	0,07
Mn	0,30	0,22
P	0,014	0,011
S	0,014	0,011
Al	0,064	0,053

O problema que ocorre em usar-se ferro de permeabilidade mais baixa em campos baixos, é que as superfícies das peças polares deixam de ser equipotenciais e o ângulo Γ muda a medida que o campo B_0 é aumentado. Esta variação não é contudo muito grande como foi observado por Durcansky e seu efeito é o de borrar um pouco a imagem, deteriorando a resolução.

Uma vez que a região de campo de borda se estende para além das peças polares, estas apresentam praticamente um ângulo de deflexão maior do que as suas dimensões físicas. Por essa razão, estas foram executadas com ângulos menores do que os calculados a fim de compensar esse efeito. O cálculo dos ângulos a serem diminuídos de α_1 e α_2 foram feitos utilizando os cálculos de E. Segré (Se59).

IV.3. BOBINAS

O objetivo principal das bobinas é o de prover uma força magneto motriz suficiente para o campo magnético escolhido no entreferro. O desdobramento em ampères e número de espiras influencia o tamanho da bobina e portanto, as dimensões do magneto, o peso e as exigências de potência.

Como o ferro utilizado é de alta permeabilidade, o circuito magnético apresenta praticamente somente a relutância devida ao ar. Desta forma, a expressão da indução magnética B torna-se:

(73)

$$B = \mu_0 NI/g_0 \quad \text{onde,}$$

- N = número de espiras
- I = corrente
- g_0 = largura do entreferro e
- μ_0 = permissividade do ar.

A força magneto motriz é então calculada usando:

$$FMM = NI = g_0 B/\mu_0$$

Para o primeiro espectrômetro $NI=6400$ Ampère-espiras e para o segundo $NI=7000$ Ampère-espiras.

Para o primeiro foi escolhido $I=6$ Ampères e $N=1066$ espiras, sendo estas distribuídas em quatro panquecas a fim de melhor poder controlar o campo. Usou-se no enrolamento, fio 8 AWG com uma densidade de corrente de 70 Amp/cm^2 sem refrigeração.

Para levar o espectrômetro até 800 gauss são necessários, portanto, 6 ampères a 24 volts, ou seja, as bobinas perfazendo uma resistência total de 4 ohms. Para o segundo espectrômetro foi escolhido $I = 5,0$ ampères e $N = 1400$ espiras. Usando-se fio 14 AWG, obtém-se uma resistência total de ≈ 57 ohms e uma tensão de 285 volts.

As bobinas, além de isolamento em esmalte, foram impregnadas de verniz adesivo (General Electric Co.) a fim de se obter rigidez mecânica.

IV.4. FONTE DE POTÊNCIA E ESTABILIZAÇÃO DE CAMPO

No estudo de espectrômetros magnéticos para partículas carregadas, o desenvolvimento de novas geometrias com altos poderes resolutivos acarretou uma exigência de fontes de corrente e de sistemas de estabilização cada vez mais precisos. Dadas as características do espectrômetro beta, aqui descritos, o sistema deve apresentar um limite de erro da ordem de algumas partes em 10^5 para campos variando aproximadamente entre 20 e 800 gauss.

A fonte de potência deve alimentar o eletro-ímã do espectrômetro tipo I com uma tensão de 24 volts e 6 ampères (corrente máxima). Existem, ainda, 4 faixas de operação em que resistências de manganina são colocadas em série com a bobina do eletro-ímã a fim de permitir à fonte de potência, trabalhar no máximo de estabilidade em vários intervalos de energia.

Faixas de operação (gauss)	Intervalo de energias (kev)	Resistência em série com as bobinas (ohms)	Corrente máxima (amp.)
0 - 40	0 - 270	76	0,30
0 - 60	0 - 500	49	0,45
0 - 200	0 - 2500	12	1,50
0 - 500	0 - 7000	2,4	3,75
0 - 800	0 - 11500	0	6,00

Existem vários métodos de medida e estabilização de campos magnéticos: bobinas girantes, geradores de efeito Hall, ressonância magnética nuclear, bobinas integradoras, efeito magneto-resistivos, etc. Todos esses métodos têm suas vantagens e desvantagens; de acordo com o uso a ser feito do espectrômetro, um método pode ser mais vantajoso em relação aos outros.

Geradores Hall oferecem inúmeras vantagens com relação a outros métodos

de medida
duzido, u
te alto.

O efe
 v_H entre
te elêtri
tuado per

onde, v_H
é o coefi
ratura.

Se I
po magnét
foi porta
do em um

IV.5. S

O sis
tros e é
bomba mec
pressão a

A pre
te visto
zes super

Todos
do-se an

Uma
pressuri
contudo
eventual

Na f
ma de vá
interior
para neu

Int

de medida para o nosso propósito. Não possuem partes móveis, têm tamanho reduzido, uma certa robustez mecânica e apresentam sinal de saída relativamente alto. Por outro lado, são altamente sensíveis às variações de temperatura.

O efeito Hall pode ser descrito como o desenvolvimento de um potencial v_H entre os lados opostos de um material de espessura t , no qual uma corrente elétrica I está fluindo longitudinalmente e quando esse material está situado perpendicularmente a um campo magnético B .

$$v_H = R_H \times I \times B$$

onde, v_H é a voltagem Hall, I é a corrente que passa pelo elemento Hall e R_H é o coeficiente Hall que é independente de I e B , mas é dependente da temperatura.

Se I e a temperatura são bem estabilizados, um valor preciso para o campo magnético pode ser obtido medindo-se a tensão Hall. O sistema escolhido foi portanto, uma fonte de potência "monitorada" por um sensor Hall colocado em um termostato de alta precisão.

IV.5. SISTEMA DE VÁCUO E COLIMAÇÃO

O sistema de vácuo do espectrômetro tem um volume aproximado de 150 litros e é evacuado por uma bomba de vácuo de 400 l/seg (Veeco EP-400) e uma bomba mecânica (Welch 1397 B). Quando o sistema deve ser bombeado desde a pressão atmosférica uma bomba mecânica auxiliar é utilizada.

A pressão normalmente obtida no sistema é de 10^{-5} mmHg, o que é suficiente visto que o caminho livre médio de elétrons, nessa pressão, é muitas vezes superior ao caminho percorrido pelos elétrons, do alvo ao detetor.

Todos acoplamentos entre as componentes do espectrômetro são feitos usando-se anéis de neoprene ou de teflon.

Uma válvula gaveta, inserida no sistema, permite a pressurização e despressurização da câmara do detetor durante a operação do espectrômetro, sem contudo desfazer o vácuo do sistema. Isto permite reparar o detetor no caso, eventual, de rompimento da janela de entrada das partículas.

Na figura 25, é mostrado um diagrama esquemático das ligações do sistema de vácuo. A câmara de vácuo foi construída em latão e a parte situada no interior do reator é feita em alumínio devido a sua baixa secção de choque para nêutrons, diminuindo assim, a radiação de fundo do espectrômetro.

