

10.5.82 - 1986

INSTITUTO DE PESQUISAS ENERGÉTICAS E NUCLEARES
AUTARQUIA ASSOCIADA À UNIVERSIDADE DE SÃO PAULO

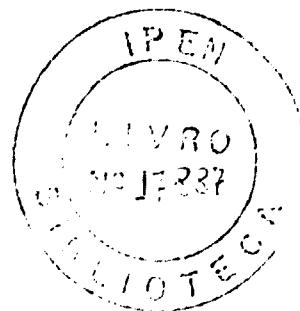
IMPLEMENTAÇÃO DE QUEIMA ESPACIAL MODIFICANDO O PROGRAMA
NODAL BASEADO NO MÉTODO DE ELEMENTOS
FINITOS E MATRIZ RESPOSTA

HÉLIO YORIYAZ

Dissertação apresentada como parte dos
requisitos para obtenção do Grau de
Mestre em Tecnologia Nuclear.

Orientador: Horácio Nakata

SÃO PAULO
1986



IMPLEMENTAÇÃO DE QUEIMA ESPACIAL MODIFICANDO O PROGRAMA NODAL
BASEADO NO MÉTODO DE ELEMENTOS FINITOS E MATRIZ RESPOSTA.

HÉLIO YORIYAZ

RESUMO

Neste trabalho foi implementado um esquema de cálculo de queima espacial e efeitos de realimentação no programa nodal FERM (" Finite Element Response Matrix ").

A dependência espacial dos parâmetros neutrônicos foi considerada em três níveis: cálculo por zona material, cálculo por elemento e cálculo puntual.

A distribuição de fluxo e potência bem como o fator de multiplicação obtidos foram comparados com os fornecidos pelo programa em diferenças finitas CITATION.

Observou-se que o tempo de processamento é centenas de vezes menor no programa FERM e os resultados não apresentaram diferenças significativas.

SPATIALLY DEPENDENT BURNUP IMPLEMENTATION INTO THE NODAL PROGRAM
BASED ON THE FINITE ELEMENT RESPONSE MATRIX METHOD.

ABSTRACT

In this work a spatial burnup scheme and feedback effects has been implemented into the FERM (" Finite Element Response Matrix ") program.

The spatially dependent neutronic parameters have been considered in three levels: zonewise calculation, assembly wise calculation and pointwise calculation.

Flux and power distributions and the multiplication factor were calculated and compared with the results obtained by CITATION program.

These comparisons showed that processing time in the FERM code has been hundred of times shorter and no significant difference has been observed in the assembly average power distribution.

I N D I C E

pág.

I. INTRODUÇÃO

I.1 Prefácio	1
I.2 Histórico	2
I.3 Objetivo	7

II. INTRODUÇÃO TEÓRICA

II.1 Aspectos Gerais	9
II.2 Fundamentos teóricos	12
II.3 Queima de combustível	28
II.4 Interpolação das seções de choque	31
II.5 Correção na concentração média de xenônio na seção de choque de absorção térmica	32
II.6 Variação das seções de choque com o espe- tro de neutrons	35
II.7 Variação das seções de choque com a tempe- tura do combustível	40

III. RESULTADOS

(Descrição Geral)	41
III.1 Reator de Angra-I	43
III.2 Cálculos com o programa CITATION	43
III.3 Cálculos com o programa FERM	49
III.3.1 Cálculo por zonas materiais	51
III.3.2 Cálculo por elemento	58
III.3.3 Cálculo puntual	67
III.4 Influência da correção das seções de choque macroscópicas com a variação da temperatura do combustível	71
III.5 Comparação dos tempos computacionais	74

	Pág.
IV. CONCLUSÃO E SUGESTÕES	
IV.1 Conclusão	75
IV.2 Sugestões	76
Apêndice A	
Interpolação das seções de choque77
Apêndice B	
Estudo do comportamento das seções de choque com a temperatura do combustível	80
Apêndice C	
C.1 Cálculo celular	82
Referências Bibliográficas	86

CAPÍTULO I INTRODUÇÃO

I.1 - PREFÁCIO

Na década passada a indústria nuclear foi surpreendida por um aumento tanto nas restrições econômicas como nos requisitos de segurança. Estes fatores impuseram um direcionamento para um estudo cada vez mais intenso no desenvolvimento de métodos computacionalmente eficientes e que fornecessem resultados mais precisos, principalmente no cálculo da distribuição de fluxo e potência.

Aliado a este fato, o advento dos reatores comerciais de grande porte tornaram os programas existentes, (por exemplo EDE-7) /22/, baseados em métodos de diferenças finitas, pouco práticos para uso routineiro em cálculos neutrônicos. Surgiu assim, a necessidade de se desenvolver novas técnicas que pudessem determinar com a eficiência e a precisão requeridas, a distribuição de potência no núcleo do reator.

Surgeram, em consequência, os métodos em malhas gerais, que consistem utilizar malhas da ordem de vários comprimentos de difusão de neutrons. Muitas técnicas foram desenvolvidas, cobrindo uma larga faixa de aproximações que se escendem desde esquemas de correção espírica de diferenças finitas, até sofisticados métodos de elementos finitos.

A essência de todos esses métodos está na tentativa de reduzir o número de incógnitas, por meio da reformulação do problema, de maneira a reduzir o trabalho computacional sem prejuízo da precisão dos resultados.

Embora esses métodos já sejam praticamente consagrados nos países desenvolvidos, o acesso a esses processos é bastante difícil exceto por contratos. Há também, algumas deficiências não solucionadas completamente, dentre as quais cita-se a dificuldade de se obter a localização da potência dentro de um elemento combustível.

Além destes aspectos, é importante que um código tenha a capacidade de tratar análises de queima de combustível que ocorre durante a vida de um reator. Este aspecto associado aos efeitos de realimentação decorrentes, adquirem um papel importante, principalmente no aspecto econômico de uma central nuclear,⁸.

I.2 - HISTÓRICO

Entre os vários métodos existentes atualmente, podemos destacar alguns mais conhecidos pela eficiência e praticidade, os quais serão descritos sucintamente nos próximos parágrafos.

O método nodal, desenvolvido por volta de 1972/11/,^{24,,29}, resolve a etapa de difusão de neutrons, definindo fluxos médios, seções de choque e constantes de acoplamento em cada nodo. Os fluxos médios nodais são relacionados com as correntes de neutrons através de interface entre dois nodos por meio de coeficientes de acoplamento. Devido ao fato dos acoplamentos serem feitos com os vizinhos mais próximos e dos nodos serem grandes (10 a 20cm)²⁶, os fluxos médios nodais desconhecidos podem ser calculados com grande economia computacional.

Os códigos que utilizam este método, em geral, possuem a vantagem de não depender explicitamente da teoria de difusão, tal que as equações são derivadas do balanço de neutrinos, relacionando diretamente quantidades integrais, tais como: fluxos médios e correntes de neutrinos. Algumas vezes porém, isto acarreta na impossibilidade de se obter valores detalhados no interior de elementos combustíveis /29/,/14/.

O método de fluxo sintetizado, desenvolvido em 1975 /29/, consiste em representar a solução de um problema tridimensional com certa aproximação linear das soluções de problemas unidimensionais e bidimensionais, aproveitando o fato de que num reator, a heterogeneidade é menos acentuada na direção paralela aos elementos combustíveis, cujo longo dos canais de refrigeração /11/,/1/ .

O método de matriz resposta, primeiramente aplicado em 1973 /11/, relaciona as correntes de neutrinos que entram através de cada face de centro de malha, com as correntes de neutrinos que saem desta malha. O princípio básico é obter a matriz resposta correspondente à corrente de saída devendo todas as correntes que entram na malha e os fluxos médios na malha.

A base do Método de Elementos Finitos é a expansão da solução de um problema multidimensional complexo em polinômios, definidos localmente, em subregiões (elementos) do domínio do problema. Cada polinômio representa a forma do fluxo numa determinada malha, satisfazendo as condições de contorno já estabelecidas. Uma das características deste método é a facilidade e precisão com que geometrias irregulares podem ser tratadas, usando um número mínimo de elementos de formas adequadas e concentrando a densidade de elementos em regiões do reator onde houver necessidade de maior detalhamento do fluxo /1/,/23/ .

Os métodos que utilizam o conceito de elementos finitos possuem a vantagem de facilitar a inserção de aproximações de altas ordens, permitindo o uso de malhas relativamente grandes (aprox. 20 cm). Por outro lado, estes métodos podem apresentar dificuldades na inversão de matrizes e nos esforços de aceleração, no processo iterativo de solução do problema de autoválor /22/, /21/.

Nos últimos anos tem sido desenvolvidos também métodos que combinam alguns outros já existentes, com resultados bastante satisfatórios. Como exemplo, temos o Método de Expansão Nodal (NEM) /29/, /30/, o Método Nodal de Funções de Green (NGF) /20/, e o Método de Elementos Finitos e Matriz Fespusta (FEFM) /22/.

Deve-se observar que todos estes métodos citados, são eficientes tanto na precisão dos resultados como na utilização do tempo de processamento computacional, permitindo, portanto, com baixo custo, análises de queima durante a vida do reator.

No processo de queima de combustível, não somente a quantidade de combustível tende a alterar, mas outros isótopos surgem com decréscimo de fissões, causando modificações na composição do núcleo. Estas modificações alteram as seções de choque macroscópicas que devem ser então corrigidas em cada etapa de queima. A grande dificuldade que surge nesta análise, utilizando os métodos em malhas grossas, é a complexidade do tratamento espacial das seções de choque.

Além destas mudanças na composição do núcleo do reator, existem os efeitos de realimentação, que estão relacionados à interação neutrônica-termohidráulica e que também contribuem para as variações nas seções de choque macroscópicas. Desta forma os parâmetros nucleares adquirem uma dependência espacial e temporal ao longo da vida do reator.

Os efeitos de realimentação neutrônica e termodinâmica, se não forem tratados adequadamente, podem afetar na determinação dos resultados, anulando a precisão, inherente e eficiência do método utilizado /30/.

Muitos estudos têm sido feitos para elaborar técnicas mais aprimoradas com o objetivo de solucionar estes problemas. Dentre estes estudos pode-se citar o trabalho realizado por Lavenoky e Lartard /15/, que desenvolveram um cálculo de difusão pelo Método de Elementos Finitos com a introdução de seções de choque espacialmente dependentes, para cálculos de queima em reatores. As seções de choque são representadas como expansões de funções previamente definidas e de maneira similar a representação do fluxo. Um outro tipo de representação é utilizada no estudo realizado por Wagner, Kettke e Wirtz /30/, onde os fluxos e as seções de choque são aproximados por polinômios de segunda ordem. Neste trabalho a análise de queima é feita através da extensão do Método de Expansão Nodal (MN), sendo que em estudos mais recentes foram incluídos efeitos de realimentação, como o efeito Doppler e produção de xenônio. Entretanto, exceto para as seções de choque de absorção e de produção, os outros parâmetros são considerados espacialmente constantes.

No trabalho desenvolvido por E. Brega e F. Pasquantoni /6/, utiliza-se o Método Nodal Polinomial (MNP) /19//24/, que possui o mesmo princípio do Método de Expansão Nodal, mas que se diferencia na escolha das funções base para a expansão. Os parâmetros nucleares são todos funções da queima, determinados em cada etapa por interpolação, através de uma tabela com valores de referência. Esta leva em consideração a variação da densidade do refrigerante, produção de samário e xenônio e a concentração de boro no ajuste de criticalidade do reator.

Além destes códigos em malhas grossas, outros trabalhos têm sido desenvolvidos para a análise de queima e dos efeitos de reabilitação. Entre estes trabalhos pode-se citar o sistema CARMEN, desenvolvido por C. Ahnert e J. M. Araújos /2/.

CARMEN é um sistema de códigos para cálculo de reatores do tipo PWR (Pressurized Water Reactor), baseados na teoria de difusão com dependência espacial das seções de choque e efeitos de reabilitação em cada etapa de queima de combustível. Ele foi desenvolvido em 1975 e sua primeira versão consiste na fusão dos códigos IECFARD-IRACA /2/ e CITATION /10/, sofrendo algumas alterações em sua última versão com a simplificação da extração de dados e a redução do tempo computacional, além de algumas modificações na programação para possibilitar a adaptação em outras computadoras.

No trabalho desenvolvido por E. C. Filho e A. C. C. Farroso /7/, utiliza-se o código IECPAED /4/, para geração das seções de choque caracterizadas e calcula-se os coeficientes polinomiais que representam em função da queima local e da concentração de boro solúvel. Não se leva em consideração, a variação das seções de choque, com a temperatura do moderador e do combustível.

A geração dos coeficientes polinomiais é feita pelo método de mínimos quadrados e parte de uma biblioteca de dados fornecidos pelo IECFARD. Os cálculos neutrônicos são executados pelo código CITATION.

S. H. Kim, R. Becker e L. R. Harris /16/, desenvolveram um método de análise de queima para ciclos de reatores do tipo BWR (Boiling Water Reactor), através de um modelo simplificado (programa BISTCEY). Este modelo trata as

modificações na composição do combustível, bem como os efeitos de realimentação, através da geração de seções de choque efetivas em função das seções de choque parciais, que podem ser obtidas em termos de mudanças nas condições de operação em relação às condições de referência.

1.3 - CÓDIGO

No presente trabalho propõe-se desenvolver um modelo de cálculo de queima incluindo efeitos de realimentação, utilizando-se o código nocial FET, mantendo-se a sua precisão e eficiência, com a finalidade de se obter uma ferramenta de cálculo robusta em estudos neutrônicos.

As principais razões para escolha deste código são os excelentes resultados conseguidos em diversos problemas padronizados e a facilidade na generalização para cálculos em que há variação espacial das seções de choque. Além disso, o código tem a capacidade de fornecer valores detalhados de fluxo e potência dentro de elementos combustíveis, o que não é conseguido na maioria dos códigos nacionais existentes.

Quanto aos efeitos de realimentação, neste trabalho serão considerados os seguintes aspectos:

- a) variação da concentração de xenônio e a sua contribuição na seção de choque de absorção térmica;
- b) estudo da interpolação das seções de choque com a queima;
- c) variação das seções de choque devido à diferença do espectro neutrônico entre o cálculo celular e de reator;
- d) variação nas seções de choque com a temperatura do combustível (efeito Doppler);

e) variação das seções de círculo com a temperatura do ardeíssio;

f) variação das seções de círculo com o nível de veneno solúvel.

CAPÍTULO II

INTRODUÇÃO TEÓRICA

II. 1 - EFEITOS GERAIS

A medida que se segue a vida do reator, a composição do combustível se modifica devido a fissões e produção de outros elementos (produtos de fissão), causando modificações no conjunto de seções de chique. A alteração destes parâmetros provoca mudanças na distribuição de potência no núcleo do reator, que por sua vez, induzem mudanças nos parâmetros hidráulicos.

Os reatores nucleares são caracterizados por uma grande interação entre o cálculo retórico e o cálculo hidráulico. Com ilustrações, podemos examinar o cálculo da distribuição de potência. Este cálculo é iniciado fornecendo-se estimativas das características hidráulicas, tais como o fator de canal curto e a distribuição de temperatura no núcleo. A temperatura do combustível é usada para determinar a integral de ressonância (Efeito Doppler), enquanto a temperatura do refrigerante é usada para o cálculo do efeito para geração de constantes de grupo /8/, 13/. Fica claro, então, que ao considerarmos o reator ao longo de sua vida, é essencial levarmos em conta, estes efeitos para melhor representação do processo de queima.

O estudo da interação da distribuição de potência no núcleo com a queima do combustível é conhecido como análise de queima ou 'Burnup'. É talvez o mais demorado e caro aspecto da análise nuclear, e talvez o mais importante, desde que indica a performance, econômica do reator /8/.

A análise de queima está bastante relacionada ao tópico de crenças sobre o combustível nuclear, na medida em que se tenta optimizar a carga e recarga, afim de procurar o processo de geração de energia, de forma mais econômica / 8 /.

As mudanças na composição do combustível de um reator, ocorrem num período de tempo relativamente grande, da ordem de dias e até meses, sendo que existem três aspectos importantes na sua análise / 13 /: a) perda da taxa de reatividade associada com a queima de combustível e produção de energia durante o ciclo; b) mudança na distribuição de fluxo e potência associada com a queima e controle para manter a criticalidade; c) mudança na composição do combustível.

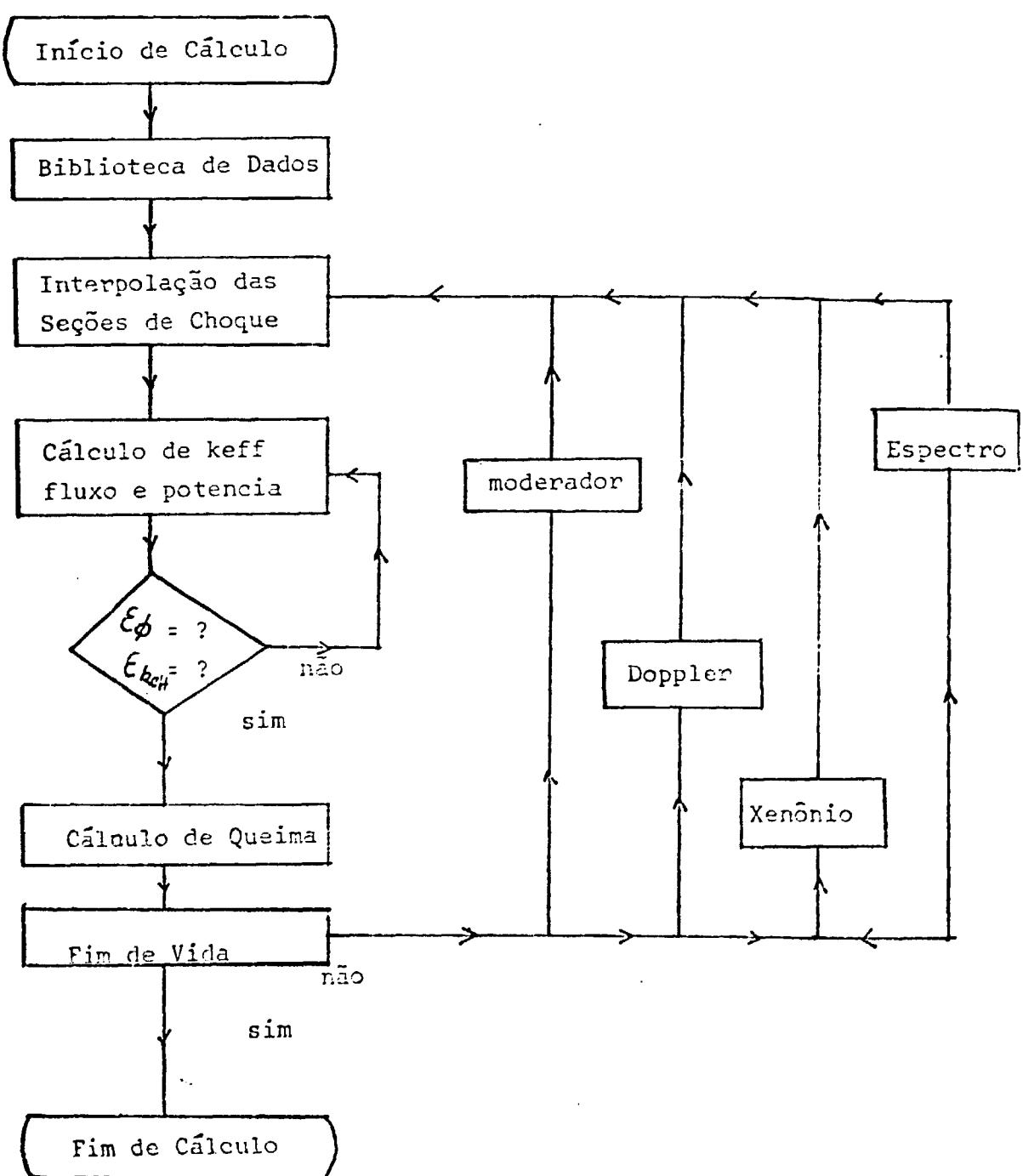
O efeito de queima ou 'burnup' é avaliado em vários intervalos de tempo durante a vida do reator, assumindo separabilidade da energia e tempo.

A primeira etapa consiste em se determinar a distribuição de fluxo e potência espacial. Elas são mantidas constantes para cada intervalo de tempo considerado e utilizadas posteriormente na determinação da queima em (MWI/T), no fim deste intervalo. Por sua vez esta queima é utilizada na correção dos parâmetros macroscópicos através de interações.

Uma vez obtidos os mesmos parâmetros já ajustados parte-se para o novo cálculo da distribuição de fluxo e de potência bem como do fator de multiplicação para a etapa seguinte de queima.

Verifica-se assim, que os parâmetros macroscópicos adotados tem dependência espacial, na medida em que se tem um valor diferente de queima em cada posição dentro do núcleo do reator.

No diagrama em blocos a seguir é mostrado o processo de cálculo desenvolvido no presente trabalho de maneira sucinta.



III-2 FUNDAMENTOS TEÓRICOS

Neste ítem está apresentada a descrição matemática do Método de Elementos Finitos e Matriz Resposta, e as modificações introduzidas para o cálculo de queima e efeitos de realimentação.

O reator é dividido em malhas processas, onde é solucionada a equação da difusão, construindo-se dois tipos de matrizes respostas. A primeira matriz resposta relaciona a corrente parcial de saída com a fonte interna em cada malha. A segunda matriz resposta relaciona a corrente de saída com a corrente parcial que entra na malha. Os fluxos e as correntes parciais são calculadas em dois níveis: a) em termos globais, como expansões em funções bases definidas no domínio de cada malha; b) em termos locais, isto é, a malha é subdividida em vários subdomínios onde são definidas outras funções bases utilizadas na representação dos fluxos e correntes.

As malhas consideradas são da ordem do tamanho de um elemento combustível (aprox. 20 cm), e de forma retangular constituída de 8 pontos (veja fig. 1a).

As funções bases locais utilizadas nas expansão do fluxo e corrente são respectivamente:

$$\Psi_l(\xi) \quad l = 1, 2, 3, \dots, L \quad \xi \in \Omega_n$$

$$\Psi_{sk}(\xi) \quad k = 1, 2, 3, \dots, K \quad \xi \in \delta\Omega_n$$

onde: L é o número de nós na malha Ω_n e

K é o número de nós na fronteira $\delta\Omega_n$. (Veja figuras 1a e 1b).

Estas funções são definidas em termos de polinômios de Serendipity /22/, de segundo grau.

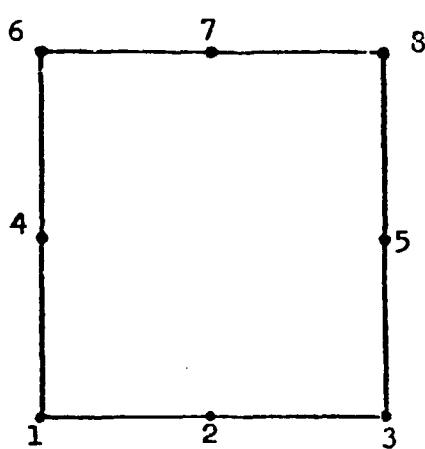


Figura 1a - número de nós na malha . ($L=8$)

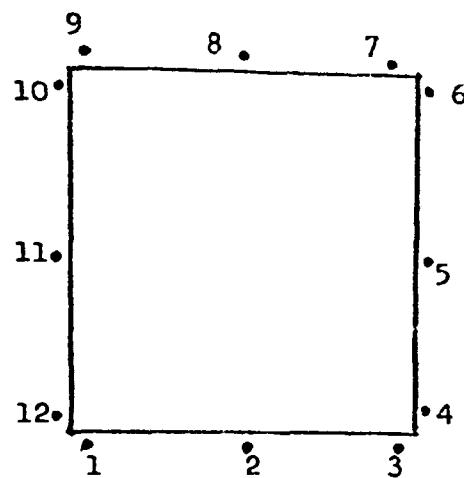


Figura 1b - número de nós no contorno da malha
($K=12$)

As funções bases locais são definidas da mesma forma tal que:

$$\psi_i^h(z) \quad i = 1, 2, 3, \dots, Ne \quad z \in \Omega_n$$

$$\psi_{s nh}^h(z) \quad h = 1, 2, 3, \dots, Ns \quad z \in \delta\Omega_n$$

onde:

Ne é o número total de nós na malha Ω_n ;

Ns é o número total de nós no contorno $\delta\Omega_n$ da malha Ω_n .
(Veja figuras 1a e 2b).

Estas funções possuem valor unitário no nó i e valor zero nos outros nós, e estão definidas no subdomínio Ω_{nm} o qual pertence o nó i .

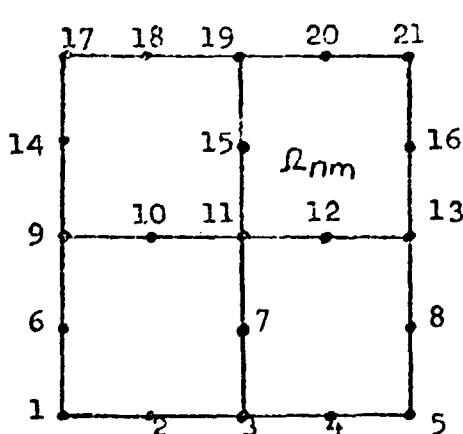


Figura 2a - número de nós para as funções locais
($Ne=21$)

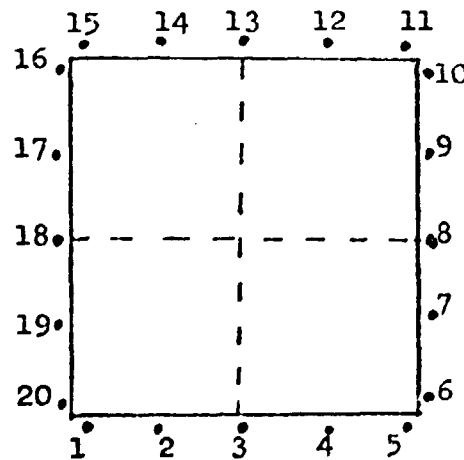


Figura 2b - número de nós no contorno da malha para as funções locais
($Ns=20$)

Nos parágrafos a seguir é apresentado o desenvolvimento do método e as modificações implementadas para a capacitação de queima espacial, no programa bidimensional criçiral, apresentado em detalhes na referência /22/.

Considerando então o reator dividido em N malhas Ω_n , $n=1, 2, 3, \dots, N$, a equação de difusão pode ser escrita assim:

$$-\nabla D_n(\xi) \cdot \nabla \phi_n(\xi) + \sum_{\alpha} a_{\alpha n}(\xi) \phi'_n(\xi) = s_n(\xi), \quad \xi \in \Omega_n \quad (2.2.1)$$

com a condição de contorno:

$$j_n(\xi_s) = \frac{1}{4} \phi_n(\xi_s) + \frac{1}{2} D_n(\xi_s) \cdot \nabla \phi_n(\xi_s) \Big|_{\xi=\xi_s} \quad (2.2.2)$$

onde $\xi_s \in \delta \Omega_n$ e $\nu(\xi_s)$ é o vetor normal a superfície $\delta \Omega_n$ da malha Ω_n .

Pela aproximação de Galerkin /22/, definindo-se o espaço:

$$H_2^1 = \left\{ \psi(\xi) \in C^1 / \int_{\Omega_n} [\nabla \psi(\xi) \cdot \nabla \psi(\xi) + \psi(\xi) \cdot \psi(\xi)] d\xi < \infty \right\}$$

checa-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} & \int_{\Omega_n} [D_n(\xi) \cdot \nabla \phi_n(\xi) \cdot \nabla \psi_n(\xi) d\xi + \\ & + \int_{\Omega_n} [\sum_{\alpha} a_{\alpha n}(\xi) \cdot \phi'_n(\xi)] \psi_n(\xi) d\xi + \\ & + \frac{1}{2} \int_{\Omega_n} \phi'_n(\xi) \psi_n(\xi) d\xi] = \\ & = \int_{\Omega_n} s_n(\xi) \psi_n(\xi) d\xi + 2 \int_{\delta \Omega_n} j_n(\xi) \psi_n(\xi) d\xi \end{aligned} \quad (2.2.3)$$

Define-se então um subespaço S^h de H_2^1 , e funções $\psi_{n_i}^h(\zeta)$ tal que $\psi_{n_i}^h(\zeta) \in S^h \subset H_2^1$, definidas no subdomínio Ω_{nm} , na malha Ω_n . Desta forma o fluxo $\phi_n^h(\zeta)$ pode ser escrito como expansão da seguinte forma:

$$\phi_n^h(\zeta) = \sum_{i=1}^{N_e} \phi_{n_i}^h \psi_{n_i}^h(\zeta). \quad (2.2.4)$$

Para se desenvolver o cálculo de queima é necessário modificar a representação das seções de choque, que são são mais constantes, mas deve adquirir dependência espacial. Uma das formas de representar esta dependência espacial dos parâmetros macroscópicos, é expressá-las como expansões em termos das funções gerais $\Psi_i(\zeta)$, descritas acima, e que são as mesmas utilizadas na representação dos fluxos gerais.

A seção de choque de atuação na equação (2.2.3) pode então ser escrita como:

$$\sum_{\alpha_n}(\zeta) = \sum_{p=1}^l \Sigma_{ap} \Psi_p(\zeta), \quad (2.2.5)$$

tal que Σ_{ap} , são os coeficientes da expansão e correspondem aos valores das seções de choque nos pontos $p=1, 2, 3, \dots, l$ (veja fig. 2b).

Para efeitos práticos, pode-se assumir que os coeficientes de difusão rápida e térmica são espacialmente constantes, de tal forma que $D_n(r) = D_n$.

Substituindo (2.2.4) e (2.2.5) em (2.2.3) e definindo os produtos escalares (22):

$$(f, g) = \int_{\Omega_n} f(\zeta) \cdot g(\zeta) d\zeta,$$

$$\langle f, g \rangle = \int_{\delta\Omega_n} f(\zeta) \cdot g(\zeta) d\zeta$$

acha-se a seguinte expressão em forma matricial:

$$\underline{\underline{A}}_n \cdot \underline{\phi}_n = \underline{s}_n^\psi + \underline{j}_n^{\psi^-}, \quad (2.2.6)$$

$$\underline{s}_n^\psi = (\Delta r(\underline{\zeta}), \underline{\psi}_n^h(\underline{\zeta})) , \quad (2.2.7)$$

$$\underline{j}_n^{\psi^-} = 2 \langle j_n^-(\underline{\zeta}), \underline{\psi}_n^h(\underline{\zeta}) \rangle , \quad (2.2.8)$$

$$\underline{\underline{A}}_n = \underline{\underline{T}}_{nD} \nabla \psi \nabla \psi + \sum_{p=1}^L \bar{\Sigma}_{ap} \underline{\underline{T}}_{nF} \psi \psi_p + \frac{1}{2} \underline{\underline{T}}_{ns} \psi \psi . \quad (2.2.9)$$

onde:

$$\underline{\underline{T}}_{nD} \nabla \psi \nabla \psi = D_n \left(\nabla \psi_n^h(\underline{\zeta}), \nabla \psi_n^h(\underline{\zeta}) \right)$$

é matriz de dimensão Ne X Ne;

$$\underline{\underline{T}}_{nF} \psi \psi_p = \left(\psi_n^h(\underline{\zeta}), \psi_n^h(\underline{\zeta}) \cdot \underline{\underline{F}}_p(\underline{\zeta}) \right) ;$$

é matriz de dimensão Ne X Ne, exemplificada na figura 3.

$$\underline{\underline{T}}_{ns} \psi \psi = \frac{1}{2} \langle \psi_n^h(\underline{\zeta}), \psi_n^h(\underline{\zeta}) \rangle$$

é matriz de dimensão Ne X Ne .

$$\begin{bmatrix} \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_1}(z) \psi_{n_1}^h(z) \bar{\psi}_{l_1}(z) dz & \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_1}(z) \psi_{n_2}^h(z) \bar{\psi}_{l_1}(z) dz & \dots & \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_1}(z) \psi_{n_Ne}^h(z) \bar{\psi}_{l_1}(z) dz \\ \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_2}(z) \psi_{n_1}^h(z) \bar{\psi}_{l_2}(z) dz & \dots & \dots & \dots \\ \vdots & \vdots & \ddots & \vdots \\ \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_Ne}(z) \psi_{n_1}^h(z) \bar{\psi}_{l_N}(z) dz & \dots & \dots & \int_{\Omega_n}^h \psi_{n_Ne}(z) \psi_{n_Ne}^h(z) \bar{\psi}_{l_N}(z) dz \end{bmatrix}$$

Figura 3 - matriz $\tilde{T}_{f_i f_i}$ de dimensão $N_e \times N_e$.

Era vez que \underline{A}_n é positiva definida e pode ser invertida, /9/, de (2.2.6) tem-se:

$$\underline{\phi}_n = \underline{A}_n^{-1} \cdot \underline{s}_n^{\psi} + \underline{A}_n^{-1} \cdot \underline{j}_n^{-\psi}$$

$$\underline{\phi}_n^h(\underline{z}) = \sum_{i=1}^{N_e} \phi_{ni} \underline{\psi}_{ni}^h(\underline{z}) = [\underline{\psi}_n^h(\underline{z})]^T \cdot \underline{\phi}_n,$$

e como

temos:

$$\underline{\phi}_n^h(\underline{z}) = [\underline{\psi}_n^h(\underline{z})]^T \cdot \underline{A}_n^{-1} \cdot \underline{s}_n^{\psi} +$$

$$+ [\underline{\psi}_n^h(\underline{z})]^T \cdot \underline{A}_n^{-1} \cdot \underline{j}_n^{-\psi}. \quad (2.2.11)$$

O termo de fonte $s_n(i)$ é a corrente parcial de entrada $j_n(i)$ podendo ser expressas por:

$$s_n(\underline{z}) = [\underline{\Psi}^n(\underline{z})]^T \cdot \underline{s}_n, \quad (2.2.12)$$

$$j_n^-(\underline{z}_s) = [\underline{\Psi}_s^-(\underline{z}_s)]^T \cdot \underline{j}_n^- \quad (2.2.13)$$

onde:

$$\underline{\Psi}^n(\underline{z}) = \text{col} (\underline{\Psi}_1(\underline{z}), \underline{\Psi}_2(\underline{z}), \dots, \underline{\Psi}_L(\underline{z})),$$

$$\underline{\Psi}_s^-(\underline{z}) = \text{col} (\underline{\Psi}_{1s}^-(\underline{z}_s), \underline{\Psi}_{2s}^-(\underline{z}_s), \dots, \underline{\Psi}_{Ls}^-(\underline{z}_s)),$$

$$\underline{s}_n = \text{col} (s_{n1}, s_{n2}, \dots, s_{nL}),$$

$$\underline{j}_n^- = \text{col} (j_{n1}^-, j_{n2}^-, \dots, j_{nK}^-).$$

No desenvolvimento da quima espacial, as fontes terrestres e rápida depende explicitamente das seções de choque de fissão. Desta forma, estas fontes adquirem dependência espacial na sequente forma ac fluxo, mas também devido a variações espacial das seções de choque, que no tratamento criacional elas mantidas constantes.

Expendindo as seções de choque de fissão, temos:

$$\underline{\Sigma}_{\eta_f}(z) = \sum_{i=1}^L \underline{\Sigma}_{\eta_i} \bar{\Psi}_i(z).$$

A fonte rápida que é dada por:

$$\underline{\Delta}_n(z) = \nu \underline{\Sigma}_{f_n}^1(z) \bar{\Phi}_n^1(z) + \nu \underline{\Sigma}_{f_n}^2(z) \bar{\Phi}_n^2(z),$$

pode ser escrita como:

$$\begin{aligned} \sum_{i=1}^L s_{\eta_i} \bar{\Psi}_i(z) &= \sum_{i=1}^L \nu \underline{\Sigma}_{f_i}^1 \bar{\Psi}_i(z) \sum_{l \neq i}^L \bar{\Phi}_{lj} \bar{\Psi}_j(z) + \\ &+ \sum_{i=1}^L \underline{\Sigma}_{f_n}^2 \bar{\Psi}_i(z) \cdot \sum_{l \neq i}^L \bar{\Phi}_{lj}^2 \bar{\Psi}_j(z), \end{aligned}$$

de outra forma obtém-se:

$$\begin{aligned} [\bar{\Psi}(z)]^T \cdot \underline{s_n}^1 &\approx [\bar{\Psi}(z)]^T \cdot \nu \underline{\Sigma}_{\eta_f}^1 \cdot [\bar{\Psi}(z)]^T \cdot \underline{\bar{\Phi}}_n^1 + \\ &+ [\bar{\Psi}(z)]^T \cdot \nu \underline{\Sigma}_{\eta_f}^2 \cdot [\bar{\Psi}(z)]^T \cdot \underline{\bar{\Phi}}_n^2, \end{aligned}$$

Multiplicando a expressão acima por $\bar{\Psi}_i(z)$ e integrando em torno a volme Ω_n tem-se:

$$\begin{aligned}
 & \int_{\Omega_n} \underline{\Psi}(\underline{\omega}) \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{s}_n^\perp d\underline{\omega} = \\
 &= \int_{\Omega_n} \underline{\Psi}(\underline{\omega}) \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\nu \Sigma}_{nf}^\perp \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\Phi}_n^\perp d\underline{\omega} + \\
 &+ \int_{\Omega_n} \underline{\Psi}(\underline{\omega}) \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\nu \Sigma}_{nf}^2 \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\Phi}_n^2 d\underline{\omega}.
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 & (\underline{\Psi}(\underline{\omega}), [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T) \cdot \underline{s}_n^\perp = \\
 &= (\underline{\Psi}(\underline{\omega}), [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\nu \Sigma}_{nf}^\perp \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\Phi}_n^\perp) + \\
 &+ (\underline{\Psi}(\underline{\omega}), [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\nu \Sigma}_{nf}^2 \cdot [\underline{\Psi}(\underline{\omega})]^T \cdot \underline{\Phi}_n^2).
 \end{aligned}$$

$$\begin{aligned}
 \underline{T}_{\underline{\Psi}\underline{\Psi}} \cdot \underline{s}_n^\perp &= \left[\sum_{i=1}^L \nu \Sigma_{nf_i}^\perp \left(\underline{T}_{\underline{\Psi}\underline{\Psi}\underline{\psi}_i} \cdot \underline{\Phi}_n^\perp \right) \right] + \\
 &+ \left[\sum_{i=1}^L \nu \Sigma_{nf_i}^2 \left(\underline{T}_{\underline{\Psi}\underline{\Psi}\underline{\psi}_i} \cdot \underline{\Phi}_n^2 \right) \right].
 \end{aligned}$$

$$\underline{s}_n^\perp = \underline{T}_{\underline{\Psi}\underline{\Psi}}^{-1} \cdot \sum_{i=1}^L \underline{T}_{\underline{\Psi}\underline{\Psi}\underline{\psi}_i} \left(\underline{x s}_{n_i}^\perp + \underline{x s}_{n_i}^2 \right),$$

onde:

$$\underline{T}_{\bar{\Psi}\Psi} = \left(\underline{\Psi}(z), [\underline{\bar{\Psi}}(c)]^T \right),$$

$$\underline{XS_n^1} = \nu \sum_{i=1}^L \underline{\bar{\epsilon}_{nfi}} \cdot \underline{\bar{\Phi}_n^1},$$

$$\underline{XS_n^2} = \nu \sum_{i=1}^L \underline{\bar{\epsilon}_{nfi}} \cdot \underline{\bar{\Phi}_n^2},$$

e

$$\underline{T}_{\bar{\Psi}\Psi\Psi_i} = \left(\underline{\bar{\Psi}}(z), \underline{\bar{\Psi}}(c) \cdot [\underline{\Psi}(z)]^T \right).$$

Infelizmente, esta formulação mostrou-se bastante trabalhosa em termos computacionais, devido a necessidade de se construir as matrizes $\underline{T}_{\bar{\Psi}\Psi\Psi_i}$, e principalmente devido a sua manipulação. Isto acarretou em um tempo computacional bastante grande, tornando-se inviável no presente trabalho.

Optou-se, então, por uma formulação alternativa simplificada, de tal forma a visar economia de tempo computacional, mantendo a precisão dos resultados.

Esta nova formulação é feita sem a expansão das seções de choque, mas utilizando apenas os coeficientes desta expansão como é mostrado a seguir.

A forte terceira dada pela expressão pode ser escrita como:

$$A_n(z) = \sum_{i=1}^L S_n^2 \Psi_i(z) = [\underline{\Psi}(z)] \cdot \underline{S_n^2} \quad (2.2.14)$$

onde:

$$\underline{S_n^2} = \sum_{i=1}^L \underline{\epsilon_{n2i}} \underline{\bar{\Phi}_n^1}.$$

$\sum_{i=1}^L \underline{\epsilon_{n2i}}$ e $\underline{\bar{\Phi}_n^1}$ são os valores das seções de choque do remédio do grupo 1 para o grupo 2 e do fluxo rápido, respectivamente no ponto i da malha.

Substituindo a equação (2.2.14) na equação (2.2.7)

ter-se:

$$\underline{\Delta_n}^{\psi_2} = \underline{T_{\Psi\Psi}} \cdot \underline{S_n}^2 \quad (2.2.15)$$

onde:

$$\underline{T_{\Psi\Psi}} = (\underline{\Psi_n}^T(\underline{\Omega}), [\underline{\Psi}(\underline{\Omega})]^T)$$

é uma matriz $N \times L$.

Adelicamente para a forte rápida obtém-se:

$$\Delta_n(\underline{\Omega}) = \sum_{i=1}^L S_n^2_i \bar{\Psi}_i(\underline{\Omega}) = [\underline{\Psi}(\underline{\Omega})]^T \underline{S_n^2}, \quad (2.2.16)$$

$$S_n^2_i = v \bar{\Sigma}_{n_i}^2 \cdot \bar{\Phi}_{n_i}^2 + v \bar{\Sigma}_{t n_i}^2 \cdot \bar{\Phi}_{n_i}^2,$$

$$\underline{\Delta_n}^{\psi_1} = \underline{T_{\Psi\Psi}} \cdot \underline{S_n}^2 \quad (2.2.17)$$

Esta formulação mostra-se eficiente, apresentando resultados praticamente iguais ao anterior (com discrepâncias menores que 0.3% na potência), sem necessidade de construir outras matrizes.

Prosseguindo no desenvolvimento matemático, pode-se determinar a expressão para a corrente, a partir das equações (2.2.6) e (2.2.13):

$$\underline{j}_n^{\psi^-} = 2 \left\langle \underline{\psi}_n^h(\underline{r}_S), \left[\underline{\Psi}_S(\underline{r}_S) \right]^T \right\rangle \cdot \underline{J}_n^-$$

$$\underline{j}_n^{\psi^-} = 2 \underline{T}_{\psi} \underline{\Psi}_S \cdot \underline{J}_n^- \quad , \quad (2.2.18)$$

onde:

$$\underline{T}_{\psi} \underline{\Psi}_S = \left\langle \underline{\psi}_n^h(\underline{r}_S), \left[\underline{\Psi}_S(\underline{r}_S) \right]^T \right\rangle$$

é uma matriz de dimensão $N_e \times K$.