Interiormente ao tubo de colimação de alumínio (no reator), estão colo

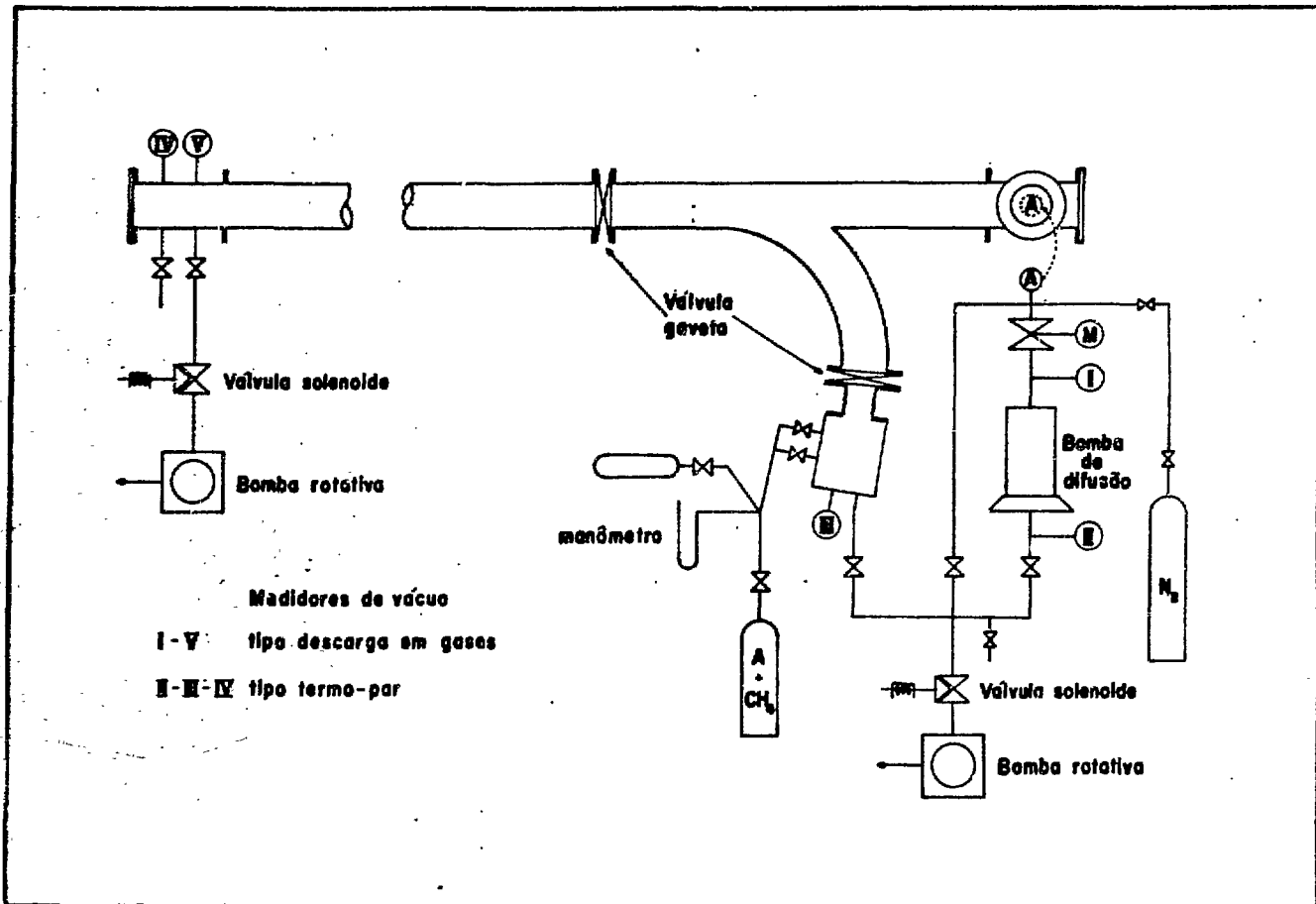


Fig. 25 - Sistema de vácuo

cados
 dos n
 espec
 IV.6.
 vido
 a
 b
 d
 c
 d
 poder
 cia se
 M
 ou ny
 de ef.
 U
 será
 N
 IV.7.
 O
 trons
 ma em
 mos o
 das on
 lizan
 mater:
 propri:
 radiaç
 U

cados colimadores de chumbo que blindam a radiação gama e elétrons produzidos nas paredes do tubo de alumínio. Esses são construídos de forma que o espectrômetro não possa ver a parede interna dos diafragmas (fig. 26).

IV.6. SISTEMA DE DETECÇÃO

Foi escolhido o contador proporcional para detetor do espectrômetro devido às seguintes vantagens em relação a outros detetores:

- a) Por meio da seleção de altura de pulso pode-se discriminar os eventos a serem detetados de uma radiação de fundo indesejável;
- b) O tempo de resolução é relativamente baixo em relação ao de outros detetores;
- c) O intervalo de ritmo de contagens mensurável é razoavelmente amplo;
- d) As exigências sobre a composição e pureza dos gases para contadores proporcionais são menos críticas quando comparados com aquelas de um contador Geiger-Müller.

Dois destes contadores são operados em coincidência telescópica a fim de poder reduzir as contagens de fundo e melhor definir uma direção de incidência sobre os mesmos, (fig.27).

Nas janelas de entrada e intermediária serão utilizados filmes de vynil ou mylar a fim dos elétrons de baixa energia poderem ser detetados com 100% de eficiência.

Um sistema de fendas variáveis operadas com o sistema em vácuo, também, será disponível a fim de mudar a resolução do espectrômetro em operação.

Na figura 28 é apresentada uma fotografia do detetor a ser utilizado.

IV.7. SISTEMA DE FONTES MÚLTIPLAS

O método de fontes múltiplas introduz uma aceleração diferencial aos elétrons tal que, aqueles emitidos em diferentes coordenadas x, mas com a mesma energia, são trazidos a um mesmo foco radial comum. Na figura 29 mostramos o arranjo de fontes. Este constitui-se de várias lâminas, isoladas umas das outras e montadas entre placas de isolante elétrico. Como isolante utilizam-se placas de MgO compactado em lâminas de 2 a 3 mm de espessura. Este material foi escolhido devido a sua baixa secção de choque e às excelentes propriedades dielétricas, não apresentando ainda, problemas de danos com a radiação.