Utilizando a aproximação de Fick /8/, para a corrente parcial e utilizando a expansão de $\underline{\phi}_n^h(\underline{r}_S)$ em termos das funções bases locais tem-se:

$$\underline{j}_n^+(\underline{r}_S) = \frac{1}{2} \underline{\phi}_n(\underline{r}_S) - \underline{j}_n^-(\underline{r}_S) \quad . \quad (2.2.19)$$

$$\underline{\phi}_n^h(\underline{r}_S) = \sum_{i=1}^{N_e} \phi_{ni} \underline{\psi}_{ni}^h(\underline{r}_S) = \left[\underline{\psi}_n^h(\underline{r}_S) \right]^T \cdot \underline{\phi}_n \quad (2.2.20)$$

onde:

$$\underline{\psi}_n^h(\underline{r}_S) = \text{col} (\underline{\psi}_{n1}^h(\underline{r}_S), \dots, \underline{\psi}_{nN_e}^h(\underline{r}_S))$$

$$\underline{\phi}_n = \text{col} (\phi_{n1}, \phi_{n2}, \dots, \phi_{nN_e})$$

e expandindo $\underline{j}_n^{\pm}(\underline{r}_S)$ em termos das funções globais obtém-se:

$$\underline{j}_n^{\pm}(\underline{r}_S) = \sum_{k=1}^K \underline{J}_{nk}^{\pm} \cdot \underline{\Psi}_{Sk}(\underline{r}_S) = \left[\underline{\Psi}_S(\underline{r}_S) \right]^T \cdot \underline{J}_n^{\pm} \quad (2.2.21)$$

onde:

$$\underline{\Psi}_S(\xi) = \text{col} (\underline{\psi}_{S1}(\xi), \dots, \underline{\psi}_{SK}(\xi)),$$

$$\underline{J_n}^{\pm} = \text{col} (\underline{J}_{n_1}^{\pm}, \underline{J}_{n_2}^{\pm}, \dots, \underline{J}_{n_K}^{\pm})$$

Substituindo (2.2.20) e (2.2.21) em (2.2.19) e multiplicando a resultante por $[\underline{\Psi}_S(\xi)]$ e integrando no volume Ω_n , obtém-se:

$$\underline{J_n}^{\pm} = -\underline{J_n}^{-} + \frac{1}{2} \underline{T}_{\underline{\Psi}_S \underline{\Psi}_S}^{-1} \cdot \underline{T}_{\underline{\Psi}_S \psi} \cdot \underline{\phi}_n \quad (2.2.22)$$

onde:

$$\underline{T}_{\underline{\Psi}_S \underline{\Psi}_S} = \langle \underline{\psi}_S(\xi), [\underline{\psi}_S(\xi)]^T \rangle$$

é uma matriz de dimensão $K \times K$;

$$\underline{T}_{\underline{\Psi}_S \psi} = \langle \underline{\psi}_S(\xi), [\underline{\psi}_n^h(\xi)]^T \rangle$$

é uma matriz de dimensão $K \times N_e$.

Com a utilização da expressão (2.2.11) para $\underline{\phi}_n$ na equação (2.2.22), temos:

$$\begin{aligned} \underline{J_n}^+ &= -\underline{J_n}^- + \frac{1}{2} \underline{T}_{\bar{Y}_S Y_S}^{-1} \cdot \underline{T}_{\bar{Y}_S} \psi \cdot \left(\underline{A_n}^{-1} \cdot \underline{s_n}^\psi + \right. \\ &\quad \left. + \underline{A_n}^{-1} \cdot \underline{j_n}^{-\psi} \right). \end{aligned} \quad (2.2.23)$$

Deve-se ressaltar aqui, que a dependência espacial das seções de choque fica expressa na corrente $\underline{J_n}^+$ (equação acima), através da matriz $\underline{A_n}$ (veja equação (2.2.9)) e do termo de forte $\underline{s_n}^\psi$ (veja equações (2.2.14) e (2.2.17)). Esta dependência por sua vez é refletida sobre as matrizes respostas que serão definidas a seguir.

Substituindo as expressões de $\underline{s_n}^\psi$ e $\underline{j_n}^{-\psi}$, equações (2.2.15), (2.2.17a) e (2.2.18) na equação acima obtém-se:

$$\begin{aligned} \underline{J_n}^+ &= \left(\frac{1}{2} \underline{T}_{\bar{Y}_S Y_S}^{-1} \cdot \underline{T}_{\bar{Y}_S} \psi \cdot \underline{A_n}^{-1} \cdot \underline{T}_{\bar{Y}_S} \right) \cdot \underline{s_n} + \\ &\quad + \left(\underline{T}_{\bar{Y}_S Y_S}^{-1} \cdot \underline{T}_{\bar{Y}_S} \psi \cdot \underline{A_n}^{-1} \cdot \underline{T}_{\bar{Y}_S} - \underline{I} \right) \cdot \underline{J_n}^-, \end{aligned} \quad (2.2.24)$$

ou

$$\underline{J_n}^+ = \underline{R_n}^S \cdot \underline{s_n} + \frac{1}{2} \underline{R_n}^{J^-} \cdot \underline{J_n}^-, \quad (2.2.25)$$

onde:

$$\underline{R}_n^S = \frac{1}{2} \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S}^{-1} \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S} \cdot \underline{\underline{A}}_n^{-1} \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S}$$

é uma matriz de dimensão K X L e;

$$\underline{R}_n^{J^-} = 2 \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S}^{-1} \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S} \cdot \underline{\underline{A}}_n^{-1} \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S} - I$$

é uma matriz de dimensão K X K,

que são as matrizes respostas $\underline{\underline{E}}^S$ devido à fonte e $\underline{\underline{R}}^J$ devido à corrente de entrada.

As matrizes respectivas $\underline{\underline{M}}_n^S$ e $\underline{\underline{M}}_n^J$ para o fluxo global podem ser obtidas a partir da expressão:

$$\underline{\Phi}_n(\underline{\zeta}) = \sum_{i=1}^L \underline{\Phi}_{ni} \underline{\Psi}_i(\underline{\zeta}) = \left[\underline{\Psi}_i(\underline{\zeta}) \right]^T \underline{\Phi}_n, \quad (2.2.26)$$

sabendo-se que:

$$\underline{\phi}_n(\underline{\zeta}) = \sum_{i=1}^{N_e} \underline{\phi}_{ni} \cdot \underline{\psi}_{ni}^h(\underline{\zeta}) = \left[\underline{\psi}_{ni}^h(\underline{\zeta}) \right]^T \underline{\phi}_n, \quad (2.2.27)$$

usando o método de resíduos parciais, ter-se:

$$\underline{\Phi}_n = \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S}^{-1} \cdot \underline{\underline{T}}_{\bar{\Psi}S} \cdot \underline{\phi}_n, \quad (2.2.28)$$

e utilizando a equação (2.2.11), obtém-se a expressão para o fluxo de saída:

$$\underline{\Phi}_n = \underline{\underline{M}}_n^S \cdot \underline{s}_n + \underline{\underline{M}}_n^{J^-} \cdot \underline{j}_n, \quad (2.2.29)$$

onde:

$$\underline{\underline{M_n}}^S = \underline{\underline{T_{\bar{Y}\bar{Y}}}^{-1}} \cdot \underline{\underline{T_{\bar{Y}\psi}}} \cdot \underline{\underline{A_n^{-1}}} \cdot \underline{\underline{T_{\psi\bar{Y}}}}$$

é uma matriz de dimensão L X L e;

$$\underline{\underline{M_n}}^T = 2 \underline{\underline{T_{\bar{Y}\bar{Y}}}^{-1}} \cdot \underline{\underline{T_{\bar{Y}\psi}}} \cdot \underline{\underline{A_n^{-1}}} \cdot \underline{\underline{T_{\psi\bar{Y}}}}$$

é uma matriz de dimensão L X K.

II-3 QUEIMA DE COMBUSTÍVEIS

Uma vez critica a distribuição de fluxo $\phi(r,t)$, a distribuição da densidade da potência é dada por:

$$\rho(r,t) = \omega \left(\sum_{f_1} (\zeta, t) \cdot \phi_1 (\zeta, t) + \right. \\ \left. \text{onde: } + \sum_{f_2} (\zeta, t) \cdot \phi_2 (\zeta, t) \right), \quad (2.3.1)$$

ω é a energia liberada por fissão.

A dependência da queima com o tempo pode, portanto, ser representada através da potência da seguinte forma:

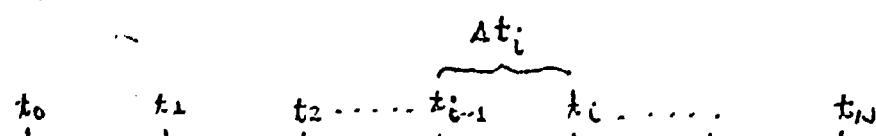
$$\frac{d\theta_u(\zeta, t)}{dt} = \frac{\omega}{\rho} \left[\sum_{f_1} (\zeta, t) \phi_1 (\zeta, t) + \right. \\ \left. + \sum_{f_2} (\zeta, t) \cdot \phi_2 (\zeta, t) \right], \quad (2.3.2)$$

- ρ é a densidade do combustível;

- $\theta_u(\zeta, t)$ é a queima dada em MW/t

A variação espacial da queima é dada pelo nível de fluxo em cada posição do núcleo, bem como das características dos materiais em cada reação.

A variação temporal é discretizada em vários intervalos Δt_i , durante os quais os parâmetros macroscópicos são mantidos constantes.



Integrando a equação (2.3.2) no intervalo $\Delta t_i = t_i - t_{i-1}$, obtém-se:

$$\begin{aligned} Bu(r, t_i) - Bu(r, t_{i-1}) &= \\ &= \frac{\omega}{\rho} \left[\bar{\Sigma}_{t_1}(r) \cdot \bar{\Phi}_1^{(t_{i-1})} + \bar{\Sigma}_{t_2}(r) \cdot \bar{\Phi}_2^{(t_{i-1})} \right] \cdot \Delta t_i. \end{aligned} \quad (2.3.3)$$

Se considerarmos que em $t=0$ $Bu(r, 0)=0$, para o intervalo $\Delta t_1 = t_1 - t_0$, tem-se:

$$\begin{aligned} Bu(r, t_1) &= \frac{\omega}{\rho} \left[\bar{\Sigma}_{t_1}(r) \bar{\Phi}_1^{(t_0)} + \right. \\ &\quad \left. + \bar{\Sigma}_{t_2}(r) \bar{\Phi}_2^{(t_0)} \right] \cdot \Delta t_1, \end{aligned} \quad (2.3.4)$$

No intervalo seguinte $\Delta t_2 = t_2 - t_1$ tem-se:

$$\begin{aligned} Bu(r, t_2) &= Bu(r, t_1) + \frac{\omega}{\rho} \left[\bar{\Sigma}_{t_1}(r) \bar{\Phi}_1^{(t_1)} + \right. \\ &\quad \left. + \bar{\Sigma}_{t_2}(r) \bar{\Phi}_2^{(t_1)} \right] \cdot \Delta t_2 \end{aligned}$$

e assim sucessivamente.

(2.3.5)

O valor da queima em cada posição do reator, $Bu(i, t)$, em um instante qualquer, é então obtido por um processo cumulativo, somando-se os valores de queima em cada intervalo de tempo até o instante t considerado.

Voltando a forma geral, equação (2.3.3), e utilizando a expressão para fonte rápida deduzida anteriormente eq. (2.2.16), chega-se a seguinte equação:

$$\begin{aligned} \Delta Bu(r) &= Bu(r, t_i) - Bu(r, t_{i-1}) = \\ &= \frac{\omega \Delta t_i}{\rho V_{i-1}} \cdot S_1(r), \end{aligned} \quad (2.3.6)$$

onde:

$$\Delta_1^{(t_{i-1})} = v_{i-1} \left(\sum_{f_1}^{(t_{i-1})} \cdot \bar{\Phi}_1(\underline{z}) + \right. \\ \left. + \sum_{f_2}^{(t_{i-1})} (\underline{z}) \cdot \bar{\Phi}_2(\underline{v}) \right).$$

IJ-4 INTERPOLAÇÃO LAS SEÇÕES DE CHOQUE

No decorrer da vida do núcleo do reator, com o consumo de combustível, as seções de choque se modificam devido às mudanças na composição do combustível nuclear. Estas variações dos parâmetros macroscópicos com a queima são tratadas através de interpolações pelo método de Newton /1/.

As seções de choque são representadas como expansões de polinômios da seguinte forma:

$$\sum_x (Bx) = \alpha_0 + \alpha_1 (Bx - Bx_0) + \\ + \alpha_2 (Bx - Bx_1)(Bx - Bx_0) + \\ + \alpha_3 (Bx - Bx_2)(Bx - Bx_1)(Bx - Bx_0) + \dots$$

Os coeficientes ali's são determinados previamente através da biblioteca de dados fornecidos ao programa.

Foram analisados 3 tipos de interpolação: linear, quadrática e cúbica, assim é feito para determinar qual o melhor ajuste para o comportamento das seções de choque com a queima. Checa-se a conclusão que a interpolação cúbica é suficiente para representar a variação dos parâmetros macroscópicos. Este estudo pode ser visto em detalhes no apêndice A.

II-5 CONCENTRAÇÃO MÉDIA DE XENÔNIO NA SEÇÃO II COMO DE ADESÃO TÉRMICA.

EM SISTEMAS DE REATORES DO TIPO PWR de grande porte, atualmente desenvolvidos, existe um aumento na probabilidade de ocorrer oscilações na distribuição de potência, induzida pela concentração de xenônio. Estas oscilações são de grande importância, pois, se tais forças estiverem correlacionadas, podem provocar picos de potência além dos limites termohidráulicos, comprometendo a segurança destes sistemas nucleares /5, 12/.

Na cotação das seções de chiques celulares foi considerada uma potência média constante, de tal modo que se obtém um valor médio da concentração de xenônio para contribuição na seção de cotação de absorção térmica. No entanto, na realidade, quando obtemos valores de potência locais em cada região do núcleo, tem-se concentrações diferentes de acordo com essas potências locais. Há necessidade, portanto, de se fazer uma correção na seção de cotação de absorção térmica para se considerar esta diferença na concentração de xenônio média e local.

Para esta correção foi utilizada a equação aproximada da concentração de equilíbrio de xenônio /8, 18/:

$$X = \frac{(\delta_T + \delta_{xe})}{\left(\lambda_{xe} + G_{\lambda_{xe}} \cdot \phi_{th} \right)} \cdot \sum_{g=1}^2 \sum_{f}^g \phi_f,$$

(2.5.1)

onde: r_I e r_{xe} são as frações de produção de I e xe, respectivamente nas reações de fissão, λ_{xe} é a constante de decaimento do xenônio e ϕ_{th}^L é o fluxo térmico.

As concentrações locais e médias podem ser dadas respectivamente por:

$$x^L = \frac{(r_I + r_{xe})}{(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \cdot \phi_{th}^L)} \cdot \sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \phi_g^L, \quad (2.5.2)$$

$$\bar{x} = \frac{(r_I + r_{xe})}{(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \cdot \bar{\phi}_{th}^L)} \cdot \sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L. \quad (2.5.3)$$

\bar{x} e $\bar{\phi}_{th}^L$ representam as grandezas médias da concentração de xenônio e fluxo;

x^L e ϕ_g^L representam as grandezas locais.

$$\frac{x^L}{\bar{x}} = \frac{(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \bar{\phi}_{th}^L)}{(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \phi_{th}^L)} \cdot \frac{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \phi_g^L}{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L}. \quad (2.5.4)$$

Derivando a expressão (2.5.4) em relação a $\sigma_{\lambda_{xe}}$ e dividindo-se por $(x^L/\bar{x})/\sigma_{\lambda_{xe}}$ obtém-se:

$$\frac{\frac{d(x^L/\bar{x})}{d\sigma_{\lambda_{xe}}}}{\frac{x^L/\bar{x}}{\sigma_{\lambda_{xe}}}} = \frac{\lambda_{xe} (\bar{\phi}_{th}^L - \phi_{th}^L) \cdot \sigma_{\lambda_{xe}}}{(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \cdot \phi_{th}^L)(\lambda_{xe} + \sigma_{\lambda_{xe}} \cdot \bar{\phi}_{th}^L)}. \quad (2.5.5)$$

A concentração de xenônio local pode ser escrita com:

$$x^L = \left\{ \frac{d(x^L/\bar{x})}{\sigma_{axe}} \cdot \left[\frac{(\lambda_{xe} + \sigma_{axe} \cdot \bar{\phi}_{th}^L) \cdot (\lambda_{xe} - \sigma_{axe} \cdot \bar{\phi}_{th}^L)}{\lambda_{xe} (\bar{\phi}_{th}^L - \bar{\phi}_{th}^L)} \right] \right\} \cdot \bar{x}, \quad (2.5.6)$$

$$x^L = \left\{ \frac{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L}{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L} \cdot \frac{(\lambda_{xe} + \sigma_{axe} \bar{\phi}_{th}^L)}{(\lambda_{xe} + \sigma_{axe} \bar{\phi}_{th}^L)} \right\} \cdot \bar{x}, \quad (2.5.7)$$

tal que a variação da seção de choque macroscópica do xenônio é dada pela seguinte equação:

$$\begin{aligned} \Delta \Sigma_{xe} &= \sigma_{axe} (x^L - \bar{x}) = \\ &= \left\{ \frac{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L}{\sum_{g=1}^2 \bar{\Sigma}_f^g \bar{\phi}_g^L} \cdot \frac{(\lambda_{xe} + \sigma_{axe} \cdot \bar{\phi}_{th}^L)}{(\lambda_{xe} + \sigma_{axe} \cdot \bar{\phi}_{th}^L)} - 1 \right\} \cdot \bar{x} \cdot \sigma_{axe}. \end{aligned} \quad (2.5.8)$$

Esta variação na seção de choque macroscópica é dividida a seção de absorção térmica. Nota-se que esta variação pode ser negativa, positiva ou nula, dependendo do nível de potência local em relação ao valor médio. Naturalmente para potências maiores que o médio, teremos um acréscimo na concentração de xenônio portanto um valor positivo de $\Delta \Sigma_{xe}$, por outro lado, para uma potência local menor que o médio, teremos um valor negativo.

II-6 VARIAÇÃO DAS SEÇÕES DE CHOQUE COM O ESPECTRO DE NEUTRONS

As mudanças nas seções de choque devido a diferença na razão de fluxo rápido para o fluxo térmico celular, e da razão destes fluxos verificada no cálculo de reator foram também consideradas.

O efeito predominante causado pela diferença na razão de fluxo rápido para o fluxo térmico é a alteração na produção de plutônio-239, seguida por uma diferença significativa nas seções de choque de absorção e fissão térmicas.

A concentração de U-238 pode ser considerada praticamente constante durante um ciclo do núcleo de um PWR. A equação da concentração de Eu-235 é dada portanto por:

$$\frac{dN^9}{dt} = -\sigma_{a_2}^9 N^9 \phi_2 + \sigma_{n_1}^8 N^8 \phi_1 + \sigma_{n_2}^8 N^8 \phi_2,$$

onde:

(2.6.1)

N^9 é a concentração de Plutônio-239

$\sigma_{a_2}^9$ é a seção de choque de absorção térmica do Plutônio-239

$\sigma_{n_1}^8$ é a seção de choque de captura do grupo rápido do urânio-238

$\sigma_{n_2}^8$ é a seção de choque de captura do grupo térmico do urânio-238

N^8 é a concentração de urânio-238

Poderemos escrever este equação em termos de quebra, ou, através de uma mudança de variável:

$$\frac{dN^9}{dB_{12}} = -\frac{\sigma_{a_2}^9 N^9}{K} + \frac{\sigma_{n_1}^8 N^8}{K} \cdot \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) + \frac{\sigma_{\delta_2}^8 N^8}{K},$$

(2.6.2)

onde K é uma constante tal que $K\phi_2$ é constante.

A solução desta equação é:

$$N^9(B_{12}) = \left(1 - \frac{\sigma_{a_2}^9}{K} \right) \cdot N^9(B_{120}) + \frac{\sigma_{n_1}^8 N^8}{K} \cdot \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) +$$

$$+ \frac{\sigma_{\delta_2}^8 N^8}{K},$$

(2.6.3)

onde B_{12} é a queima inicial.

Esta expressão nos fornece a dependência da concentração de U-239 com o espectro de neutrons considerado. Alterando-se o espectro, teremos uma nova concentração tal que a variação ocorrida pode ser dada por:

$$\Delta N^9(B_{12}) = \left(1 - \frac{\sigma_{a_2}^9}{K} \right) \cdot \Delta N^9(B_{120}) +$$

$$+ \frac{\sigma_{n_1}^8 N^8}{K} \left[\left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{\text{real}} - \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{\text{al}} \right],$$

onde:

(2.6.4)

- $\frac{\phi_1^{\text{real}}}{\phi_2}$ representa a razão entre os fluxos rápido e térmico utilizados na cálculo das seções de choque macroscópicas, no cálculo celular.

- $\frac{\phi_1^{\text{real}}}{\phi_2}$ representa a razão entre os fluxos rápido e térmico utilizados na cálculo das seções de choque macroscópicas, no cálculo do reator.

A variação das seções de choque de fissão e absorção térmica podem ser escritas respectivamente por:

$$\frac{d\bar{\Sigma}_{f2}}{dB_u} = \frac{\sigma_{f2}^9}{K} \sigma_{r_1}^8 N^8 \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) + \frac{\sigma_{f2}^9 \sigma_{a_2}^8 N^8}{K} - \\ - \frac{\sigma_{a_2}^5 \sigma_{a_2}^5 N^5}{K} - \frac{\sigma_{f2}^9 \sigma_{a_2}^9 N^9}{K}, \quad (2.6.5)$$

$$\frac{d\bar{\Sigma}_{a2}}{dB_u} = \frac{\sigma_{a_2}^9 \sigma_{r_1}^8 N^8}{K} \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) + \frac{\sigma_{a_2}^9 \sigma_{r_2}^8 N^8}{K} - \\ - \frac{\sigma_{a_2}^5 \sigma_{a_2}^5 N^5}{K} - \left(\frac{\sigma_{a_2}^9 \sigma_{a_2}^9}{K} - \frac{\sigma_{a_2}^9 \sigma_{r_2}^9}{K} \right) \cdot N^9, \quad (2.6.6)$$

onde:

N^5 é a concentração de U-235

$\sigma_{a_2}^5$ é a seção de choque de absorção térmica do U-235

$\sigma_{r_2}^9$ é a seção de choque de captura do Pu-239

$\sigma_{a_2}^9$ é a seção de choque de absorção térmica do Pu-240

De maneira mais suscinta, tem-se:

$$\frac{d\bar{\alpha}_2}{d\beta_u} = A \cdot \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) + b_A, \quad (2.6.7)$$

$$\frac{d\bar{\epsilon}_f 2}{d\beta_u} = F \cdot \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right) + b_F, \quad (2.6.8)$$

$$A = \frac{\bar{\alpha}_2^9 \bar{\epsilon}_{r_1}^8 N^8}{K} ; \quad F = \frac{\bar{\epsilon}_f 2^9 \bar{\epsilon}_{r_1}^8 N^8}{K} ;$$

$$b_A = \frac{\bar{\alpha}_2^9 \bar{\epsilon}_{r_2}^8 N^8}{K} - \frac{\bar{\alpha}_2^6 \bar{\alpha}_2^5 N^5}{K} - \left(\frac{\bar{\alpha}_2^9 \bar{\alpha}_2^9}{K} - \frac{\bar{\alpha}_2^6 \bar{\epsilon}_{r_2}^9}{K} \right) \cdot N^9;$$

$$b_F = \frac{\bar{\epsilon}_f 2^9 \bar{\epsilon}_{r_2}^8 N^8}{K} - \frac{\bar{\epsilon}_f 2^5 \bar{\alpha}_2^5 N^5}{K} - \frac{\bar{\epsilon}_f 2^9 \bar{\alpha}_2^9 N^9}{K}.$$

isto é, A e F são constantes que dependem apenas das seções de choque microscópicas e os termos b_A e b_F dependem da concentração de Eu-239 .

As equações (2.6.7) e (2.6.8) para o caso de célula e parêmetro sá:
 e

$$\frac{d\bar{\alpha}_2^{ul}}{d\delta u} (Bu) = A \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{ul} + b_A^{ul}, \quad (2.6.9)$$

$$\frac{d\bar{\alpha}_2^{reat}}{d\delta u} (Bu) = A \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{reat} + b_A^{reat}, \quad (2.6.10)$$

$$\frac{d\bar{\Sigma}_{f2}^{ul}}{d\delta u} (Bu) = F \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{ul} + b_F^{ul}, \quad (2.6.11)$$

$$\frac{d\bar{\Sigma}_{f2}^{reat}}{d\delta u} (Bu) = F \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{reat} + b_F^{reat}. \quad (2.6.12)$$

Sabendo-se que $b_{A,F}^{reat} = b_{A,F}^{ul} + \alpha_{A,F} \Delta N^9$, onde:

$$\alpha_A = - \left(\frac{\sigma_{\alpha_2}^9 - \sigma_{\alpha_2}^0}{K} \right) \bar{\alpha}_2^9; \quad \alpha_F = - \frac{\sigma_{f2}^9 \cdot \bar{\alpha}_2^9}{K}$$

cu se já tra constante que depende apenas das seções de choque microscópicas, temos que a variação dos parâmetros macroscópicos de fissão e absorção térmicos são dadas por:

$$\Delta \bar{\alpha}_2 = \left\{ A \left[\left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{reat} - \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{ul} \right] - \alpha_A \Delta N^9 \right\} \cdot \Delta \delta u, \quad (2.6.13)$$

$$\Delta \bar{\Sigma}_{f2} = \left\{ F \left[\left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{reat} - \left(\frac{\phi_1}{\phi_2} \right)^{ul} \right] - \alpha_F \Delta N^9 \right\} \cdot \Delta \delta u. \quad (2.6.14)$$

II-7 VARIAÇÃO DAS SEÇÕES DE CHOQUE COM A TEMPERATURA
DO COMBUSTÍVEL (EFEITO DOPPLER)

Com a obtenção da distribuição de potência, é possível determinar-se a distribuição de temperatura do combustível no reator. A dependência da temperatura em função da potência pode ser obtida através de cálculo de reator em várias potências com programação de cálculo termohidráulico.

No caso referência, Angra-I, utilizado no presente trabalho, esta dependência foi extraída do FSPR /12/ .

A dependência das seções de choque macroscópicas com a temperatura do combustível (Efeito Doppler), apresenta um comportamento linear com a raiz quadrada da temperatura absoluta, (esta análise pode ser vista no apêndice E), de maneira que a correção destes parâmetros pode ser feita através do coeficiente angular de cada reta que representa o comportamento dos parâmetros macroscópicos em função da raiz quadrada da temperatura.

Com estas considerações a expressão das seções de choque em função da temperatura do combustível fica:

$$\sum_{m,i}^g (\underline{\underline{L}}) = \sum_{0,m,i}^g (C) + \alpha_{m,i}^g \cdot \left(\sqrt{T_F} - \sqrt{T_{F_0}} \right),$$

onde $\alpha_{m,i}^g$ corresponde aos coeficientes angulares das retas para cada parâmetro macroscópico considerado e para cada grupo de energia, e $\sum_{0,m,i}^g$ corresponde aos parâmetros iniciais correspondentes a temperatura de referência na qual foram gerados.

CAPÍTULO III

RESULTADOS

DESCRICAÇÃO GERAL

Neste capítulo estão apresentados os resultados obtidos no presente trabalho, para os vários tipos de cálculos desenvolvidos e também as comparações destes resultados com os obtidos pelo o programa CITATION.

As seções de choque microscópicas foram geradas através do programa HAMMER,²⁷, e utilizadas para a construção da biblioteca de dados para o programa CITATION. O procedimento de cálculo das concentrações isotópicas das células de combustível do reator, utilizadas para os dados de entrada no programa HAMMER, pode ser vista no apêndice C.

A biblioteca de dados é constituída por conjuntos de seções de choque para enriquecimentos de 2,1%, 2,6%, 3,1% e refletor.

O programa CITATION foi utilizado para a execução do cálculo celular com a finalidade de obter as seções de choque microscópicas, em função da queixa, para formação da biblioteca de dados para o programa FERM.

Deve-se ressaltar que todos os cálculos foram feitos para duas temperaturas de combustível: 500 C, e 800 C.

A finalidade de se gerar seções de choque para estas duas temperaturas é permitir o cálculo dos coeficientes angulares das retas, que caracterizam o comportamento das seções de choque com a raiz quadrada da temperatura, e utilizá-las na correção Doppler.

No ítem 3.1 é descrito brevemente o reator Angra-I, utilizado na realização dos cálculos.

No ítem 3.2 está apresentado um estudo feito com o programa CITATION, em relação a sua convergência e precisão dos resultados. É utilizado o Método de extrapolação de Richardson /3/, na tentativa de se obter resultados mais precisos, através do cálculo com várias malhações, afim de utilizá-los como forma de avaliação dos resultados fornecidos pelo programa FERM.

Nos ítems 3.3.1, 3.3.2 e 3.3.3 são descritos os tipos de cálculos desenvolvidos no presente trabalho (cálculo por zera material, cálculo por elemento e cálculo puntual), e os respectivos resultados.

No ítem 3.4 é mostrada a influência da correção Doppler nas seções de choque macroscópicas para cálculos puntual e por elemento. Por último, no ítem 3.5 é apresentado um quadro comparativo dos tempos computacionais para os vários casos estudados.

III.1 - REATOR DE ANGRA - I

Para efeito de comparação do presente programa com o programa CITATION, utilizou-se um modelo simplificado do reator de Angra-I/12 /, que é um reator do tipo PWR ("Pressurized Water Reactor"), projetado para produzir 1876 Megawatts térmicos.

O diâmetro equivalente deste núcleo mede 245,11 cm, e a altura é de 365,6 cm. O caroço é constituído de 121 conjuntos combustíveis, conforme mostra a figura 3.1.1, sendo que cada conjunto combustível contém um arranjo quadrado de 16 x 16, com 235 varetas combustíveis e 21 tubos quia. As dimensões destes conjuntos combustíveis são de 19,718 x 19,718 cm.

O núcleo é constituído de 3 zonas de enriquecimento a sebes: 2,1%, 2,6% e 3,1%.

III.2 - CÁLCULOS COM O PROGRAMA CITATION

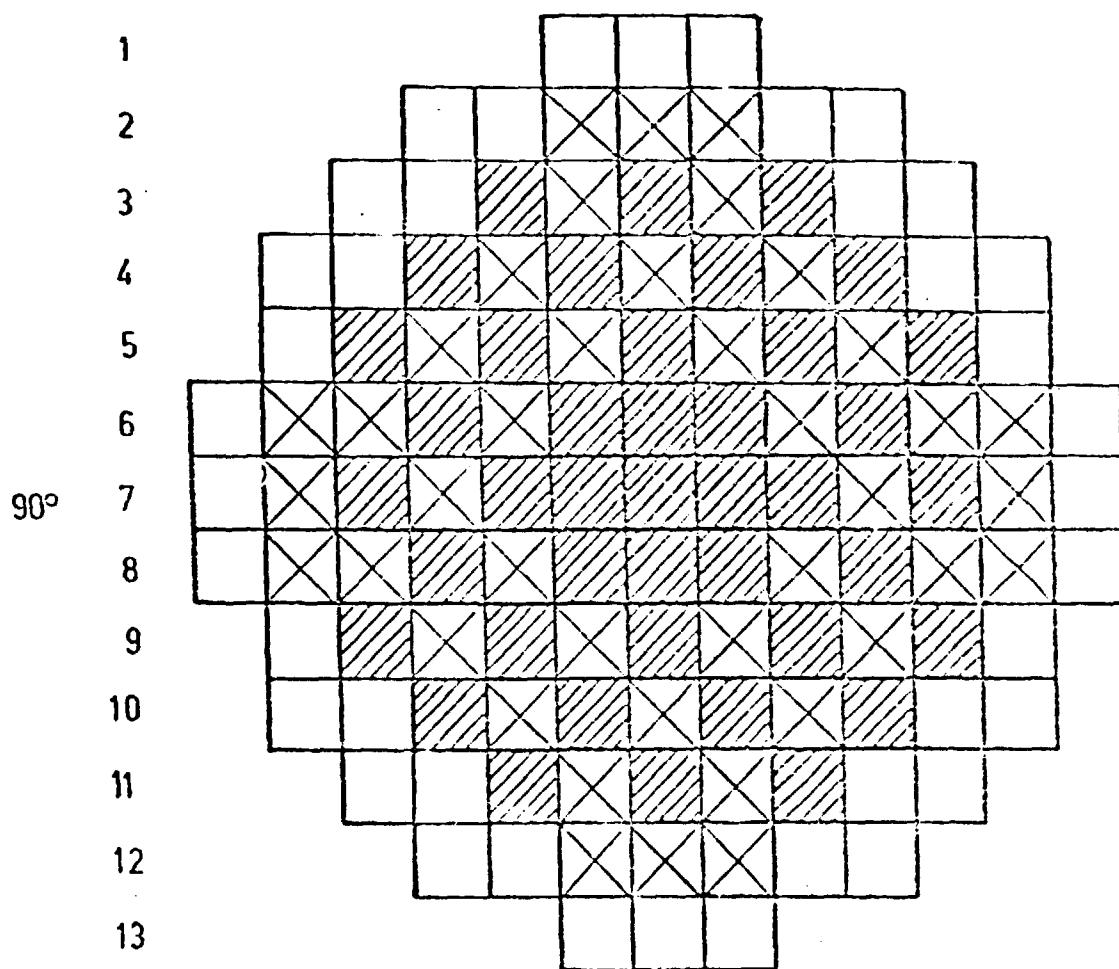
Este programa foi desenvolvido em 1969 / 10/, para resolver a equação de difusão de neutrinos em multigrupo, através da técnica de diferenças finitas para casos unidimensionais, bidimensionais e tridimensionais.

São calculadas as seções de choque macroscópicas e taxas de reação, utilizando-se uma biblioteca de dados macroscópicos previamente preparada em arquivo, possibilitando assim cálculos de queima.

O programa oferece várias opções de saída como o fluxo de neutrinos, distribuição de densidades de potência espaciais e fator de multiplicação.

180°

M L K J I H G F E D C B A



0°



2,10 w/o



2,60 w/o



3,10 w/o

Figura 3.1.1 - Arranjo do combustível no caroço de Angra-I

Nos cálculos efetuados por este programa utilizaram-se malhações de vários tamanhos, e o resultado final foi obtido por extrapolação pelo método de Richardson /3/.

Dependendo do tamanhos das malhas utilizadas, estes códigos apresentam discrepâncias de até 5.0 % na potência média por elemento, conforme mostra a tabela 3. 2.1. Portanto, esta extração foi feita na tentativa de se obter valores que pudessem ser utilizados como referência para se avaliar os resultados fornecidos pelo programa FERM.

Um exemplo dos valores do fator de multiplicação, k, para casos de 8, 12, 16 e 20 malhas por elemento combustível pode ser visto na tabela 3.2.2 e os valores do fluxo para estes quatro casos são mostrados na tabela 3.2.3 .

Nota-se, para o fluxo, que a diferença entre o valor extraído e o valor obtido no caso de 8 malhações por elemento combustível é da ordem de 4,7%, no elemento de periferia (veja tabela 3.2.4).

A medida que se aumenta o número de malhações por elemento combustível, os resultados tornam-se mais próximos, verificando-se uma convergência para um valor de referência. Entretanto, devido a dificuldades de se obter resultados, convergindo satisfatoriamente com malhações mais refinadas por excesso de tempo computacional e também pela própria dificuldade de se obter convergência numérica para casos mais detalhados, utilizou-se no máximo 16 malhas por elemento e só em alguns casos, 20 malhas por elemento combustível.

Na figura 3.2.1 pode-se observar o comportamento da convergência relativa do fluxo térmico com o número de iterações a medida que se aumenta o número de malhas, e a tabela 3.2.5 ilustra o tempo de processamento requerido para cada caso.

Tamanho das malhas (cm)	$\frac{\Delta P}{P} (\%)$ máx.
2,50	5,20
1,25	2,00
2/3	0,32

Tabela 3.2.1 - Desvios máximos relativos na potência média por elemento, em relação ao valor de referência (valor extrapolado para várias malhagens, efetuadas pelo programa em diferenças finitas - VENTURE) /22/ .

Número de malhas por elemento	fator de multiplicação
8	1,16754
12	1,16780
16	1,16792
20	1,16797
extrapolado	1,16808

Tabela 3.2.2 - Valor do fator de multiplicação para diferentes malhagens, no início de vida (3 dias).

$x^{(*)}$ (cm)	Número de malhas por elemento combustível				
	8	12	16	20	extrapolado ^(***)
0,5	8,169 ^(**)	8,111	8,095	8,070	8,046
1,0	8,208	8,148	8,133	8,108	8,084
1,5	8,314	8,258	8,242	8,220	8,200
2,0	8,199	8,144	8,128	8,108	8,090
2,5	8,007	7,955	7,940	7,923	7,908
3,0	7,886	7,840	7,825	7,811	7,799
3,5	7,593	7,555	7,541	7,531	7,523
4,0	7,141	7,111	7,099	7,094	7,091
4,5	6,569	6,551	6,542	6,540	6,540
5,0	5,695	5,688	5,686	5,684	5,682
5,5	4,703	4,708	4,709	4,712	4,717
6,0	3,547	3,559	3,561	3,566	3,571
6,5	2,329	2,345	2,349	2,354	2,359
7,0	3,849	3,782	3,729	3,698	3,676

Tabela 3.2.3 - Fluxo térmico obtido pelo programa CITATION para 8,12,16 e 20 malhas por elemento combustível.

(*) em unidades de 19,712 cm

(**) em unidades de 10 neurônios/cm²/seg.

(***) a extrapolação foi feita com os círcos de 12,16 e 20 malhas por elemento.

$x^{(*)}$ (cm)	Número de malhas por elemento combustível				
	8	12	16	20	extrapolado
0,5	1,51	0,81	0,61	0,30	-----
1,0	1,53	0,79	0,61	0,30	-
1,5	1,35	0,67	0,47	0,22	-
2,0	1,25	0,59	0,40	0,19	-
2,5	1,11	0,53	0,33	0,15	-
3,0	0,93	0,42	0,24	0,11	-
3,5	0,71	0,28	0,11	0,04	-
4,0	0,44	0,17	0,11	0,04	-
4,5	0,44	0,17	0,03	0,00	-
5,0	0,23	0,11	0,07	0,04	-
5,5	0,30	0,19	0,17	0,11	-
6,0	0,67	0,34	0,28	0,14	-
6,5	1,27	0,59	0,42	0,21	-
7,0	4,71	2,88	1,44	0,60	-

Tabela 3.2.4 - Desvios relativos no fluxo térmico em (%) dos resultados obtidos com 8,12,16 e 20 malhas por elemento em relação ao extrapolado.

(*) em unidades de um elemento combustível (19,72 cm)

Número de malhas por elemento	CPU (*) segundos
8	360
12	1440
16	2140

Tabela 3.2.5 - Tempos de CPU para execução do programa CITATION, para várias malhagens por elemento.

(*) computador IBM 4341 - MG12

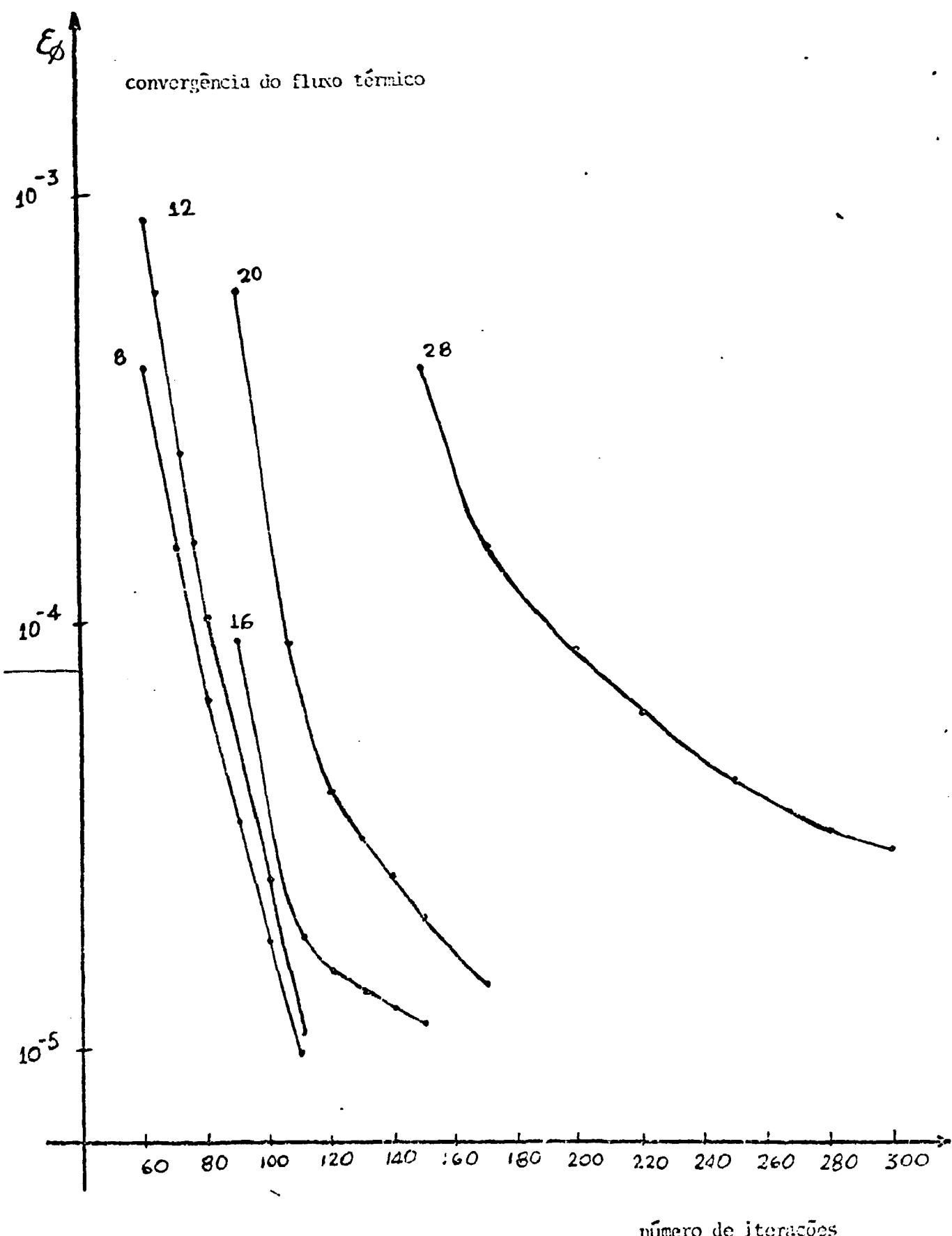


Figura 3.2.1 - Comportamento da convergência do fluxo térmico com o número de iterações para malhas - gens de 8, 12, 16, 20 e 28.

III.3 - CÁLCULOS COM O PROGRAMA FEFM

Este programa foi desenvolvido em 1981, e utiliza o Método de Elementos Finitos e Matriz Resposta, para a resolução da equação de difusão de neutrons em dois grupos de energia.

No programa original, as seções de choque eram mantidas constantes, sendo que no presente trabalho, o programa foi modificado para se considerar a dependência espacial das seções de choque macroscópicas e efeitos de realimentação, bem como do tratamento puntual dos parâmetros neutrônicos, que será descrito a seguir.