Uma lâmina é ligada eletricamente ao tubo de vácuo e as outras são liga

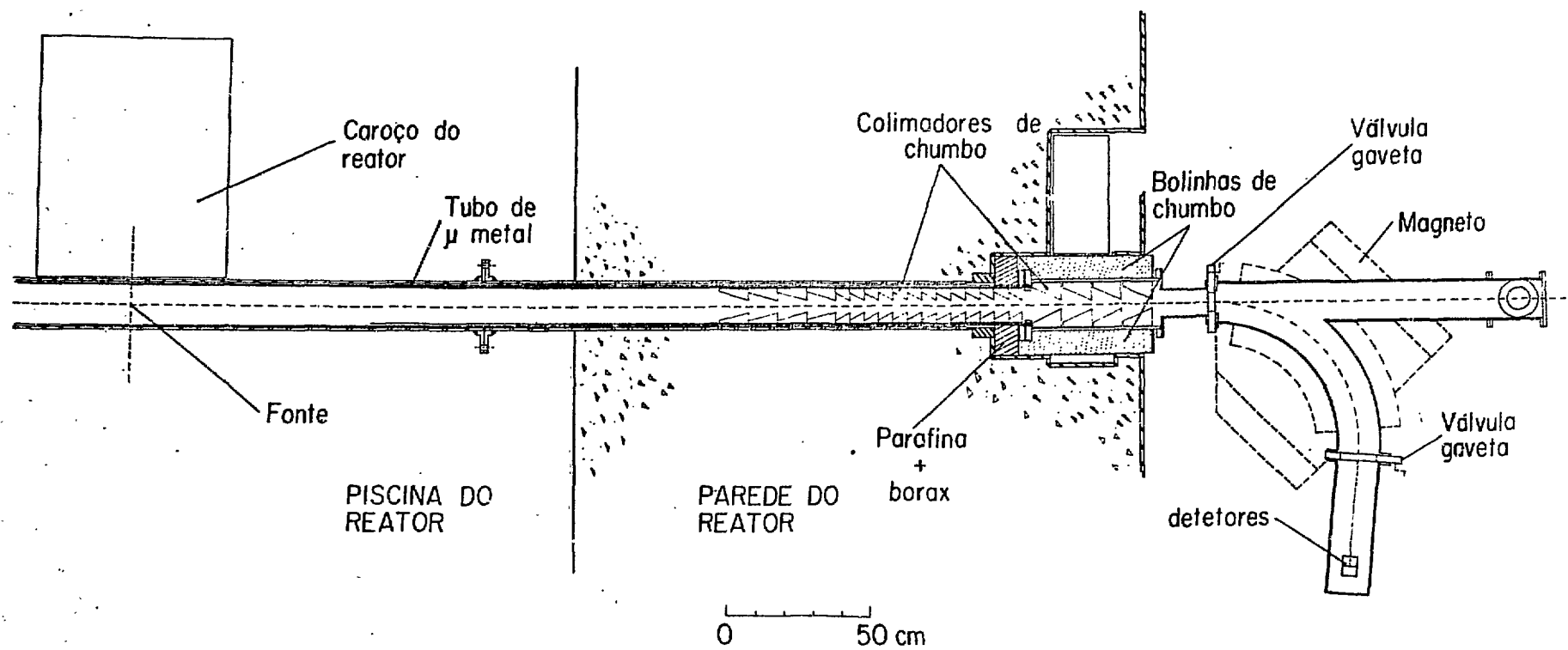


Fig. 26 - Sistema de colimação

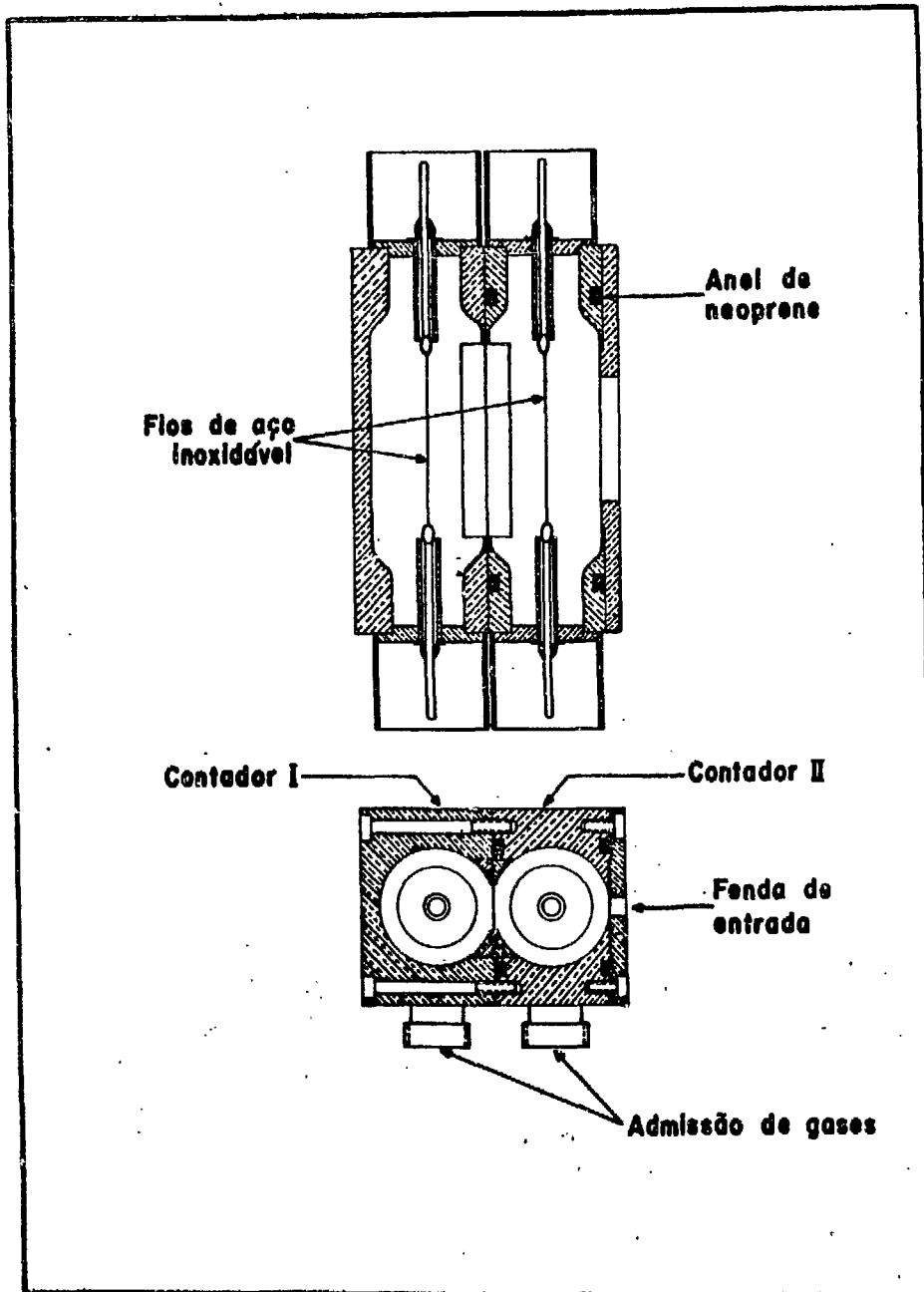


Fig. 27 - Contadores proporcionais em coincidência

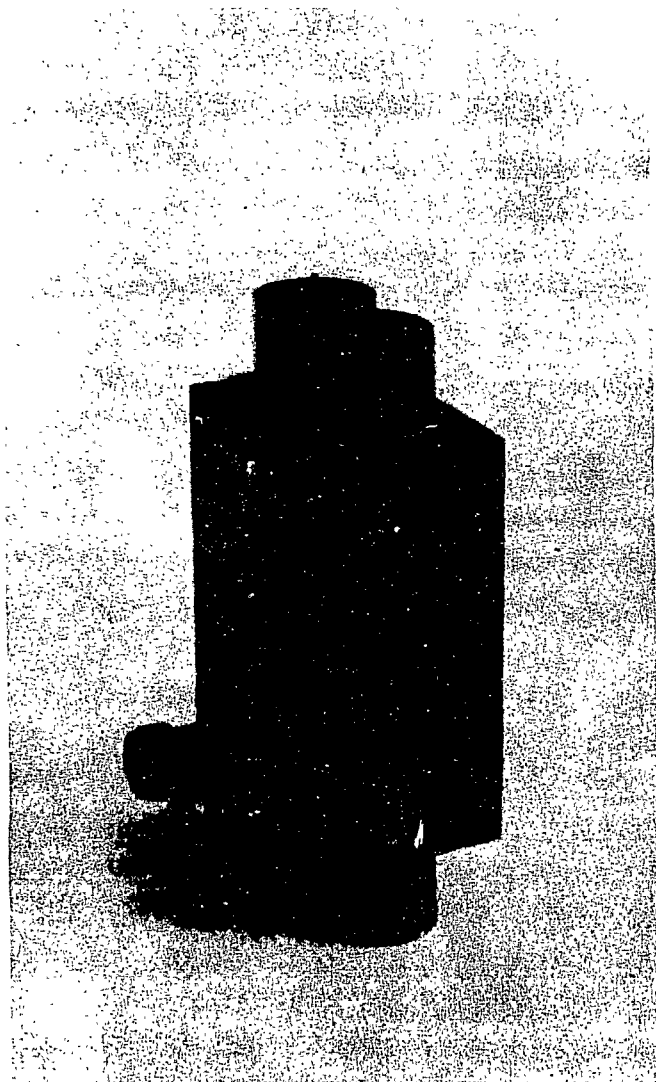


Fig. 28 - Fotografia do detetor

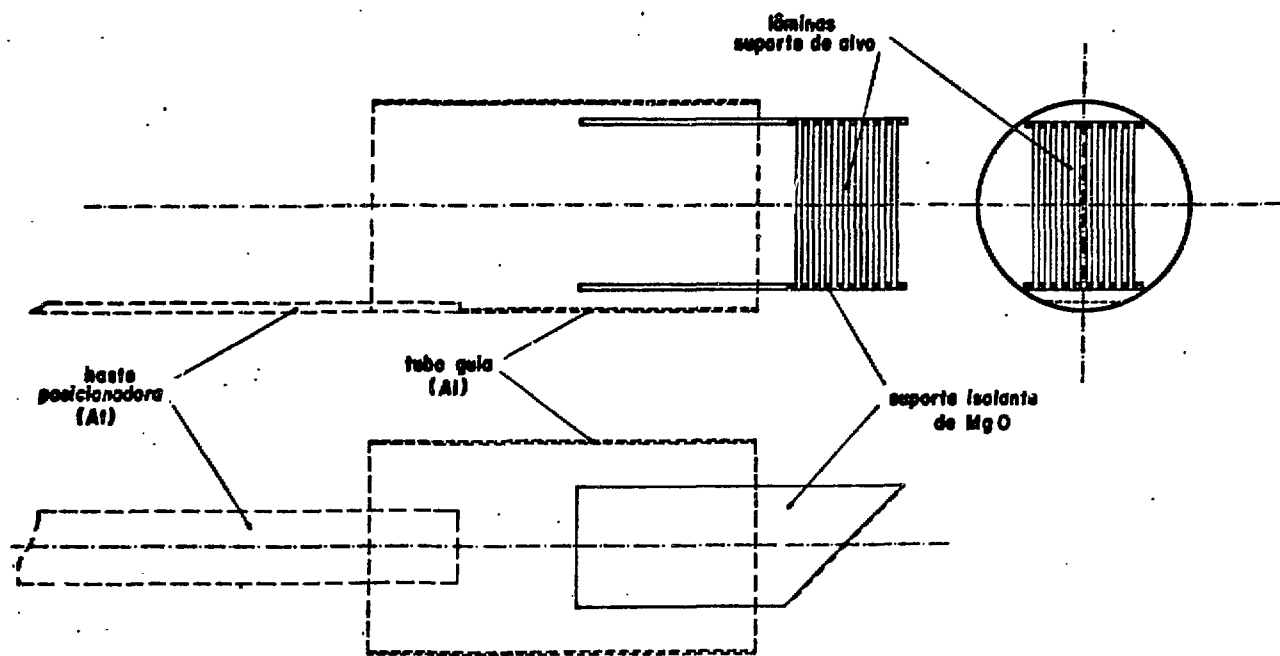


Fig. 29 - Dispositivo experimental para múltiplas fontes

de
pr
ti
qu
da
pe
lá
te
Po
um
tri
tel
de
rel
vel
cli

das a apropriados pontos do divisor de tensão de forma tal que, os elétrons provenientes das mesmas sejam retardados ou acelerados com relação ao espectrômetro conforme suas coordenadas x_f .

O divisor de tensão consiste de vários resistores de alto valor ôhmico que são mantidos em vácuo próximo à fonte. Desta forma, há somente uma entrada de alta tensão no tubo de vácuo.

Ao se trabalhar com uma fonte extensa é importante notar que o caminho percorrido pelo elétron, para focalização, vai depender da coordenada x_f da lâmina fonte. Como foi mostrado em II.10, isto ocorre quando o plano da fonte faz um ângulo γ com a órbita central na região do tubo de vácuo do reator. Por este motivo, o gradiente da tensão a ser aplicado à fonte, é reduzido de um fator $\cos \gamma$ quando comparado a um sistema de fontes, normal a órbita central.

Como é mostrado na figura 21, a tensão a ser aplicada ao sistema de fontes varia com a energia de elétrons a serem focalizados e, portanto, a fim de utilizar a potencialidade do método, convém utilizar-se um sistema com regulação automática da alta tensão de modo que, a expressão 68 seja sempre verificada. Isto pode ser feito formando-se uma voltagem DC análoga, proporcional ao campo magnético, que regula o valor de alta tensão.

CAPÍTULO V - CONCLUSÕES GERAIS

No presente trabalho, é descrito o projeto de um novo modelo de espectrômetro magnético (tipo II), para o estudo de elétrons de conversão interna decorrentes da captura de nêutrons térmicos por núcleos; esse espectrômetro apresenta uma resolução nitidamente superior a de outros aparelhos em uso no exterior em vários centros nucleares (tabela VIII).

Procurando aumentar o poder de coleção de dados deste aparelho, imaginamos um sistema de fontes múltiplas de forma que a luminosidade conseguida foi aumentada sem prejuízo da resolução. A figura de mérito tornou-se, portanto, visivelmente superior a dos espectrômetros existentes ou em fase de funcionamento próximo no exterior (tabela VIII).

Outro espectrômetro (tipo I) com características mais modestas, mas ainda superior aos existentes, foi projetado, construído e instalado no reator do Instituto de Energia Atômica de São Paulo, (fig. 30). A escolha deste modelo foi guiada pela sua maior simplicidade técnica de construção e menor custo de execução.

Por outro lado, uma vantagem apresentada por tal espectrômetro é a de dispor de parâmetros livres que permitem uma maior simplicidade de ajuste permitindo compensar possíveis falhas de construção.

Com este espectrômetro em funcionamento, a faixa de núcleos disponíveis para estudo aumenta, podendo-se analisar núcleos com seção de choque inferior a 1 barn; além do mais, o aumento do nível de resolução propicia a possibilidade de estudar-se núcleos que apresentem uma alta densidade de níveis.

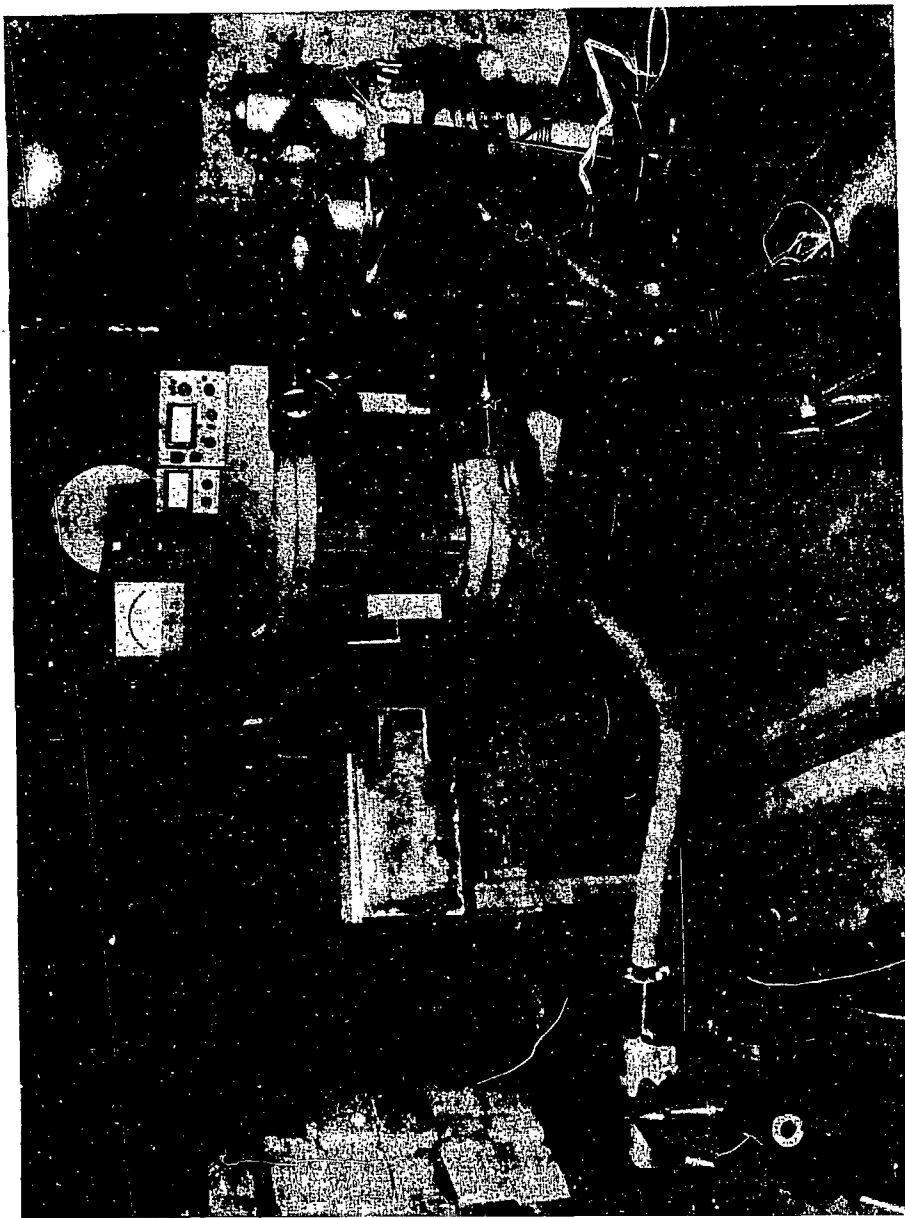


Fig. 30 - Espectrômetro Delta tipo I

O funcionamento desse espectrômetro irá permitir, então, a extensão do estudo a diferentes núcleos na região de transição, o que tornará possível compreensão mais detalhada da relação entre núcleos esféricos e deformados.

Outro problema que nos propomos a estudar é o acoplamento entre nêutron e próton em núcleos ímpar-ímpar. A alta densidade de níveis resultantes das configurações complexas que são esperados nestes núcleos, exigem a mais alta resolução e a maior luminosidade possíveis.