Nos cálculos efetuados com o programa FEFM, no presente trabalho, utilizou-se a simetria de 1/8 do reator representado na figura 3.3.1. Nesta figura estão indicadas as posições de cada elemento combustível e as zonas de enriquecimento ou zonas materiais. As linhas tracejadas indicam as linhas de simetria do reator.

O programa foi testado em comparação com o programa CINATICA utilizando três aproximações: a) cálculo por zonas materiais, b) cálculo por elemento combustível e c) cálculo puntual.

No tratamento puntual a dependência espacial é explicitamente levada em consideração, e para cada ponto da malha tem-se um valor distinto para os parâmetros neutrônicos, conseguindo-se desta maneira, um detalhamento maior nos resultados. No tratamento por elementos considera-se valores médios constantes para cada elemento combustível. E no tratamento por zonas materiais estes valores médios são estendidos sobre elementos de mesma material e enriquecimento.

Em cada um dos casos citados acima, as malhas grossas foram subdivididas em 16 subângulos para geração das matrizes respostas, como mostra as figuras 3.3.2a e 3.3.2b. A notação 16/1, representa o caso em que se considera 1 malha por combustível e 16 subângulos (4×4) por malha grossa e a 16/4, corresponde ao caso em que se tem 4 malhas grossas por elemento combustível com 4 subângulos por malha grossa. Este último caso, 16/4, foi estudado no cálculo por elementos.

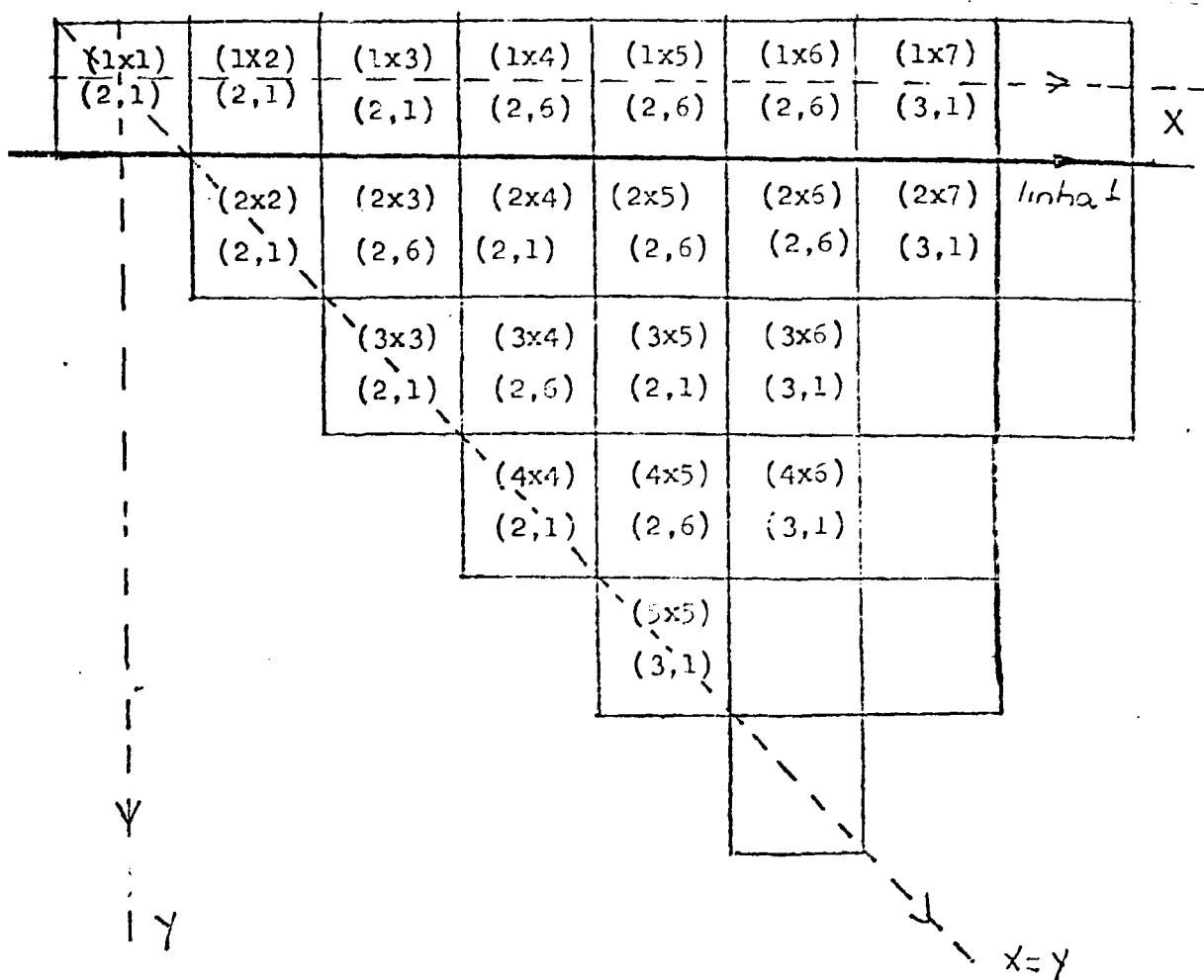


Figura 3.3.1 - Reator de Angra-I simplificado, com simetria de 1/8, utilizado nos cálculos com o programa FERM.

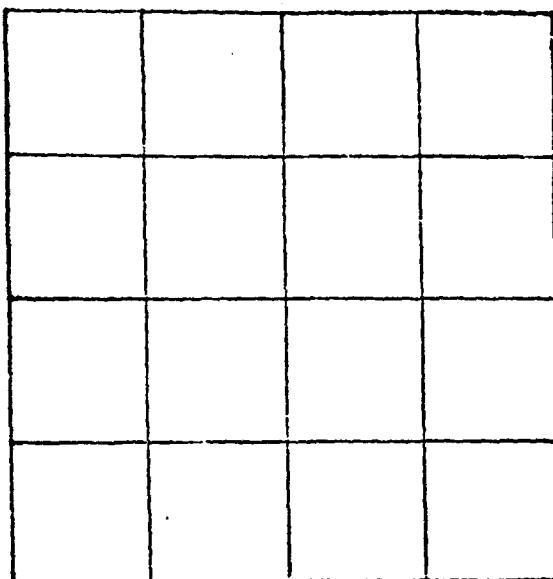


Figura 3.3.2a - malha grossa por elemento combustível subdividida em 16 subdomínios (16/1).

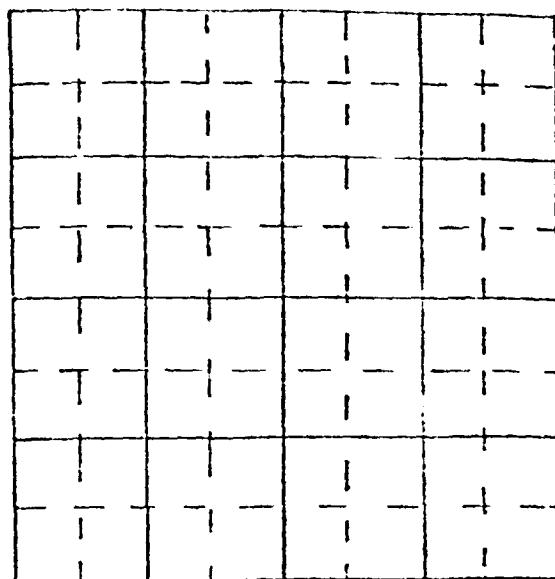


Figura 3.3.2b - 4 malhas grossas por elemento combustível e 16 subdomínios por malha.
(16/4)

III.3.1 - CÁLCULO ECF ZONAS MATERIAIS

Neste tratamento a queima é mantida constante em cada zona material tal que, as seções de choque interpoladas são também constantes em cada zona material. Deve-se ressaltar que a seção de choque radiação do xenônio também é interpolada em função da queima, e que neste caso, a correção da concentração de xenônio médio, é feita a nível de zonas materiais, a partir dos fluxos médios así definidos.

Uma vez que o programa sempre fornece fluxos pontuais, os fluxos médios são obtidos através de uma ponderação. Primeiramente, esta ponderação é feita a nível de malha grossa, através dos fluxos pontuais. Em seguida, é feita uma ponderação destes fluxos médios dos elementos obtendo-se, desta forma, um fluxo correspondente a cada zona material.

A correção das seções de choque em função da diferença na razão dos fluxos térmicos e rápido entre os cálculos celulares e o cálculo do reator também é feita a nível de zonas materiais, uma vez que, as seções de choque microscópica de absorção e fissão do plutônio são interpoladas em função da média para zona material.

A razão dos fluxos celulares é fornecida em forma de tabela no programa FERM, e interpoladas conforme o valor de queima local. Neste caso, bem como para as seções de choque microscópicas do plutônio, utiliza-se interpolação linear.

A seguir são mostrados os resultados obtidos pelo FERM em comparação com os resultados obtidos pelo programa CITATION.

Nas figuras 3.3.1.1, 3.3.1.2 e 3.3.1.3, são apresentados os comportamentos dos fluxos térmicos ao longo da linha 1 no reator, veja figura 3.3.1, para três estágios de queima, respectivamente para 3, 243 e 323 dias, que correspondem às queimas de 104 MW/1,8472 MW/T e 11261 MW/T.

Nota-se uma boa concordância nos resultados entre os dois programas exceto em secções de refletor onde há uma certa divergência causada pelo tamanho das malhas grossas (19,718 cm), utilizadas no FERM. Estes resultados podem ser melhorados dividindo-se o elemento combustível em maior número de malhas grossas, obtendo maior detalhamento destes resultados. Este caso será mostrado no próximo item.

Nas tabelas 3.3.1.1, 3.3.1.2 e 3.3.1.3 são mostradas as distribuições de potência média de cada elemento combustível em 3 etapas de queima. Nota-se notar um aumento dos desvios relativos à medida que se prossegue a vida do reator. Este aumento será explicado nas próximas paráfrases, e é devido ao processo de realimentação em cada etapa de queima.

Nas figuras 3.3.1.4 e 3.3.1.5 pôde-se observar os comportamentos da potências no elemento central (1x1) e no elemento da periferia SSE, ao longo do processo de queima, respectivamente.

Verifica-se que as curvas de potência fornecidas pelo FFM, possuem um comportamento mais suave que aquelas fornecidas pelo CITATION, devido à diferença nos esquemas de interação das seções de choque utilizadas em cada programa.

Entretanto, observa-se que o máximo desvio relativo atingido no final de vida do reator é de 2,44%, que é relativamente pequeno em comparação às discrepâncias encontradas na literatura. Além disso nota-se um desvio relativo médio máximo de 1,0%, mostrando boa concordância nos resultados entre os dois programas.

Os valores de fator de multiplicação para cada estágio de queima e os respectivos desvios podem ser vistos na tabela 3.3.1.4. E como pôde-se verificar o desvio máximo obtido é de 0,24%, com resultados bastante próximos durante todo o primeiro ciclo da vida do núcleo do reator.

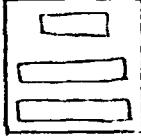
0,80 136,632	0,75 138,836	0,55 140,334	0,39 147,811	0,02 115,653	0,15 97,229	0,21 61,955	
135,551	137,796	139,562	147,241	115,626	97,373	62,085	
	0,66 140,193	0,38 154,864	0,21 131,065	0,01 124,521	0,19 91,035	0,24 56,771	
	139,267	154,274	130,794	124,506	91,208	56,905	
		0,25 135,617	0,04 137,391	0,38 102,563	0,47 85,960		
		135,282	137,340	102,957	86,367		
			0,44 109,980	0,72 102,444	0,70 63,663		
			110,462	103,191	64,115		
				0,97 74,796			
				75,528			

Tabela 3.3.1.1 - Distribuição de potência média por elemento no núcleo do reator para queima de 104 MWD/T.

0,54 120,887	0,58 123,635	0,49 127,493	0,54 137,451	0,35 112,178	0,25 99,105	0,31 69,310	
120,237	122,920	126,872	136,712	111,783	98,860	69,523	
	0,50 125,889	0,53 141,502	0,34 123,741	0,32 122,021	0,12 94,405	0,31 64,112	
	125,254	140,751	123,314	121,627	94,291	64,311	
		0,30 127,233	0,22 133,417	0,200 105,796	0,72 95,860		
		126,852	133,123	106,093	96,553		
			0,35 113,654	1,18 114,993	1,12 75,321		
			114,056	116,348	76,161		
				1,52 89,120			
				90,472			

Tabela 3.3.1.2 - Distribuição de potência média por elemento para queima de 4276 MWD/T.

2,44	2,20	1,84	0,91	0,50	0,61	1,59	
100,920	104,325	110,603	124,258	107,041	101,076	78,691	
103,387	106,622	112,841	125,385	107,571	100,460	77,439	
2,11	1,37	1,09	0,00	0,70	1,62		
107,500	124,354	113,780	118,606	98,266	73,707		
109,769	126,058	115,023	118,604	97,576	72,513		
1,28	0,25	0,08	1,18				
115,970	128,289	109,237	108,876				
117,545	128,616	109,152	107,590				
0,04	1,01	1,49					
117,682	131,669	91,302					
117,724	130,343	89,938					
		1,25					
		108,983					
		107,537					

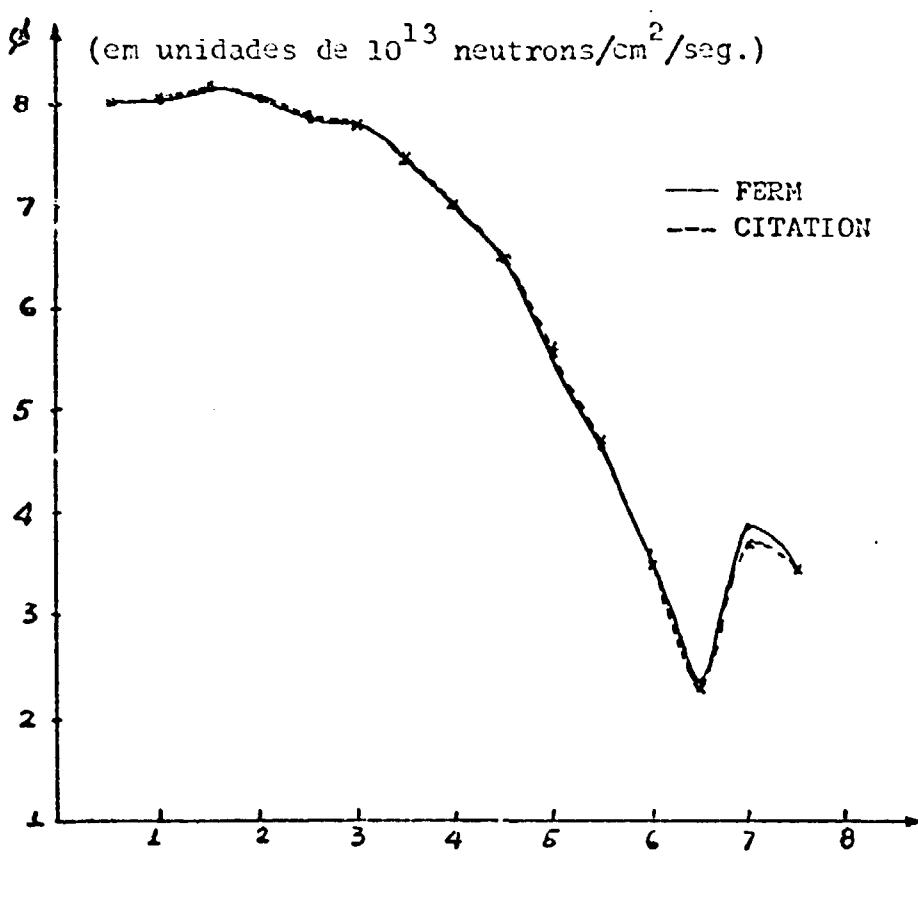


 $\frac{\Delta P}{P} (\%)$
 FERM
 CITATIONNN

Tabela 3.3.1.3 - Distribuição de potência média por elemento para queima de 11261 MWD/T.

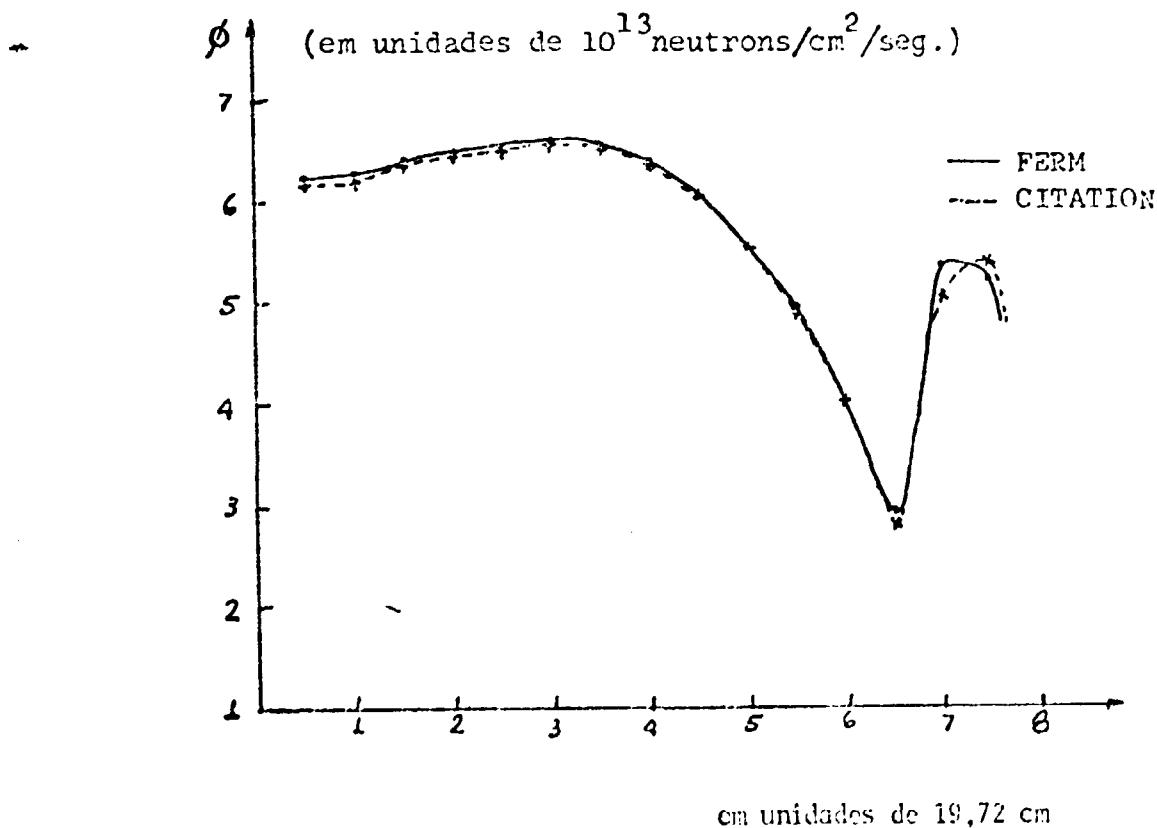
Queima (MWD/T)	CITATION extrap.	FERM	$\frac{\Delta k}{k} (\%)$
104	1,16808	1,16826	0,02
1490	1,14929	1,14685	0,21
2890	1,12995	1,12726	0,24
4238	1,10916	1,10756	0,14
5683	1,09061	1,08854	0,19
7077	1,07277	1,07056	0,21
8472	1,05686	1,05437	0,24
9866	1,03988	1,03804	0,18
11261	1,02451	1,02260	0,19

Tabela 3.3.1.4 - Valores do fator de multiplicação obtidos com os programas FERM e CITATION e os respectivos desvios relativos para cada etapa de queima no cálculo por zonas materiais.



em unidades de $19,72\text{ cm}$

Figura 3.3.1.1 - Fluxo térmico para queima de 104 MWD/T ao longo da linha 1.



em unidades de $19,72\text{ cm}$

Figura 3.3.1.2 - Fluxo térmico para queima de 8472 MWD/T ao longo da linha 1.

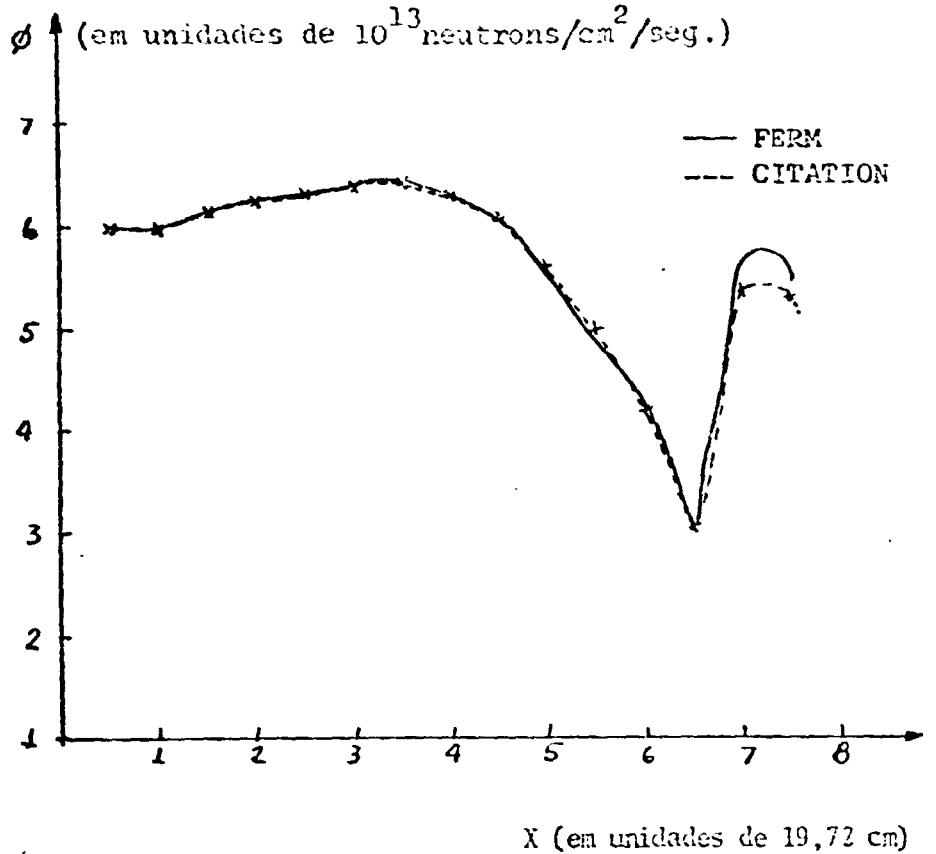


Figura 3.3.1.3 - Fluxo térmico para queima de 11261 MWD/T ao longo da linha 1, em unidades de 10^{13} neutrons/cm 2 /seg.