APÊNDICE A

Como foi dito na introdução, a investigação de elétrons de conversão interna que são emitidos de átomos imediatamente após o processo de captura de nêutrons, pode ser estudado em dois arranjos diferentes. Um destes, usa um espectrômetro beta fora da blindagem biológica do reator e um feixe de nêutrons incidente sobre o alvo, no espectrômetro. O outro método, que foi escolhido por nós, tem o alvo colocado junto ao centro do reator e os elétrons são guiados para fora do reator em um setor magnético.

É interessante comparar os dois métodos, aquele com o alvo interno (método 1) e o arranjo usando um feixe de nêutrons fora do reator (método 2). Todos dados apresentados aqui, são tomados de espectrômetros típicos destas geometrias (BH62, BH67, Eg62).

Assim, assumimos um fluxo térmico de $\phi_{\text{term.}} = 1,6 \times 10^{12}$ n/cm²/seg. na posição do alvo junto ao reator. A área S_1 do alvo usada no método 1 é de 1×8 cm².

A energia dos elétrons, espessura do alvo e detetores são considerados iguais em ambos os casos. Se desprezarmos, por um momento, a radiação de fundo do B, a contagem de pico I_1 no espectrômetro beta (método 1) será:

(A1)

$$I_1 = \phi_{\text{term.}} \times S_1 \times \Omega_1 = 1,9 \times 10^8$$

onde, $\Omega_1 = 1,5 \times 10^{-5}$ é o ângulo sólido visto pelo espectrômetro.

Medindo os elétrons de conversão com o método 2 um espalhador de área S será localizado na vizinhança do núcleo do reator de maneira a produzir um fluxo de nêutrons intenso, num alvo de várias lâminas (BH62) e com uma área de cerca de $S_2 = 16$ cm².

O ângulo sólido para extração do feixe de nêutrons é $0,7 \times 10^{-5}$ de acordo com (BH67) e o ângulo sólido do espectrômetro fora do reator é cerca de $\Omega_2 = 2 \times 10^{-3}$. Assim, I_2 torna-se igual a:

(A2)

$$I_2 = \phi_1 \times S_2 \times \Omega_n \times \Omega_2$$

ou, substituindo seus valores numéricos temos:

$$I_2 = 3,6 \times 10^5$$

Com
disting
desigual

(A3)

que ainda

(A4)

e, no ca

(A5)

O fa
que o nú
a fim de
igual a

Uma
é de 240
27. Diss
13 vezes

Comparando I_1 e I_2 obtém-se $I_1 = 530 I_2$, contudo, a fim de que se possa distinguir uma contagem da radiação de fundo devemos satisfazer a seguinte desigualdade:

(A3)

$$(I + B) - (I + B)^{1/2} \geq B + B^{1/2}$$

que ainda pode ser escrita como:

(A4)

$$\frac{I}{\sqrt{I + B}} \geq 1 + \frac{1}{\sqrt{1 + I/B}}$$

e, no caso de $B \gg I$, obtém-se:

(A5)

$$\frac{I}{\sqrt{B}} \geq 1 + \sqrt{1 + I/B} = 2$$

O fato de a radiação de fundo em (B#67) ser de 18 contagens/min, implica que o número de contagens efetivas I_2 deve ser da ordem de 8 contagens/min a fim de ser observado sobre tal radiação de fundo. A contagem I_1 será então igual a 4240 contagens/min, conforme a relação obtida acima entre I_1 e I_2 .

Uma radiação de fundo típica observada no espectrômetro do tipo 1(Eg62) é de 24000 contagens/min, obtendo-se então, para a razão I_1/\sqrt{B} um valor de 27. Disso conclui-se que, o arranjo interno permite detectar linhas que são 13 vezes mais fracas.

tos

coef:

e tg

(B1)

e,

(B2)

onde,

(B3)

e,

APÊNDICE BSistemática do espectrômetro beta em aproximação de primeira ordem

A fim de realizarmos essa sistemática devemos procurar os vários conjuntos de parâmetros (α_1 , α_2 , β , L_1 , L_2 , ρ e I_β) que anulem simultaneamente os coeficientes $(x|\theta_0)$ e $(y|\phi_0)$.

Escrevendo $(x|\theta_0)$ e $(y|\phi_0)$ procurando evidenciar a dependência com L_2 e $\text{tg}\beta$ temos:

(B1)

$$(x|\theta_0) = [\cos \alpha_2 (L_1 + \rho \alpha_1) + \rho \sin \alpha_2] + L_2 \left[\cos \alpha_2 - \sin \alpha_2 \left(\frac{L_1}{\rho} + \alpha_1 \right) \right] \\ + \text{tg}\beta \left[\cos \alpha_2 \left(\frac{L_1}{\rho} + \alpha_1 \right) + \sin \alpha_2 \right] = \rho B + L_2 (A + B \text{tg}\beta)$$

e,

(B2)

$$(y|\theta_0) = (L_1 \cos \alpha_1 + \rho \sin \alpha_1 + \rho \alpha_2 \cos \alpha_1 - L_1 \alpha_2 \sin \alpha_1) + L_2 \left[(\cos \alpha_1 \right. \\ \left. - \frac{L_1}{\rho} \sin \alpha_1) + \left(\frac{L_1}{\rho} \alpha_2 \sin \alpha_1 - \alpha_2 \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 - \frac{L_1}{\rho} \cos \alpha_1 \right) \text{tg}\beta + I_\beta \frac{L_1}{\rho} \cos \alpha_1 \right. \\ \left. + \sin \alpha_1 + \alpha_2 \cos \alpha_1 - \frac{L_1}{\rho} \alpha_2 \sin \alpha_1 \right] (1 + 2 \text{tg}^2 \beta) / \cos \beta = -\rho D + L_2 [C + \\ + D \text{tg}\beta - I_\beta D (1 + 2 \text{tg}^2 \beta) (1 + \text{tg}^2 \beta)^{1/2}]$$

onde,

$$A = - \left(\frac{L_1}{\rho} \right) \sin \alpha_2 - \alpha_1 \sin \alpha_2 + \cos \alpha_2$$

$$B = \left(\frac{L_1}{\rho} \right) \cos \alpha_2 + \alpha_1 \cos \alpha_2 + \sin \alpha_2$$

$$C = - \left(\frac{L_1}{\rho} \right) \sin \alpha_1 + \cos \alpha_1$$

$$D = - \left(\frac{L_1}{\rho} \right) \cos \alpha_1 - \sin \alpha_1 + \left(\frac{L_1}{\rho} \right) \alpha_2 \sin \alpha_1 - \alpha_2 \cos \alpha_1$$

As condições de focalização a serem satisfeitas são:

(B3)

$$\rho B + L_2 (A + B \text{tg}\beta) = 0$$

e,

(B4)

$$L_2 [C + D \operatorname{tg} \beta - D I_\beta (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)^{1/2}] - \rho D = 0$$

De (B3) temos:

(B5)

$$L_2 = -\rho B / (A + B \operatorname{tg} \beta)$$

que substituído em (B4) resulta na equação para $\operatorname{tg} \beta$:

(B6)

$$(AD + BC) + 2BD \operatorname{tg} \beta - B D I_\beta (1 + 2 \operatorname{tg}^2 \beta) (1 + \operatorname{tg}^2 \beta)^{1/2} = 0$$

Resolvendo (B6) obtemos $\operatorname{tg} \beta$ como função de $(\alpha_1, \alpha_2, \rho, L_1$ e $I_\beta)$ e, através de (B5) podemos calcular L_2 e assim tôdas as grandezas de interêsse do espectrômetro em aproximação de primeira ordem.

Se contudo, $I_\beta = 0$ temos para $\operatorname{tg} \beta$ o valor:

(B7)

$$\operatorname{tg} \beta_0 = - (AD + BC) / 2BD$$

e, para L_2 o valor:

(B8)

$$L_2 = - 2\rho BD / (AD - BC)$$

Como para valores de $I_\beta \neq 0$ o valor de $\operatorname{tg} \beta$ não deve diferir muito de $\operatorname{tg} \beta_0$, usamos para resolução de (B6) um método iterativo tomando como valor aproximado para $\operatorname{tg} \beta$, aquêle dado por (B7). Para isso (B6) foi chamado de FTGB e o valor de $\operatorname{tg} \beta$ variado, tomando-se como ponto de partida $\operatorname{tg} \beta_0$, até o valor de FTGB ficar abaixo de um limite estabelecido chamado ERRO.

Com êstes parâmetros determinados, foram calculados, também, a distância da imagem ao feixe incidente, Δx , e à parede do reator, Δy , através das seguintes expressões:

(B9)

$$\Delta x = \rho [1 - \cos(\alpha_1 + \alpha_2)] + L_2 \operatorname{sen}(\alpha_1 + \alpha_2)$$

e,

(B10)

$$\Delta y = L_1 + \rho \operatorname{sen}(\alpha_1 + \alpha_2) + L_2 \cos(\alpha_1 + \alpha_2)$$

.88.

O programa de computador para cálculo dos parâmetros do espectrômetro de dois setores com dupla focalização foi escrito em linguagem FORTRAN-II e os cálculos foram realizados num computador IBM 1620-II.


```

*FANDK2004
C  SISTEMATICA DO ESPECTROMETRO BETA EM APROXIMACAO DE
C  PRIMEIRA ORDEM
C  ERRO - PRECISAO NA INTERACAO PARA O CALCULO DE BETA
C  CAA=IBETA*RO  INTEGRAL DO CAMPO DE BORDA
C  ELE1  DISTANCIA DA FONTE AO ESPECTROMETRO
C  SUMI  - EXTREMO INFERIOR DA SOMA DE ALFA1 E ALFA2
C  SUMS  - EXTREMO SUPERIOR DA SOMA DE ALFA1 E ALFA2
C  SUMINC - INCREMENTO NA SOMA DE ALFA1 E ALFA2
C  AIMIN - EXTREMO INFERIOR DE ALFA1
C  A1MAX - EXTREMO SUPERIOR DE ALFA1
C  A1INC - INCREMENTO EM ALFA1
C  ELE2I - EXTREMO INFERIOR DE ELE2
C  ELE2S - EXTREMO SUPERIOR DE ELE2
C  DELX  - DISTANCIA DO FOCO AO FEIXE INCIDENTE
C  DELY  - DISTANCIA DO FOCO A PAREDE DO REATOR
C  READ 190,ERRO,NL1, KK
C  READ 190,CAA
C  READ 190,SUMI,SUMS,SUMINC
C  READ 190,A1MIN,A1MAX,A1INC
C  READ 190,ELE2I,ELE2S
10  READ 190,RO,ELE1
C  PRINT 200,ELE1,CAA,ERRO
C  KONT=0
C  MS=(SUMS-SUMI)/SUMINC+1.
C  M1=(A1MAX-A1MIN)/A1INC+1.
C  SUM=SUMI-SUMINC
C  DO 180 I=1,MS
C  SUM=SUM+SUMINC
C  PRINT 210,SUM
C  A1=A1MIN-A1INC
C  DO 180 J=1,M1
C  A1=A1+A1INC
C  A2=SUM-A1
C  IF(A2+80.)180,180,20
20  AL1=A1*3.1415926535897932384626/180.
C  AL2=A2*3.1415926535897932384626/180.
C  A=-ELE1*SIN(AL2)/RO-AL1*SIN(AL2)+COS(AL2)
C  B=ELE1*COS(AL2)/RO+AL1*COS(AL2)+SIN(AL2)
C  C=-ELE1*SIN(AL1)/RO+COS(AL1)
C  D=-ELE1*COS(AL1)/RO-SIN(AL1)+ELE1*AL2*SIN(AL1)/RO-AL2
C  1*COS(AL1)
C  BCAD=B*C+A*D
C  B2D=2.*B*D
C  DBCAA=D*B*CAA/RO
C  TGBO=-BCAD/B2D
C  BETA=ATAN(TGBO)
C  IF(CAA)40,30,40
30  TGB=TGBO
C  GO TO 160
40  FTGBO=-DBCAA*(1.+2.*TGBO**2)*SQRT(1.+TGBO**2)
C  BETA0=ATAN(TGBO)
C  DELB=BETA0/2.
50  BETA=BETA0+DELB
C  TGB=SIN(BETA)/COS(BETA)
C  FTGB=BCAD+B2D*TGB-DBCAA*(1.+2.*TGB**2)*SQRT(1.+TGB**2
C  1)
C  IF(FTGB/FTGBO)90,160,60
60  IF(ABS(FTGB)-ABS(FTGBO))70,70,100

```

```

70 IF (ABS (FTGB) - ERRO) 160, 160, 80
80 FTGB0 = FTGB
   BETA0 = BETA
   GO TO 50
90 DELB = DELB / 2.
   GO TO 50
100 BETA = BETA0 - DELB
    TGB = SIN (BETA) / COS (BETA)
    FTGB = BCAD + B2D * TGB - DBCAA * (1. + 2. * TGB ** 2) * SQRT (1. + TGB ** 2
1)
    IF (FTGB / FTGB0) 150, 160, 110
110 IF (ABS (FTGB) - ABS (FTGB0)) 130, 130, 120
120 DELB = DELB / 2.
    KONT = KONT + 1
    IF (KONT - 10) 50, 50, 180
130 IF (ABS (FTGB) - ERRO) 160, 160, 140
140 FTGB0 = FTGB
    BETA0 = BETA
    GO TO 100
150 DELB = DELB / 2.
    GO TO 100
160 ELE2 = -RO * B / (A + B * TGB)
    IF (ABS (ELE2 - (ELE2S + ELE2I) / 2.) - (ELE2S - ELE2I) / 2.) 140,
140, 150
170 BET = BETA * 180. / 3.1415926535897932384626
    AMX = (1. + ELE2 * TGB / RO) * COS (AL2) - ELE2 * SIN (AL2) / RO
    AMY = (COS (AL1) - AL2 * SIN (AL1)) * (1. + ELE2 * CAA * (1. + 2. * TGB **
12) / (COS (ATAN (TGB)) * RO ** 2) - ELE2 * TGB / RO) - ELE2 * SIN (AL1) /
2RO
    DISP = (1. + ELE2 * TGB / RO) * RO * (AL1 ** 2 * COS (AL2) / 2. + AL1 * SIN
1AL2) + 1. - COS (AL2)) + ELE2 * (-AL1 ** 2 * SIN (AL2) / 2. + AL1 * COS (A
2L2) + SIN (AL2))
    RS = -2. * AMX / DISP
    DELX = RO - RO * COS (AL1 + AL2) + ELE2 * SIN (AL1 + AL2)
    DELY = ELE1 + RO * SIN (AL1 + AL2) + ELE2 * COS (AL1 + AL2) - 350.
    PRINT 220, A1, A2, BET, ELE2, RS
    PRINT 230, DELX, DELY, AMX, AMY, DISP
180 CONTINUE
    KK = KK + 1
    IF (KK - NL1) 10, 240, 240
190 FORMAT (5E14.8)
200 FORMAT (1H, 7H ELE1 =, F9.3, 1X, 7H CAA =, F9.3, 1X, 4H ER
1, 3HRO = E14.8 / //)
210 FORMAT (1H, 7H A1 + A2 =, F9.3, /)
220 FORMAT (1H, 7H ALFA1 =, E14.8, 1X, 7H ALFA2 =, E14.8, 1X,
17H BETA = E14.8, 1X, 7H ELE2 =, E14.8, 1X, 7H RS =, E14.8)
230 FORMAT (1H, 7H DELX =, E14.8, 1X, 7H DELY =, E14.8, 1X,
17H MX = E14.8, 1X, 7H MY = E14.8, 1X, 7H DISP = E14.8 /)
240 CALL EXIT
    END