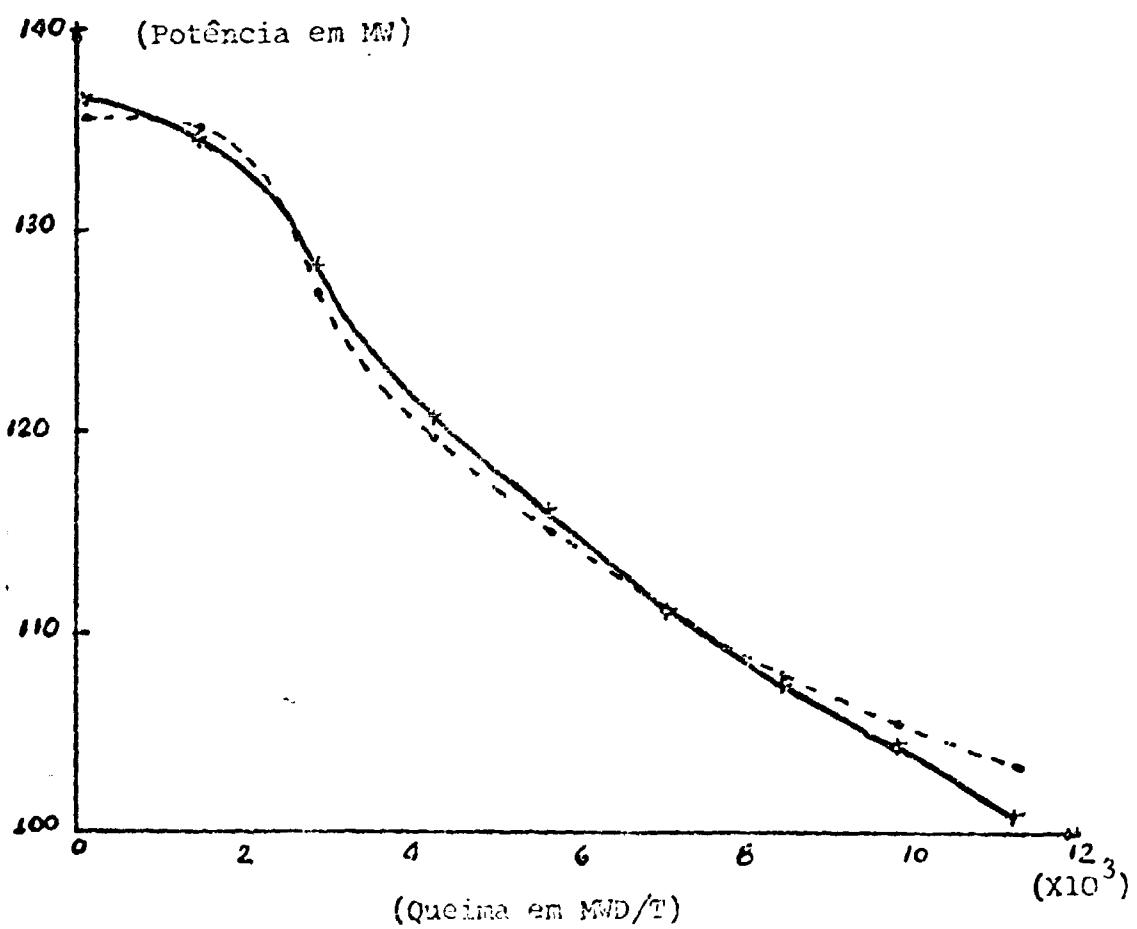


Figura 3.3.1.4 - Comportamento da potência média no elemento central (1×1) com a queima.

— FERM
- - - CITATION

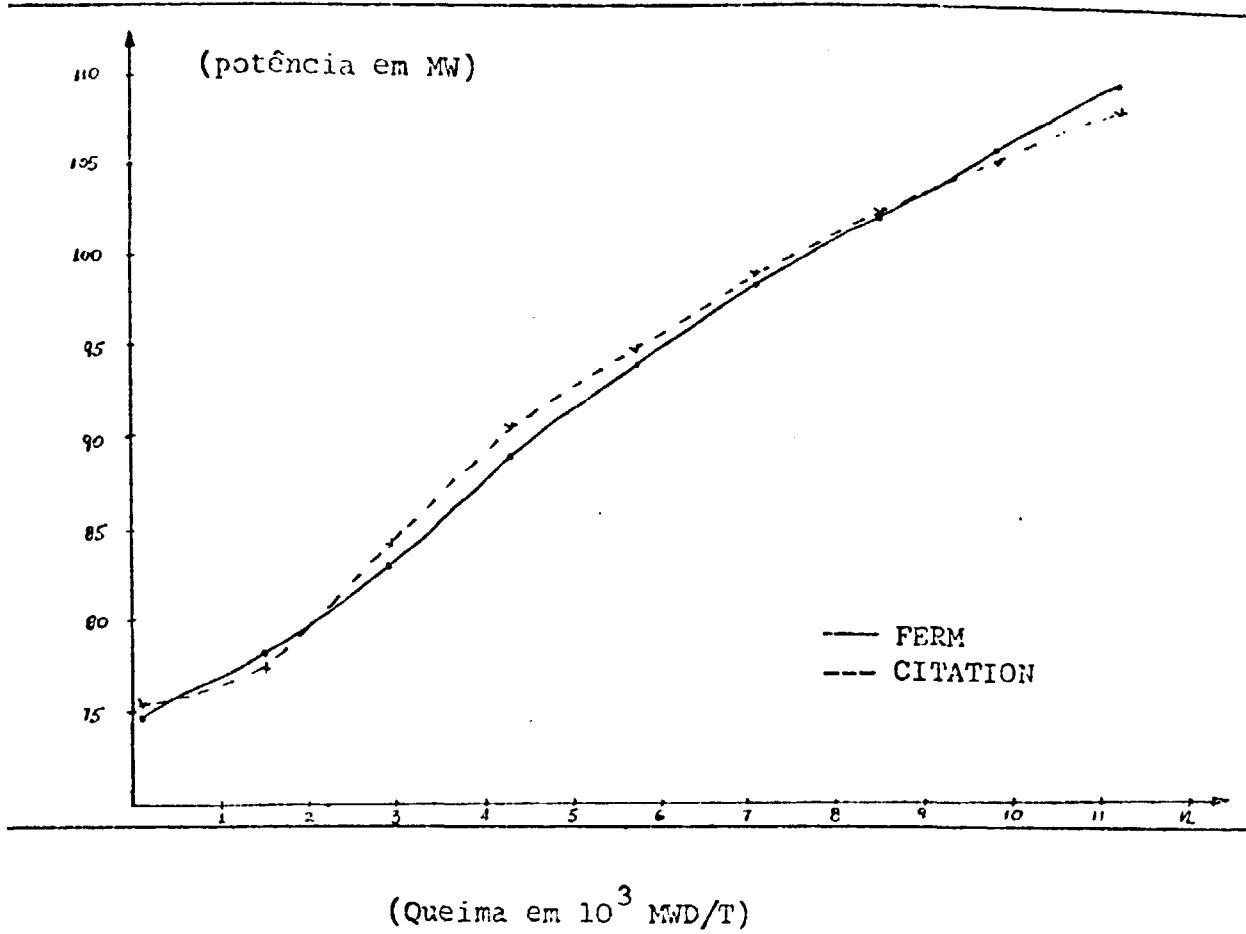


Figura 3.3.1.5 - Comportamento da potência média no elemento de periferia (5X5) com a queima.

III.3.2 - CÁLCULO POR ELEMENTO

Neste cálculo trabalha-se com um detalhamento um pouco maior na dependência espacial dos parâmetros neutrônicos, tendo-se valores distintos de queima em cada elemento combustível. Este detalhamento estende-se também para cálculos de realimentação, como a correção na concentração de xenônio e correção das seções de choque devido à diferença nas razões entre os fluxos, no cálculo celular e de reator.

As seções de choque macroscópicas, bem como a do xenônio, são intercaladas conforme a queima local em cada malha crossa, de tal forma que se obtêm seções de choque correspondentes a esta queima local. A correção na concentração média de xenônio é feita utilizando-se fluxos médios locais de cada malha crossa. Os fluxos médios de cada zona material com enriquecimento obtidos no cálculo celular, são fornecidas juntamente com a biblioteca de dados do programa.

Nas figuras 3.3.2.1, 3.3.2.2, e 3.3.2.3, pode-se observar o comportamento dos fluxos térmicos em diversos estágios da queima, ac longe da linha 1 (veja figura 3.2.1).

No início de vida do reator verifica-se que os resultados do programa FEFM e CITATION são bastante próximos, apresentando apenas pequenos desvios que correspondem a menos que 2,0% no início de vida, exceto na região do refletor onde se deteta uma certa divergência em determinados portos da malha. A medida que se prossegue a queima, esta divergência tende a aumentar em certas secções do reator, atingindo desvios de cerca de 5,0 a 6,0% no final de vida.

As causas destas divergências, podem ser atribuídas principalmente as diferenças intrínsecas entre os processos de cálculo desenvolvidos pelos dois programas e das aproximações consideradas em ambos os casos, além dos efeitos de realização e dos ajustes das seções de choque com a queima, considerados no FEFM, que afetam fortemente na distribuição de fluxo e potência ao longo do reator.

A contribuição da correção na concentração média de xenônio em cada etapa de queima, possui uma influência bastante significativa, pois esta correção acarreta uma variação na potência de até 3,0% em algumas regiões. Isto se

dove principalmente devido a variações do nível de fluxo que surge a medida que evolui a queima do combustível em toda a reação do núcleo.

Os coeficientes de difusão rápida e térmico, D1 e D2, ac longe da vida do reator, mostraram-se pouco influentes nos resultados obtidos, de tal forma que não houve necessidade de se interpolar tais grandezas, podendo mantê-las constantes durante todo o processo de queima.

Nas tabelas 3.3.2.1, 3.3.2.2, 3.3.2.3, 3.3.2.4 e 3.3.2.5 estão mostrados os valores de potência em cada elemento e os desvios encontrados para cada um, entre os dados fornecidos pelos programas CITATION e FERM, com desvio relativo máximo no fim de vida em torno de 4,5%.

O mesmo cálculo foi repetido com o programa FERM, dividindo o elemento combustível em quatro malhas grossas, por elemento combustível. Desta forma, conseguiu-se maior concordância no fluxo, principalmente na reação do refletor onde as divergências são maiores. Nas tabelas 3.3.2.6 e 3.3.2.7 são mostrados os fluxos obtidos nos cálculos utilizando 1 e 4 malhas por elemento combustível.

Finalmente na tabela 3.3.2.8 são mostrados os valores dos fatores de multiplicação para os estágios de queima considerados durante toda a vida do reator, com os respectivos desvios encontrados.

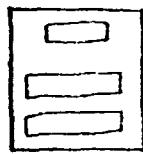
1,28	1,21	1,16	0,69	0,14	0,62	1,30	
134,631	136,852	138,634	146,920	116,576	99,445	63,933	
132,933	135,218	137,075	145,920	116,413	100,100	64,778	
1,18	0,97	0,68	0,04	0,51	1,64		
138,204	153,117	130,471	125,297	92,890	53,522		
136,591	151,653	129,594	125,249	93,458	59,496		
0,81	0,25	0,26		1,21			
134,384	136,749	102,939		85,672			
133,291	135,405	103,209		87,739			
0,14	0,79	1,69					
109,636	101,799	63,967					
109,795	102,611	65,069					
		1,76					
		74,553					
		75,889					

Tabela 3.3.2.1 - Distribuição de potência média por elemento combustível para queima de 10⁴ MWD/T no cálculo por elemento com desvio máximo de 1,76% e desvio médio máximo de 0,83%.

0,32	0,25	0,20	0,78	0,46	0,05	1,17	
114,922	117,532	122,008	134,521	117,710	108,965	76,135	
114,549	117,235	122,258	135,574	118,249	109,025	75,247	
0,04	0,91	1,50	0,64	0,15	2,20		
119,480	133,884	121,799	126,171	102,472	70,114		
119,527	135,098	123,627	126,979	102,319	68,568		
0,99	0,39	0,00	1,38				
122,296	131,172	108,245	97,495				
123,519	131,682	108,249	96,151				
		0,09	0,03	2,16			
		112,892	110,092	74,451			
		112,995	110,063	72,839			
			1,88				
			85,579				
			83,965				

Tabela 3.3.2.2 - Distribuição de potência média por elemento para queima de 2890 MWD/T no cálculo por elemento com desvio máximo de 2,20% e desvio médio máximo de 0,82%.

1,38 104,367	1,33 106,684	1,47 111,922	1,66 125,740	0,42 116,120	0,22 114,349	2,49 86,376	
105,808	108,259	113,564	127,822	116,805	114,099	84,225	
1,54 108,880	2,222 122,594	1,49 115,376	0,50 124,516	0,43 108,257	3,69 80,103		
110,558	125,310	117,091	125,137	107,808	77,144		
1,90 114,526	1,10 125,697	0,10 109,973	1,84 105,081				
116,704	127,289	109,864	103,148				
		0,17 113,086	0,04 114,836	3,89 83,045			
		113,273	114,933	79,816			
		3,61 94,193					
		90,793					

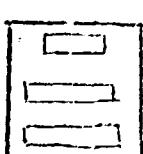


$\frac{\Delta P}{P}$ (%)

FERMI
CITATION

Tabela 3.3.2.3 - Distribuição de potência média por elemento combustível para queima de 5683 MWD/T no cálculo por elemento com desvio máximo de 3,89% e desvio médio máximo de 1,35%.

1,72 101,296	1,53 103,590	1,26 108,284	1,36 121,526	1,53 114,453	0,48 115,666	1,95 91,836	
103,040	104,784	109,643	123,174	114,628	116,216	90,048	
1,37 105,422	1,82 118,127	1,37 112,293	0,83 122,563	0,24 110,040	4,16 85,828		
106,370	120,280	113,834	123,576	110,030	82,262		
1,69 111,211	1,21 122,747	1,43 109,984	1,91 108,519				
113,094	124,256	110,141	105,442				
		0,37 112,211	0,72 116,417	4,07 88,003			
		112,832	117,255	84,421			

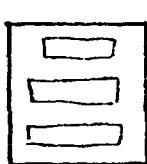


$\frac{\Delta P}{P}$ (%)

FERMI
CITATION

Tabela 3.3.2.4 - Distribuição de potência média por elemento combustível para queima de 8472 MWD/T no cálculo por elemento com desvio máximo de 4,24% e desvio médio máximo de 1,66%.

3.15	2.38	2.09	1.99	0.02	0.44	2.44	
99,101	101,052	105,360	118,052	112,835	116,582	95,452	
102,130	103,459	107,600	120,402	112,813	117,097	94,127	
	2.46	2.86	1.62	0.73	0.34	4.15	
102,707	114,565	109,678	120,746	111,528	90,874		
105,230	117,843	111,452	121,627	111,152	87,105		
	2.04	1.34	0.17	1.74			
108,451	120,058	109,799	111,404				
110,663	121,672	109,985	109,462				
	0.04	0.59	3.89				
111,656	117,395	92,262					
111,698	118,091	83,671					
	4.35						
103,093							
98,611							



$\frac{\Delta P}{P} (\%)$
 FERM
 CITATION

Tabela 3.3.2.5 - Distribuição de potência média por elemento combustível para queima de 11261 MWD/T no cálculo por elemento com desvio máximo de 4,35% e desvio médio máximo de 1,78%.

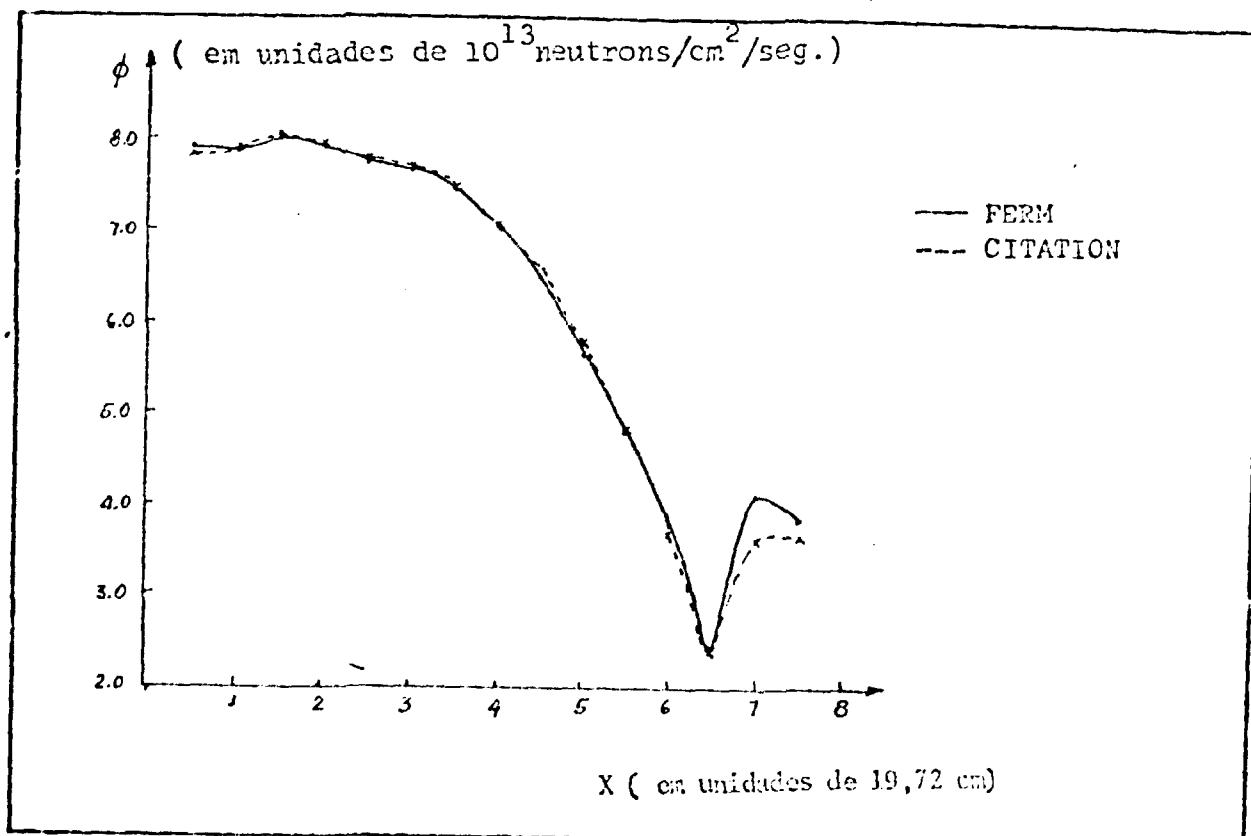


Figura 3.3.2.1 - Fluxo térmico ao longo da linha 1 para queima de 10⁴ MWD/T no cálculo por elemento, em unidades de 10¹³ neutrons/cm²/seg.

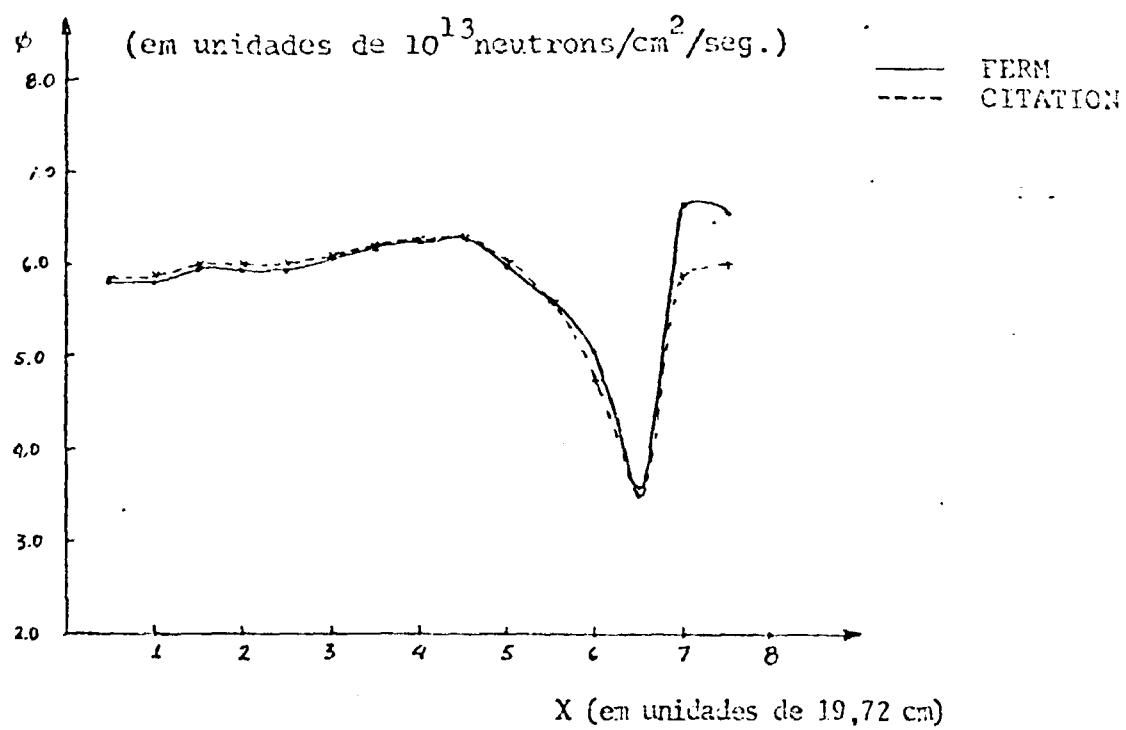


Figura 3.3.2.2 - Fluxo térmico ao longo da linha 1 para queima de 8472 MWD/T no cálculo por elemento, em unidades de 10^{13} neutrons/cm 2 /seg.