```

PROGRAMA PARA CALCULO DE RESOLUCAO, TRANSMISSAO, E
ANGULO SOLIDO - RESOL

```

C**XOM ... MEIA LARGURA DA FONTE
C**YOM ... ALTURA DA FONTE
C**DM... EXTREMO DE VARIACAO DE DELTA
C** XDET ... SEMI-ABERTURA EM X DO DETETOR
C** YDET... SEMI-ABERTURA EM Y DO DETETOR
C**CDET... CENTRO DO DETETOR
C**N... NUMERO DE INTERVALOS EM QUE E ANALIZADA A RESOLUCAO
C**NX... NUMERO DE INTERVALOS EM QUE E ANALIZADO O PERFIL
C      DA LINHA (X)
C**NY... NUMERO DE INTERVALOS EM QUE E ANALIZADO O PERFIL
C      DA LINHA (Y)
C** F*XDET E F*YDET ... MEIAS LARGURAS DOS PERFIS
C** RAO ... RAO DA BOCA DO ESPECTROMETRO
      FX(W,X1,X2,X3,X4,X5,X6,X7,X8,X9,X10,X11,X12)=X1*X0+X2
      1*TO+X3*W+X4*X0**2+X5*X0*TO+X6*X0*W+X7*TO**2+X8*TO*W+
      2X9*W**2+X10*Y0**2+X11*Y0*F0+X12*F0**2
      FY(W,Y1,Y2,Y3,Y4,Y5,Y6,Y7,Y8)=Y1*Y0+Y2*F0+Y3*X0*Y0+Y4
      1*TO*Y0+Y5*X0*F0+Y6*TO*F0+Y7*Y0*W+Y8*F0*W
      DIMENSIONAC(6),KANAL(200),KANALX(200),KANALY(200),YOM
      1(20),NOME(40)
      DIMENSION XX0(20),XT0(20),XD(20),XX02(20),XX0T0(20),
      1XX0D(20),ELE(20),CFTE(20),XT02(20),XT0D(20),XD2(20)
      2,XY02(20),XY0F0(20),XF02(20)
      DIMENSION YY0(20),YF0(20),YX0Y0(20),YX0F0(20),YTOY0(2
      10),YTOF0(20),YY0D(20),YF0D(20)
      READ 500,NOME
      READ 2200,N,NX,NY,NPRINT,NFIM
      PRINT2210,N,NX,NY,NPRINT,NFIM
      READ 100,XDET,YDET,CDET
      PRINT110,XDET,YDET,CDET
      READ 100,RAIO,F,DM
      PRINT 110,RAIO,F,DM
      READ 9350,IU
      PRINT 310,IU
      READ 400,(KANAL(I),I=1,N)
      PRINT410,(KANAL(I),I=1,N)
      READ 400,(KANALX(I),I=1,NX)
      PRINT410,(KANALX(I),I=1,NX)
      READ 400,(KANALY(I),I=1,NY)
      PRINT410,(KANALY(I),I=1,NY)
      READ 200,NF
      PRINT 210,NF
      READ 100,ELE1,XOM
      PRINT110,ELE1,XOM
      READ 100,(CFTE(I),I=1,NF)
      PRINT110,(CFTE(I),I=1,NF)
      READ 100,(ELE(I),I=1,NF)
      PRINT 110,(ELE(I),I=1,NF)
      READ 100,(XX0(I),XT0(I),XD(I),XX02(I),XX0T0(I),XX0D(I
      1),XT02(I),XT0D(I),XD2(I),XY02(I),XY0F0(I),XF02(I),I=1
      2,NF)
      PRINT110,(XX0(I),XT0(I),XD(I),XX02(I),XX0T0(I),XX0D(I
      1),XT02(I),XT0D(I),XD2(I),XY02(I),XY0F0(I),XF02(I),I=1

```

```

2,NF)
  READ 100,(YYO(I),YFO(I),YXOYO(I),YXOFO(I),YTOYO(I),YT
10FO(I),YYOD(I),YFOD(I),I=1,NF)
  PRINT110,(YFO(I),YFO(I),YXOYO(I),YXOFO(I),YTCYO(I),YT
10FO(I),YYOD(I),YFOD(I),I=1,NF)
  READ 100,(YOM(I),I=1,NF)
  PRINT110,(YOM(I),I=1,NF)
  READ 100,DISTC
  PRINT110,DISTC
  READ 300,ITENT,ISSOL,ISDO,KSD
  PRINT 310,ITENT,ISSOL,ISDO,KSD
  ELEMN=ELE(1)
  IF(ELEMN-ELE(NF))387,387,388
388 ELEMN=ELE(NF)
387 CONTINUE
  ANF=NF
  BN=N
  BNX=NX
  BNY=NY
  PRINT 1500,NOME
  PRINT 1600
  ERRE=RAIO+DISTC
  COSE1=1.-(1.+(ERRE/ELEMN)**2)**(-.5)
2 DO 5 I=1,6
  AC(I)=2.*ACC(IU)-1.
5 CONTINUE
  III=(AC(I)+1.)*ANF/2.+1.
  XO=AC(2)*XOM+CFTE(III)
  YO=AC(3)*YOM(III)
  XIS=AC(4)*ERRE
  YEX=SQRT(ERRE**2-XIS**2)
  YPS=AC(5)*YEX
  ITENT=ITENT+1
  IF((XIS+XO)**2+(YPS+YO)**2-RAIO**2)6,6,2
6 ISSOL=ISSOL+1
  TO=ATAN(XIS/ELE(III))
  FO=ATAN(YPS/ELE(III))
  DD=-XXO(III)*CFTE(III)/XD(III)-XXO2(III)*CFTE(III)**2
1/XD(III)
  D=AC(6)*DM+DD
  X=FX(D,XXO(III),XTO(III),XD(III),XXO2(III),XXOTO(III)
1,XXOD(III),XTO2(III),XTOD(III),XD2(III),XYO2(III),XYO
2FO(III),XF02(III))
  Y=FY(D,YYO(III),YFO(III),YXOYO(III),YTOYO(III),YXOFO(
1III),YTOFO(III),YYOD(III),YFOD(III))
  X1=FX(DD,XXO(III),XTO(III),XD(III),XXO2(III),XXOTO(II
1I),XXOD(III),XTO2(III),XTOD(III),XD2(III),XYO2(III),X
2Y0FO(III),XF02(III))
  Y1=FY(DD,YYO(III),YFO(III),YXOYO(III),YTOYO(III),YXOF
10(III),YTOFO(III),YYOD(III),YFOD(III))
  IF(ABS(X1-CDET)-XDET)50,50,51
50 IF(ABS(Y1-YDET)52,52,51
52 ISDO=ISDO+1
51 IF(ABS(X1)-F*XDET)30,30,32
30 IF(ABS(Y1)-F*YDET)31,31,32
31 X1=X1+F*XDET
  NCX=X1*BNX/(2.*F*XDET)+1.
  KANALX(NCX)=KANALX(NCX)+1
  Y1=Y1+F*YDET

```

```

NCY=Y1*BNY/(2.*F*YDET)+1.
KANALY(NCY)=KANALY(NCY)+1
32 IF(ABS(X-CDET)-XDET)16,16,2
16 IF(ABS(Y)-YDET)17,17,2
17 KSD=KSD+1
DI=DM+DM*AC(6)
NC=D1*BN/(2.*DM)+1.
KANAL(NC)=KANAL(NC)+1
IF(KSD-KSD/NPRINT*NPRINT)2,20,2
20 TENT=ITENT
SDO=ISSOL
SSOL=ISSOL
OMEGA=SSOL*COSE1/(TENT*2.)
ERROM=SQRT(1./SSOL+1./TENT)
TRANS=SDO*COSE1/(TENT*2.)
ERROT=SQRT(1./SDO+1./TENT)
PRINT 1300,ITENT,ISSOL,ISDO,KSD,OMEGA,ERROM,TRANS,ERR
10T
PRINT 600,(I,KANAL(I),I=1,N)
PRINT 600,(I,KANALX(I),I=1,NX)
PRINT 600,(I,KANALY(I),I=1,NY)
IF(KSD-NFIM)2,24,24
24 PUNCH 2200,N,NX,NY,NPRINT,NFIM
PUNCH 100,XDET,YDET,CDET
PUNCH100,RAIO,F,DM
PUNCH300,IU
PUNCH400,(KANAL(I),I=1,N)
PUNCH400,(KANALX(I),I=1,NX)
PUNCH400,(KANALY(I),I=1,NY)
PUNCH200,NF
PUNCH100,ELE1,XOM
PUNCH100,(CFTE(I),I=1,NF)
PUNCH100,(ELE(I),I=1,NF)
PUNCH100,(XXO(I),XTO(I),XD(I),XXO2(I),XXOTO(I),XXOD(I
1),XTO2(I),XTGD(I),XD2(I),XYO2(I),XYOF0(I),XF02(I),I=1
2,NF)
PUNCH100,(YYO(I),YFO(I),YXOYO(I),YXOF0(I),YTOYO(I),YT
10FO(I),YYOD(I),YFOD(I),I=1,NF)
PUNCH 100,(YUM(I),I=1,NF)
PUNCH 300,ITENT,ISSOL,ISDO,KSD
CALL EXIT
100 FORMAT(5E14.8)
110 FORMAT(1H,5E14.8)
200 FORMAT(5I3)
210 FORMAT(1H,5I3)
300 FORMAT(5I10)
310 FORMAT(1H,5I10)
400 FORMAT(12I6)
410 FORMAT(1H,12I6)
500 FORMAT(4O2)
600 FORMAT(1H0,10(1H,13,1X,15,2X))
1300 FORMAT(6H TENT=I10,3X,5HSSOL=I10,3X,4HSDO=I10,3X,
14HKSD=I10/7H OMEGA=E14.8,3X,6HERROM=E14.8,3X,6HTRANS=
2E14.8,3X,6HERROT=E14.8/)
1500 FORMAT(1H,4O2//)
1600 FORMAT(/,10(1H,4HCAN.,1X,5HCONT.))
2200 FORMAT(3I3,3I6)
2210 FORMAT(1H,3I3,3I6)
9350 FORMAT(I9)
END

```

SUB-PROGRAMA PARA GERACAO DE NUMEROS AO ACASO - ACC(IU)

.94.

```
FUNCTION ACC(IU)
IU=IU*65539
IF(IU)5,6,6
5 IU=IU+2147483647+1
6 YFL=IU
ACC =YFL*.4656613E-09
RETURN
END
```

REFERÊNCIAS:

- (BH62) - G.Bäckström, A.Bäcklin, N.E.Holmberg and K.E.Bergkvist; Nucl.Instr. Meth. 16 (1962) 199.
- (BH67) - A.Bäcklin; Nucl.Instr.Meth. 57 (1967) 261.
- (Ba53) - K.T.Bainbridge; Experimental Nuclear Physics, ed. E.Segré, vol. I, John Wiley & Sons, Inc., New York (1953) pg. 589.
- (Ba161) - M.K.Balodis, N.L.Osis, P.T.Prokofjev; Radioaktivnye Izlucenija i Métođy ih issledovanija, Riga (1961) pg. 135.
- (Ba162) - M.K.Balodis, V.Bondarenko, P.T.Prokofjev, G.Sermons; Izv.Akad.Nauk. Latv. SSR 11 (1962) 41.
- (Ba164) - M.K.Balodis, V.A.Bondarenko and P.T.Prokofjev; Izv.Akad.Nauk. SSR (Ser.Fiz.) 28 (1964) 262.
- (Be160) - R.Belbeoch, P.Bounin, G.Proca; J.Phys.Radium 21 (1960) 489.
- (Ber64) - K.E.Bergkvist; Arkiv för Fysik, Band 27 (1964) 383.
- (Bie63) - E.Bieber; Rep. ANL 6797 (1963) 148.
- (Bo66) - L.M.Bellinger; Seminar on Intense Neutrons Sources, Santa Fé, New Mexico-Sep.19-23 (1966) CONF-660925.
- (Bou66) - P.Bounin; LAL 1151 (Jan.1966).
- (Bre66) - H.Brechna; Proceedings of the International Symposium on Magnet Technology, Stanford, California (1966) CONF 650922 .
- (Bro64) - K.L.Brown; Rev.Scient.Instr. 35 (1964) 481.
- (Bu66) - S.B.Burson; Rep. ANL 7282 (1966) 297.
- (Bu68) - S.B.Burson, P.J.Daly and P.F.A.Goudsmit; Bull.Am.Phys.Soc. 13(1968) 673.
- (Ch54) - E.L.Church and M.Goldhaber; Phys.Rev. 95 (1954) 626.
- (Co38) - M.Cotte; Ann.Phys. (Paris) 10 (1938) 333.
- (Cog47) - N.D.Coggeshall; J.Appl.Phys. 18 (1947) 855.
- (De63) - A.M.Demidov; Metody issledovanya izluceniya yader pri radiacionnom zahvate teplovyh neitronov, Gosatomizdat, Moscow (1963).
- (Du66) - G.Durcansky - Diplomarbeit (1966) München.
- (Eg62) - T.von Egidy; Ann. der Physik 9 (1962) 221.

- (Eg68) - T.von Egidy; Habilitationsschrift, Technische Hochschule, München (1968).
- (Eg69) - T.von Egidy; Neutron Capture gamma-ray spectroscopy- IAEA (1969).
- (En64) - H.A.Enge; Rev.Scient.Instr. 35 (1964) 278.
- (En67) - H.A.Enge; Focusing of charged particles, vol. II, ed. A.Septier, Academic Press (1967).
- (Gvo69) - V.S.Gvozdev, B.A.Emelyanov, D.M. Kaminker, S.L.Sakharov, Yu. L. Khazov; Physiko- Technical Institute A.F. Ioffe, Leningrad 169 (1969).
- (He55) - R.F.K.Herzog; Z.Naturforschung 10a (1955) 887.
- (Hed63) - B.Hedin; SLAC report 19, Sept. (1963) .
- (Hin49) - H.Hintenberger; Rev.Sci.Instr. 20 (1949) 748.
- (Hi51) - C.T.Hibdon and C.O.Muehlhause; Phys.Rev. 83 (1951) 235
- (Hi52) - C.T.Hibdon and C.O.Muehlhause; Phys.Rev. 88 (1952) 943.
- (I58) - H.Ikegami; Rev.Sci.Instr. 29 (1958) 943.
- (Ke58) - L.Kerwin; Can.J.Phys. 36 (1958) 711.
- (La46) - L.S.Lavatelli; MDDC 350 (1946).
- (Ma67) - H.F.Mahlein; Nucl.Instr.Meth. 53 (1967) 229.
- (Mo54) - H.T.Motz; Phys.Rev. 104 (1954) 1353.
- (Mol65) - E.von Moll, E.Kaukelsit; Nucleonic, Band 7, Heft 4 (1965) 180.
- (Mu50) - C.O.Muehlhause; Phys.Rev. 79 (1950) 277.
- (Mu50a) - C.O.Muehlhause; Phys.Rev. 83 (1950) 235.
- (Pa69) - Yu. N. Panin, V.I.Pelekhov and T.I.Turguntaev, Izv.Akad.Nauk.SSR, (Ser. Fiz.) 33 (1969) 670.
- (Pe61) - V.I.Pelekhov and A.F.Malov; Izv.Akad.Nauk. SSR, (Ser. Fiz.) 25 (1961) 1069.
- (Pen61) - S.Penner; Rev.Sci.Instr. 32 (1961) 150.
- (Sc67) - O.W.B.Schult and R.K.Sheline; BNL 10992 - CONF 661113-2 (1967).
- (Sc67a) - O.W.B.Schult; BNL 10996 - CONF 661113-5 (1967).
- (Se59) - E.Segré; Experimental Nuclear Physics, vol. I - John Wiley & Sons, Inc. - New York.
- (Si65) - K.Siegbahn; α , β and γ Ray Spectroscopy - North-Holland Publ.Co., Amsterdam (1965).

(Su67)

(Su70)

(Ta66)

(Wo65)

(Wo67)

(Wo70)

- (Su67) - A.A.Suarez and F.A.B.Coutinho; Publicação IEA nº 144 (1967).
- (Su70) - A.A.Suarez, F.A.B.Coutinho e E.Mazzilli; enviado para publicação nos Anais da Academia Brasileira de Ciências (1970).
- (Ta66) - I.Takeshita; Z.fur Naturforschung, Band 21a, Heft 1/2, (1966)pg. 9.
- (Wo65) - H.Wollnik; Nucl.Instr.Meth. 35 (1965) 93.
- (Wo67) - H.Wollnik; Nucl.Instr.Meth. 52 (1967) 250.
- (Wo70) - H.Wollnik, H.Matsuda; Nucl.Instr.Meth. 77 (1970) 40 e 283.