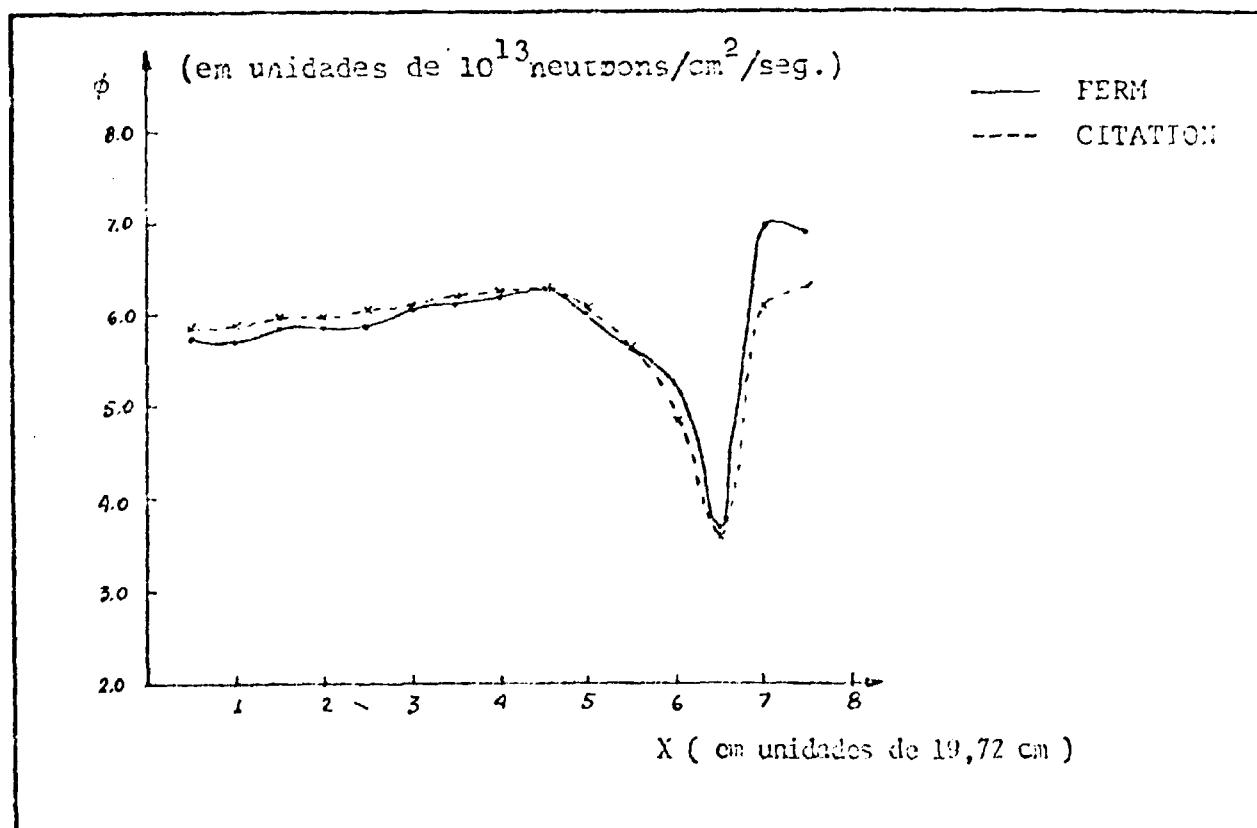


Figura 3.3.2.3 - Fluxo térmico ao longo da linha 1 para queima de 9866 MWD/T no cálculo por elemento, em unidades de 10^{13} neutrons/cm 2 /seg.

$x^{(*)}$ (cm)	FERM 16/1	FERM 16/4	CITATION extrap.	$\frac{\Delta\phi}{\phi}^{(**)}$	$\frac{\Delta\phi}{\phi}^{(***)}$
0,5	7,917	7,933	7,840	0,97	1,19
1,0	7,909	7,958	7,933	0,30	0,45
1,5	8,044	8,063	8,063	0,24	-
2,0	7,931	7,958	7,935	0,05	0,30
2,5	7,758	7,789	7,764	0,08	0,32
3,0	7,701	7,685	7,695	0,08	0,13
3,5	7,438	7,436	7,458	0,27	0,29
4,0	7,029	7,040	7,072	0,61	0,45
4,5	6,539	6,523	6,588	0,75	0,98
5,0	5,646	5,715	5,780	2,37	1,12
5,5	4,821	4,773	4,844	0,48	1,47
6,0	3,908	3,619	3,679	5,83	1,63
6,5	2,452	2,514	2,440	0,53	2,94
7,0	4,116	3,722	3,646	11,42	2,09

Tabela 3.3.2.6 - Fluxo térmico ao longo da linha 1 para os casos de 16/1 e 16/4, com os respectivos desvios relativos em relação ao CITATION, para queima de 104 MWD/T.

(*) em unidades de 19,72 cm (tamanho de um elemento combustível).

(**) desvio relativo do fluxo em (%), entre FERM (16/1) e CITATION;

(***) desvio relativo do fluxo em (%), entre FERM (16/4) e CITATION.

x' (cm)	FERM 16/1	FERM 16/4	CITATION extrap.	$\frac{\Delta \phi}{\phi}$ ^(*)	$\frac{\Delta F}{F}$ ^(**)
0,5	5,749	5,799	5,872	2,09	1,25
1,0	5,740	5,829	5,895	2,63	1,12
1,5	5,869	5,920	5,984	1,92	1,07
2,0	5,869	5,919	5,999	2,17	1,33
2,5	5,878	5,927	6,037	2,63	1,89
3,0	6,036	6,049	6,117	1,32	1,11
3,5	6,123	6,156	6,227	1,67	1,14
4,0	6,220	6,237	6,289	1,10	0,83
4,5	6,307	6,282	6,302	0,08	0,32
5,0	6,017	6,072	6,095	1,28	0,38
5,5	5,738	5,649	5,647	1,61	0,04
6,0	5,328	4,798	4,849	9,88	1,05
6,5	3,679	3,792	3,607	2,00	5,13
7,0	7,014	6,399	6,139	14,25	4,24

Tabela 3.3.2.7 - Fluxo térmico ao longo da linha 1 para os casos de 16/1 e 16/4 e os respectivos desvios relativos em relação ao CITATION para queima de 9866 MWD/T.

(*) idem a tabela anterior

(**) idem a tabela anterior

(***) idem a tabela anterior

BU MWD/T	1 MALHA	4 MALHAS	CITATION extrap.	$\frac{\Delta K}{K}$ [*]	$\frac{\Delta K}{K}$ ^{**}
104	1,16804	1,16788	1,16779	0,02	0,01
1490	1,14591	1,14560	1,14837	0,21	0,24
2890	1,12655	1,12613	1,12826	0,15	0,19
4283	1,10735	1,10685	1,10819	0,08	0,12
5683	1,08394	1,08835	1,09015	0,11	0,17
7077	1,07152	1,07092	1,07239	0,08	0,14
8472	1,05534	1,05475	1,05543	0,01	0,06
9866	1,03963	1,03895	1,03931	0,03	0,03
11261	1,02431	1,02373	1,02403	0,03	0,03

* desvio relativo entre FERM/1 malha e CITATION/extrap.
em porcentagem

** desvio relativo entre FERM/4 malhas e CITATION/extrap.
em porcentagem

Tabela 3.3.2.8 - Comparação dos valores do fator de multiplicador entre os casos de 16/1 e 16/4 para cada caso de queima e os respectivos desvios percentuais.

III.3.1 - CÁLCULO PUNTUAL

Na aproximação puntual, os parâmetros neutrônicos, bem como os efeitos de realimentação, possuem uma representação espacial por parte da malha grossa. Desta forma consegue-se um detalhamento espacial maior do que aquele obtido pelo tratamento por elemento combustível, em que somente valores médios constantes dentro do elemento foram considerados.

Deve ser ressaltado novamente que este detalhamento espacial se refere também aos efeitos de realimentação considerados, tal que a concentração média de xerônio é corrigida em relação à concentração local puntual, assim como a correção das seções de choque devido à variação da razão dos fluxos térmicos rápidos, e efeito Doppler.

Conforme desenvolvidos no capítulo II, foram testados dois modelos de cálculo de fute, verificando-se que ambos fornecem resultados bastante próximos (com discrepância máxima de 0,3% na potência), com a vantagem do modelo mais simplificado, no que se refere à economia no tempo computacional, enquanto o outro modelo, mostrou-se bastante trabalhoso, principalmente devido à necessidade da construção da matriz $\underline{\underline{A}}$ e a sua manipulação nos cálculos. Desta forma, optou-se pelo modelo mais simples, para a realização dos cálculos.

Os resultados fornecidos neste caso são comparados com aqueles obtidos pelo tratamento por elemento, uma vez que o programa CITATION, não permite este tipo de cálculo.

Na tabela 3.3.3.1, estão mostrados os valores de fator de multiplicação com os respectivos desvios e as diferenças máximas e médias na potência para cada estação de queime.

Nas tabelas 3.3.3.2 e 3.3.3.3 estão mostrados os valores dos fluxos térmicos no início e fim de vida respectivamente.

No tabela 3.3.3.4 são mostrados os valores de potência em função da queima para os elementos combustíveis no reator, o elemento central (1x1) e o elemento periférico (5x5).

Observando-se os resultados pode-se verificar que existe uma diferença razoável entre o cálculo por elemento e o cálculo parcial, com desvios relativos de até 2,85% na potência no elemento 5x5, indicando que o detalhamento da dependência espacial dos parâmetros neutrônicos adquirem um papel importante na precisão dos resultados.

BU MWD/T	FERM ELEMENTO	FERM PUNTUAL	$\frac{\Delta K}{K}$ (%)	$\frac{\Delta P}{P}$ máx (%)	$\frac{\Delta P}{P}$ médio (%)
104	1,16804	1,16835	0,03	0,18	0,06
1490	1,14591	1,14690	0,09	1,39	0,65
2890	1,12655	1,12745	0,08	1,07	0,39
4288	1,10735	1,10819	0,08	0,95	0,54
5683	1,08894	1,08971	0,07	1,01	0,38
7077	1,07152	1,07236	0,08	1,43	0,45
8472	1,05534	1,05629	0,09	1,88	0,50
9866	1,03963	1,04049	0,08	2,48	0,65
11261	1,02431	1,02542	0,11	2,85	0,77

Tabela 3.3.3.1 - Comparação dos valores do fator de multiplicação entre o cálculo puntual e cálculo por elemento com os respectivos desvios relativos máximos e médios na potencia em cada etapa de queima.

x (*)	ELEMENTO FERM	PUNTUAL FERM	$\frac{\Delta \phi}{\phi}$ (%)
0,5	7,884	7,899	0,19
1,0	7,909	7,924	0,20
1,5	8,204	8,216	0,15
2,0	7,827	7,832	0,06
2,5	8,086	8,090	0,05
3,0	6,963	6,967	0,03
3,5	6,675	6,673	0,03
4,0	4,904	4,896	0,17
4,5	2,516	2,514	0,08
5,0	4,005	4,020	0,39

(*) em unidades de 19,72 cm

Tabela 3.3.3.2 - Comparação do fluxo térmico entre o cálculo puntual e cálculo por elemento ao longo da linha X=Y, com os respectivos desvios relativos para queima de 104 MWD/T.

x (*)	ELEMENTO FERM	PUNTUAL FERM	$\frac{\Delta \phi}{\phi} (\%)$
0,5	5,768	5,703	1,04
1,0	5,758	5,743	0,26
1,5	6,042	6,025	0,28
2,0	5,957	5,939	0,30
2,5	6,446	6,501	0,85
3,0	6,196	6,172	0,38
3,5	6,709	6,739	0,45
4,0	5,978	6,016	0,63
4,5	3,454	3,352	1,97
5,0	6,551	6,941	5,95

(*) em unidades de 19,72 cm

Tabela 3.3.3.3 - Comparação do fluxo térmico entre o cálculo puntual e por elemento ao longo da linha X=Y, com os respectivos desvios relativos para queima de 9866 MWD/T.

Queima (MWD/T)	elemento (1x1)		$\frac{\Delta p}{p} (\%)$	elemento (5x5)		$\frac{\Delta p}{p} (\%)$
	elemento	puntual		elemento	puntual	
104	134,631	134,869	0,18	74,553	74,528	0,04
1490	125,169	125,600	0,34	80,211	79,832	0,47
2890	114,922	115,013	0,08	85,579	85,907	0,38
4288	108,154	108,347	0,18	90,475	91,152	0,75
5683	104,367	104,643	0,27	94,086	95,149	1,13
7077	102,145	102,182	0,04	97,069	98,460	1,43
8472	101,296	101,114	0,18	99,041	100,899	1,87
9866	99,578	98,667	0,09	101,378	103,788	2,33
11261	99,010	98,449	0,57	103,093	106,030	2,35

Tabela 3.3.3.4 - Valores de potência média para o elemento central (1x1) e da periferia (5x5), para cada etapa de queima no cálculo puntual e por elemento com os respectivos desvios relativos.

III.4 - INFLUÊNCIA DA CORREÇÃO NAS SEÇÕES DE CHOQUE MACROSCÓPICAS COM A VARIAÇÃO DA TEMPERATURA DO COMBUSTÍVEL.

Sabendo-se que a potência do reator é de 1876 MW térmicos com altura ativa de 365,6 cm e 235 varetas combustíveis por elemento, estabelece-se através da curva da temperatura média do combustível versus potência linear, uma temperatura média do combustível de 632 °C.

Comparando-se os resultados fornecidos, considerando a correção das seções de choque macroscópicas com a temperatura local, em relação a temperatura média, e os resultados fornecidos sem essa correção, verificou-se uma diferença bastante significativa na distribuição de potência (veja tabelas 3.4.1, 3.4.2, 3.4.3 e 3.4.4), mostrando a importância de se levar em conta este tipo de efeito nos parâmetros nucleares.

Queima (MWD/T)	elemento (632 C)	elemento correção local	puntual (632 C)	puntual correção local	$\frac{\Delta k}{k}(\%)$ (*)	$\frac{\Delta k}{k}(\%)$ (**)
104	1,16374	1,16225	1,16391	1,16230	0,004	0,140
1490	1,14035	1,13928	1,14126	1,14037	0,096	0,079
2890	1,12034	1,11958	1,12104	1,12054	0,086	0,045
4288	1,10070	1,10016	1,10128	1,10099	0,075	0,026
5683	1,08197	1,08157	1,08233	1,08215	0,054	0,017
7077	1,06423	1,06390	1,06471	1,06461	0,067	0,009
8472	1,04781	1,04754	1,04833	1,04825	0,071	0,008
9866	1,03196	1,03174	1,03226	1,03222	0,047	0,004
11261	1,01651	1,01633	1,01690	1,01688	0,054	0,002

(*) desvio relativo de k_{ef} , no cálculo por elemento com e sem correção local.

(**) idem para o cálculo puntual

Tabela 3.4.1 - Valores do fator de multiplicação para cálculo com correção Doppler local e para o cálculo com a temperatura média (632 C), no caso puntual e por elemento.

5,78	5,47	4,41	0,84	0,97	3,34	5,63	
134,296	135,538	138,374	146,742	116,533	99,528	64,102	
126,139	129,459	132,524	145,524	117,657	102,977	67,927	
5,17	4,16	3,51	0,69	3,43	5,46		
137,791	152,873	123,303	25,280	92,997	53,717		
131,139	146,788	127,790	126,151	96,300	62,111		
. 2,87	0,91	2,57	3,73				
134,219	136,673	101,972	86,857				
130,477	135,436	104,660	90,225				
	0,90	2,73	4,29				
109,656	101,933	64,182					
110,650	104,799	67,061					
	3,85						
	74,795						
	77,792						



$$\frac{\Delta p}{p}(\%)$$

sem correção local
com correção local

Tabela 3.4.2 - Distribuição de potência média por elemento com e sem correção Doppler local para queima de 104 MWD/T com desvio máximo de 5,78% no cálculo por elemento.

2,48	2,17	1,33	0,55	0,41	0,60	0,45	
98,489	100,641	105,269	118,040	112,802	116,599	96,812	
100,997	102,871	106,684	118,688	112,349	115,900	96,380	
1,84	1,29	0,24	0,30	0,67	0,53		
102,442	114,447	110,151	120,000	110,988	91,153		
104,367	115,939	110,420	119,639	110,233	90,668		
0,56	0,08	0,58	0,61				
108,942	119,327	109,919	111,555				
109,557	119,427	109,288	110,875				
0,47	0,54	0,68					
111,801	117,626	92,178					
111,283	116,989	92,178					
0,70							
103,723							
103,005							

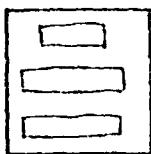

 $\frac{\Delta P}{P} (\%)$
 sem correção local
 com correção local

Tabela 3.4.3 - Distribuição de potência média por elemento com e sem correção Doppler local para queima de 1126IMND/T com desvio máximo de 2,48% no cálculo por elemento.

5,82	5,52	4,30	2,52	0,42	3,38	5,63	
134,421	136,645	138,445	146,758	116,491	99,453	64,136	
127,026	129,493	132,480	142,147	116,931	102,929	67,939	
5,23	4,68	2,07	0,65	3,48	5,63		
138,005	152,923	130,034	125,226	92,943	58,744		
131,144	142,733	127,701	126,065	96,289	62,252		
2,95	0,96	1,69	3,86				
134,240	136,652	102,926	86,836				
130,396	136,347	104,607	90,339				
$\frac{\Delta P}{P} (\%)$							
sem correção local	0,87	2,78	4,47				
com correção local	109,610	101,893	64,220				
	110,574	104,800	67,227				
	4,01						
	74,806						
	77,931						

Tabela 3.4.4 - Distribuição de potência média por elemento com e sem correção de Doppler local para queima de 104 KWD/T, com desvio máximo de 5,82% no cálculo puntual.

III.5 - COMPARAÇÃO DOS TEMPOS COMPUTACIONAIS

De acordo com os resultados obtidos e apresentados neste capítulo, verifica-se uma boa concordância dos valores, entre os programas CITATION e FERM com a vantagem do programa FERM no aspecto do tempo computacional em relação ao CITATION.

Na tabela a seguir é feito um quadro comparativo dos tempos de execução para os vários tipos de cálculos efetuados neste trabalho.

PROGRAMA	CPU (**)	início de vida	fim de vida
CITATION/8 malhas/elemento	360	4,16 (*)	4,01
CITATION/12 malhas/elemento	1440	2,08	2,03
CITATION/16 malhas/elemento	2140	1,34	1,32
FERM/1 malhas/elemento	9	1,76	4,97
FERM/4 malhas/elemento	32	2,29	4,88
CITATION /extrapolado	-	referência	

(*) desvio máximo na potência média por elemento combustível (%), em relação ao valor de referência.

(**) computador IBM 4341 - MGL2

Tabela 3.5 - Dados comparativos dos tempos computacionais entre os programas FERM e CITATION, no cálculo por elemento, com desvios relativos máximos encontrados em relação ao valor de referência - CITATION extrapolado.

CAPÍTULO IV
CONCLUSÃO E SUGESTÕES

IV.1 - CONCLUSÃO

Baseado nas comparações apresentadas no capítulo III, nota-se uma boa concordância nos resultados, entre os programas FERM e CITATION. Os desvios máximos relativos são da ordem de 5% a 6% na potência média por elemento, que são devidos às diferentes aproximações consideradas em cada programa, como nos esquemas de interpolação dos parâmetros macroscópicos e do tratamento dos efeitos de realimentação.

A vantagem oferecida pelo programa FERM, é a rapidez computacional, conseguindo-se uma economia de aproximadamente 200 vezes em relação ao CITATION, que será de grande importância no desenvolvimento de cálculo em três dimensões.

Nos cálculos efetuados, a dependência espacial dos parâmetros macroscópicos foi considerada em três níveis: cálculo por zona material, por elemento e cálculo puntual. Notou-se uma diferença significativa na potência média por elemento para estes três modelos, principalmente ao se comparar os resultados obtidos pelo cálculo puntual e por elemento, com diferenças da ordem de 3,0%. Isto mostra a importância do detalhamento espacial dos parâmetros macroscópicos.

Pôr verificado também, no presente trabalho, a influência dos efeitos de realimentação nos resultados. Como exemplo, pode-se citar o caso da correção da seção de choque de absorção térmica, devido à variação da concentração de

27/62

xenônio local em relação a concentração média. Constatou-se uma variação de 3,0% no valor da potência em algumas elementos combustíveis.

Outro fator que se mostrou bastante relevante nos cálculos é a correção das seções de choque devido a variação da temperatura do combustível. Esta correção provocou desvios de potência da ordem de 6,0% em algumas regiões do reator, indicando a importância de se levar em conta este tipo de efeito em cálculos mais refinados.

IV.2 - SUGESTÕES

A) Deve-se a dificuldade de se obter resultados precisos com o CITATION, para referência, não foi possível discutir sobre a precisão absoluta do presente trabalho, limitando-se a comparações relativas entre CITATION e PEGM. Neste sentido, seria recomendável fazer uma comparação em termos absolutos através de um código que forneça resultados mais precisos, para verificar o nível de precisão obtida no presente trabalho.

É necessário incluir correção das seções de choque com o nível de veneno solúvel no moderador. A biblioteca de dados já contém um conjunto de coeficientes angulares das retas, que representam a variação das seções de choque com a concentração de boro no moderador.

Dever-se incluir a correção das seções de choque macroscópicas com a variação da temperatura do moderador, bem como da variação da densidade do moderador.

Estender o cálculo, modificá-lo e programá-lo, afim de possibilitar cálculo de quatro em três dimensões.

APÊNDICE A

INTERPOLAÇÃO DAS SEÇÕES DE CHOQUE

Para se determinar as seções de choque após cada etapa de queima, foi desenvolvida uma subrotina, (INTERP), que utiliza o método de interpolação de Newton ^{17/}.

A interpolação é feita utilizando uma tabela de queima versus seções de choque fornecida como dados de entrada ao programa, (biblioteca de dados), criada previamente pelos programas EMMER e CITAFIX.

Inicialmente desenvolveu-se três tipos de interpolação, para verificação e análise, afim de escolher o tipo de interpolação que melhor se ajustaria ao comportamento das seções de choque das aeronças.

A tabela de dados é constituída de 13 pontos e abrange um intervalo de 0 a 12000 KWD/TDN, que cobre praticamente todo o princípio ciclo de um motor do tipo P.A.P. O intervalo entre os pontos correspondem a 40 dias de queima, ou seja, 1290 KWD/TDN.

Foram então, estudados os seguintes casos:

A)interpolação linear com 4,7 e 13 pontos

B)interpolação quadrática com 4,7 e 13 pontos

C)interpolação cúbica com 4,7 e 13 pontos

O número de pontos citados acima, refere-se à quantidade de pontos da tabela utilizados na interpolação. Isto foi feito para verificar a influência da utilização de menor número de pontos.

Notou-se que utilizando todos os pontos da tabela (13 pontos), os resultados não praticamente iguais, nos três casos estudados, não apesar de maneira significativa os valores do fator de multiplicação e da distribuição de potência, veja figura A.I.

Para um número menor de pontos, já se verifica uma certa discrepância nos resultados, sendo que, a medida que se diminui o grau do polinômio interpolante estas discrepâncias tendem a aumentar. Pode-se observar que a medida que aumentamos o grau do polinômio e também o número de pontos, a tendência das curvas é de se aproximar, atingindo a condição em que os resultados são praticamente iguais, independentemente do grau do polinômio utilizado. Nesta forma, optou-se pela utilização de interpolação cônica utilizando todos os pontos da tabela, o que garante uma representação adequada ao comportamento dos parâmetros ópticos-sópares da quinta.

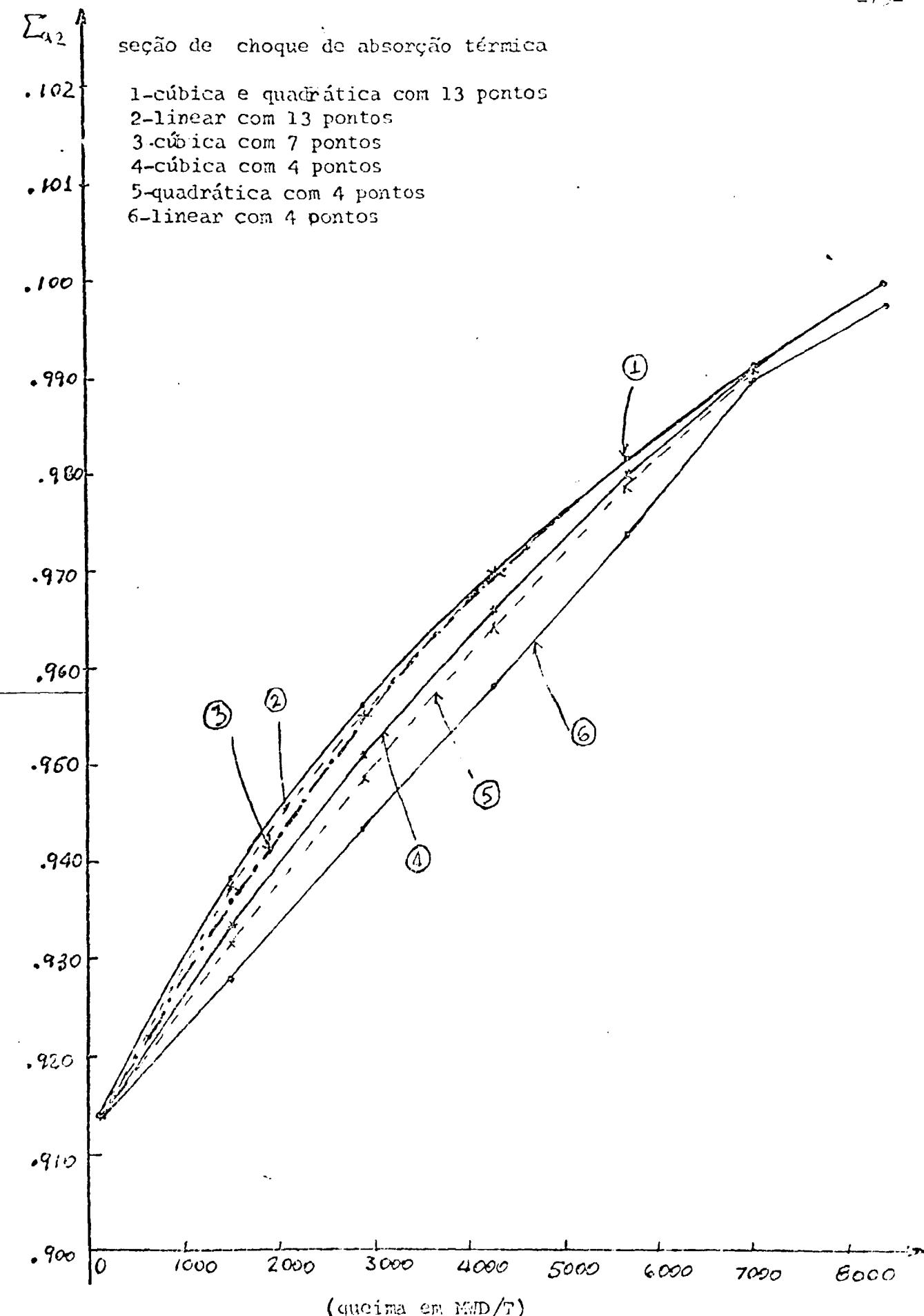


Figura 4.I - Interpolações cúbica, quadrática e linear da seção de choque de absorção térmica.

APÊNDICE B

ESTUDO DO COMPORTAMENTO DAS SEÇÕES DE CHOQUE COM A TEMPERATURA DO COMBUSTÍVEL

A finalidade deste estudo é verificar o comportamento das seções de choque macroscópicas, quando se varia a temperatura do combustível, afim de considerar este influência na correção das seções de choque em etapa de queima.

Para isto, deriva-se vários conjuntos de seções de choque através do programa BEMER /27/, variando a temperatura média do combustível e para várias etapas de queima. As temperaturas consideradas foram de 500 °C, 600 °C, 700 °C e 800 °C.

Analizando o comportamento das seções de choque com estas temperaturas verifica-se que houve ligeira variação da razão quadrada de temperatura.

Tanto as seções de choque do grupo ríido como as do grupo térmico, pouco, então, se apresentaram por retoas, (veja figuras b.1, b.2 e b.3).

Visando a correção das seções de choque, foram utilizados dois conjuntos de seções de choque correspondentes a 500 °C e 800 °C, e a partir destes dados, calculou-se o coeficiente angular correspondente a cada tipo de seção de choque, para cada etapa de queima e para cada etapa de queima. Da vez circundante, estes coeficientes foram inseridos na lirrística demandada e ficaram:

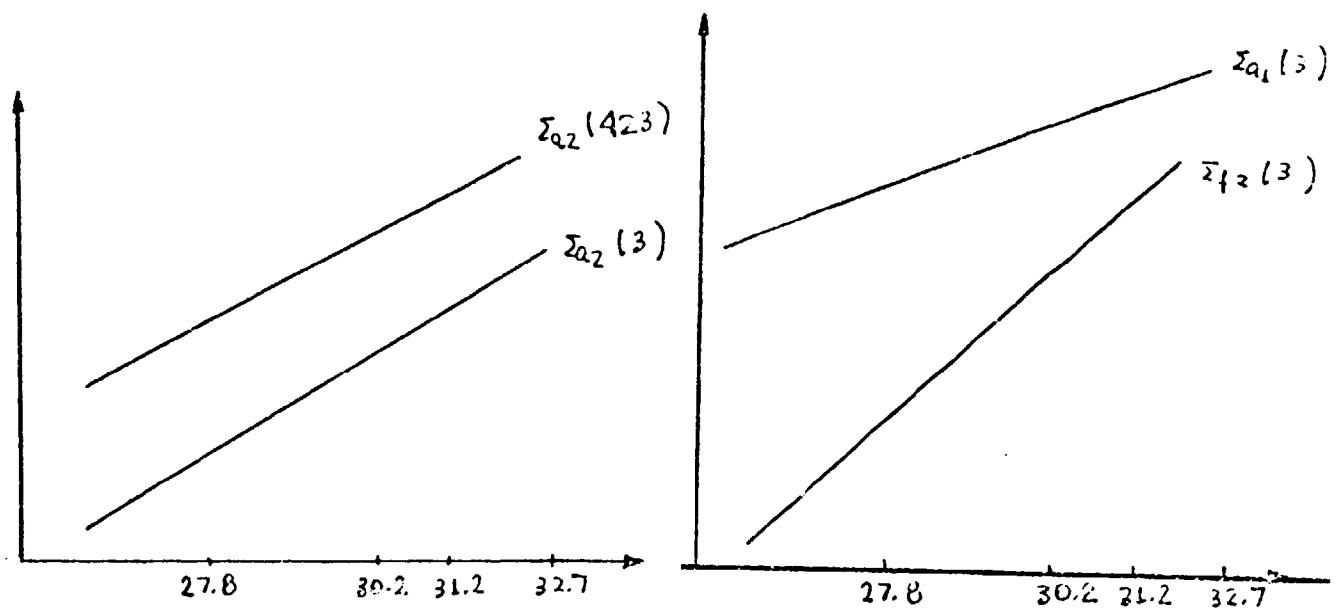


Figura b.1

figura b.2

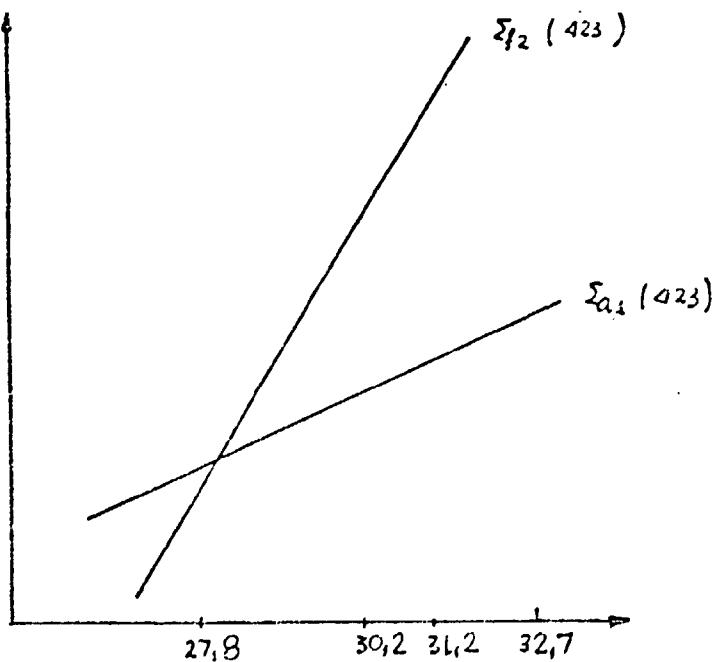


figura b.3

APÊNDICE C

C.1 - Cálculo Celular

O cálculo celular para seção das seções de choque microscópicas, foram efectuadas pelo programa HANKE /27/. Este programa foi desenvolvido na década de 60 e baseia-se na teoria de transporte de nêutrons para cálculo em sistemas nucleares.

As equações do decaimento isotópicos são resolvidas no processo de depleção, permitindo obter-se conjunto de seções de choque microscópicas para várias etapas de oxidação do combustível, durante a vida do reator.

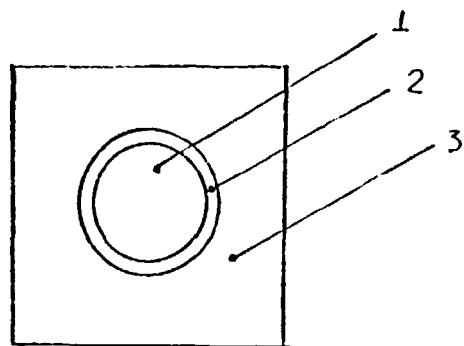
Neste trabalho, utilizou-se o modelo simplificado da célula de combustível, sem considerar os tubos vuas e os tubos de instrumentação. O modelo utilizado está apresentado na figura C.1 e é constituído de três regiões: 1) região central 2) encanamento e 3) região de água e urôx solúvel.

Os cálculos foram efetuados para as temperaturas de combustível de 500 °C e 860 °C, e para as concentrações de urôx de 500 PPM e 150 PPM, na posição três.

Utilizou-se a densidade de urôx, correspondente a temperatura de 500 °C, ou seja, 10,21 g/cm³.

A densidade da água foi obtida por meio de uma tabela de parâmetros terceiro hidráulicos da Águas /28/, para valores médios de pressão e temperatura de operação do reator: 225° psia e 317 °C, respectivamente.

$$\rho(H_2O) = 0,756 \text{ g/cm}^3$$



região 1 - combustível UO_2

região 2 - encamisamento Zircalloy

região 3 - H_2O

diâmetro da barra de combustível - $d_1 = 0,819$ cm

diâmetro externo do encamisamento - $d_2 \approx 0,950$ cm

espaçamento das barras centro a centro $d_3 = 1,232$ cm

Figura c.1 - célula de combustível utilizada para geração das seções de choque microscópica através do programa HAMMER.

As concentrações isotópicas para cada enriquecimento calculadas são mostradas a seguir.

Para o enriquecimento de 3,1% tem-se:

$$N(235) = 0,0004846 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(238) = 0,0223445 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(0) = 0,0455319 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

Para o enriquecimento de 7,6% tem-se:

$$N(235) = 0,0005999 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(238) = 0,0221908 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(0) = 0,0455319 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

Para o enriquecimento de 3,1% tem-se:

$$N(235) = 0,0007153 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(238) = 0,0223761 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(0) = 0,0455319 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

No resto do encalçoamento tem-se:

$$\rho(21) = 6,44 \text{ g/cm}^3$$

$$N(21) = 0,042418 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

A concentração de H e C na reação 3 é:

$$N(H) = 0,055896 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

$$N(C) = 0,025255 \times 10^{24} \text{ átomos/cm}^3$$

A região do refletor foi representada por uma círcula

centeric em pequena quantidade de U-235 correspondente a uma concentração de 0,0001 g/cm³, suficiente apenas para gerar o espectro de neutrons e também um reação de aço-início.

A concentração de boro solúvel foi considerada juntamente com a água e para dois casos: 500 PPM e 1500 PPM.

Sabendo-se que a porcentagem de boro-10 é de 19,8% em massa no boro natural, para uma concentração de 500 PPM tem-se uma densidade atómica de $4,166 \times 10^{10}$ átomos/cm³. Naturalmente para uma concentração de 1500 PPM, tem-se uma densidade atómica de $12,498 \times 10^{10}$ átomos/cm³.

Sabendo-se que o diâmetro do reator é de 245,11 cm e a altura de 365,61 cm, nestes cálculos de cáluo foi considerado um buckling de $4,5922 \text{ cm}^{-2}$.

REFERÉNCIAS BIBLIOGRÁFICAS

1. ADAM, C.H. Current trends in methods for neutron diffusion calculations. Nucl. Sci. Eng., 61:552-62, 1977.
2. AHNERT, C. & ARAGONES, J.M. A CARMEN System. A code block for neutronic calculation by diffusion theory with space dependent feed-back effects. Madrid, Junta de Energia Nuclear, 1981. (JEN-515)
3. ALBRECHT, R. Análise numérica. São Paulo, Livros Técnicos e Científicos, 1973.
4. BARRY, R.F. LEOPARD. A spectrum dependent non spatial depletion code for the IBM-7094. Pittsburg, Pa., Westinghouse Electric Corporation Sep. 1963. (WCAP-3269-26)
5. BAUER, D.C. & PONCELET, C.G. Practical xenon spatial control. Nucl. Technol., 21:165-89, 1974.
6. BREGA, E.; PASQUANTONIO, F.D.; SALINA, E. Computation accuracy and efficiency of a polynomial nodal method for diffusion and spatial burnup problems. Ann. Nucl. Energy, 11(3): 97-109, 1974.
7. CONTI FILEO, P. & BARROSO, A.C. Metodologia de expansão polinomial para seções de choque macroscópica. In: FÍSICA de reatores: 5º encontro nacional, realizado no Rio de Janeiro, 10-12 abril, 1985. p.105-20
8. DUDENSTADT, J.J. & HAMILTON, L.J. Nuclear reactor analysis. New York, John Wiley, 1976.
9. FADDEYEVA, V.N. Computational methods of linear algebra. New York, Dover, 1959.
10. FOWLER, T.B.; VONDY, D.R.; CUNNINGHAM, G.W. Nuclear reactor core analysis code: CITATION. Oak Ridge, Tenn., Oak Ridge National Lab., Jul. 1971. (ORNL-TM-2496- Rev. 2.)
11. FROELICH, R. Summary discussion and state of the art review for coarse - mesh computational methods. Atomkernenergie, 30:152-8, 1977.
12. FURNAS CENTRAIS ELETRICAS. Final safety analysis report. Central nuclear Almirante Alvaro Alberto, Unit 1. s.d. v.5 s.p.
13. CRAVES JR, H.W. Nuclear fuel management. New York, John Wiley, 1979.

14. JONSSON, A. Recent improvements in PWR physics. In: AMERICAN NUCLEAR SOCIETY. Advances in reactor physics and shielding: proceedings of the conference held in Sun Valley, Idaho, September 14-17, 1980. p.2.71
15. KAVENOKY, A. & LAUTARD, J.J. A finite element. Depletion-Diffusion calculation method with space-dependent cross sections. Nucl. Sci. Eng., 64:563-75, 1977.
16. KIM, S.H.; BECKER, M.; HARRIS, O.R.; PILAT, E.E. Applicability of a simplified depletion method to complex situations. In: AMERICAN NUCLEAR SOCIETY. Advances in reactor physics and shielding proceedings of the conference held in Sun Valley Idaho, Sept. 14-17, 1980. p.757-68.
17. KUNZ, K.S. Numerical analysis. New York, McGraw-Hill, 1957.
18. LAMARSH, J.R. Introduction to nuclear reactor theory. Reading, Mass., Addison Wesley, 1966.
19. VANCENBUCH, S.; MAURER, W.; WERNER, W. High-order schemes for neutron kinetics calculations, based on a local polynomial approximation. Nucl. Sci. Eng., 64:508-16, 1977.
20. LAWRENCE, R.D. & DORNING, J.J. A modal Green's function method for multidimensional neutron diffusion calculations. Nucl. Sci. Eng., 76:218-31, 1980. v
21. NAKAMURA, S. Computational methods in engineering and science. New York, John Wiley, 1977.
22. NAKATA, H. The finite element response matrix method for coarse mesh reactor analysis. Michigan, Mich., 1981. (PhD Thesis, University of Michigan, Department of Nuclear Engineering)
23. SCHMIDT, F.A.R.; AMEROSIUS, H.; FRANKE, H.P.; SAPPER, E.; WAGNER, M.R. Experiences with the finite element method for standard reactor calculations. In: COMPUTATIONAL methods in nuclear engineering: proceedings of the conference on...held in Charleston, S.C., April 15-17, 1975. V.5, p.1-53-169. (CONF-750413)
24. SHAHER, R.A.; SIMS, R.N.; HENRY, A.F. Two nodal methods for solving time dependent group diffusion equations. Nucl. Sci. Eng., 64:582-92, 1977.

25. KOGAN, F.B. & MACFARLANE, A.E. Control procedures for x-ray induced x-y instabilities in large pressurized water reactors. Pittsburg, Pa., Feb. 1969. p.80-4. (WACP-35) cl)
26. SMITH, K.S.; HENRY, A.F.; WAGNER, R.A. The determination of homogenized diffusion theory parameters for coarse mesh nodal analysis. In: AMERICAN NUCLEAR SOCIETY. Advances in reactor physics and shielding: proceedings of a conference held in Sun Valley, Idaho, Sep. 14-17, 1980. p.4-308.
27. SUICH, J.E. & HONECK, M.C. The HANTER system: heterogeneous analysis by multigroup methods of exponential and reactors. Aiken, S.C., Savannah River Lab., Jan. 1967. (DP-1064)
28. REMY, B.S. Manual de Termodinâmica Transmissão de Calor. São Paulo, Grêmio Politécnico, 1980.
29. WAGNER, M.R. Current trends in multidimensional static reactor calculations. In: COMPUTATIONAL methods in nuclear engineering, proceedings of the conference held in Charleston, S.C. April 15-17, 1975. Vol. p.I-1 - I-23. (CONF-750413)
30. WAGNER, M.R.; KOEBKE, K.; WINTER, H.J. A nonlinear extension of the nodal expansion method. In: AMERICAN NUCLEAR SOCIETY. Advances in mathematical methods for nuclear engineering problems: international topical held in Munich. April 27-29, 1981. p.43-59.